

Sujet de Travaux Dirigés / Pratiques (1TH)

IMA203

Introduction aux champs de Markov pour le traitement de l'image

Objectifs de la séance :

Le but de cette séance est d'utiliser un modèle d'Ising pour faire la classification binaire d'une image dans un cadre bayésien avec une optimisation ICM et par recuit simulé.

Les programmes sont écrits sous Matlab ou Python. L'ossature des programmes est donnée et ils doivent être complétés.

Pour récupérer les données, allez sur le site

<http://perso.telecom-paristech.fr/~tupin/cours/IMA203/TPMARKOV>

et recopiez les sur votre compte. Le TP s'effectue sous Matlab ou Python avec `tp_part2`.

Vous pouvez utiliser les programmes que vous avez écrits dans la partie 1 du TP pour échantillonner des réalisations du modèle d'Ising.

1 Classification binaire d'une image

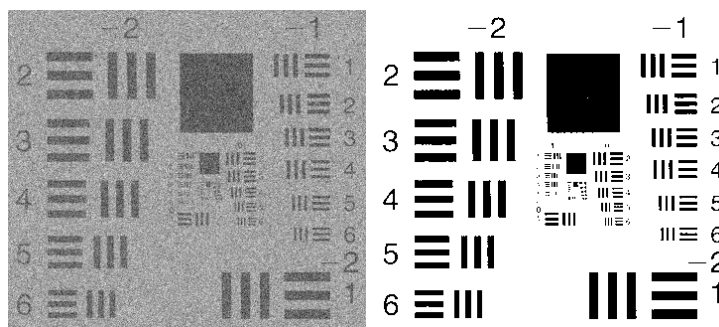


FIGURE 1 – Image observée y à gauche (en niveaux de gris) et image binaire “idéale” x à droite (image originale de classes qu'on cherche à retrouver)

Vous disposez d'une image idéale des classes `IoriginaleBW.png` (image binaire) et de sa version observée `Iobservee.png` (image en niveaux de gris). L'objectif est de réaliser une classification en deux classes de cette image observée (idéalement on souhaite retrouver l'image originale idéale). On note x_s la classe du pixel s (que l'on cherche), et y_s le niveau de gris observé. L'objectif est d'utiliser un modèle global sur le champ aléatoire X pour classer l'image. Comme nous l'avons vu en cours cela revient à minimiser l'énergie suivante :

$$U(x|y) = \sum_s -\ln(P(Y_s = y_s | X_s = x_s)) + \sum_c U_c(x_s, s \in c)$$

1.1 Analyse des distributions des niveaux de gris

Dans cette partie, on fait l'apprentissage des probabilités $P(Y_s = y_s | X_s)$, c'est à dire de $P(Y_s = y_s | X_s = 0)$ et $P(Y_s = y_s | X_s = 1)$. Cela revient à étudier l'histogramme des niveaux de gris de pixels qui sont dans la classe 0 et de pixels qui sont dans la classe 1.

- Pour réaliser cet apprentissage, il faut sélectionner des pixels appartenant à la classe 0 d'une part (zone sombre de l'image observée), et des pixels appartenant à la classe 1 d'autre part (zone claire de l'image observée). Quelles sont les distributions suivies par les niveaux de gris dans ces deux classes? Donnez les moyennes et variances des deux classes. *On pourra sélectionner des pixels manuellement, en utilisant la commande $v0=I(i1:i2, j1:j2)$ (Matlab) ou $v0=I[i1:i2, j1:j2]$ (Python) qui met dans un vecteur toutes les valeurs des pixels de l'image I compris entre les indices $i1$ et $i2$, et $j1$ et $j2$.*

Dans la suite, on supposera les variances égales.

- Supposons qu'on n'utilise pas de modèle markovien sur X et qu'on classe un pixel seulement en fonction de son niveau de gris en comparant $P(Y_s = y_s | X_s = 0)$ et $P(Y_s = y_s | X_s = 1)$. Montrez que cela revient à seuiller l'image et donnez la valeur du seuil optimal en fonction des paramètres trouvés précédemment (on dit qu'on fait une classification par maximum de vraisemblance ponctuel).

- A partir des résultats trouvés pour $P(Y_s = y_s | X_s)$, écrivez l'énergie d'attache aux données $U_{attdo} = \sum_s -\ln(P(Y_s = y_s | X_s = x_s))$ en fonction des moyennes et des écarts-types trouvés (on notera de façon générique μ_{x_s} la moyenne de la classe x_s et σ_{x_s} son écart-type).

1.2 Modèle d'Ising pour la régularisation

Pour améliorer les résultats du seuillage, il est nécessaire d'introduire une régularisation (modèle a priori global).

— Soit la fonction $\Delta(x_s, x_t) = 0$ si $x_s = x_t$, et $\Delta(x_s, x_t) = 1$ sinon (on a aussi $\Delta(x_s, x_t) = 1 - \delta(x_s - x_t)$). Ecrire le potentiel des cliques d'ordre deux pour ce modèle d'Ising en fonction de $\Delta(x_s, x_t)$ où x_s et x_t sont les classes des pixels s et t voisins en 4-connexité et du paramètre de régularisation β . Ce modèle vaudra 0 quand les deux pixels voisins sont égaux et $+\beta$ sinon.

— Ecrire l'énergie globale de tout le champ et l'énergie conditionnelle locale pour un site s en utilisant les résultats établis précédemment pour l'énergie d'attache aux données et pour l'énergie de régularisation.

- Energie globale :

- Energie conditionnelle locale au site s :

— On considère un pixel entouré de 4 pixels voisins : 1 voisin avec l'étiquette 0, 3 voisins avec les étiquettes 1. Ecrire les énergies conditionnelles locales ce pixel, en supposant que son niveau de gris du pixel est 105, et en utilisant les valeurs de moyennes et variance trouvées précédemment.

— Dans quelle classe sera mis ce pixel si on lui attribue la classe qui minimise localement l'énergie? (discutez en fonction de β).

— Si on considère l'énergie globale du champ, quelle est la solution x quand β vaut 0?

Si on considère l'énergie globale du champ, quelle est la solution x quand β vaut $+\infty$?

— Comment varie la solution quand β augmente? Commentez sur l'intérêt de ce modèle markovien.

1.3 Optimisation par algorithme ICM

On va réaliser l'optimisation de l'énergie globale précédemment définie, en utilisant l'algorithme ICM (Iterated Conditional Mode) qui consiste à partir d'une bonne ini-

tialisation des classes, à minimiser l'énergie conditionnelle locale des pixels les uns à la suite des autres. Cet algorithme converge vers un minimum local mais il est très rapide. Modifiez la fonction `echan.m` ou `echan.py` pour programmer l'ICM, en prenant en compte le terme d'attache aux données que vous avez appris (NB il faut cette fois-ci tenir compte de l'image observée en niveau de gris et rajouter le terme d'attache aux données dans l'énergie).

— Que proposez vous pour avoir une bonne initialisation de la solution ? Justifiez votre réponse.

— Avec quelle valeur de β obtenez vous une bonne solution ? (c'est à dire la plus proche de l'image "idéale" `IoriginaleBW.png` donnée). Comparez ce résultat avec le résultat du seuillage optimal.

— Essayez avec d'autres initialisations (avec une image constante, avec une image aléatoire). Commentez leur influence.

— Programmez le recuit simulé et comparez avec les solutions précédentes.