

NOM :

## Examen de l'UE IMA203

3 février 2017 - Seul document autorisé : une page recto-verso

Vous devez répondre aux questions sur la feuille et la rendre en fin de contrôle.

### 1 Analyse de textures

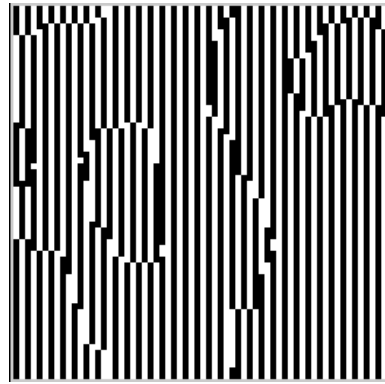


FIGURE 1 – Réalisation d'un champ markovien.

On considère une réalisation d'un modèle markovien (fig. 1). Expliquez quelles sont les configurations de cliques les plus fréquentes dans cette image. En le justifiant, définissez le voisinage et les potentiels des cliques associés à ce modèle.

## 2 Classification bayésienne

On considère une image en niveaux de gris que l'on veut classer en 3 classes. On suppose que les 3 classes correspondent à des distributions gaussiennes de niveaux de gris de moyennes respectives 20 pour la classe 1, 50 pour la classe 2 et 100 pour la classe 3, et toutes d'écart-type 5.

### 2.1 Classification ponctuelle

On considère tout d'abord des classifications ponctuelles en chaque pixel.

— On classe l'image en utilisant le critère du maximum de vraisemblance en chaque pixel. Expliquer à quoi correspond cette opération.

— On classe l'image en utilisant le critère du maximum a posteriori en chaque pixel. Expliquer dans quelle classe sera classé un pixel de niveau de gris 75 si les probabilités a priori des classes sont 0.4 pour la classe 1, 0.4 pour la classe 2 et 0.2 pour la classe 3.

### 2.2 Classification avec régularisation

Afin d'améliorer la cohérence spatiale des classes obtenues on décide d'utiliser un a priori global dans le critère MAP sous forme d'un modèle de régularisation.

— Proposer un modèle permettant d'obtenir des zones compactes dans la classification. Définissez le voisinage et les potentiels de clique que vous proposez.

— On combine ce modèle de régularisation avec l'attache aux données correspondant au modèle gaussien précédent. Donnez l'énergie globale du champ a posteriori et l'énergie conditionnelle locale du champ a posteriori pour un pixel.

— On considère un pixel de niveau de gris 50 entouré par des voisins dans la configuration  $\{1, 3, 3, 3\}$  (on se place ici en 4-connexité). Calculer la valeur de l'énergie conditionnelle locale pour chaque classe en fonction du paramètre de régularisation.

— Dans quelle classe sera classé ce pixel si on fait une étape de l'algorithme Iterated Conditional Modes? (Discuter en fonction du paramètre de régularisation).

- Dans quelle classe sera classé ce pixel si on fait une étape de l'algorithme du Recuit Simulé? (détaillez les opérations à effectuer).

### 3 Optimisation par graph-cut

On considère l'image suivante constituée par une seule ligne de 5 pixels dont les niveaux de gris sont indiqués sur l'image 2.

10	8	2	7	2
----	---	---	---	---

FIGURE 2 – Image-ligne de 5 pixels avec leurs niveaux de gris.

On veut faire une **classification** en deux classes de cette image. La classe 0 est définie par le paramètre  $\mu_0 = 2$  et la classe 1 par le paramètre  $\mu_1 = 8$ . La probabilité d'un niveau de gris conditionnellement à une classe est donnée par

$$P(y_s|x_s) \propto \exp(-(y_s - \mu_{x_s})^2)$$

1. Classifier cette image-ligne avec une classification bayésienne ponctuelle au sens du maximum de vraisemblance.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
2. On veut utiliser un modèle d'Ising (avec la convention que le potentiel est de valeur 0 quand les deux sites voisins sont de même classe et  $\beta$  quand les deux sites voisins sont dans des classes différentes) pour régulariser la solution. Ecrire l'énergie a posteriori globale.

3. Dessiner le graphe à construire (en précisant les nœuds et les poids des arcs) pour trouver la solution par coupure minimale.

4. Dessinez la coupe et donnez son coût de la coupe quand tous les pixels sont dans la classe 1.

5. Dessinez la coupe et donnez son coût quand la classification est  $\{1, 1, 0, 0, 0\}$ .

6. Discutez les résultats de classification obtenus par graph-cut en fonction des valeurs de  $\beta$ .

## 4 Restauration

On restaure une image en minimisant l'une des deux fonctionnelles suivantes

$$E_\lambda(u) = \|u - v\|^2 + \lambda \|\nabla u\|_2^2$$

$$F_\lambda(u) = \|u - v\|^2 + \lambda \|\nabla u\|_1$$

où  $\|\nabla u\|_2^2$  signifie l'intégrale de la norme au carré du gradient sur toute l'image et  $\|\nabla u\|_1$  signifie l'intégrale de la norme du gradient sur toute l'image.

1) Ces deux approches sont-elles des débruitages ou de défloutages? Justifier. Donner les fonctionnelles correspondantes au défloutage (si votre réponse est débruitage) ou débruitage (si votre réponse est défloutage)

2) Entre les images A et B de la figure 3, dire laquelle a été obtenue en minimisant l'énergie  $E$  et celle obtenue en minimisant l'énergie  $F$ ? Justifier votre réponse.





FIGURE 3 – Les images A (en haut) et B (en bas) restaurées avec les différentes énergies