

Une introduction au Radar à Synthèse d'Ouverture satellitaire

Jean Marie Nicolas

Version 2.2.1, mars 2019

Ce document n’a pas pour objectif de se substituer à des ouvrages dédiés à l’imagerie RSO (Radar à Synthèse d’Ouverture), autrement dit SAR (*Synthetic Aperture Radar*). Aussi certaines formules ou relations s’y trouvent sans démonstration (celles-ci se trouvant déjà dans les bons auteurs, comme [8] ou [14]). Sa vraie finalité est d’une part de donner un certain nombre d’informations dans un document unique, et surtout d’apporter des explications plus pragmatiques, plus illustrées et parfois plus détaillées sur certains aspects théoriques (synthèse temporelle, filtrage adapté, . . .) ainsi que des détails utiles pour tous ceux qui “pratiquent” les images RSO. Aussi, au fil du texte, il y aura un certain nombre de redites (texte et/ou figures) facilitant la lecture et la relecture, mais très nuisible au style de l’ensemble.

Ce document est dédié aux systèmes RSO satellitaires actuels de longueur d’onde centimétrique, le capteur se trouvant à plusieurs centaines de kilomètres de la scène étudiée, ce qui permet quelques approximations :

- en un point donné du sol, l’onde radar peut toujours être considérée localement comme une onde plane. Cette approximation sera toujours valide à l’échelle du pixel. Cependant, pour certaines illustrations, on représentera l’onde avec sa nature sphérique et certaines représentations de l’antenne synthétique sous forme d’une antenne courbe.
- l’analyse du signal radar (de l’émission à la réception) peut s’aborder sous l’hypothèse très classique du *Stop-and-shoot* : à chaque point d’analyse, on peut supposer que le radar s’arrête, émet et “attend” l’écho reçu du sol. Sous cette hypothèse que l’on retrouve chez tous les bons auteurs, il est évident que l’effet Doppler ne peut jouer un rôle majeur, évidence qui est éludée dans les ouvrages (qui ont pour habitude ensuite de parler de Doppler de manière erronée). Certains points dans ce document montreront qu’effectivement, le Doppler n’a pas sa place stricto-sensu dans l’étude des RSO actuels.
- l’altitude d’un satellite RSO est petite vis à vis du rayon terrestre. Aussi tous les concepts fondamentaux peuvent se mettre en place en faisant l’hypothèse d’une Terre plane non sphérique. En particulier, pour une représentation en Terre plane, nous verrons que l’angle d’émission d’un système radar est égal à l’angle d’incidence de l’onde sur le sol, ce qui rend certaines démonstrations plus limpides. Ce choix, qui n’induit que des erreurs mineures et aisément corrigibles, facilite la lisibilité des formules et des figures. Une fois les concepts acquis pour une Terre plane, le passage à une Terre quasi-sphérique ne pose alors aucun problème. On peut d’ailleurs s’en contenter, pour une étude locale, en considérant le plan tangent à la Terre et se ramener à l’hypothèse de Terre plane en modifiant l’altitude du satellite (voir l’annexe B).
- la bande passante n’excède pas quelques centaines de MHz alors que la porteuse peut atteindre la dizaine de GHz : l’onde émise et rétrodiffusée peut alors être considérée en première approximation comme monochromatique.

La notation des chiffres décimaux a été faite avec la convention anglosaxonne (le séparateur étant le point, et non la virgule), ce qui simplifie parfois certaines écritures.

Enfin, cette version V-2019, même si elle demeure toujours perfectible, a énormément bénéficié de relectures attentives de la première version de la part d’anciens doctorants de Télécom ParisTech et plus spécifiquement de Flora Weissgerber : qu’ils en soient pleinement remerciés.

Convention de notation

- résolution et échantillonnage : pour une variable donnée, par exemple le temps t , on notera :
 - δt la résolution,
 - Δt le pas d’échantillonnage
- la forme de la Terre :
 - Terre plane : Terre dont le rayon tend vers l’infini, qui se comporte localement comme un plan.
 - Terre plate : la Terre en l’absence de relief.
- Les espaces de représentation d’une donnée RSO : on prendra soin de distinguer
 - l’espace image correspondant à la donnée vue comme une simple matrice 2-D.
 - l’espace antenne représenté par le plan défini par la trajectoire du satellite et par la direction de pointage de l’antenne
 - l’espace sol correspondant à la zone imagée sur la Terre par le système RSO.

Les acronymes sont détaillés page 8. Pour faciliter la lecture de ce document, certaines formules (les plus fondamentales ou les plus utiles) sont encadrées.

Table des matières

1	Généralités sur les principaux systèmes RSO en orbite en 2018	11
1.1	Introduction sur les systèmes et les notations	11
1.1.1	Généralités	11
1.1.2	Les pionniers : SEASAT, SIR (navette américaine) et Almaz (URSS)	11
1.1.3	Quelques satellites RSO	12
1.2	Le radar : un système d'écholocalisation	14
1.2.1	Diverses notations utilisées dans ce document	14
1.2.2	Principes de l'écholocalisation	14
1.2.3	Principes et résolution	14
1.2.4	La visée latérale : la fauchée	15
1.2.5	La visée latérale : les limitations	15
1.2.6	La visée latérale : case temps, case distance et case sol	16
1.2.7	Case temps, case distance, case sol et fréquence d'échantillonnage	17
1.2.8	Résolution temporelle, résolution axiale et résolution sol	18
1.3	Antenne physique et antenne synthétique	18
1.3.1	Radar imageur	18
1.3.2	Du "RAR" au "SAR" : géométrie et fauchée	19
1.3.3	Du "RAR" au "SAR" : l'antenne physique et la résolution azimutale	21
1.3.4	Du "RAR" au "SAR" : principes de l'antenne synthétique	25
1.4	Trace au sol	26
1.4.1	Plan orbital et inclinaison de l'orbite	26
1.4.2	Orbite et rotation de la Terre	29
1.4.3	Nord et Trace au sol	29
1.4.4	Passe montante, passe descendante	29
1.5	Orbites polaires, orbites héliosynchrones	31
1.5.1	L'aplatissement de la Terre et ses conséquences sur les orbites	31
1.5.2	Capteurs RSO et orbites héliosynchrones	31
1.5.3	Temps de cycle	32
1.6	Visée droite, visée gauche, temps de revisite	32
1.6.1	Orientation de la fauchée	32
1.6.2	Non parallélisme des traces	34
1.6.3	Temps de revisite	34
1.7	Constellations	35
1.7.1	Satellites "à vue"	35
1.7.2	Constellations multipasse	37
1.8	Les antennes des satellites RSO	37
1.8.1	Antenne "monolithique"	37
1.8.2	Focalisation électronique : l'antenne de l'ASAR d'ENVISAT	38
1.8.3	L'antenne de Terrasar-X	38
1.8.4	L'antenne de Cosmo-Skymed	39
1.8.5	L'antenne et les modes d'acquisition de Radarsat-2	39
1.8.6	L'antenne de Sentinel	39
1.8.7	L'antenne d'ALOS-2	40
1.8.8	Autre forme d'antenne : l'antenne de RISAT-2	40
1.8.9	Tableau récapitulatif des dimensions d'antenne	40
1.9	Les antennes des satellites RSO en orbite en 2018	41

2	L'acquisition <i>StripMap</i>	45
2.1	Le radar : un système d'écholocalisation	45
2.1.1	Un signal type : le sinus cardinal	45
2.1.2	Signal réel, signal complexe : le rôle de la porteuse	48
2.2	Géométrie d'acquisition et échantillonnage	49
2.2.1	Acquisition selon la distance (écholocalisation)	49
2.2.2	Analyse selon l'azimut (mouvement de l'antenne)	50
2.2.3	Temps court et temps long	51
2.2.4	StripMap et Pushbroom	51
2.3	Réponse impulsionnelle : la PSF d'un radar imageur	51
2.3.1	Réponse impulsionnelle d'un RSO en temps	52
2.3.2	Réponse impulsionnelle d'un RSO en distance (espace antenne)	52
2.3.3	Réponse impulsionnelle d'une antenne rectangulaire	53
2.3.4	Réponse impulsionnelle d'un RSO en azimut (antenne synthétique)	53
2.3.5	PSF 2-D en espace radar : le NOCR	54
2.3.6	PSF 2-D en espace sol : l'empreinte sol	55
2.3.7	Rétrodiffusion et "Antenne sol"	57
2.4	Contraintes d'acquisition en imagerie RSO satellitaire : Paramétrage de la fréquence de répétition d'impulsion (FRI)	57
2.4.1	Géométrie d'acquisition en imagerie satellitaire	57
2.4.2	Géométrie satellitaire et FRI	58
2.4.3	La FRI en imagerie satellitaire : agencement des émissions et des réceptions	61
2.4.4	La FRI en imagerie satellitaire : compromis fauchée/résolution azimutale	62
2.4.5	La FRI en imagerie satellitaire : les contraintes liées à l'écho du Nadir	62
2.4.6	La FRI en imagerie satellitaire : les contraintes sur la durée du signal émis	64
2.5	Dépointage de l'antenne (<i>squint</i>)	64
3	La compression d'impulsion	65
3.1	Un modèle du signal radar en réception	65
3.2	Signal modulé en fréquence : le <i>chirp</i>	66
3.2.1	Le <i>chirp</i>	66
3.2.2	<i>Chirp</i> sur porteuse et filtrage adapté	67
3.2.3	Le signal radar en émission+réception	68
3.2.4	Résolution et bande passante	69
3.2.5	<i>Chirp</i> et sinus cardinal	69
3.3	Bande de base et porteuse	70
3.3.1	Fréquence centrale (porteuse)	70
3.3.2	Shannon sur bande limitée	70
3.3.3	Archivage des signaux radar sur satellite	72
3.3.4	Rééchantillonnage d'un signal en bande de base	72
3.4	Autres formes d'onde utilisées en imagerie RSO	73
3.4.1	Emission d'un "pulse"	73
3.4.2	Le spectre de raies : une piste pour pour les systèmes futurs ?	73
3.5	Quelques valeurs des systèmes RSO satellitaires	73
4	La synthèse d'ouverture	75
4.1	Les équations de propagation et leurs modélisations : d'Alembert et Helmholtz	75
4.1.1	Onde, front d'onde et rayon	75
4.1.2	Equation des ondes et solutions	75
4.1.3	Equation de propagation et retournement temporel	77
4.1.4	Principe de Huyghens	78
4.2	Le principe de Huyghens "point à point" : résolution d'une antenne linéaire	80
4.2.1	Géométrie de l'antenne	80
4.2.2	Huyghens "point à point" : les zéros de l'antenne	81
4.2.3	Huyghens "point à point" : les lobes secondaires	83
4.3	Champ lointain, champ proche, profondeur de champ	84
4.3.1	Analyse de la durée d'un signal sur l'axe de l'antenne	84
4.3.2	Champ proche et champ lointain : ordres de grandeur	88
4.3.3	Cas d'une antenne focalisée : profondeur de champ	89
4.4	La synthèse d'ouverture	90
4.4.1	Formulation	91
4.4.2	Méthode de l'antenne virtuelle	92

4.4.3	Ordres de grandeurs	94
4.4.4	Mise en œuvre de la synthèse temporelle	96
4.4.5	Analyse monochromatique (signal en bande étroite)	98
4.4.6	Mise en œuvre sur signal complexe (en bande étroite)	99
4.4.7	Les méthodes classiques	99
4.5	Exemple ERS	99
4.5.1	Exemple d'une image brute ERS	99
4.5.2	Etapes de synthèse	100
4.6	Scènes en mode StripMap	101
4.6.1	Acquisition StripMap : mode standard et mode dépointé	101
4.6.2	Méthode temporelle en mode dépointé	102
4.6.3	Les effets du dépointage	103
4.7	Antenne à focalisation électronique, incidence locale et dépointage	103
4.7.1	Variation de l'incidence locale	103
4.7.2	Dépointage selon la direction de visée : le "squint"	104
4.7.3	Visée droite, visée gauche	104
5	Propriétés fréquentielles d'une image construite selon le principe de l'antenne synthétique	111
5.1	Un cas d'école : le spectre d'une vignette ERS	111
5.2	Les fréquences selon le domaine d'acquisition	112
5.2.1	Image et fréquences	112
5.2.2	Les fréquences en "espace image"	113
5.2.3	Fréquences spatiales en "espace antenne" et en "espace sol"	113
5.2.4	Bandes passantes "distance" et "sol" (BW_r et BW_x)	115
5.2.5	Bande passante azimutale (BW_y)	116
5.2.6	Choix des bandes passantes et conditions pour un maillage sol isotrope	116
5.2.7	Un exemple de spectre d'image RSO (ramené en bande de base)	117
5.3	Le plan de Fourier des fréquences spatiales : antenne sans <i>squint</i>	118
5.3.1	Le signal radar en "espace antenne"	118
5.3.2	Le passage en bande de base	119
5.3.3	Image radar et fréquences spatiales ("espace sol")	119
5.3.4	Notion de "base critique"	120
5.3.5	Un exemple de spectre d'acquisitions RSO en fréquence spatiale "sol"	122
5.3.6	Cas des systèmes HR et THR : l'aspect en biseau des spectres	123
5.4	L'espace de Fourier en mode dépointé	126
5.4.1	Spectres en mode canonique et en mode dépointé dans l'"espace antenne"	126
5.4.2	Géométrie d'acquisition dans l'espace sol : mode dépointé	128
5.4.3	Spectre en mode canonique et en mode dépointé dans l'"espace sol"	130
5.4.4	Comparaison de deux images avec deux angles de squint différents ("espace antenne")	132
5.4.5	Dépointage variable	132
5.5	Echantillonnage et rééchantillonnage de données en images complexe	133
5.5.1	Echantillonnage des acquisitions et échantillonnage des images	133
5.5.2	Cas de la cellule oblique (mode dépointé) : position relative du spectre	134
5.5.3	Les règles à respecter en présence de données en complexe	135
5.5.4	Découpage en sous bande	136
6	Les modes d'acquisition spécifiques : Staring SpotLight, SpotLight et Topsar	139
6.1	Introduction	139
6.2	Le mode Staring-SpotLight	140
6.2.1	Les principes du mode Staring SpotLight	140
6.2.2	Exemple d'image Staring SpotLight	141
6.3	Le mode SpotLight	141
6.3.1	Principes de l'acquisition SpotLight	141
6.3.2	Scène RSO en acquisition SpotLight	142
6.3.3	Analyse du contenu fréquentiel d'une image SpotLight	147
6.3.4	Exemple de spectre : Cas Terrasar-X	149
6.3.5	Carabas	151
6.4	Les modes ScanSar/TopSar (TOPS)	152
6.4.1	Introduction	152
6.4.2	Le mode ScanSar/TopSar de Sentinel	153
6.5	Mode ScanSar/TopSar de Sentinel	154

7 Réponse d'une scène réelle en illumination cohérente : modèles de cibles et chatoiement	163
7.1 Résolution d'un RSO	163
7.1.1 Résolution et dimensions des pixels de l'image	163
7.1.2 Résolution et réponse sol	164
7.2 La rétrodiffusion de l'onde radar : le concept de l'antenne sol	164
7.2.1 Définition de l'empreinte sol ES	164
7.2.2 Définition de l'antenne sol	165
7.2.3 Rétrodiffusion du sol dans le cas d'un sol lisse	165
7.2.4 Autres réflecteurs canoniques : notion de Surface Equivalente Radar (SER) ou RCS (<i>Radar Cross Section</i>)	167
7.3 Cas d'un grand nombre de réflecteurs canoniques ponctuels : le chatoiement (<i>speckle</i>) . . .	168
7.3.1 Origine du chatoiement	168
7.3.2 Le chatoiement de Goodman	168
7.3.3 Les effets de l'incidence locale sur le chatoiement	170
7.4 Divers effets liés à l'acquisition de données RSO	171
7.4.1 Les effets liés à la polarimétrie (cas monostatique)	171
7.4.2 Les effets liés à l'orientation dans une scène	173
7.4.3 Les ambiguïtés	173
7.5 Les effets de l'échantillonnage	174
7.5.1 Cas monodimensionnel : le sinus cardinal et son échantillonnage	174
7.5.2 Cas bidimensionnel : spectre et point brillant	177
8 Le relief : ses effets et sa mesure (interférométrie et radargrammétrie)	181
8.1 Introduction	181
8.2 Géométrie d'acquisition d'un RSO satellitaire	182
8.2.1 Hypothèse de Terre plane et de sol plat (Terre plate)	182
8.2.2 Les effets de la pente locale sur la case sol	183
8.2.3 Ombres et repliements	184
8.2.4 Relief et radiométrie : les effets du relief sur l'empreinte sol	185
8.3 Les effets du sursol	186
8.3.1 La Tour Eiffel et le repliement	186
8.3.2 Les immeubles et les effets de façades	189
8.3.3 Objets complexes : les pyramides	196
8.4 Radargrammétrie : analyse bistatique	199
8.4.1 Analyse de la géométrie des acquisitions (même type de passe)	199
8.4.2 Analyse de la géométrie des acquisitions (passes différentes)	202
8.4.3 Bases optique et radar	203
8.4.4 Bilan sur la radargrammétrie	205
8.5 Acquisitions bistatiques avec de petites bases : Interférométrie	208
8.5.1 Géométrie et conditions requises en acquisition interférométrique	208
8.5.2 La reconstruction des hauteurs et des altitudes en interférométrie	211
8.5.3 Mesure des différences de marche par analyse de la phase	212
8.5.4 Les exigences de recalage d'images en précision interférométrique	213
8.5.5 Exemple de construction et d'interprétation d'interférogrammes	214
8.5.6 Interférogramme multivues et cohérence interférométrique	219
8.5.7 Reconstruction de la topographie : comparaison d'interférogrammes d'origine différente	221
8.6 Conclusions	222
9 Cibles en mouvement	223
9.1 Bilan sur la synthèse d'ouverture	223
9.2 Cibles en mouvement : approche phénoménologique	223
9.2.1 Cible en mouvement uniforme parallèlement à la direction de visée	223
9.2.2 Cible en mouvement uniforme parallèlement à la trajectoire du satellite	224
9.3 Cibles en mouvement : approche quantitative	225
9.3.1 Cible en mouvement uniforme selon la direction de visée : approche quantitative	225
9.3.2 Cible en mouvement uniforme parallèlement à la trajectoire du satellite : approche	228

A	L’affichage des images RSO	233
A.1	Orientation des images par rapport à un référentiel géographique	233
A.1.1	Images brutes	233
A.1.2	Images SLC	233
A.2	Affichage en présence de relief	234
B	Rotondité de la Terre et géométrie des acquisitions	235
B.1	Terre sphérique	235
B.2	Application à l’imagerie des pôles	236
B.3	Terre sphérique et Terre plane	237
C	Les données	239
C.1	Spécificités de quelques capteurs	239
C.1.1	ALOS-1 et ALOS-2	239
C.1.2	Cosmo Skymed	239
C.1.3	ENVISAT	240
C.1.4	ERS/AMI	241
C.1.5	JERS	242
C.1.6	Radarsat-1	243
C.1.7	Radarsat-2	244
C.1.8	RISAT-1	244
C.1.9	Sandia	245
C.1.10	Sentinel-1	245
C.1.11	Terrasar-X	246
C.2	Les différents formats génériques des images	249
C.2.1	Le format CEOS	249
C.2.2	Le format HDF5	249
C.2.3	Les Tif	249
C.3	La calibration des données	250
C.3.1	Les metaparamètres	250
C.3.2	Traitement de piles d’image sans metainformation	251
D	Les capteurs militaires	253
E	Les projets récents et futurs	255
E.1	Les systèmes RSO et l’attribution des fréquences par la WRC	255
E.2	SAOCOM	255
E.3	Constellation Radarsat	255
E.4	Biomass	256
E.5	SWOT	256
E.6	TerrasarX-NG et CosmoSkymed-NG	256
E.7	Les systèmes RSO en orbite géostationnaires	256
F	Compléments autour du <i>chirp</i> et du Doppler	257
F.1	Définitions et notations	257
F.1.1	Fonction porte et fonction “sinus cardinal”	257
F.1.2	Fonctions spéciales : les fonctions de Fresnel	259
F.2	Du <i>Chirp</i> au Filtrage adapté	259
F.2.1	Le <i>chirp</i> (centré en 0, représentation en complexe)	260
F.2.2	<i>Chirp</i> sur porteuse	263
F.2.3	<i>Chirp</i> théorique, filtrage adapté et approximations	265
F.3	Le chirp : analyse de la robustesse du filtrage adapté	268
F.3.1	Robustesse selon la bande de fréquence (K constant)	269
F.3.2	Robustesse selon le paramètre K du chirp	271
F.3.3	Effets d’une erreur cubique de la phase	272
F.3.4	Effets d’une rampe de phase sur le signal initial	273
F.3.5	Analyse globale selon la bande : basses résolutions et hautes résolutions	274
F.4	Antenne mobile et effets Doppler	274
F.4.1	Théorie de l’effet Doppler : observateur fixe et émetteur en mouvement	274
F.4.2	Cas d’une antenne mobile et d’une cible fixe	275
F.5	<i>Chirp</i> et Doppler	276
F.5.1	Modifications des paramètres de la porteuse	276

F.5.2	Application aux systèmes RSO	277
G	Compléments autour du déphasage des signaux complexes	279
G.1	Signal réel et espace de Fourier	279
G.2	Passage en bande de base	280
G.2.1	Signal $s(t)$	280
G.2.2	Signal $s(t + \delta t)$	281
G.3	Expression sous forme d'exponentielle complexe	282
G.3.1	Signal $s(t)$	282
G.3.2	Signal $s(t + \delta t)$	282
G.3.3	Produit hermitien sur signaux en bande de base	283
H	Echantillonnage et espace de Fourier d'une image RSO (mode StripMap)	285
H.1	Représentation de l'espace de Fourier d'une image de maillage carré ou quinconce (exemple des images optiques SPOT)	286
H.1.1	SPOT-1 à SPOT-4 : maillage carré	286
H.1.2	Maillage carré et règle de Shannon	287
H.1.3	SPOT 5 : maillage quinconce	287
H.2	Géométrie d'une scène RSO : maillages rectangulaire et oblique	289
H.2.1	Visée perpendiculaire à la trajectoire du satellite : maillage rectangulaire	290
H.2.2	Antenne dépointée : maillage oblique	290
H.3	Spectre d'une scène RSO : maillages rectangulaire et oblique	290
H.3.1	Cas de la maille rectangulaire	290
H.3.2	Cas de la cellule oblique (mode dépointé) : allure du spectre	291
H.3.3	Cas de la cellule oblique (mode dépointé) : pavage de l'espace de Fourier	293
I	Statistiques des images INSAR	295
I.1	Les lois des interférogrammes	295
I.1.1	Rappel : les lois du chatouement pleinement développé	295
I.1.2	Interférogrammes monovue	295
I.1.3	Interférogrammes multivues	297
I.1.4	Lois de la cohérence empirique	299
I.1.5	Estimation de la cohérence	300

RSO SAR	Radar à Synthèse d'Ouverture <i>Synthetic Aperture Radar</i>	
ASC ASI CNES CSA DLR ESA JAXA IAI ISRO NASA WRC	Agence Spatiale Canadienne Agenzia Spaziale Italiana Centre National d'Etudes Spatiales Canadian Space Agency Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt European Space Agency Japan Aerospace eXploration Agency Israel Aerospace Industries Ltd. Indian Space Research Organization National Aeronautics and Space Administration World Radiocommunication Conferences	
ALOS Biomass CSK ENVISAT ERS JERS KOMPSAT PAZ RADARSAT RISAT SeaSat SIR SRTM SWOT TDX TSX	Advanced Land Observing Satellite Biomass monitoring mission for Carbon Assessment Cosmo-Skymed : CONstellation of Small Satellite for Mediterranean basin Observation ENVironmental SATellite European Remote Sensing satellite Japanese Earth Resource Satellite Korea Multi-Purpose Satellite "Paix" en espagnol RADAR SATellite Radar Imaging Satellite (ISRO/IAI) Seafaring Satellite Spaceborne Imaging Radar Shuttle Radar Topography Mission Surface Water and Ocean Topography TanDEM-X : TerraSAR-X add-on for Digital Elevation Measurements TerraSAR-X	
AMI ASAR PALSAR	Active Microwave Instrument (le RSO d'ERS) Advanced Synthetic Aperture Radar (le RSO d'ENVISAT) Phased Array type L-band Synthetic Aperture Radar (le RSO d'ALOS)	
PRI RAW SLC TOPS	PRrecision Image : en général, image 3 ou 4 vues, en amplitude Images "brutes" (avant synthèse) Image monovue (<i>Single Look Complex</i> , obtenue après synthèse) mode ScanSar (<i>Terrain Observations by Progressive Scans</i>)	
<i>BW</i> CAN CHIRP CPA <i>far range</i> FRI NOCR <i>near range</i> PRF PSF RCS RSB SER TF	Bande passante (<i>Band Width</i>) Convertisseur Analogique Numérique <i>Compressed High-Intensity Radiated Pulse</i> (sifflet) <i>Closest Point of Approach</i> point distal Fréquence de Répétition des Impulsions (voir PRF) Nombre d'Oscillations dans la Cellule de Résolution en Distance point proximal <i>Pulse Repetition Frequency</i> (voir FRI) Réponse impulsionnelle (<i>Point Spread Function</i>) <i>Radar Cross Section</i> (SER) Rapport Signal à Bruit Surface Equivalente Radar (RCS) Transformée de Fourier	page 50 page 57 page 51 page 54 page 57 page 51 page 167 page 167

TABLE 1 – Acronymes de l'imagerie satellitaire radar.

Chapitre 1

Généralités sur les principaux systèmes RSO en orbite en 2018

La décennie 2000 a vu la mise en orbite d'un nombre important de satellites imageurs radar : les deux Terrasar-X (TSX et TDX), les quatre Cosmo-Skymed (CSK), ALOS et Radarsat-2. Ces systèmes présentent de grandes évolutions par rapport aux pionniers qu'ont été dans les années 90 les deux ERS, ENVISAT, JERS et Radarsat-1, tant sur le plan de l'agilité d'acquisition et sur celui de la résolution que sur le plan de la précision de la position du satellite lors de l'acquisition des données. Un aspect presque déroutant de ces récents lancements multiples est que les thématiciens sont passés d'une décennie où, sur une zone de la Terre donnée, l'image était rare et difficile à obtenir (le support étant passé de la bande au CD, voire à l'exabyte) à une toute autre époque où on peut disposer d'images nombreuses et faciles à obtenir grâce à internet. De plus, comparer les différents types de radar et de données requiert parfois un certain effort car il n'existe pour ainsi dire aucune normalisation réelle dans le monde du RSO.

L'objectif de ce chapitre est d'introduire un certain nombre de notions fondamentales tant en système radar qu'en orbitographie. Il fournit aussi un certain nombre d'information concernant les capteurs actuels et plus anciens : des détails plus précis sur les capteurs sont fournis au cas par cas dans l'annexe C.

1.1 Introduction sur les systèmes et les notations

1.1.1 Généralités

Rappelons que tout radar se définit par la fréquence centrale de l'onde électromagnétique utilisée émise (et reçue) par son antenne. On utilise aussi beaucoup la longueur d'onde (relation biunivoque puisque la célérité des ondes électromagnétiques peut être vue comme une constante), le plus souvent en échelle centimétrique. Il est d'usage enfin d'utiliser la notion de "bande radar" (voir le paragraphe 2.1.2), dont les plus usuelles en imagerie satellitaire sont rappelées ici :

Bande	f_0	λ
Bande	GHz	cm
L	0.390-1.55	77-19.3
C	4.20-5.75	7.1-5.2
X	5.75-10.9	5.2-2.7

1.1.2 Les pionniers : SEASAT, SIR (navette américaine) et Almaz (URSS)

Historiquement ce sont les USA qui ont ouvert en 1978 la voie à l'imagerie RSO avec le satellite SEASAT, dont les caractéristiques principales sont données tableau 1.2. Malheureusement, l'expérience n'a duré qu'une centaine de jours, une panne électrique ayant interrompu brutalement le fonctionnement du satellite.

Ensuite l'utilisation des navettes américaines a permis de valider un certain nombre de concepts : radargrammétrie (à partir de SIR-B), bandes variées en acquisition simultanées (SIR-C embarquait trois antennes), full polar (à partir de SIR-C), interférométrie (dès SIR-B), modes spotlight et scansar (SIR-C),

			Bande L 1.275 GHz 23.9 cm	Bande C 5.3 GHz 5.66 cm	Bande X 9.6 GHz 3.12 cm	bi-antenne C et X (sur mat de 60m)
SIR-A	novembre 1982	Columbia	HH			
SIR-B	octobre 1984	Challenger	HH			
SIR-C	avril 1994	Endeavour	FP	FP	VV	
SIR-C	octobre 1994	Endeavour	FP	FP	VV	
SRTM	février 2000	Endeavour		FP	VV	X

TABLE 1.1 – Les RSO embarqués sur les navettes spatiales. Les polarisations sont notées HH (émission en H, réception en H), VV (émission en V, réception en V) ou FP (*Full polarisation* : il y a alors les 4 canaux HH, HV, VH et VV). SIR-A avait une incidence fixe (45 °). L’incidence était variable pour SIR-B (mécanique) et pour SIR-C/SRTM (électronique)

bistatisme et interférométrie monopasse (SRTM), acquisition quasi simultanée de deux bandes . . . Les différents vols sont détaillés au tableau 1.1.

SIR-C fut une mission internationale dans laquelle ont collaboré la NASA, l’agence spatiale allemande (à l’époque nommée DARA) et l’agence spatiale italienne (ASI), ces deux dernières ayant la responsabilité du capteur en bande X. Les deux missions SIR-C ont permis de nombreuses acquisitions en *full polar*, tant en bande L qu’en bande C.

Les deux missions SIR-C devaient permettre la production d’un DEM mondial par interférométrie : il s’est avéré que cette construction automatique était difficile dès lors que les données utilisées étaient acquises à des dates différentes (principe de l’interférométrie multi-passe). Aussi la mission SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*) a embarqué une seconde antenne fixé au bout d’un mat déployé une fois la navette sur son orbite¹ : les deux acquisitions nécessaires aux techniques d’interférométrie étaient alors effectuées de manière simultanée. Afin d’assurer une couverture globale de la Terre (ou du moins entre 60° Nord et 56° Sud, contraintes imposées par l’inclinaison de 57° de l’orbite), les acquisitions en bande C s’effectuaient selon une modalité dite *Scansar* : ce principe assez visionnaire sera détaillé au chapitre 6 car il est fondamental sur les systèmes satellitaire de “seconde génération” actuels. En revanche, les acquisitions en bande X n’avaient pas cette modalité, ce qui explique pourquoi la couverture du DEM SRTM/X n’est pas globale : elle est en revanche de meilleure qualité.

Parmi les curiosités de l’histoire spatiale, il faut noter que l’antenne de SIR-A a été construite à partir d’éléments de secours réalisés pour SEASAT (1978) et que son enregistreur à bord était un système optique, élément de secours du Lunar Sounder Experiment d’Apollo 17 (1972).

Citons pour finir quelques expérimentations soviétiques. Tout d’abord Almaz, capteur RSO en bande S placé sur une station orbitale militaire déclassifiée par l’URSS, mise en orbite le 31/03/1991 et désorbitée le 17/10/1992. Une caractéristique originale de ce capteur, liée à sa forme d’onde unique en imagerie RSO satellitaire, est détaillée paragraphe 3.4.1. Certaines images ont été mises à disposition de la communauté scientifique et ont été longtemps les seules données satellitaires en bande S disponibles (jusqu’au lancement de Novasar en 2018). On pense qu’une antenne similaire avait été mise en orbite lors du vol Kosmos-1870 (nommé aussi Almaz-T), en orbite du 25/07/1987 au 29/07/1989. Enfin le capteur ‘TRIVERS’ sur le module Priroda de la station Mir, en bande L (23 cm) et en bande S (9.3 cm), de résolution 150 m (angle d’observation 35 °), 50 km de fauchée, aurait fourni quelques images en septembre 1996.

1.1.3 Quelques satellites RSO

Ce document n’ayant pas pour vocation d’être exhaustif, il ne traite que des capteurs les plus utilisés ou les plus connus. Le tableau 1.2 vise à donner des caractéristiques orbitales de ce choix de capteurs, ainsi que la fréquence centrale des ondes émises (f_0) et leur référence. Sur ce tableau, on donne le temps de cycle, grandeur qui sera détaillée au paragraphe 1.5.3.

1. Pour SRTM, l’antenne bande L avait été démontée (gain de place et de poids).

Satellite	Début-Fin	altitude (km)	Nombre d'orbites par jour	cycle (jours)	inclinaison de l'orbite	nœud ascendant	bande radar	λ_0 (cm)	f_0 (GHz)		BW_{\max} (MHz)
RSO première génération											
SEASAT	1978-1978	885	14 + 6/17	17	108°	—	L	23.5	1.275	HH	19
ERS-1	1991-2000	780	14+11/35	35	98.55°	22h30	C	5.66	5.300	VV	15.55
ERS-2	1995-2011	780	14+11/35	35	98.55°	22h30	C	5.66	5.300	VV	15.55
ENVISAT	2002-2012	780	14+11/35	35	98.55°	22h00	C	5.62	5.331	VV	16
JERS	1992-1998	568	14+43/44	44	98°	22h45	L	23.5	1.275	HH	15
RADARSAT-1	1995-2013	798	14+7/24	24	98.58°	18h00	C	5.66	5.300	HH	30
RSO seconde génération											
ALOS	2006-2011	692	14+27/46	46	98.2°	18h30	L	23.6	1.27	FP	28
ALOS-2	2014-	628	14 + 11/14	14	97.8°	12h00	L	22.9	1.26*	FP	84
TerraSAR-X	2007-	514	15+2/11	11	97.45°	18h00	X	3.11	9.65	DP	300
Tandem-X	2010-	514	15+2/11	11	97.45°	18h00	X	3.11	9.65	DP	300
PAZ	2018-	514	15+2/11	11	97.45°	18h00	X	3.11	9.65	DP	300
CSK 1	2007-	619	14+13/16	16	97.86°	18h00	X	3.12	9.600	M	400
CSK 2	2007-	619	14+13/16	16	97.86°	18h00	X	3.12	9.600	M	400
CSK 3	2008-	619	14+13/16	16	97.86°	18h00	X	3.12	9.600	M	400
CSK 4	2010-	619	14+13/16	16	97.86°	18h00	X	3.12	9.600	M	400
RADARSAT-2	2007	798	14+7/24	24	98.6°	18h00	C	5.55	5.405	FP	100
RISAT-1	2012	536	15+2/25	25	97.55°	6h18	C	5.61	5.350	FP*	225
RISAT-2	2008	450/556		14	41.2°	—	X	3.13	9.59	M	
Sentinel-1A	2014	693	14+ 7/12	12	98.18°	18h00	C	5.55	5.405	DP	100
Sentinel-1B	2016	693	14+ 7/12	12	98.18°	18h00	C	5.55	5.405	DP	100
Kompsat-5	2013	550	15+ 1/28	28	97.6°	6h00	X	3.11	9.66	M	240

TABLE 1.2 – Capteurs RSO les plus utilisés en imagerie satellitaire radar. L'indication FP dans la colonne de la polarisation correspond à *Full Polar*, DP à *Dual Polar*, et M signifie que l'acquisition de la monoimage peut se faire à une polarisation souhaitée (VV, VH, HV ou VV). RISAT-1 permet aussi une acquisition en polarisation circulaire (appelée aussi hybride). Le tableau 2.2 (page 48) donne la correspondance entre “bande radar” et fréquence. Les fréquences d'ALOS-2 peuvent prendre 3 valeurs : 1236.5, 1257.5 et 1278.5 GHz. Enfin notons que, hormis SEASAT et RISAT-2, ces satellites sont héliosynchrones (voir paragraphe 1.5) et leurs orbites peuvent être alors caractérisées par l'heure de leur nœud ascendant qui est une constante de l'orbite.

1.2 Le radar : un système d'écholocalisation

1.2.1 Diverses notations utilisées dans ce document

- Dimension de pixel et résolution sont clairement identifiables dans ce document puisque un δ (lettre minuscule) précède les informations de résolution (imposée par la physique), et un Δ (lettre majuscule) précède les informations de dimension de pixel (imposée par l'échantillonnage).
 - La représentation des acquisitions nécessite de définir des repères géométriques bien précis. Etant donné un satellite, on définit l'origine (point O) comme le point au sol tel que le satellite soit à sa verticale (on dit aussi que le satellite est au nadir).
 - l'axe OZ est défini par la verticale locale à l'origine. Il est perpendiculaire au sol.
 - La trajectoire du satellite définit un axe privilégié, noté OY . Cet axe est souvent dénommé "axe azimut".
 - L'axe "sol" est perpendiculaire au plan OYZ .
 - L'antenne radar conditionne la géométrie de l'acquisition des images : en imagerie satellitaire, elle est le plus souvent plane et rectangulaire : ses paramètres sont les deux côtés du rectangle. Elle définit un plan noté OYZ' .
 - L'axe "distance" est perpendiculaire au plan de l'antenne et se définit² par l'axe OX' (voir par exemple figure 1.1).
- On définit ainsi deux espaces de référence que l'on désignera dans ce document comme :
- l'espace sol (repère $OXYZ$) sur lequel sont les objets imagés ;
 - l'espace antenne (repère $OX'YZ'$) dans lequel les lois physiques liées à la propagation et à l'émission/réception d'une onde électromagnétique s'expriment naturellement.

1.2.2 Principes de l'écholocalisation

Parler de radar (*RA*dio *D*etection *A*nd *R*anging) est indissociable d'un des principes fondamentaux de l'électromagnétisme : la notion de propagation d'une onde dont on connaît très exactement la célérité. Dans la mesure où cette célérité c est constante, on associe biunivoquement temps et espace puisqu'à une durée t on associe une distance d telle que :

$$d = ct$$

L'écholocalisation est fondée sur cette relation : supposons que l'on émette un signal à l'instant t_0 . Si l'on a un écho arrivant à l'instant t_1 la distance d du trajet aller-retour de l'onde se déduit de la différence des instants $t_1 - t_0 = t$ par la relation :

$$d = ct \tag{1.1}$$

ce qui signifie que l'écho s'est produit à une distance R vérifiant :

$$R = \frac{ct}{2} \tag{1.2}$$

que l'on peut aussi écrire :

$$t = \frac{2R}{c} \tag{1.3}$$

1.2.3 Principes et résolution

Un radar est avant tout composé d'une antenne capable d'émettre une onde électromagnétique³ dans un milieu homogène où la célérité de l'onde c est constante et de recevoir des ondes électromagnétiques, celles-ci étant converties en tension électrique et donnant donc en réception un signal électrique réel.

Nous verrons que les lois de la diffraction et les dimensions d'antenne permettent de concentrer l'énergie émise dans une sorte de cône appelé **lobe principal** qui caractérise le diagramme de rayonnement de l'antenne. La direction de ce lobe peut être choisie en fonction des applications. La figure 1.1 montre une antenne située à une certaine altitude H et pointant vers la Terre (supposée plane, c'est à dire sans rotondité) selon une direction choisie de sorte qu'un certain point P au sol soit sur l'axe de l'antenne. Autour de ce point le sol est aussi illuminé par l'antenne et tout objet situé dans cette zone utile est susceptible de rétrodiffuser un écho qui sera reçu par l'antenne en réception.

2. à de rares exceptions près dans ce document

3. on envoie un signal électrique réel de forte puissance à l'antenne qui convertit celui ci en onde électromagnétique.

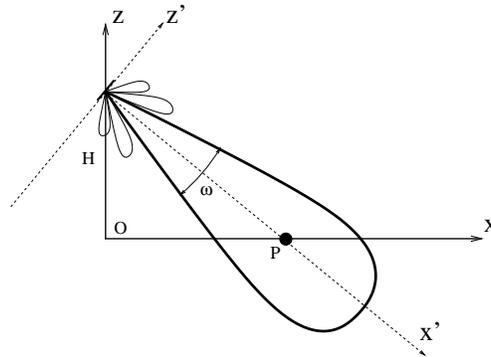


FIGURE 1.1 – N’étant pas une source sphérique omnidirectionnelle et isotrope, une antenne n’émet pas un rayonnement électromagnétique isotrope : c’est son “diagramme d’antenne” qui permet de caractériser cette répartition de l’onde dans l’espace. En pratique, l’énergie émise par une antenne est confinée dans son lobe principal. Sur cet exemple, le diagramme d’antenne est représenté sous forme d’un diagramme polaire faisant apparaître un lobe principal et des lobes secondaires dans lesquels l’énergie émise est beaucoup plus faible et peut être négligée en première approximation. Ici l’antenne est orientée de sorte que le point P sur le sol appartienne à l’axe du lobe principal. Autour de ce point existe donc une zone illuminée par le radar. Il faut noter que le diagramme de rayonnement fait presque toujours apparaître des lobes secondaires, plus ou moins marqués selon les caractéristiques d’apodisation de l’antenne et qui peuvent être à l’origine d’artefacts sur l’image (voir le paragraphe 7.4.3).

Le principe du radar se fonde sur la possibilité d’une part d’émettre une onde électromagnétique de durée très brève τ (le radar est alors un simple émetteur), et d’autre part de recevoir des ondes électromagnétiques (le radar est alors un simple récepteur). En présence d’objets susceptibles de rétrodiffuser cette onde incidente, le radar recevra alors un signal composé de la somme de toutes ces ondes rétrodiffusées. Dans cette configuration, le radar sert à la fois à l’émission et à la réception : on parle de radar monostatique. Si l’on utilise une antenne pour l’émission et une autre antenne pour la réception, on parle de radar bistatique (comme l’utilisation conjointe de TSX et de TDX).

Dans ce chapitre introductif, nous supposons donc qu’il est possible d’avoir un signal émis de durée τ très petite⁴. La célérité des ondes électromagnétiques étant supposée constante, on voit que si deux cibles identiques situées sur l’axe du radar sont séparées d’une distance supérieure à $\delta r = \frac{c\tau}{2}$ (le facteur 1/2 provient de ce que le trajet à prendre en compte est le trajet aller-retour), le signal reçu fera alors apparaître deux échos bien distincts⁵ : un système d’écholocation requiert donc le signal le plus bref possible pour séparer le plus grand nombre de cibles et la résolution temporelle est égale à cette durée τ .

A la réception, le signal temporel est numérisé : on obtient ainsi des **cases temps** qui correspondent aux échantillons temporels. Il faut noter qu’il y a alors deux contraintes matérielles propres aux satellites RSO : le CAN (convertisseur Analogique Numérique) doit être spatialisé⁶, ce qui limite les performances par rapport à un système aéroporté ou terrestre, et surtout les données doivent être limitées en volume car elles doivent être retransmises au sol par voies hertziennes⁷.

1.2.4 La visée latérale : la fauchée

Toute antenne physique a un lobe d’antenne : en visée latérale, ce lobe intersecte la surface de la Terre et définit une zone dans laquelle tout objet rétrodiffusant renverra un signal vers l’antenne. Cette zone s’appelle **fauchée**

1.2.5 La visée latérale : les limitations

Un système RSO est avant tout un système d’écholocation : deux points du sol seront discriminés s’ils appartiennent à deux cases temps différentes, et tout incite à diminuer le plus possible la durée τ du

4. L’ordre de grandeur de ce signal idéal est de l’ordre de quelques nanosecondes pour les radars satellitaires.

5. Pour une valeur de τ de l’ordre d’une dizaine de nanosecondes, cette distance est alors à l’échelle du mètre.

6. terminologie utilisée en électronique pour désigner des composants aptes à résister à l’environnement spatial.

7. Les systèmes actuels nécessitent des débits de l’ordre du Gb/s.

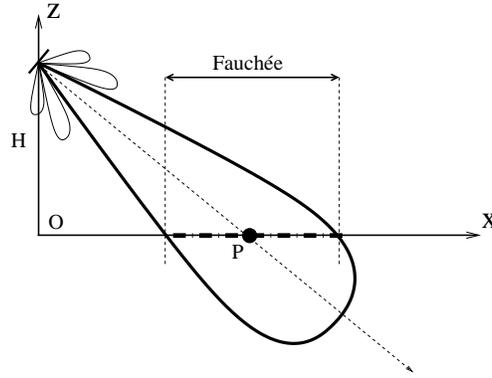


FIGURE 1.2 – La plus grande partie de l’onde émise par une antenne est confinée dans le lobe d’antenne. Tout objet de la Terre appartenant à ce lobe d’antenne peut alors rétrodiffuser une onde. L’intersection du lobe d’antenne et de la Terre définit la fauchée.

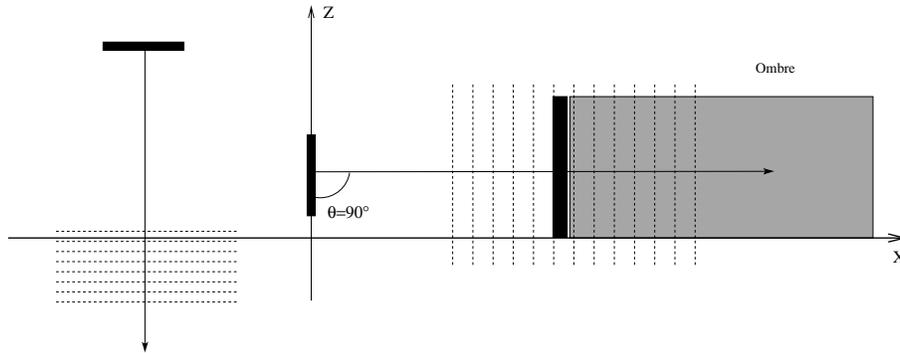


FIGURE 1.3 – Cas extrêmes en visée latérale. A gauche, la visée verticale : le sol se retrouve dans une case distance unique. A droite, la visée latérale avec $\theta = 90^\circ$; tout objet d’altitude non nulle créera une ombre masquant tous les objets situés au delà.

signal idéal.

Mais il existe aussi une autre contrainte opérationnelle liée à la géométrie des acquisitions : celle de l’angle que fera l’onde avec le sol. En effet :

- si l’antenne est dirigée à la verticale vers le sol, celui ci ne générera qu’un unique écho : c’est le principe du sondeur altimétrique qui permettra de remonter à la distance entre le satellite et la Terre. On ne pourra faire d’imagerie dans ce cas.
- si l’antenne est dirigée horizontalement par rapport au sol, tout objet en hauteur masquera l’onde pour les objets plus lointains.

L’étude de ces deux cas extrêmes est illustrée figure 1.3.

1.2.6 La visée latérale : case temps, case distance et case sol

Soit un radar en visée latérale dont l’incidence au sol mesurée sur l’axe du lobe d’antenne a pour valeur θ . Le signal reçu est échantillonné de sorte que l’on a les **cases temps** de durée Δt .

A une case temps de durée Δt correspond une **case distance** de dimension Δr selon la relation :

$$\Delta r = \frac{c \Delta t}{2} \quad (1.4)$$

le facteur 2 au dénominateur correspondant au fait que le trajet de l’onde doit prendre en compte l’aller et le retour entre l’antenne et le sol.

Si l’incidence locale a pour valeur θ , la projection sur le sol de cette case distance donne la **case sol** :

$$\Delta x = \frac{\Delta r}{\sin \theta} = \frac{c \Delta t}{2 \sin \theta} \quad (1.5)$$

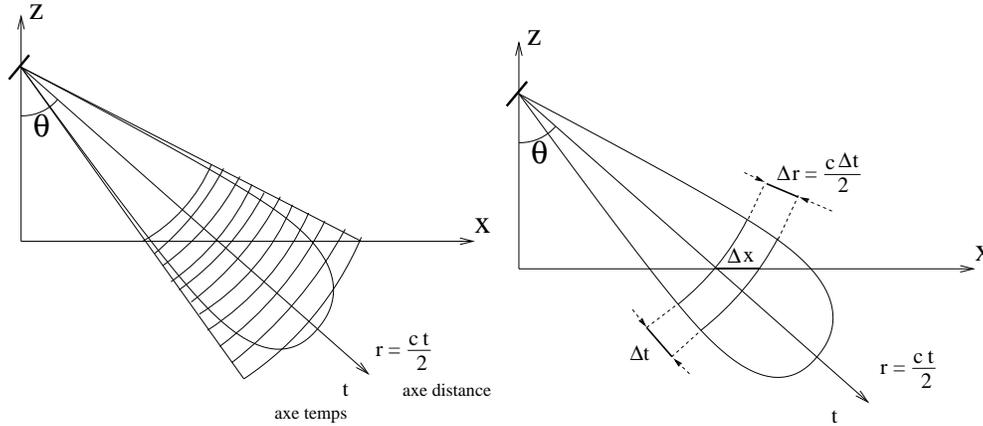


FIGURE 1.4 – A gauche : Le radar émet une onde dont l'énergie est localisée dans le lobe d'antenne. Si l'on considère les isochrones correspondant à l'antenne, celles-ci sont des sphères puisque la célérité des ondes est supposée constante, et donc des cercles dans le plan OXZ . Sur cette figure, l'antenne est placée à une altitude h et émet une onde selon l'angle d'émission θ (qui est aussi l'angle d'incidence au sol étant donnée l'approximation de Terre plane). A droite : étude de l'écholocalisation. Le signal reçu par l'antenne est échantillonné dans le domaine temporel. À un échantillon temporel de durée Δt (case temps) correspond un échantillon spatial $\Delta r = \frac{c\Delta t}{2}$ (case distance) puisque la célérité est supposée constante et puisqu'il faut prendre en compte le trajet aller-retour. On suppose aussi que les seuls objets susceptibles de rétrodiffuser l'onde incidente sont sur le plan horizontal (hypothèse de Terre plane) : une case distance correspond alors à une case sol, de dimension $\Delta x = \frac{\Delta r}{\sin \theta}$.

Case temps, case distance et case sol sont illustrées figure 1.4. Il faut bien noter que ce concept de "case" reflète un échantillonnage et donc ne reflète que partiellement le concept de résolution⁸. On peut remarquer aussi que pour $\theta=0^\circ$, la case sol tend vers l'infini, ce qui justifie les observations du précédent paragraphe concernant la visée verticale⁹(figure 1.3 gauche).

La figure 1.5 illustre les effets de l'incidence locale sur la dimension de la case sol (dans le cas où la case distance est égale à 1m – nous verrons que cela requiert un échantillonnage à 100 MHz–). En comparaison sur la même figure sont illustrées les variations de la dimension du pixel d'un capteur optique en fonction de l'incidence θ donnée par la relation :

$$\Delta x(\theta) = \frac{\Delta x_0}{(\cos \theta)^2}$$

Δx_0 étant la dimension du pixel en visée verticale.

1.2.7 Case temps, case distance, case sol et fréquence d'échantillonnage

Un paramètre essentiel des systèmes imageurs RSO est la fréquence d'échantillonnage F_e du CAN.

On a alors directement la case temps en fonction de la fréquence d'échantillonnage :

$$\Delta t = \frac{1}{F_e}$$

d'où la case distance :

$$\Delta r = \frac{c}{2 F_e} \quad (1.6)$$

et la case sol :

$$\Delta x = \frac{c}{2 F_e \sin \theta} \quad (1.7)$$

8. On peut simplement espérer que l'échantillonnage a été correctement effectué et qu'il y a donc un léger suréchantillonnage : la résolution est donc plus grande que la case.

9. utilisée pour les radar altimétriques

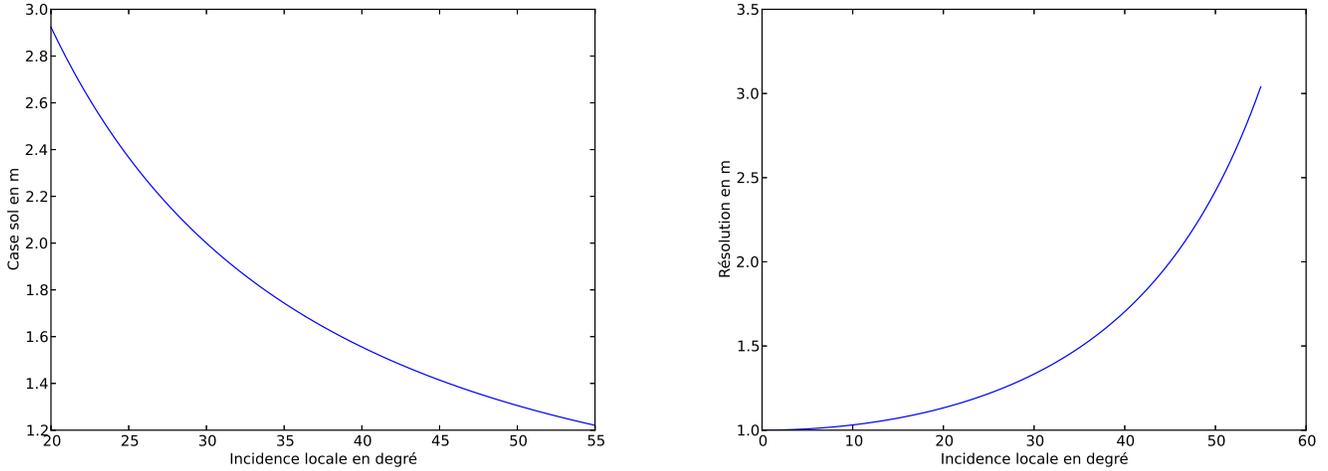


FIGURE 1.5 – A gauche : Variation de la case sol pour un capteur RSO de case distance=1m en fonction de l'incidence locale (variant ici entre 20° et 55°). A droite : à titre de comparaison, variation selon l'incidence locale de la dimension du pixel d'un capteur optique dont la dimension de pixel au nadir est de 1m et dont la visée varie entre 0° et 55°.

1.2.8 Résolution temporelle, résolution axiale et résolution sol

Nous verrons qu'une des caractéristiques principale d'un radar est sa résolution temporelle, c'est à dire sa capacité à séparer deux échos en provenance de deux réflecteurs identiques. Cette résolution temporelle est notée δt .

Si le système a été correctement échantillonné, on doit avoir, pour vérifier Shannon :

$$\Delta t \leq \delta t$$

Connaissant δt , on déduit aisément la résolution distance et la résolution sol :

$$\delta r = \frac{c\delta t}{2} \quad (1.8)$$

$$\delta x = \frac{c\delta t}{2 \sin \theta} \quad (1.9)$$

1.3 Antenne physique et antenne synthétique

1.3.1 Radar imageur

Le principe de construction d'une image par un radar imageur embarqué va s'appuyer sur le concept classique du *stop-and-shoot* (applé aussi *stop-and-go*).

- A un certain instant on suppose que le capteur est immobile (étape *stop*). Un "tir radar" (*shoot*) permet de disposer d'une information temporelle (case temps) sous forme d'une ligne d'acquisitions, que l'on ramène en échelle spatiale selon l'axe du radar (case distance) ou sur le sol (case sol).
- On a la possibilité de déplacer le capteur : on obtient ainsi une famille de vecteurs ligne, donc un tableau 2-D de données.

Connaissant la géométrie de déplacement, il est alors possible de construire une image grâce à ce tableau de données. On parle alors de RAR (*Real Aperture Radar*) en mode **StripMap**.

Si l'on compare une acquisition optique de type **pushbroom** et une acquisition radar de type **StripMap**, on constate que le principe fondamental est identique :

- Le capteur acquiert une ligne de données qui sera affichée comme ligne de l'image ;
 - le capteur se déplace, permettant d'acquérir un jeu de lignes, et, connaissant la géométrie de l'acquisition (c'est à dire le mouvement du porteur), de construire une image.
- La figure 1.6 illustre ces deux méthodes (pushbroom optique et StripMap radar).

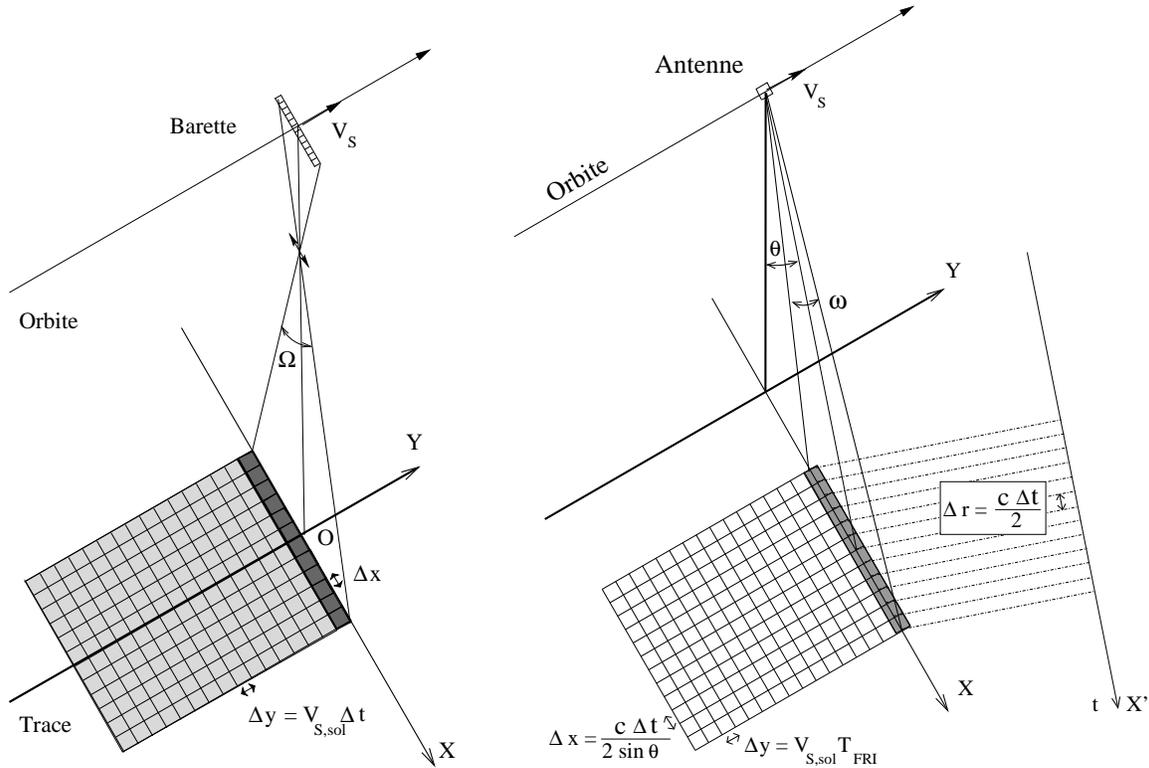


FIGURE 1.6 – Comparaison d’une acquisition optique pushbroom (à gauche) dont l’angle de visée varie entre $-\Omega/2$ et $\Omega/2$, et d’une acquisition radar StripMap (à droite) dont l’incidence locale varie entre $\theta - \omega/2$ et $\theta + \omega/2$.

1.3.2 Du “RAR” au “SAR” : géométrie et fauchée

Géométrie et diffraction

Pour simplifier l’introduction des concepts de l’imagerie RSO, nous allons, pour débiter, considérer un ancêtre de l’imagerie RSO : le “RAR” (*Real Aperture Radar*), dans son mode le plus simple qui soit : l’antenne plate rectangulaire monolithique¹⁰. Ce type d’antenne a été celui des tout premiers satellites RSO (ERS, JERS) : même si de nos jours les antennes ne sont plus aussi simples, la compréhension de ce type élémentaire d’antenne est essentielle pour la suite¹¹.

Pour des raisons d’emport sur un satellite, cette antenne a obligatoirement des dimensions limitées. Notons par exemple que pour ERS et ENVISAT, une étape de déploiement d’antenne était requise, une fois le satellite placé sur son orbite nominale : en revanche, cette étape n’existe pas pour TSX puisque le corps du satellite a une structure hexagonale et l’antenne fait intégralement partie d’un des six côtés du satellite.

Puisque l’antenne est rectangulaire, elle a donc un grand côté (qui sera noté L et associé à l’axe OY) et un petit côté (qui sera noté l et associé à l’axe OZ'). Remarquons que pour tous les satellites dotés d’antenne rectangulaire, le grand côté est orienté le long de la trajectoire du satellite, et le petit côté, perpendiculairement à cette trajectoire (cf figure 1.7). La perpendiculaire au centre de l’antenne définit la direction de pointage de l’antenne.

10. de ce fait, en tout point de l’antenne en émission, l’état électromagnétique est le même.

11. Notons que les systèmes aéroportés embarquent en général un cornet de section circulaire.

L'antenne, de dimension limitée, est donc le siège de phénomènes de diffraction qui vont caractériser la zone illuminée par l'onde. En effet, le principe de Huyghens considère tout point de l'antenne comme une source ponctuelle : tout point de l'espace est donc soumis à un champ électromagnétique créé par l'ensemble des sources ponctuelles formant l'antenne. Nous verrons que les conséquences de ce principe sont que l'énergie émise est localisée autour de la direction de l'antenne (alors que le cas extrême d'une antenne limitée à un point –la source est alors ponctuelle– est omnidirectionnelle). On parle alors du **lobe principal** de l'antenne pour désigner cette zone utile de l'antenne, et on considère en première approximation que les rétrodiffusions liées à des cibles en dehors de ce lobe principal sont négligeables (nous analyserons ce point plus en détail au paragraphe 7.4.3).

Les lois de la diffraction sont essentielles à la compréhension de tout système d'émission électromagnétique. La relation essentielle pour une antenne de dimension L utilisée par une onde de longueur d'onde λ est celle donnant son lobe d'antenne caractérisé par l'angle β :

$$\beta = \frac{2\lambda}{L} \quad (1.10)$$

ce qui permet de donner une définition de la résolution δ à une distance R de l'antenne :

$$\delta = \frac{\lambda R}{L} \quad (1.11)$$

On retrouve la compréhension intuitive de la résolution : celle ci s'améliore si on augmente la taille du capteur, et se dégrade si on s'éloigne.

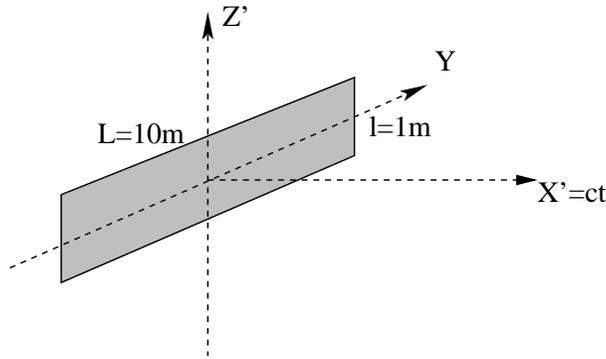


FIGURE 1.7 – Antenne plane du capteur RSO d'ERS. L'axe OY (le grand côté du rectangle) est parallèle à la trajectoire du satellite. Le repère $OX'Y$ définit l'espace "antenne".

Exemple d'ERS : fauchée et résolution azimutale RAR

Pour prendre un exemple concret, l'antenne d'ERS est un rectangle de 10m (L) sur 1m (l). On peut considérer que la distance d'observation est de 1000 km (R) et que la longueur d'onde (λ) est de 5 cm. On a alors :

- une résolution de l'ordre de 5 km selon la direction azimutale OY , dont la diffraction est dictée par la dimension L ,
- une résolution de l'ordre de 50 km selon l'autre direction (OZ'), dont la diffraction est dictée par la dimension l

Pour ERS, l'incidence locale (moyenne) est définie par $\theta \sim 23^\circ$. Sur la figure 1.8, la Terre est supposée plane (ce qui se justifie puisque l'altitude du satellite est raisonnablement petite par rapport au rayon terrestre).

Selon la direction Z' de l'antenne, il faut analyser l'angle ω définissant le lobe principal. En effet, on considérera en première approximation que seules les cibles situées dans le lobe principal peuvent donner un signal mesurable. Pour une distance R donnée, on mesure alors la largeur du lobe principal : on appellera cette distance *fauchée*, que l'on notera F . On a :

$$F = R\omega = \frac{2R\lambda}{l} \quad (1.12)$$

et pour ERS, cette fauchée F est de l'ordre de 100 km.

Au niveau du sol, on définit la fauchée utile F_{sol} (ou fauchée sol) en projetant cette fauchée sur la surface de la Terre en prenant en compte la distance R , l'angle d'incidence θ et l'ouverture angulaire ω (formule 1.10) :

$$F_{sol} = \frac{F}{\cos \theta} = \frac{R\omega}{\cos \theta} = \frac{2R\lambda}{l \cos \theta} \quad (1.13)$$

ce qui donne pour ERS une fauchée sol de l'ordre de 110 km : voilà pourquoi les dimensions d'une image standard d'ERS sont de l'ordre de la centaine de kilomètres (en distance) : cette valeur (en distance) est imposée par l'antenne, et, en azimut, cette distance a été choisie par l'ESA pour qu'une image PRI¹² corresponde à une zone au sol d'allure carrée.

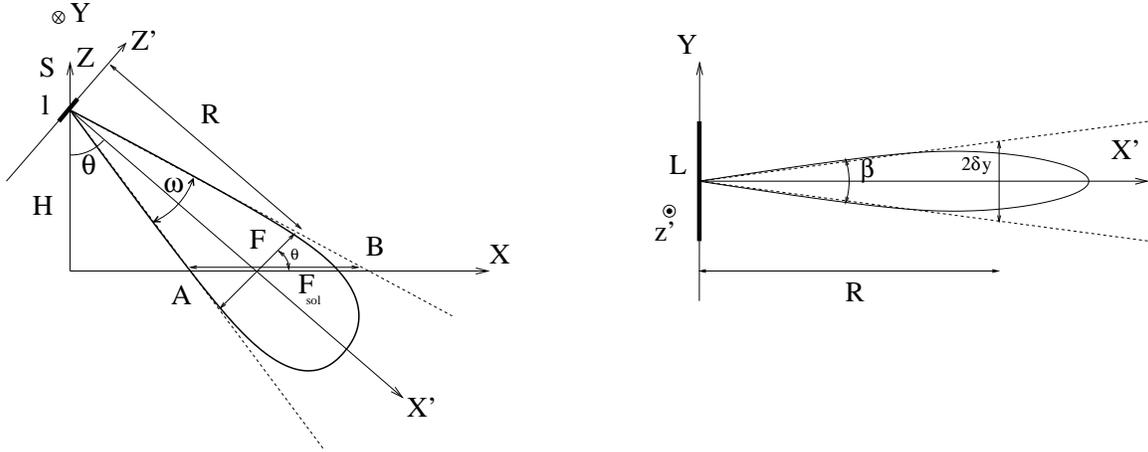


FIGURE 1.8 – Antenne plane du capteur RSO d'ERS. L'axe OZ' correspond au petit côté de l'antenne et est perpendiculaire à la trajectoire du satellite. L'axe distance (OX') est perpendiculaire au plan de l'antenne. C'est autour de cet axe que l'on définit le lobe d'antenne dans le plan $OX'Z'$ (ouverture angulaire ω), la fauchée F qui, projetée sur la Terre, donne la fauchée sol F_{sol} . Dans le plan $OX'Y$, l'axe OY correspond au grand côté de l'antenne (de dimension L), dont le lobe d'antenne est défini par l'ouverture angulaire β .

Fauchée des satellites RSO usuels

Les satellites RSO usuels ont une altitude H à peu près constante : la distance R entre l'antenne et le sol est alors fonction de l'incidence (figure 1.8) :

$$R = \frac{H}{\cos \theta} \quad (1.14)$$

Reprenons la formule 1.13 et remplaçons la distance R par sa valeur en fonction de l'altitude H :

$$F_{sol} = = \frac{2R\lambda}{l \cos \theta} = = \frac{2H\lambda}{l (\cos \theta)^2} \quad (1.15)$$

On voit alors que la fauchée augmente avec la longueur d'onde, l'altitude et l'incidence θ , et diminue si la dimension l de l'antenne augmente.

Le tableau 1.3 donne quelques valeurs pour les paramètres nominaux des différentes satellites RSO les plus usuels.

1.3.3 Du “RAR” au “SAR” : l'antenne physique et la résolution azimutale

Une antenne embarquée sur un satellite est utilisée selon le principe du RAR (*Real Aperture Radar*) aura une résolution sol inexploitable à cause de la distance à laquelle se trouve le sol (entre 600 km et 1000

12. *Precision Image*, voir en annexe C le paragraphe C.1.4

	H km	f_0 GHz	λ_0 cm	l m	θ	F_{sol} max (Fauchée) km
ALOS	692	1.270	23.6	3.1	25° 39°	128 174
ALOS-2	628	1.257	22.9	2.9	10° 25° 39°	102 121 164
CosmoSkymed	619	9.600	3.12	1.4	21° 46° 55°	32 57 84
ERS	780	5.300	5.66	1	23°	101
ENVISAT	780	5.332	5.62	1.3	23° 33° 44°	80 96 126
JERS	568	1.275	23.53	2.2	39 °	150 (60)
RADARSAT-1	798	5.300	5.66	1.5	20° 32° 40°	67 82 101
RADARSAT-2	798	5.405	5.55	1.5	20° 32° 40°	68 84 103
Sentinel-1	693	5.405	5.555	1.02	23° 31° 46°	111 128 194
Terrasar-X	514	9.65	3.11	0.70	25° 35° 46°	56 68 94

TABLE 1.3 – Calcul de fauchée utile théorique (fauchée sol) pour différents satellites RSO et pour diverses incidences.

km selon l'altitude du satellite et de l'angle local d'incidence. Cette résolution est simplement donnée par la relation (formule 1.11) :

$$\delta y = \frac{\lambda R}{L}$$

l'ouverture angulaire de l'antenne β (c'est à dire le lobe principal d'antenne) ayant la valeur :

$$\beta = \frac{\lambda}{L}$$

Comme le montre le tableau 1.4, cette ouverture physique est assez faible (de 0.5° à 3°), mais, vu la distance, correspond à des résolutions δy de l'ordre de la dizaine de kilomètres, ces résolutions variant avec l'incidence locale (la distance à l'antenne variant aussi avec l'incidence locale).

	Antenne "physique" réelle								Antenne synthétique			
	H	λ_0	f	l	L	ouverture angulaire β	θ	$R(\theta)$	δy	L_S	résolution théorique	
	km	cm	GHz	m	m	radian		km	km	km	m	
ALOS	692	23.6	1.270	3.1	8.9	0.053	3.04°	25° 39°	769 866	20.37 22.96	40.74 45.92	4.45 4.45
ALOS-2	628	22.9	1.257	2.9	9.9	0.046	2.65°	10° 60°	<i>636</i> <i>1121</i>	<i>14.71</i> <i>25.93</i>	<i>29.42</i> <i>51.86</i>	4.95 4.95
CosmoSkymed	619	3.123	9.600	1.4	5.7	0.0110	0.63°	21° 46° 55°	670 870 1012	3.67 4.76 5.54	7.34 9.53 11.09	2.85 2.85 2.85
ERS	780	5.660	5.300	1	10	0.0113	0.64°	20° 26°	835 868	4.73 4.91	9.45 9.83	5.0 5.0
ENVISAT	780	5.663	5.331	1.3	10	0.0113	0.64°	15° 45°	<i>804</i> <i>1048</i>	<i>4.55</i> <i>5.93</i>	<i>9.11</i> <i>11.87</i>	5.0 5.0
JERS	568	23.5	1.275	2.2	12	0.039	2.25°	35°	<i>680</i>	<i>13.3</i>	<i>26.67</i>	6.0
RADARSAT-2	798	5.55	5.405	1.5	15	0.0074	0.424°	32° 40°	922 1000	6.82 7.40	13.6 14.8	7.5 7.5
RISAT-1	536	5.607	5.35	2	6	0.00933	0.53°	12° 36° 55°	<i>547</i> <i>650</i> <i>870</i>	<i>5.10</i> <i>6.06</i> <i>8.11</i>	<i>10.20</i> <i>12.13</i> <i>16.22</i>	3.0 3.0 3.0
Sentinel-1	693	5.55	5.405	0.82	12.3	0.0090	0.517°	23° 31° 38° 46°	754 804 866 963	3.40 3.63 3.91 4.35	6.80 7.26 7.82 8.69	6.15 6.15 6.15 6.15
Terrasar-X	514	3.11	9.65	0.70	4.8	0.0130	0.74°	25° 35° 46°	566 615 717	3.67 3.98 4.64	7.33 7.96 9.40	2.4 2.4 2.4

TABLE 1.4 – Ouverture azimutale de l’antenne physique pour différents satellites RSO et pour des incidences variées. Le calcul des distances a été effectué à partir de données image réelles (sauf pour ALOS-2, ENVISAT et JERS : les valeurs ont été calculées à partir des expressions théoriques et sont données en italique). L’ouverture angulaire est celle du lobe d’antenne ($\beta = \frac{2\lambda}{L}$).

1.3.4 Du “RAR” au “SAR” : principes de l’antenne synthétique

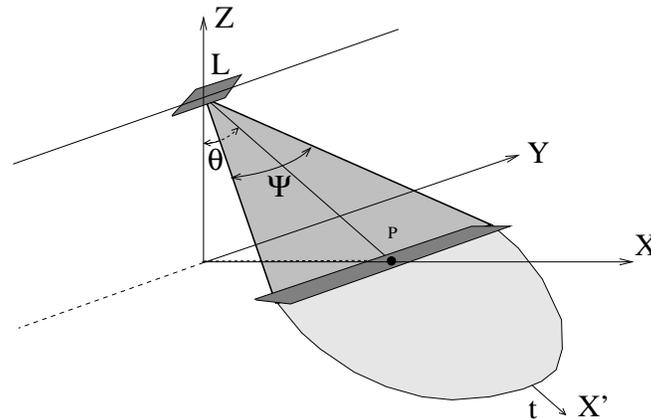


FIGURE 1.9 – Antenne de dimension L selon l’axe azimutal. Le point P est situé à une distance R sur l’axe de l’antenne. Le lobe d’antenne n’est représenté que selon l’axe azimutal. L’empreinte autour du point P correspond à une case sol du système RAR (la limitation de l’extension selon la direction est liée au pas temporel de l’acquisition). La géométrie du repère $OX'Y$ définit l’“espace antenne” et la géométrie du repère OXY celle de l’“espace sol”.

Considérons un point P au sol, à une distance R de l’antenne. Pour une antenne de dimension L , il sera confondu avec tous ses voisins situés de part et d’autre de l’axe OX' (axe de visée de l’antenne) sur une distance égale à la résolution de l’antenne, δy_L (figure 1.10 à gauche). Si l’on déplace de part et d’autre cette même antenne autour de la position initiale d’une valeur égale à la résolution, le point P sera toujours visible et contribuera au signal mesuré par l’antenne (figure 1.10 à droite).

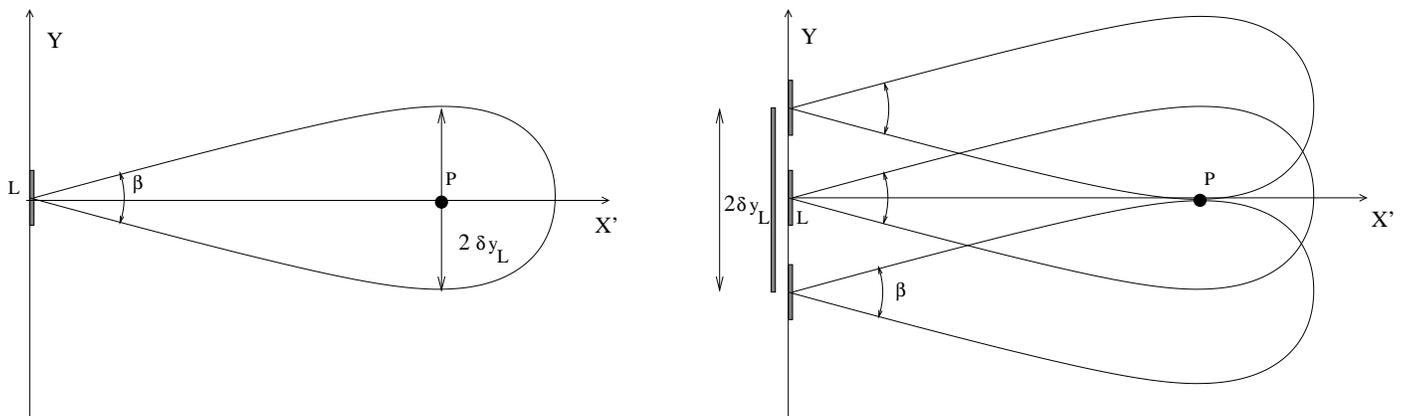


FIGURE 1.10 – Antenne de dimension L . Pour un point P situé à une distance R , la résolution est δy_L . A gauche : tous les points situés au voisinage de P à l’intérieur du lobe d’antenne verront leur réponse se mélanger avec celle de P . A droite : réciproquement, si on déplace l’antenne d’une distance δy_L de part et d’autre de sa position d’origine, le point P sera toujours observé.

Dans la mesure où l’antenne se déplace selon la direction OY , on peut envisager d’acquérir un certain nombre de signaux cohérents sur cette distance $2\delta y_L$, le terme cohérent signifiant ici que les instants d’émission et de réception sont parfaitement connus¹³. Il est alors possible d’envisager un post-traitement de ces données sur le principe de la focalisation canonique¹⁴ : tout se passera comme si on disposait d’une antenne physique de dimension $L_S = 2\delta y_L$, c’est à dire (formule 1.11) :

$$L_S = 2\delta y_L = \frac{2\lambda R}{L} \quad (1.16)$$

13. L’imprécision sur ces instants devra être extrêmement faible vis à vis de la période de la porteuse.

14. c’est à dire une simple sommation des signaux auxquels on aura fait subir des retards liés au temps aller-retour, comme en échographie médicale

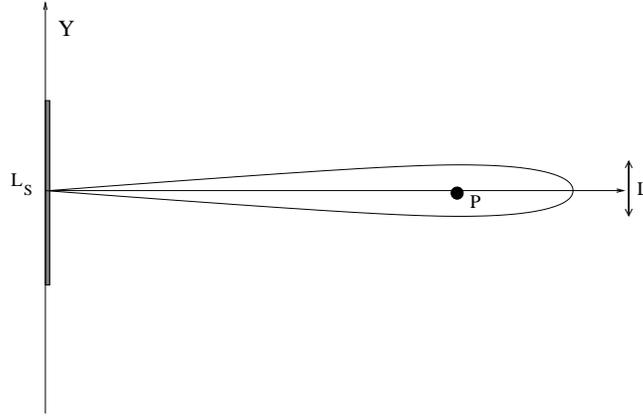


FIGURE 1.11 – Antenne de dimension physique L : résultat de l’opération de synthèse d’ouverture. Tout se passe comme si l’on disposait d’une antenne de longueur L_S dont la largeur du lobe d’antenne au point observé P est de L .

La résolution d’un tel système (petite antenne + focalisation canonique) permet alors d’avoir une résolution δy_S que l’on peut calculer connaissant la formule¹⁵ 1.11 :

$$\delta y_S = \frac{\lambda R}{L_S} = \frac{\lambda R}{\frac{2\lambda R}{L}} = \frac{L}{2} \quad (1.17)$$

C’est le principe de la synthèse d’ouverture : on parle alors d’ouverture synthétique, résultat d’un processus de calcul, en opposition à l’ouverture physique, lié à la physique du capteur réel. On a alors un système RSO (Radar à Synthèse d’Ouverture), appelé aussi SAR (Synthetic Aperture Radar). Notons dès à présent que pour pouvoir être mise en œuvre, la synthèse radar requiert des conditions très strictes fondées sur le critère de Shannon : cela fera l’objet du chapitre 4.

Une fois l’étape de synthèse effectuée, tout se passe comme si on disposait d’une antenne de dimension L_S (formule 1.16) et donc d’un système dont la résolution azimutale est tout simplement $L/2$ (on notera dès à présent que, très curieusement, cette valeur ne dépend pas de la distance). Aussi nous pouvons tout à fait “oublier” l’existence de cette étape de synthèse et nous appuyer sur une antenne de dimension L_S pour l’analyse des spécificités des systèmes RSO en orbite.

Remarquons cependant que la dimension de l’antenne synthétique augmente avec la distance du point imagé, ce qui est “rassurant” vis à vis d’une approche entropique : à une petite distance correspond une petite antenne synthétique, et à une grande distance correspond une grande antenne synthétique.

Notons que pour un satellite donné, qui est maintenu à une altitude constante H , on peut réécrire la relation 1.16 en faisant intervenir l’altitude :

$$L_S = \frac{2\lambda R}{L} = \frac{2\lambda H}{L \cos \theta} \quad (1.18)$$

La figure 1.12 illustre la variation de la taille de l’antenne synthétique en fonction de l’incidence locale.

1.4 Trace au sol

1.4.1 Plan orbital et inclinaison de l’orbite

Lois de Kepler et ellipses

Les célèbres lois de Kepler stipulent que la trajectoire d’un satellite soumis à une force dite centrale due à une masse ponctuelle est une ellipse appartenant à un plan appelé le plan orbital. La masse attractive est alors le foyer de l’ellipse. Le centre de la Terre appartient donc au plan orbital, au même titre qu’il appartient au plan équatorial, dont la normale est l’axe Nord-Sud, c’est à dire l’axe colinéaire au vecteur rotation de la Terre.

On peut retenir deux représentation d’une ellipse :

¹⁵. Il se trouve que cette très célèbre relation est valide aussi bien en champ lointain qu’en champ proche : les deux démonstrations seront abordées au chapitre 4, paragraphe 4.2.2 et 4.3.1.

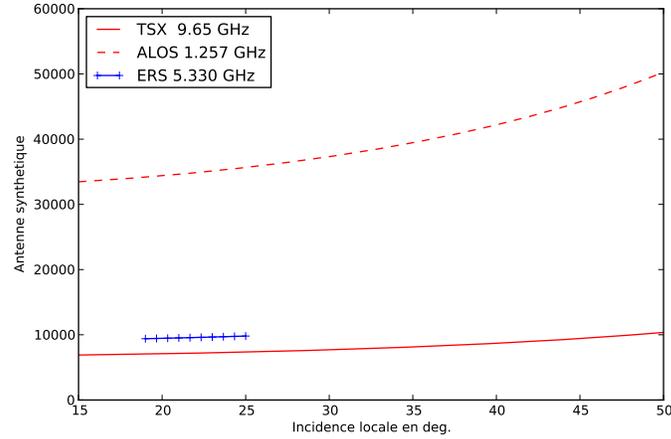


FIGURE 1.12 – Variation de la dimension de l’antenne synthétique en fonction de l’incidence locale. Cas d’ERS, de TSX et d’ALOS.

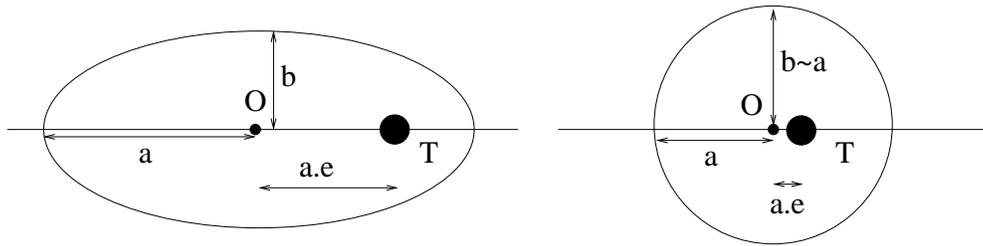


FIGURE 1.13 – A gauche : ellipse de demi grand axe a et de demi petit axe b , la Terre étant à l’un des foyers. A droite : ellipse de très faible excentricité. La valeur b est quasiment égale à la valeur a . Dans le cas d’ERS, on a $ae \sim 8$ km et $a - b \sim 8$ m.

— Une ellipse “ressemble” à un cercle écrasé si on la décrit par son équation cartésienne :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1.19)$$

Elle est donc décrite par deux paramètres : a le demi grand axe et b le demi petit axe.

— La distance au foyer de l’ellipse, r , vérifie l’équation polaire

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \theta_0)} \quad \text{avec } p = a(1 - e^2) \quad (1.20)$$

Pour toute position sur l’ellipse paramétrée par θ , $r(\theta)$ est totalement caractérisée par le demi grand axe (noté a) et par l’excentricité e de l’ellipse (l’angle θ_0 caractérise une orientation de référence).

Il est d’usage de décrire une ellipse en mélangeant ces deux représentations et en ne conservant que a , le demi grand axe, et e , l’excentricité.

- Une trajectoire parfaitement circulaire de rayon R est une ellipse particulière avec $a = R$ et $e = 0$.
- L’excentricité e signifie que le foyer est excentré par rapport au centre de l’ellipse : il est situé à une distance ae de ce centre. Connaissant l’excentricité et le demi grand axe, on en déduit p et b :

$$p = a(1 - e^2) \quad b = a\sqrt{1 - e^2}$$

On peut alors utiliser indifféremment l’une ou l’autre représentation de l’ellipse.

- l’énergie totale d’une ellipse ne dépend que de a : plus a est grand, plus la mise sur orbite nécessite de l’énergie de la part du lanceur.

Satellite	altitude H	vitesse	vitesse projetée sur le sol
Terrasar-X	514 km	7609 m/s	7041 m/s
CosmoSkymed	619 km	7552 m/s	6883 m/s
ALOS-2	628 km	7547 m/s	6869 m/s
ALOS	692 km	7512 m/s	6777 m/s
Sentinel-1	693 km	7512 m/s	6775 m/s
ERS/ENVISAT	780 km	7466 m/s	6652 m/s
RADARSAT-1/2	798 km	7457 m/s	6627 m/s

TABLE 1.5 – Vitesse de différents satellites RSO en considérant leur orbite circulaire (relation 1.22).

- La période d'un satellite (c'est à dire le temps mis pour faire un tour de cette ellipse) vérifie la relation

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \quad (1.21)$$

avec, pour la Terre, $\mu = 3.98610^{14} \text{ m}^3\text{s}^{-2}$ (cette valeur est le produit de la constante gravitationnelle avec la masse de la Terre).

- Pour une orbite circulaire d'altitude H , il est aisé de déduire la vitesse du satellite :

$$V_S = \sqrt{\frac{\mu}{R_T + H}} \quad (1.22)$$

R_T étant le rayon de la Terre (on peut prendre comme rayon moyen de la Terre la valeur 6378 km). Projetée au sol, on a alors la vitesse au sol $V_{S,sol}$:

$$V_{S,sol} = V_S \frac{R_T}{R_T + H} = \sqrt{\mu} \frac{R_T}{(R_T + H)^{\frac{3}{2}}} \quad (1.23)$$

- Pour une orbite non circulaire, Périgée et Apogée sont deux points spécifiques de l'ellipse. Le périgée est le point le plus proche de la Terre, l'apogée est le point le plus éloigné. C'est au périgée que la vitesse est la plus grande, et à l'apogée que la vitesse est la plus petite. On a les relations suivantes :

$$\begin{cases} r_A = a(1+e) \\ r_P = a(1-e) \end{cases} \quad \begin{cases} V_{S,A} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \\ V_{S,P} = \sqrt{\frac{\mu}{a}} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \end{cases} \quad (1.24)$$

A partir de ces relations, on peut remarquer que :

$$\frac{V_{S,P}}{V_{S,A}} = \frac{1+e}{1-e} \sim 1 + 2e$$

Si l'on assimile une orbite elliptique à une orbite circulaire, l'erreur relative des vitesses est $2e$. Comme les orbites des satellites de télédétection ont une excentricité très faible (de l'ordre de 10^{-3}), on peut raisonnablement, en première étape, considérer que leur vitesse est constante et vérifie 1.22.

Plans orbitaux

Certains satellites ont leur plan orbital confondu avec le plan équatorial : ce sont les satellites géostationnaires utilisés en télévision par satellite par exemple, ou certains satellites météorologiques. Leur principal défaut est de ne couvrir correctement qu'une partie de la Terre puisque les hautes latitudes sont difficilement (voire pas du tout) observables depuis ces satellites.

Aussi, pour assurer une couverture la plus complète de la Terre, les orbites des satellites de télédétection présentent une inclinaison de leur orbite par rapport au plan équatorial (figure 1.14). En théorie, l'inclinaison optimale pour effectuer un balayage optimal de la Terre serait $i = 90^\circ$.

Le tableau 1.2 donne ces valeurs d'inclinaison pour les satellites RSO les plus courants. On peut y remarquer que cette inclinaison n'est pas strictement polaire puisqu'elle dépasse légèrement la valeur

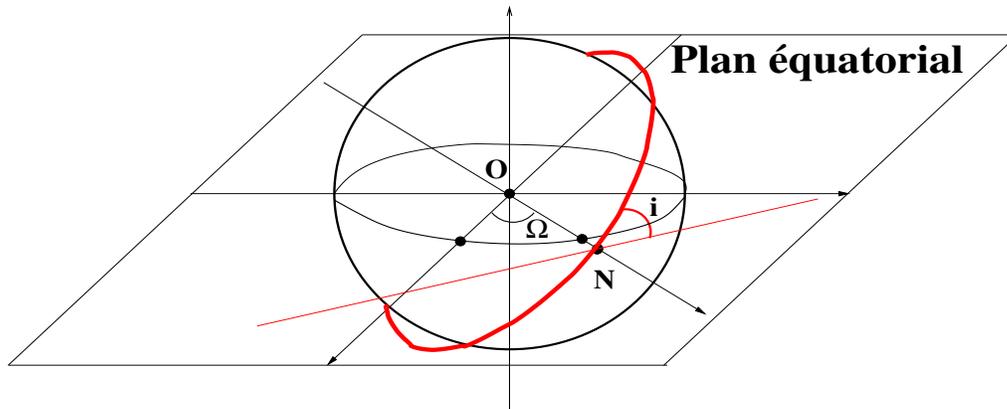


FIGURE 1.14 – Orbite d’un satellite inclinée d’un angle i et coupant le plan équatorial au nœud ascendant N , repéré par rapport au méridien de référence par Ω , ascension droite du nœud ascendant

$i = 90^\circ$ (on parle d’orbite rétrograde) et qu’elle varie avec l’altitude du satellite : la raison en est que ces satellites sont héliosynchrones pour pouvoir acquérir des images toujours à la même heure pour tout site, point qui sera abordé au paragraphe 1.5. Ces orbites qui ont presque toutes les bonnes propriétés des orbites polaires sont désignés sous le nom *Near Polar Orbit* (NPO).

1.4.2 Orbite et rotation de la Terre

Une orbite képlérienne est définie par un plan orbital, caractérisé par sa normale \vec{n} qui est un vecteur constant : son orientation demeure identique (tant que la Terre peut se modéliser comme une masse ponctuelle). Si l’on se place dans le référentiel terrestre, ce dernier fait en réalité un tour en un jour. En considérant un satellite à une altitude telle que la période soit d’1h40mn, soit 100 minutes, la Terre aura fait pendant ce temps là une rotation de $100/1440$ tour (environ 0.07 tour). En considérant deux passages consécutifs à l’Equateur, la circonférence terrestre étant de $40\,000\text{ km}$ ¹⁶, la distance entre deux passages est de l’ordre de 2800 km.

La figure 1.15 illustre la trace d’une orbite complète d’ERS : c’est l’ensemble des points de la Terre tel que le satellite passe exactement à la verticale de ces points.

1.4.3 Nord et Trace au sol

En utilisant des formules simples de trigonométrie sphérique, et connaissant la latitude Ψ_L du point au nadir, on obtient l’angle que fait la trace avec le Nord local.

$$\zeta = \text{Asin} \left(\frac{\cos i}{\cos \Psi_L} \right) \quad (1.25)$$

Grâce à cette formule, le tableau 1.6 donne des valeurs de l’angle théorique de la trace pour différents satellites RSO et différentes latitudes.

Il faut bien prendre en compte que cette formule ignore deux facteurs essentiels de l’imagerie satellitaire : le fait que la Terre tourne et que l’orbite n’est pas plane (ceci est dû à l’héliosynchronisme que nous allons aborder au paragraphe suivant).

1.4.4 Passe montante, passe descendante

Un capteur de type NPO qui tourne autour de la Terre a donc deux modes de fonctionnement selon qu’il croise l’équateur du Sud vers le Nord ou du Nord vers le Sud. La tradition attribue ainsi deux appellations spécifiques :

- la *passe montante* lorsque la vitesse projetée sur l’axe de la Terre est positive. Lors du passage à l’équateur, le satellite vient donc de l’hémisphère sud et se dirige vers l’hémisphère nord.

¹⁶. par définition historique

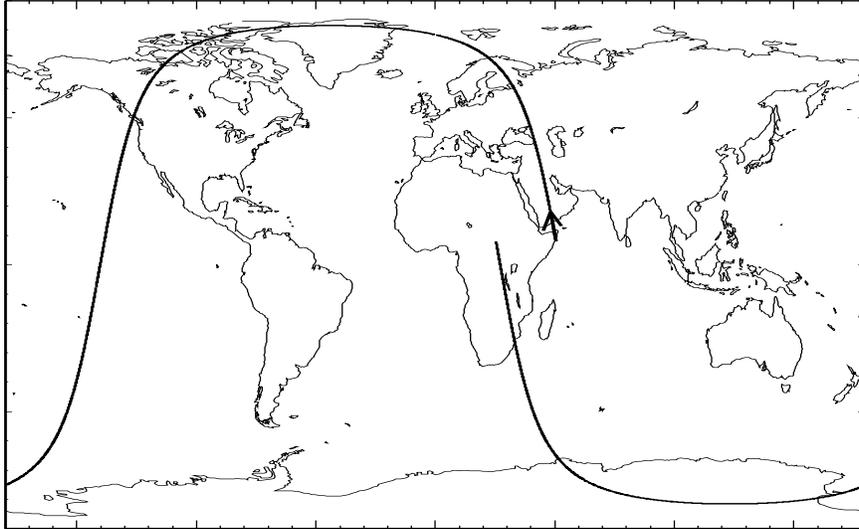


FIGURE 1.15 – Deux passages consécutifs d’ERS-1 : il y a environ 2800 km entre les deux passages sur l’équateur. Si l’orbite appartient à un plan dont la normale pointe toujours dans la même direction, dans le référentiel lié à la Terre, ce plan effectue une rotation relative qui se traduit par une trace qui ne repasse pas sur le même point après une rotation.

Satellite	altitude H	inclinaison i	Latitude		
			$\Psi_L = 0^\circ$	$\Psi_L = 30^\circ$	$\Psi_L = 60^\circ$
Terrasar-X	514 km	97.45°	-7.45	-8.61	-15.03
JERS	568 km	97.6°	-7.60	-8.78	-15.34
CosmoSkymed	619 km	97.86°	-7.86	-9.09	-15.87
ALOS	692 km	98.2°	-8.2	-9.48	-16.57
ERS/ENVISAT	780 km	98.55°	-8.55	-9.89	-17.30
RADARSAT-1/2	798 km	98.58°	-8.58	-9.92	-17.36

TABLE 1.6 – Angle théorique de la trace pour différents satellites RSO (héliosynchrones) et différentes valeurs de la latitude Ψ_L .

- la passe descendante lorsque la vitesse projetée sur l’axe de la Terre est négative. Lors du passage à l’équateur, le satellite vient donc de l’hémisphère nord et se dirige vers l’hémisphère sud.

Notons que pour une orbite NPO inclinée avec une valeur légèrement supérieure à 90° , le pôle nord se voit à droite de l’orbite.

Enfin, pour caractériser pleinement une orbite, il est d’usage de donner l’heure locale de passage du satellite au nœud ascendant, c’est à dire lors du passage à l’équateur en passe montante. Cette grandeur a un sens puisque les orbites sont héliosynchrones et les heures (locales) du nœud ascendant seront alors toujours les mêmes.

1.5 Orbites polaires, orbites héliosynchrones

1.5.1 L’aplatissement de la Terre et ses conséquences sur les orbites

La Terre n’est pas une sphère parfaite homogène (hypothèse requise pour établir les lois de Kepler). Elle présente un aplatissement aux pôles d’environ 20 Km, d’où un facteur appelé J_2 ¹⁷ et qui est égal à $J_2 = 1.082710^{-3}$. La conséquence essentielle est que les trajectoires ne sont plus planes et présentent, pour des orbites circulaires, un effet de précession de valeur :

$$\frac{d\Omega}{dt} = - \left(\frac{3}{2} \right) n_0 A_0 J_2 \cos i \quad (1.26)$$

avec i inclinaison de l’orbite, $n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}$, $r = R_T + H$ rayon de la trajectoire circulaire, $A_0 = \frac{R_T^2}{r^2}$.

C’est sur ce principe que l’on définit les trajectoires héliosynchrones qui correspondent à un passage à l’équateur toujours à la même heure solaire. La Terre fait en effet un tour autour de soleil en un an : s’il lui faut 23h56mn pour faire un tour sur elle même, il lui faut 24h pour retrouver la même orientation vis à vis du Soleil¹⁸. La Terre a donc tourné “en plus” de 4 minutes de temps, c’est à dire de 0.9856°. Il suffit alors que le plan orbital soit tourné de cette valeur pour avoir la même heure solaire au passage de l’équateur (et de ce fait au passage de tout point sur le globe).

Pour avoir une trajectoire héliosynchrone, il suffit donc d’avoir

$$K = \frac{d\Omega}{dt} = 0.9856^\circ/\text{jours}$$

ce qui est vérifié si

$$i = \text{Acos} \left(- \frac{(R_T + H)^{\frac{7}{2}} 2 K}{3 \sqrt{\mu} R_T^2 J_2} \right)$$

Le petit miracle pratique est que cette inclinaison théorique est tout à fait réaliste pour des satellites de télédétection autour de la Terre puisque l’angle trouvé est légèrement supérieur à 90°, donc très proche de la valeur 90° d’un satellite strictement polaire dédié à une couverture régulière de la totalité de la Terre.¹⁹

La table 1.6 donne ces valeurs d’inclinaison d’orbite pour les satellites RSO usuels.

1.5.2 Capteurs RSO et orbites héliosynchrones

Une conséquence essentielle de l’héliosynchronisme pour les satellites RSO tient dans l’existence d’une orbite particulière appelée “6h00-18h00”. En effet, si le nœud ascendant est à 6h00, le nœud descendant est à 18h00 : cela signifie que le satellite est toujours illuminé par le soleil puisque son orbite est grossièrement orientée perpendiculairement à la direction Soleil-Terre (figure 1.16). Comme un satellite RSO est actif, il nécessite de l’énergie pour assurer ses émissions : le fait de voir toujours le Soleil permet à ses panneaux solaires de se recharger en continu et l’émetteur radar peut fonctionner assez longtemps pour acquérir sur de longues distances.

Ce choix n’était pas celui des ERS/ENVISAT (nœud ascendant autour de 22h00) : dans ce cas, seule la passe descendante n’était pas soumise à de fortes contraintes énergétiques (l’acquisition était limitée à 12 minutes d’acquisition, soit environ 5000 km de trajectoire), alors que la passe ascendante, assurée la nuit, était limitée à 4 minutes (soit environ 1600 km de trajectoire) car l’énergie requise provenait alors uniquement des batteries embarquées à bord.

On peut enfin se demander si la non planéité de l’orbite a des effets importants pour un capteur actif centimétrique. Apparemment, les effets de l’héliosynchronisme semblent très faibles, puisque cela correspond à une précession de l’orbite sur un an. En prenant le cas d’ERS (501 orbites en 35 jours, soit environ 5000 orbites par an), le passage à l’équateur est décalé, d’une orbite à sa suivante, de 40000/5000 km, soit environ 8 km. Une orbite s’effectuant globalement en 1h40. c’est à dire 100 minutes (soit 6000 secondes), on voit que le décalage est de l’ordre du mètre par seconde. Pour une longueur d’onde de 5cm, cela représente environ 20 longueurs d’onde : cet effet n’est absolument pas négligeable et entre dans

17. en hommage à Jeffrey qui a calculé ce paramètre à partir des orbites de Sputnik-2, lancé en 1957.

18. Remarquez qu’un décalage de 4 minutes par jour donne à peu près un jour au bout d’un an.

19. Ce principe est applicable sur Mars, qui est aussi légèrement aplati, mais pas sur Vénus, qui est parfaitement sphérique.

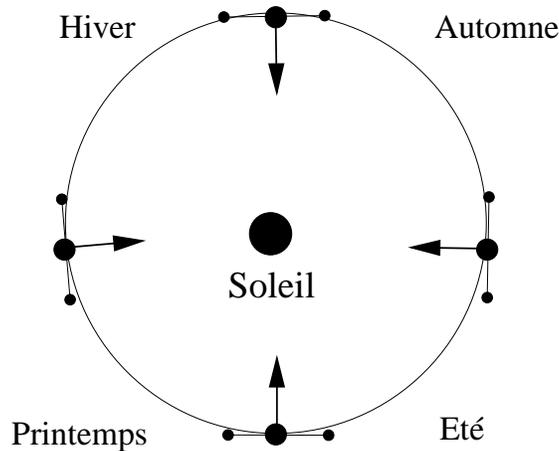


FIGURE 1.16 – Orbite héliosynchrone typique d’un satellite RSO “6h00-18h00”.

la catégorie des phénomènes influençant les systèmes RSO. Nous verrons que les images des capteurs de seconde génération sont fournies avec la position du satellite sur l’orbite, ce qui fait que l’on peut “oublier” les effets de l’héliosynchronisme (mais un lecteur curieux peut vérifier, grâce à ces positions du satellite sur son orbite, que la trajectoire s’écarte d’une trajectoire appartenant à un plan en comparant l’orbite réelle avec une orbite théorique parfaitement plane).

1.5.3 Temps de cycle

Une des contraintes de la télédétection est de pouvoir programmer l’acquisition de données sur presque n’importe quel point de la Terre. Grâce à l’héliosynchronisme, cette acquisition se fera toujours à la même heure locale tout au long de l’année. Reste à pouvoir éventuellement garantir la conservation d’autres paramètres entre deux acquisitions, comme l’incidence locale par exemple.

Pour atteindre ce but, il suffit de paramétrer la période de sorte qu’au bout d’un certain nombre de jours, le satellite repasse exactement au même point. Cette contrainte se vérifie en ajustant l’altitude avec précision (et pour que cette contrainte soit vérifiée durant toute la vie du satellite, des corrections orbitales sont à prévoir grâce à l’emport de comburant pour les fusées de corrections orbitales). Si on définit N comme le nombre d’orbite par jours, ce nombre doit s’exprimer par une fraction :

$$N = p + \frac{r}{q}$$

En effet, dans ce cas, au bout de q jours, le satellite aura effectué qN orbite, c’est à dire :

$$qN = q \left(p + \frac{r}{q} \right) = qp + r \in \mathbb{N}$$

c’est à dire un nombre entier d’orbite. L’orbite étant héliosynchrone, on repasse donc exactement au dessus du même point exactement à la même heure.

La valeur q s’appelle le **temps de cycle** et n’est définie que par les lois de l’orbitographie, c’est à dire l’altitude du satellite.

1.6 Visée droite, visée gauche, temps de revisite

1.6.1 Orientation de la fauchée

Les capteurs RSO historiques (SEASAT, ERS, JERS, Radarsat-1) visent “à droite” : la raison est qu’une visée à droite permet d’observer tout ou partie de l’océan arctique. Ce choix se fait au détriment du continent antarctique puis celui-ci ne peut être normalement observé par ces satellites (excepté lors d’expérimentations spécifiques comme celle de Radarsat-1, voir l’annexe C.1.6).

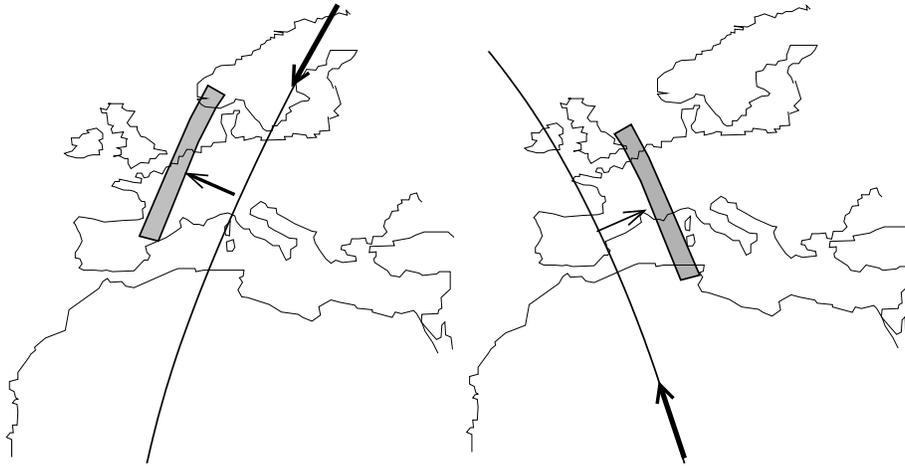


FIGURE 1.17 – Capteur RSO visant à droite. Passe descendante (à gauche) et passe montante (à droite). C'est le cas le plus général : il permet la meilleure couverture possible de l'hémisphère Nord.



FIGURE 1.18 – Capteur RSO visant à gauche. Passe descendante (à gauche) et passe montante (à droite). Seuls certains capteurs permettent cette modalité.

Ce n'est que pour les satellites de deuxième génération que cette contrainte a été levée et Radarsat-2, CSK et TSX (par basculement prévu de la plateforme) permettent, en théorie, des visées à gauche dans les mêmes conditions que les visées à droite.

Les images traditionnellement fournies par les agences spatiales (par exemple, les SSC de TSX) gardent en mémoire le mode d'acquisition. En effet :

- Chaque ligne est fournie comme une ligne temporelle : le premier pixel d'une ligne est alors le point le plus proche du satellite, le dernier, le plus éloigné du satellite.
- Les lignes sont fournies selon la chronologie de leurs acquisitions.

Ce principe est très logique et permet sans ambiguïté d'interpréter les images. Cependant si l'on veut comparer les données avec une vérité terrain (carte, MNT, images optiques, ...), il faut opérer sur ces données des symétries diverses. En effet, dans l'hémisphère Nord (le seul cas traité dans ce document !!) une carte est orientée de sorte que l'axe vertical (de bas en haut sur la feuille) soit dirigé vers le Nord et que l'axe horizontal (de gauche à droite sur la feuille) soit dirigé vers l'Est. Une analyse rapide des exemples des figures 1.17 et 1.18 permet de définir ces opérations :

- **Visée à droite** (figure 1.17) :
 - Passe ascendante : inverser l'ordre des lignes puisque la dernière acquisition est celle qui est le plus au Nord. En revanche, laisser chaque ligne à l'identique puisque le point le plus éloigné de la trace est bien celui qui est le plus à l'Est.
 - Passe descendante : laisser l'ordre des lignes puisque la première acquisition est celle qui est le

plus au Nord. En revanche, inverser l'ordre des pixels sur chaque ligne puisque le premier pixel acquis est celui qui est le plus à l'Est.

— **Visée à gauche** (figure 1.18) :

- Passe ascendante : inverser l'ordre des lignes puisque la dernière acquisition est celle qui est le plus au Nord. Inverser aussi l'ordre des pixels sur chaque ligne puisque le premier pixel acquis est celui qui est le plus à l'Est.
- Passe descendante : ne rien changer tant en ligne qu'en colonne puisque la première acquisition est celle qui est le plus au Nord, et puisque, pour chaque ligne, le premier pixel est celui qui est le plus à l'Ouest.

1.6.2 Non parallélisme des traces

Les orbites parfaitement polaires sont d'excellents cas d'école : si l'on faisait abstraction de la rotation terrestre, d'une part, les trajectoires seraient des méridiens et d'autre part les fauchées seraient des parallèles.

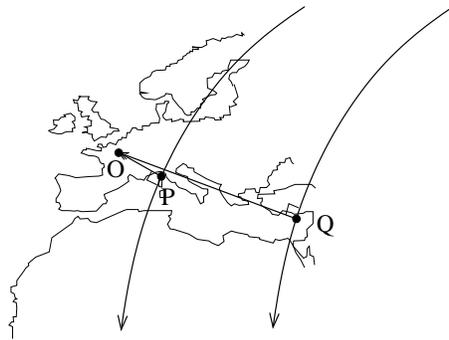


FIGURE 1.19 – Capteur RSO visant à droite. Exemple de deux passes descendantes sur Paris. Les deux acquisitions sont faites avec des incidences différentes et à des latitudes légèrement différentes (points P et Q) de sorte que les axes “distance” ne sont pas parallèles : les acquisitions seront légèrement pivotées l’une part rapport à l’autre. Un exemple concret sera montré au chapitre 8 sur des images de la Tour Eiffel (figure 8.18, page 200)

Or, pour vérifier le critère d'héliosynchronisme, les orbites ont une inclinaison légèrement supérieure à 90° : en conséquence, on ne peut plus espérer qu'un point au sol imagé par deux capteurs d'angles d'incidence différents appartienne à des fauchées parallèles. La figure 1.19 montre l'acquisition d'une image radar au dessus de Paris selon deux incidences différentes : la faible incidence est acquise à une latitude proche (point P), la grande incidence est acquise à une latitude plus faible (point Q). Comme l'angle que fait la trace avec le méridien (relation 1.25) est d'autant plus faible que la latitude est faible, on en déduit que l'orientation de l'acquisition est d'autant plus proche de l'axe Nord-Sud que l'incidence est élevée. Donc, deux acquisitions effectuées avec des incidences locales différentes ont des orientations différentes, et ce phénomène est d'autant plus accusé que la latitude est élevée.

1.6.3 Temps de revisite

Les deux premiers satellites (ERS et JERS) visaient la Terre selon une incidence locale fixe. Pour ERS, la fauchée est d'environ 100 km : il faut au moins 400 orbites pour couvrir l'Equateur. Le choix du cycle (35 jours) et du nombre d'orbite par cycle (501) permet donc d'assurer largement la couverture de l'équateur²⁰. Un autre intérêt de ce choix d'incidence fixe était que, pour tout point du globe imagé dans ces conditions, la géométrie d'acquisition était alors identique, ce qui autorise certains traitements spécifiques comme les traitements interférométriques. En revanche, l'intervalle de temps entre deux acquisitions effectuées en un point de la Terre donné est exactement le cycle du satellite, valeur qui s'avère trop grande pour un grand nombre de thématiques (35 jours pour ERS, 44 jours pour JERS).

²⁰. Il y a donc un recouvrement d'environ 20% entre deux images contiguës, ce qui a permis quelques validations de la radargrammétrie avec ERS.

	H km	nombre d'orbite par cycle	durée de l'orbite minute	θ_{\min} à θ_{\max}	Agilité km	visée	
ALOS	692	671	98.44	25° à 39°	202.	D	
ALOS-2	628	207	97.10	8° à 70°	1160.	DG	figure 1.28 page 42
CosmoSkymed	619	237	96.91	18° à 60°	700.	D	
ERS	780	501	100.28	fixe	100.	D	
ENVISAT	780	501	100.28	23° à 44°	350.	D	
JERS	568	659	95.85	fixe	77.	D	
RADARSAT-1	798	343	100.66	20° à 49°	510.	D	figure 1.23 page 39
RADARSAT-2	798	343	100.66	20° à 49°	510.	DG	figure 1.26 page 41
Sentinel-1	693	175	98.46	18.9° à 47°	370.	D	figure 1.27 page 42
Terrasar-X	514	167	94.74	20° à 55°	460.	DG	figure 1.24 page 40

TABLE 1.7 – Calcul approché de l'agilité des différents satellites RSO.

Dès Radarsat-1 (1995), l'utilisation d'une antenne à focalisation électronique a permis de modifier la valeur de l'incidence locale. Il devient alors possible de choisir la zone d'acquisition dans une zone plus grande, que l'on peut appeler *couloir d'agilité*²¹. Dans le cas de Radarsat-1 (fauchée d'environ 100km), l'incidence est paramétrable et peut prendre des valeurs comprises entre 20° et 49° : ceci correspond à un couloir d'agilité de 510 km (tableau 1.7). Le cycle étant de 24 jours (343 orbites), on voit qu'il n'est plus possible d'imager l'équateur en totalité sous une incidence unique puisque cela ne permet d'acquérir que 34300 km sur les 40000 km représentant l'équateur. En revanche, avec un couloir d'agilité de 500 km, il suffit théoriquement de 80 orbites (donc environ 6 jours) pour assurer l'acquisition d'une image en n'importe quel point de l'équateur : on retrouve la démarche qui a fait passer les capteurs optiques d'une visée uniquement à la verticale (Landsat) à une visée paramétrable (SPOT). Cette incidence paramétrable permet donc de définir le **temps de revisite**, largement plus petite que le temps de cycle, et qui permet un suivi multitemporel sur des zones bien définies. En contrepartie, les zones équatoriales ne sont acquises qu'à des incidences imposées et des conflits de programmation peuvent apparaître en n'importe quel point du globe.

Le calcul du temps de revisite n'est pas simple car il faut souligner les points suivants :

- Les satellites actuels, en orbite “6h00-18h00” peuvent acquérir des images aussi bien en passe montante qu'en passe descendante ; ce n'était pas le cas pour ERS. Cette faculté permet de doubler la capacité à acquérir des données sur une zone précise de la Terre.
- Certains satellites peuvent viser à droite et à gauche : là aussi on augmente la capacité à acquérir des données sur une zone précise de la Terre.
- les grandes valeurs d'agilité de certains satellites (1160 km pour ALOS-2) se font au détriment de la résolution sol puisqu'elle dépend de l'incidence locale (relation 1.9). Comme en optique, il faudrait définir le temps de revisite à résolution garantie.
- Enfin, construire une constellation (les Cosmo Skymed actuels, la future Constellation Radarsat) permet de diviser le temps de revisite par le nombre de satellites opérationnels.

Prenons comme exemple les 4 Cosmo-Skymed. Comme les deux types de visée (droite et gauche) sont possibles, chaque capteur a un couloir d'agilité de 1400. km par passe, ce qui donne uniquement pour les passes montantes et à raison de 14 orbites par jour 19600 km de couverture possible. Ceci explique pourquoi on lit que le temps de revisite de la constellation des Cosmo-Skymed est de 1 jour en tout point du globe, voire mieux pour certaines latitudes (une image le matin et une image le soir).

1.7 Constellations

1.7.1 Satellites “à vue”

Avec la mise en orbite de Tandem-X (*TerraSAR-X add-on for Digital Elevation Measurements*) en 2010, le DLR a construit la première constellation RSO permettant de construire des interférogrammes de

21. terminologie issue du monde des capteurs optiques et dans lequel on peut modifier le pointage du système d'acquisition

type monopasse²². La spécificité de Tandem-X est d’avoir les mêmes paramètres orbitaux que Terrasar-X (altitude, inclinaison de l’orbite, orbite quasi circulaire d’excentricité très faible, heure et jour de survol), la seule différence étant, par exemple, la valeur de l’excentricité.

Dans cette configuration, on montre que le mouvement apparent de Tandem-X par rapport à Terrasar-X est un mouvement circulaire uniforme, Tandem-X semblant tourner autour de Terrasar-X à raison d’un tour par orbite²³, ceci dans l’approximation d’un champ en $\frac{1}{r}$.

Pour comprendre le phénomène, prenons un cas d’école qui donnera une idée de ce qui peut arriver avec deux satellites ayant les mêmes paramètres orbitaux. Considérons deux satellites sur deux orbites quasi-circulaires ayant le même demi grand-axe : la période est la même pour les deux satellites. Supposons que le satellite de référence soit sur une orbite exactement circulaire et que l’orbite du second satellite ait une excentricité très faible. Supposons enfin qu’ils passent au périégée au même instant. Quand le second satellite soit à son périégée, sa vitesse sera légèrement plus élevée que celle du satellite de référence et aura donc un mouvement relatif qui le placera petit à petit devant le satellite de référence. Quand il arrivera à son apogée (notons qu’à cet instant, le satellite de référence est lui aussi à son apogée puisque la période est identique), il sera certes “devant” mais sa vitesse est alors plus faible : il repassera “derrière” le satellite de référence. La figure 1.20 donne une idée de ces mouvements qui conduisent le second satellite à avoir un mouvement relatif de type circulaire autour du satellite de référence. Attention : ce cas d’école n’est pas celui mis en œuvre par le DLR : il donne cependant une idée de ce que l’on peut faire grâce aux particularités d’un champ en $\frac{1}{r}$.

En pratique, dans le cas de Terrasar-X et Tandem-X, les deux satellites se voient et peuvent communiquer directement entre eux. Les distances entre satellite²⁴ varient entre 300m et 600m grâce à un contrôle orbital très précis : on parle parfois de “tube”.

Le cycle global de ce jeu de 2 acquisitions quasi instantanées est de 11 jours.

Au passage, notons que cette constellation a été enrichie par la mise en orbite d’un troisième capteur quasi identique : PAZ (voir le paragraphe suivant), placé sur la même orbite de telle sorte qu’il survole tout point du globe un jour après Terrasar-X et Tandem-X.

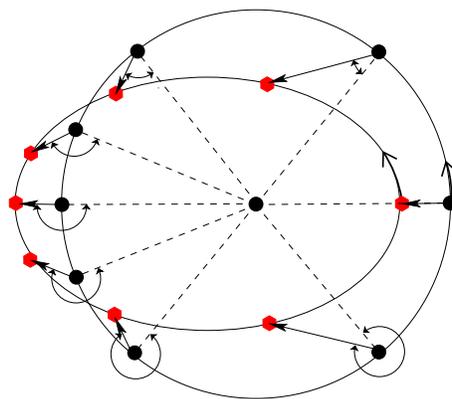


FIGURE 1.20 – Constellations de deux satellites ayant le même demi grand axe, le premier (référence) ayant une orbite parfaitement circulaire et le second ayant une orbite légèrement elliptique. Tout se passe comme si le second satellite tournait autour du satellite de référence. A l’origine (périégée des deux satellites), le second satellite a une vitesse plus élevée que le satellite de référence. A l’apogée (que les deux satellites atteignent au même moment puisque leur période est la même), le second satellite a une vitesse plus petite que le satellite de référence.

22. dans la mesure où les expérimentations effectuées par la navette spatiale (SRTM) –voir le paragraphe 1.1.2– impliquaient un seul satellite embarquant deux antennes.

23. voir par exemple le fameux exercice dans [3], page 46, fondé sur les aventures du cosmonaute Léonov avec son appareil photo.

24. On caractérise ces distances par la notion de base orthogonale, qui sera introduite au chapitre 5



FIGURE 1.21 – Photographie du ciel nocturne le 29 novembre 2010 : les deux satellites Terrasar-X et Tandem-X voguent de conserve. <https://sattrackcam.blogspot.com/2010/11/>

1.7.2 Constellations multipasse

ESA : ERS

L'idée de placer plusieurs satellites sur la même orbite, mais avec des dates de survol différents, est née dans les années 90 quand l'ESA a placé ERS-2 sur une orbite avec les mêmes paramètres orbitaux que ceux d'ERS-1. L'option choisie par l'ESA était qu'ERS-2 "suive" ERS-1 30 minutes après : de ce fait, ERS-2 survole une zone imagée par ERS-1 exactement le lendemain, et ce avec les mêmes paramètres d'acquisition, ce qui autorise des techniques interférométriques multipasse ERS-1/ERS-2. Le cycle global de ce jeu de 2 acquisitions était de 35 jours, l'intervalle de temps entre ces deux acquisitions étant de 1 jour pour favoriser les expérimentations d'interférométrie.

ASI : CSK

Cette même philosophie a été reprise par l'ASI qui a placé ses 4 CSK de sorte à pouvoir générer des interférogrammes à 1 jour, 4 jours et 8 jours, le cycle global de ce jeu de 4 acquisitions étant de 16 jours (si on ne vise que deux acquisitions, le cycle est de 8 jours).

ESA : Sentinel-1

Les deux Sentinel-1 sont sur la même orbite (période de 12 jours) mais placés exactement à 180° . Aussi, ils passent tous les 6 jours sur la même zone en configuration interférométrique, ce qui donne un cycle de 6 jours.

DLR et l'Espagne

Après le lancement par l'Espagne du satellite PAZ le 22 février 2018, Airbus dispose de 3 satellites compatibles formant une constellation du plus grand intérêt puisque :

- TSX et TDX forment déjà une constellation (voir 1.7.1)
- PAZ est sur la même orbite et survole les mêmes zones que TSX/TDX à un jour d'intervalle

Le cycle global de ce jeu de 3 acquisitions est de 11 jours.

1.8 Les antennes des satellites RSO

Si les premières antennes avaient des architectures très simples (antennes monolithiques), les systèmes actuels sont dotés d'antenne à focalisation électronique. Ce paragraphe en donne les caractéristiques principales, l'aspect focalisation électronique proprement dit sera abordé au paragraphe 4.7.

1.8.1 Antenne "monolithique"

C'est l'antenne la plus simple qui soit : elle se décrit par une surface de référence sur laquelle les caractéristiques de l'onde émise sont identiques. Il existe deux types d'antennes :

- l'antenne "cornet" que l'on trouve par exemple sur les systèmes aéroportés;

- l’antenne rectangulaire plane comme celle d’ERS (figure 1.7). Elle ne peut être embarquée en un seul morceau sur le lanceur : une étape de déploiement est donc à prévoir (ERS avait 10 panneaux de $1\text{m}\times 1\text{m}$ qui, une fois déployés, donnait l’antenne de $10\text{m}\times 1\text{m}$ avec une planéité compatible avec la longueur d’onde centimétrique d’ERS).

On ne peut rien changer aux caractéristiques de l’onde émise avec une antenne monolithique : la visée est toujours dans une direction donnée qui est la perpendiculaire au plan de l’antenne. Le seul moyen de changer cette direction est de changer l’orientation du satellite (comme dans le cas d’ERS lors de la phase “Roll-Tilt” du 4/04/1992 au 12/04/1992, décrite en annexe C.1.4).

1.8.2 Focalisation électronique : l’antenne de l’ASAR d’ENVISAT

L’antenne monolithique ne permet donc aucune variante dans le mode d’acquisition. Aussi les évolutions de l’électronique spatialisée ont permis de subdiviser l’antenne en modules, que l’on peut assimiler à une petite antenne élémentaire dont on peut gérer indépendamment la phase à l’émission. On a alors la possibilité d’émettre une forme d’onde spécifique et on parle de focalisation électronique (le principe est identique à celui des transducteurs médicaux “phased array”).

La description physique de l’antenne à focalisation électronique de l’ASAR (Advanced Synthetic Array Radar) d’ENVISAT est la suivante :

- L’antenne globale a une dimension $L = 10\text{m}$, $l = 1.3\text{m}$, et est composée de 5 panneaux (figure 1.22, a).
- Un panneau a une dimension de $2\text{m}\times 1.3\text{m}$ et est composé de 4 tuiles (figure 1.22, b).
- Une tuile a une dimension de $1\text{m}\times 0.65\text{m}$ et est composée de 16 modules (figure 1.22, c).
- Chaque module représente 6 antennes élémentaires (figure 1.22, d).

Au final :

- Un module est composé de 6 antennes élémentaires.
- Une tuile est composée de 16 modules, donc 96 antennes élémentaires.
- Un panneau est composé de 4 tuiles, donc 384 antennes élémentaires.
- L’antenne est composée de 5 panneaux, donc 1920 antennes élémentaires.

Il faut souligner que l’on peut aussi voir l’antenne comme 16 sous antennes linéaires, chaque sous antenne ayant une dimension $L = 10\text{m}$, $l = 8.125\text{cm}$: on voit alors comment on peut “jouer” sur l’incidence locale (focalisation électronique) ainsi que sur la dimension effective de l’antenne (largeur de lobe principal, donc fauchée utile).

Notons qu’au lancement, l’antenne est repliée sous la coiffe du satellite et déployée une fois en orbite (comme pour ERS).

La focalisation électronique donne une agilité au faisceau émis, comme l’illustre le descriptif des modes d’acquisition de RADARSAT-1 (figure 1.23) : on y remarque que les 7 modes “standard” ont une incidence moyenne entre 23° et 47° sans dépointage mécanique d’antenne (voir l’annexe C.1.6).

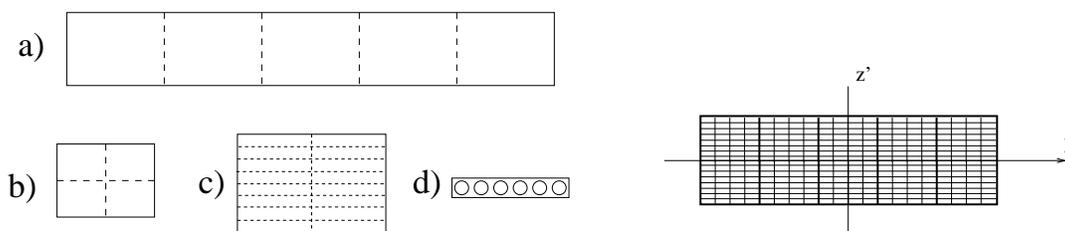


FIGURE 1.22 – L’antenne ASAR du satellite ENVISAT ($L = 10\text{m}$, $l = 1.3\text{m}$). a) : l’antenne est composée de 5 panneaux. b) : chaque panneau est formé de 4 tuiles. c) : chaque tuile est composée de 16 modules. d) : chaque module élémentaire est composé de 6 antennes élémentaires. Au final, on dispose de 16 lignes composées de 20 modules, soit 320 modules (à droite). Sur chacun des 320 modules élémentaires, on peut ajuster la phase (c’est à dire ajuster le retard).

1.8.3 L’antenne de Terrasar-X

Elle a une taille totale de $4.8\text{m}\times 0.70\text{m}$ (voir figure 1.24). Sa caractéristique essentielle est qu’elle fait partie intégrante du satellite : celui-ci a une forme hexagonale, un des côtés correspondant à l’antenne, un

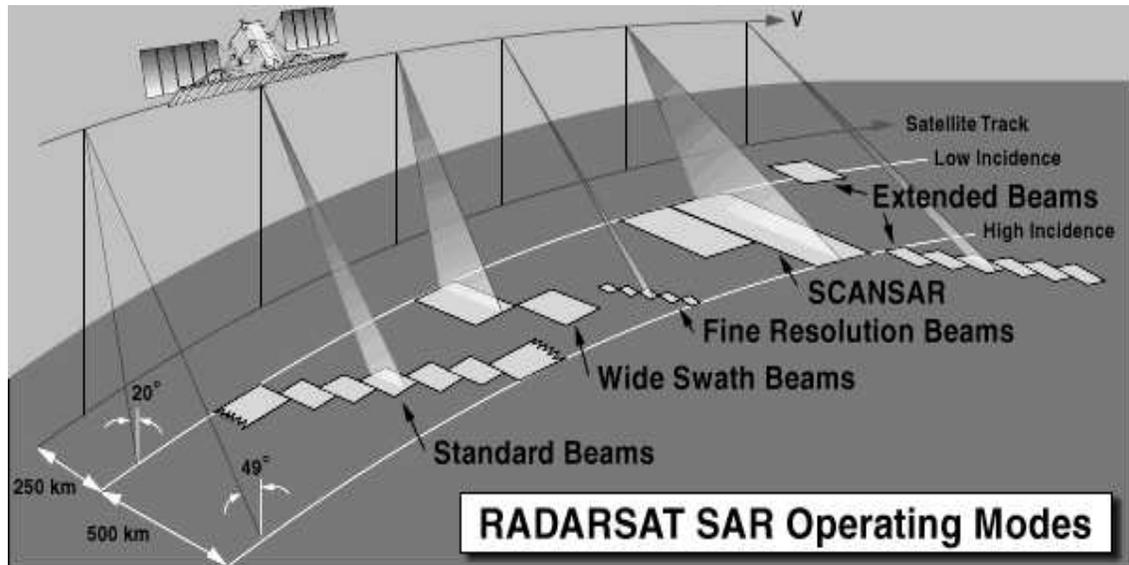


FIGURE 1.23 – Les modes d’acquisition du satellite RADARSAT ©CSA. L’antenne est fixe et ce sont ses caractéristiques de focalisation électronique qui permettent de dépointer le faisceau émis.

autre correspondant aux panneaux solaires. Il n’y a donc pas d’étape de déploiement d’antenne une fois le satellite placé sur son orbite nominale. Comme dans le cas des satellites optiques THR actuels (Pléiades par exemple), le pointage du système imageur peut s’effectuer par dépointage physique (c’est tout le satellite qui se dépointe) avec une précision redoutable puisque l’on utilise toutes les capacités dont dispose un satellite pour fixer son attitude, ce qui conduit à fixer l’orientation de l’antenne. Il semblerait cependant que cette possibilité ne soit pas utilisée en mode opérationnel classique : le dépointage électronique étant suffisant pour assurer les modes habituels.

1.8.4 L’antenne de Cosmo-Skymed

Elle a une taille totale de 5.7m×1.4m et est composée de 5 panneaux. Chaque panneau est divisé en 8 sous panneaux horizontaux. L’originalité vient de ce que chaque panneau peut être programmé de manière totalement différente des autres, ce qui conduit à un concept “multi faisceaux”. Il y a 14 modes accessibles aux utilisateurs, dont voici trois exemples (pour un panneau, 1 signifie que la sous antenne reçoit, 0 signifie que l’on ne prend pas en compte les données venant de cette sous antenne) :

- standard : 11111
- Split Antenna SPAN2a : 10001
- Split Antenna SPAN3a : 10101

On peut aussi diviser l’antenne en deux grandes antennes horizontales (“vertical split antenna”, mode SPAN 2V).

1.8.5 L’antenne et les modes d’acquisition de Radarsat-2

L’antenne de Radarsat-2 (15m × 1.5 m) se décrit comme deux “ailes” : A et B (avant et arrière), chacune composée de deux panneaux. Chaque panneau est doté de 32 lignes de TRM (*Transmit/Receive Modules*), ce qui donne au total 512 TRM. Chaque TRM est constitué de 20 patches émetteur/récepteur. Ceci explique la profusion de modes possibles (plus de 200).

Les modes les plus classiques sont détaillés figure 1.26.

1.8.6 L’antenne de Sentinel

Elle comporte 15 tuiles identiques (0.87 m × 0.87 m), ce qui donne 280 centres de phase possibles organisés en 20 lignes et 14 colonnes.

Les différents modes d’acquisition de Sentinel-1 sont décrits figure 1.27

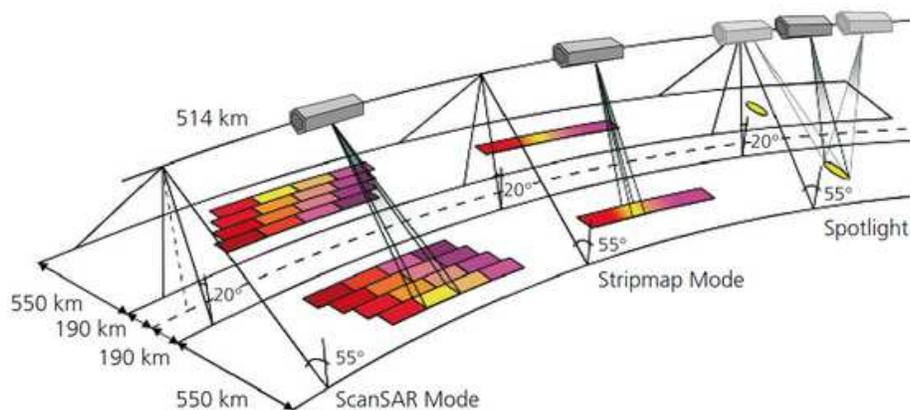


FIGURE 1.24 – Les principaux modes d’acquisition du satellite TerraSAR-X (©DLR).

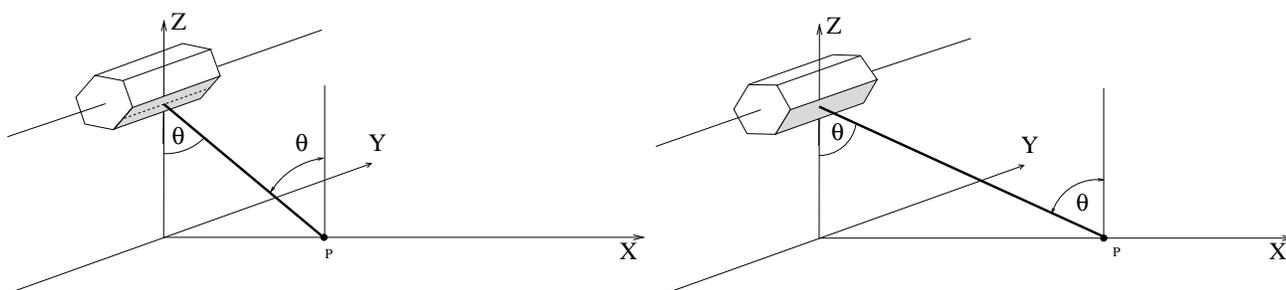


FIGURE 1.25 – L’antenne du satellite TerraSAR-X : elle fait partie intégrante d’un des côtés du satellite. Pour changer l’incidence locale, il est possible de dépointer le satellite par un basculement complet de la plateforme.

1.8.7 L’antenne d’ALOS-2

Les différents modes d’acquisition d’ALOS-2 sont décrits figure 1.28

1.8.8 Autre forme d’antenne : l’antenne de RISAT-2

Le satellite dual RISAT-2 (figure 1.29) est d’un concept totalement différent des satellites habituels. L’antenne est une parabole ressemblant fortement à un parapluie et ses baleines (il est plié au décollage, et se déploie une fois en orbite). Elle peut se focaliser par dépointage de la tête d’antenne (comme les antennes de réception des télévisions par satellite), ou par basculement du satellite. On n’a malheureusement que très peu d’information sur ce type de capteur. Il permet un mode spécifique : le mode “mosaic” analogue à celui des capteurs optiques récents (Pléiades par exemple) permettant d’élargir la fauchée sur une zone spécifiée.

Notons que les informations utiles de ce satellite (orbite, paramètres du capteur, ...) sont parfois contradictoires.

1.8.9 Tableau récapitulatif des dimensions d’antenne

Ce tableau récapitule des dimensions globales qui ne sont pas obligatoirement représentatives des capteurs actuels : en effet, le choix de tout ou partie de l’antenne par les systèmes à focalisation électronique font que ces dimensions ne donnent pas nécessairement la résolution et la fauchée du système. Cependant, ces valeurs permettent d’avoir un ordre de grandeur des performances de ces divers capteurs.

A noter que, pour SRTM, les antennes réceptrices situées en bout de mât (60m de long) avaient 8m de long (bande C) et 6m de long (bande X).

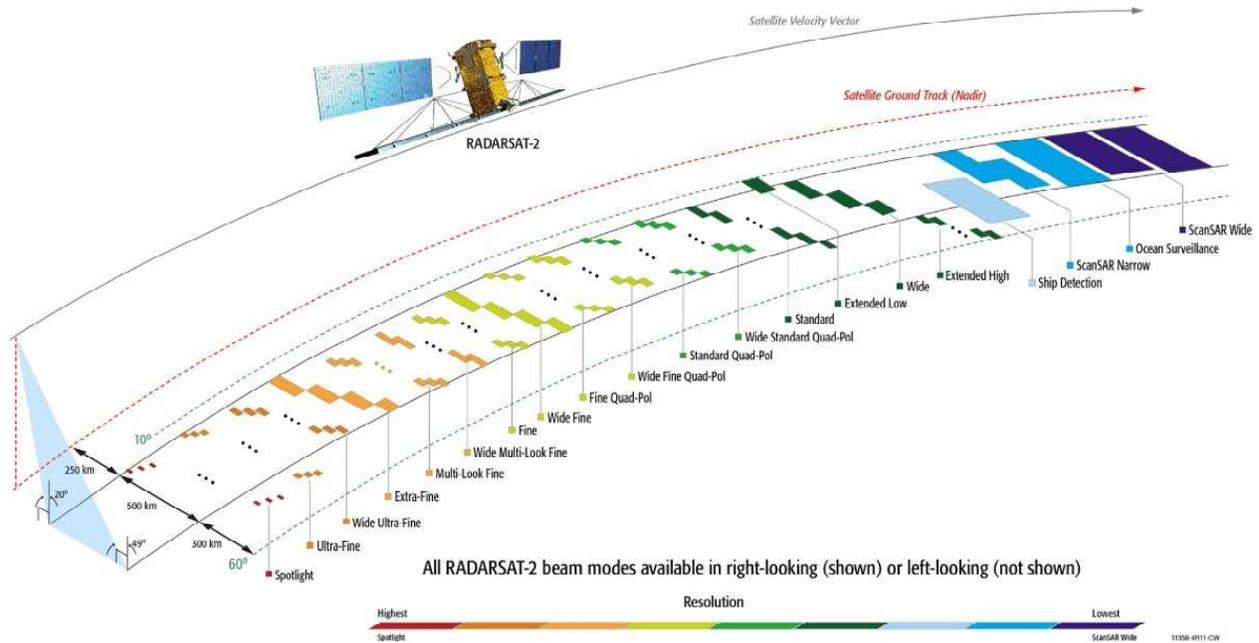


FIGURE 1.26 – Les principaux modes d’acquisition du satellite Radarsat-2 d’après [1](©MacDonald, Dettwiler and Associates Ltd.).

1.9 Les images distribuées par les agences spatiales

Les agences spatiales mettent à disposition un certain nombre de type d’images dont les spécificités seront détaillées pour certaines à l’annexe C. Cependant, ces images sont globalement classées en trois catégories :

- Les données brutes (RAW) qui correspondent à l’acquisition RAR (Real Aperture Radar) et sur lesquelles doit opérer un algorithme de synthèse radar pour construire une image exploitable. La résolution de ces données est en général de plusieurs kilomètres. Les dimensions interligne et intercolonne sont dictées par les paramètres d’acquisition du système.
- Les images *Single Look Complex* (SLC) qui correspondent aux données en sortie de la synthèse radar. Les pixels ont une valeur complexe, ce qui permet des techniques de filtrage spécifique, comme l’interférométrie. Les dimensions interligne et intercolonne sont dictées par les paramètres d’acquisition du système, ce qui conduit à un pixel rectangulaire (de l’ordre de $20\text{m} \times 4.5\text{m}$ pour ERS).
- Les images PRI (*Precision Image*) qui sont une version moyennée et rééchantillonnée des images SLC. Les données sont des entiers positifs généralement codés sur 16 bits (ce qui est bien adapté à la forte dynamique des données radar). La résolution est en général dégradée en échange d’un léger filtrage du chatoiement (*speckle*) omniprésent sur ce type de donnée. La dimension du pixel sol est identique sur toute l’image, est fournie en mètre et a souvent un format standard (par exemple $12.5\text{m} \times 12.5\text{m}$ ou $6.25\text{m} \times 6.25\text{m}$)²⁵. Ce type d’image correspond aux données GRD de Sentinel-1.

Très souvent, à ces images sont jointes des *Quicklook* dans des formats “classiques” (jpeg, tif, png, ...) de dimension raisonnable (par exemple 800×1000) et permettant d’avoir une vue d’ensemble de la zone imagée.

25. choix curieux effectué à une époque où les capteurs optiques avaient des formats de type $10\text{m} \times 10\text{m}$

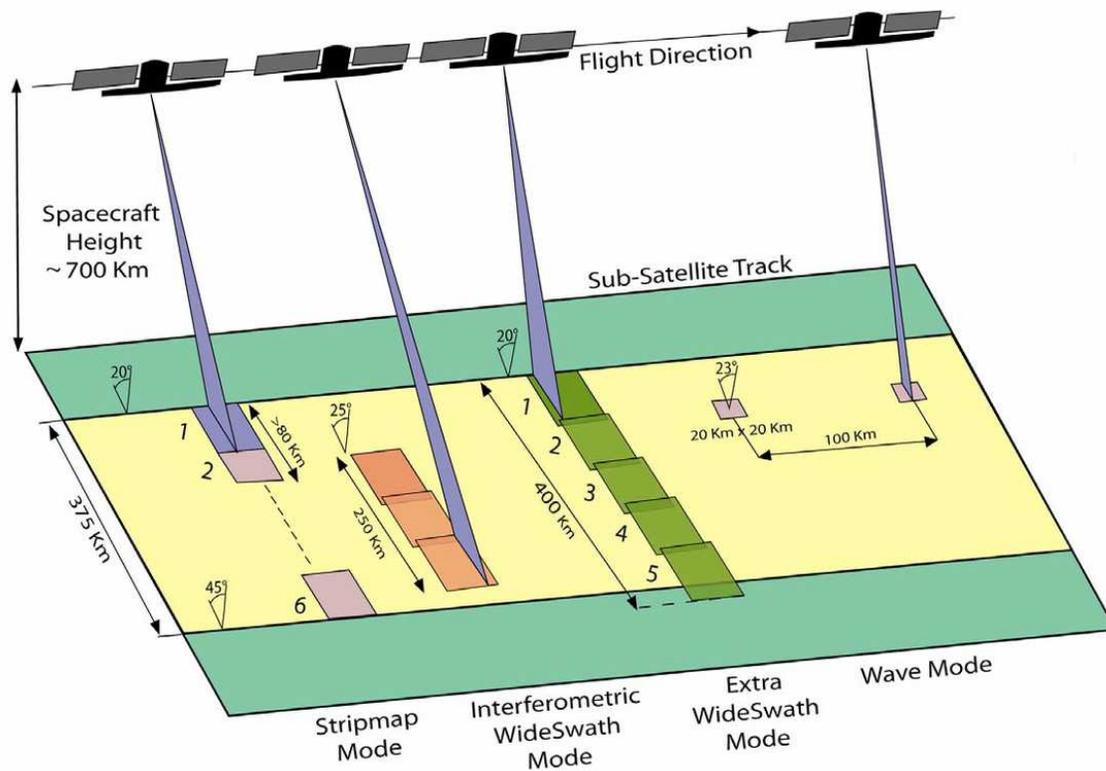


FIGURE 1.27 – Les modes d’acquisition du satellite Sentinel-1 ©ESA. Les incidences minimale et maximale en mode EW sont de 18.9° et de 47°.

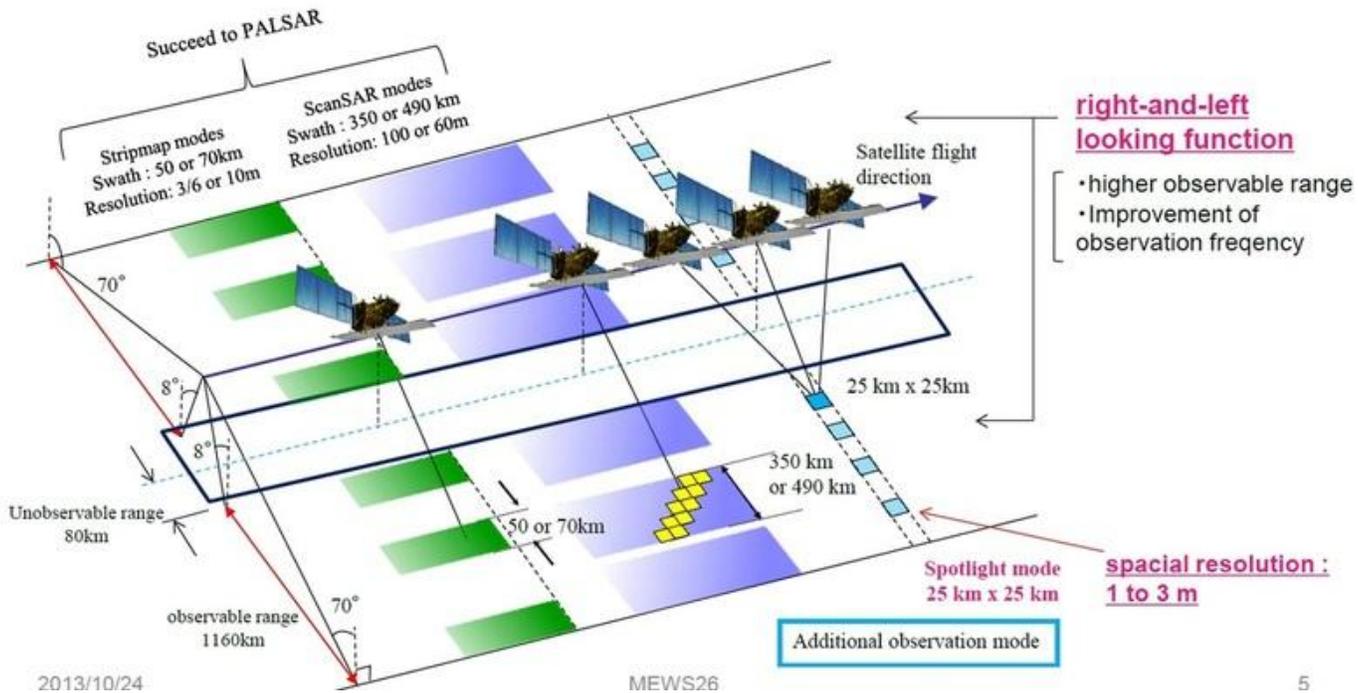


FIGURE 1.28 – Les modes d’acquisition du satellite ALOS-2.



FIGURE 1.29 – L'antenne de RISAT-2 (©IAI).

	L (m)	l (m)	type	valeurs	visée	steering
SEASAT	10.74	2.07	F	23°	D	
SIR-A	9.4	2.16	F	50°		
SIR-B	10.7	2.16	M	15° à 65°		
SIR-C bande L	12.0	2.9	E	20° à 55°		
SIR-C/SRTM bande C	12.0	0.74	E	20° à 55°		
SIR-C/SRTM bande X	12.0	0.40	M	20° à 55°		
ERS	10.0	1.0	F	23°	D	—
ENVISAT	10.0	1.3	E	15° à 45°	D	—
RADARSAT-1	15.0	1.5	E	20° à 49°	D	—
JERS-1	11.9	2.2	F	35°	D	—
ALOS	8.9	3.1	E	25° à 39°	D	—
ALOS-2	9.9	2.9	ME	8° à 70°	DG	± 3.5°
Cosmo-Skymed	5.7	1.4	ME	18° à 60°	DG	± 2°
RADARSAT-2	15.0	1.4	ME	20° à 49°	DG	± 0.8°
Sentinel-1	12.3	0.82	E	18.9° à 47°	D	± 0.9°
Terrasar-X	4.8	0.70	ME	20° à 55°	DG	± 2.2°

TABLE 1.8 – Dimensions d'antenne et angles d'incidence. La lettre F signifie que l'angle d'incidence est fixé une fois pour toutes. Les lettres M ou E signifient que cet angle d'incidence peut varier (mécaniquement ou électroniquement). Les valeurs d'incidence sont des ordres de grandeur sur une scène (dans une image réelle, cette valeur dépend de la position dans la fauchée).

Chapitre 2

L'acquisition *StripMap*

Pour continuer la compréhension des systèmes RSO satellitaires, nous allons étudier le mode d'acquisition le plus standard : le mode StripMap. A ce stade, nous allons faire deux hypothèses :

- Le Radar émet un signal très bref de sorte que la résolution temporelle du système soit δt : nous verrons au chapitre 3 que ceci ne peut être obtenu en pratique que par l'émission d'un signal particulier, le *chirp* (*Compressed High-Intensity Radiated Pulse*), et un traitement particulier à la réception : le filtrage adapté.
- on peut considérer que l'on dispose d'une antenne idéale de dimension idéalement grande L_S telle que la résolution azimutale soit $\delta y = L/2$ (L étant la dimension de l'antenne physique embarquée). Ceci est rendu possible grâce à la synthèse d'ouverture qui sera analysée au chapitre 4. Dans ce chapitre, on pourra se contenter d'utiliser telles quelles les valeurs de L_S qui ont été données au tableau 1.4 et dont les valeurs sont kilométriques.

2.1 Le radar : un système d'écholocation

Nous avons donc vu qu'un radar est avant tout un système d'écholocation, émettant un signal le plus bref possible et recevant les échos correspondant à la rétrodiffusion de l'onde électromagnétique par des objets au sol.

Parmi les formes d'onde les plus brèves possible, le sinus cardinal possède un certain nombre de propriétés qui le rend incontournable sur les systèmes radar. Aussi ce paragraphe est dédié à son étude et à sa caractérisation, ainsi qu'à son utilisation réelle dans le cadre des systèmes actuels (bande L, C ou X, c'est à dire pour des "porteuses" entre 1 GHz et 10 GHz).

2.1.1 Un signal type : le sinus cardinal

Analyse temporelle et résolution

Le sinus cardinal est le signal type par excellence du monde radar. Sa forme dite normalisée s'exprime comme ¹ :

$$\text{Sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} \quad (2.1)$$

Une de ses propriétés essentielles est que son spectre est constant et borné : propriété très utile, mais, en conséquence de quoi, puisque le spectre est borné, la longueur théorique du sinus cardinal est infinie, ce qui est a priori peu réaliste. Néanmoins, bien que sa décroissance soit lente (en $1/x$), on peut raisonnablement se restreindre, pour son analyse et son traitement, à une zone centrée à l'origine.

L'annexe F en précise certaines caractéristiques (positions des zéros et des secondaires, ...).

Un sinus cardinal s_{SC} , de bande utile BW et défini pour la variable temporelle t , a la forme suivante :

$$s_{SC}(t) = \frac{\sin(\pi BW t)}{\pi BW t} = \text{Sinc}(BW t) \quad (2.2)$$

1. Cette expression correspond en particulier au choix de Python

On peut tout à fait le considérer comme un signal localisé en $t = 0$ puisque sa partie centrale, limitée à gauche comme à droite par ses premiers zéros, représente environ 92% de l'énergie totale du signal. Cette partie centrale se définit comme le **lobe principal** du sinus cardinal².

Sa transformée de Fourier s'écrit :

$$\mathcal{F}[s_{SC}](f) = \begin{cases} \frac{1}{BW} & \text{si } f \in [-\frac{BW}{2}, \frac{BW}{2}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.3)$$

Son spectre est centré en 0., est réel, et est constant entre $-BW/2$ et $BW/2$ et nul ailleurs (tout ceci lui fait vérifier bien évidemment la symétrie hermitienne). La figure 2.1 illustre un sinus cardinal canonique ($BW = 1$) ainsi que son spectre.

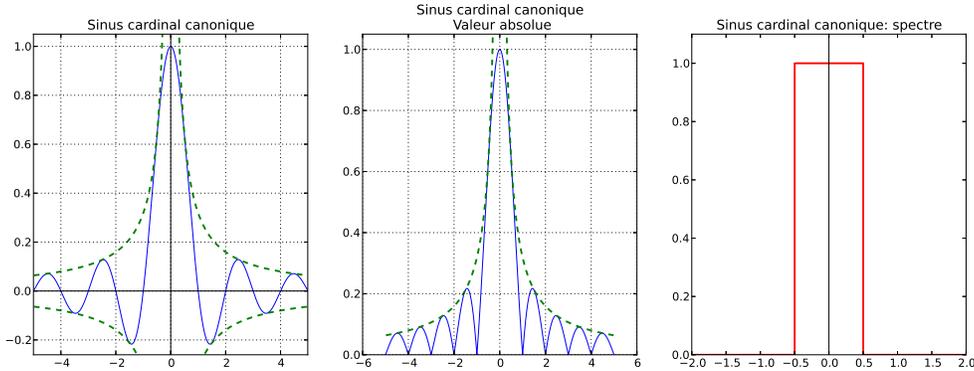


FIGURE 2.1 – Le sinus cardinal : cas canonique ($BW = 1$). Le temps est en seconde, les fréquences sont en Hz. Les passages à zéros du sinus cardinal se font pour $t \in \mathbb{Z}^*$. En pointillé, on a tracé l'enveloppe en $1/|t|$. On note que la largeur spectrale est $BW = 1$.

La figure 2.2 (à gauche) illustre un sinus cardinal dont la bande utile est $BW = 300$ Mhz. En considérant le lobe principal, on en déduit un premier critère de résolution³ :

$$\tau_{zero} = \frac{1}{BW} \quad (2.4)$$

Ce critère se justifie en considérant deux sinus cardinaux identiques (sensés représenter deux échos de cibles identiques). Si le pic du second correspond au premier zéro du premier, alors le pic du premier sinus cardinal coïncidera avec le premier zéro du second sinus cardinal (voir figure 2.2) : l'observateur aura donc deux instants pour lesquels le signal reçu ne sera pas un mélange de deux signaux spécifiques. Si l'on compare les énergies des deux signaux en dB, on a alors un rapport infini tant pour l'instant correspondant au pic du premier sinus cardinal que pour l'instant correspondant au pic du second sinus cardinal.

Analyse en largeur de lobe

Le sinus cardinal ayant un autre rôle à jouer en imagerie radar (dans le cadre des lois d'antenne, voir 4.1.4), il est judicieux de l'analyser sous un autre aspect : celui de sa largeur de "lobe principal"⁴. En effet, en traitement du signal, la caractérisation d'un filtre se fait en lui appliquant une transformée de Fourier et en étudiant alors la forme du spectre. Par exemple, la fenêtre naturelle a pour transformée de Fourier un sinus cardinal, ce qui limite son utilisation comme filtre passe bas puisque son spectre a une décroissance en $1/f$ autour du maximum (en $f = 0$). En pratique, la caractérisation d'un filtre se fait en

2. Les lobes secondaires peuvent causer sur les images des effets parasites appelés "ambiguïtés" (voir par exemple le paragraphe 7.4.3).

3. Notons qu'en optique, en présence d'une ouverture circulaire, on remplace la fonction sinus par la fonction de Bessel d'ordre 1 $-J_1-$ de sorte que le premier zéro de la fonction $J_1(x)$ est à la valeur $x_0 = 3.83$ et alors que le premier zéro de la fonction sinus est à la valeur $x'_0 = \pi$, ce qui mène au terme correctif bien connu de 1.22 : pour une ouverture circulaire, on a $\tau_{zero} = \frac{1.22}{BW}$

4. On appelle ici **lobe principal** une zone autour du maximum d'une fonction. Ce terme sera bien entendu repris pour les aspects "antenne" du radar, paragraphe 1.3.2.

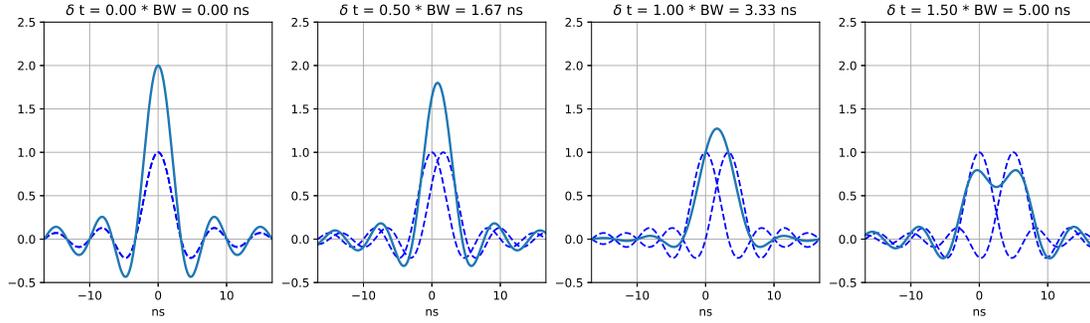


FIGURE 2.2 – Le sinus cardinal : à gauche, tracé d’un sinus cardinal de bande $BW = 300$ MHz et d’amplitude 2 ; le temps est en ns. Les autres figures illustrent la superposition de deux sinus cardinaux identiques, d’amplitude unité et séparés par un intervalle de temps de $1/2BW$, $1/BW$ (le critère de résolution formule 2.4) et $3BW/2$: on observe que prendre comme critère de résolution temporelle la valeur $1/BW$ est raisonnable car, même si l’on n’obtient pas deux maxima locaux (comme dans le cas $3BW/2$), le pic central est beaucoup plus empâté qu’un simple sinus cardinal, ce qui est révélateur de la présence de deux cibles rapprochées.

étudiant son spectre et en définissant la partie utile du lobe principal à l’aide d’un critère, qui est le ratio de l’énergie du spectre normalisé par l’énergie du spectre en son maximum, le tout en décibel : c’est ainsi que l’on définit la bande passante. Souvent, dans le cas d’un sinus cardinal, il est d’usage de prendre la valeur -3 dB comme critère.

Appliquons cette démarche pour notre sinus cardinal. On calcule donc le ratio calculé pour un paramètre α caractérisant un τ_α tel que :

$$\tau_\alpha = \alpha \frac{1}{BW}$$

On a alors :

$$\text{ratio}_\alpha = \left| \frac{s_{SC}(\tau_\alpha)}{s_{SC}(0)} \right|^2 \quad (2.5)$$

Le tableau 2.1 donne des valeurs de α et la valeur du ratio en dB (formule 2.5, voir aussi l’annexe F, tableau F.3).

α	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
ratio en dB	-0.915	-1.938	-3.098	-4.4377	-6.0203	-7.958	-10.456	-13.98	-20.000

TABLE 2.1 – Etude de la formule 2.5 donnant le critère d’ouverture selon le paramètre α ($\tau_\alpha = \alpha/BW$).

Le choix simplificateur $\alpha = 0.5$ qui sera fait dans ce document reflète donc un critère un peu plus sévère que le critère à -3dB : on a alors une largeur “à -6 dB” (voir la figure F.2 de l’annexe F). Sous cette hypothèse, en prenant en compte le signal de part et d’autre de l’origine $t = 0$, on obtient alors une largeur de lobe égale à :

$$\delta t = 2\tau_\alpha = 2\alpha \frac{1}{BW}$$

ce qui donne :

$$\boxed{\delta t = \frac{1}{BW}} \quad (2.6)$$

Ce résultat donne alors un lien facile à interpréter entre résolution et lobe : la largeur du lobe est dans ce cas exactement égale à la résolution choisie dans ce document (position d’une seconde cible sur la position du premier zéro du sinus cardinal correspondant à la première cible). On peut alors parler de résolution “à -6 dB”.

Analyse en distance

Le raisonnement précédent a été mené sur l'échelle des temps puisque le signal reçu par un système d'écholocation est avant tout un signal temporel. Or l'hypothèse fondamentale d'un système d'écholocation est d'associer le temps à la distance (*range*, que l'on appelle aussi *slant range*) en supposant la célérité des ondes constante dans le milieu traversé selon la relation :

$$x = ct$$

La distance mesurée par un système d'écholocation doit prendre en compte le trajet aller-retour, ce qui, à un instant t associe une distance r selon la relation :

$$r = \frac{ct}{2}$$

Si l'on prend pour résolution temporelle la relation 2.4, on a alors une résolution spatiale donnée par la relation :

$$\delta r = \frac{c\delta t}{2}$$

ce qui donne

$$\boxed{\delta r = \frac{c}{2BW}} \quad (2.7)$$

Par exemple, pour avoir une résolution métrique sur l'axe distance, il faut envisager d'avoir un signal dont la durée est de l'ordre de 6.67 ns : la bande est alors $BW = 150$ MHz. La fréquence d'échantillonnage requise est alors : $F_{ech} \geq 150$ MHz.

2.1.2 Signal réel, signal complexe : le rôle de la porteuse

Dans l'univers du radar, il n'est pas envisageable d'émettre un signal sur une bande de fréquence $[-BW/2, BW/2]$ centrée en 0, la plus simple des raisons étant qu'un système physique ne peut impunément générer la fréquence nulle. Une autre raison est qu'une onde basse fréquence requiert une antenne très grande pour être émise⁵. Aussi va-t-on utiliser une fréquence porteuse dont la valeur sert à caractériser le système : on parle de "bandes radar", données par le tableau 2.2. Grâce à cette porteuse, on aura des antennes de dimensions raisonnables (c'est à dire embarquable sur un satellite) présentant un lobe d'antenne⁶ suffisamment fin pour les applications en imagerie.

Le choix de cette fréquence de porteuse est donc dicté à la fois par des contraintes d'embarquement d'antenne, de choix de lobe d'antenne (plus ou moins fin) et de fréquence centrale sur laquelle la réponse des cibles peut être plus ou moins sensible (point abordé au chapitre 7).

Bande	GHz	cm
P	0.225-0.390	133-77
L	0.390-1.55	77-19.3
S	1.55-4.20	19.3-7.1
C	4.20-5.75	7.1-5.2
X	5.75-10.9	5.2-2.7
K _u	10.9-22.0	2.70-1.36
K _a	22.0-36	1.36-0.83

TABLE 2.2 – Les bandes radar, leurs fréquences et leurs longueur d'ondes.

Le signal électrique envoyé sur l'antenne s'écrit alors sous la forme d'un cosinus (à la fréquence de la porteuse f_0) modulé en amplitude par le sinus cardinal, ce qui donne :

$$s_A(t) = \cos(2\pi f_0 t) s_{SC}(t) = \cos(2\pi f_0 t) \frac{\sin(\pi BW t)}{\pi BW t} \quad (2.8)$$

5. L'antenne France Inter d'Allouis était une antenne de 350m de haut et a émis le programme de Radio France sur une fréquence de 162 KHz avec une couverture quasi nationale (portée de l'ordre de 1000 km) de 1938 jusqu'au 31 décembre 2016.

6. c'est à dire une zone autour de l'axe de l'antenne dans laquelle se concentre la majeure partie de l'énergie émise, voir figure 1.1

Son spectre est constant autour des fréquences f_0 et $-f_0$ sur une largeur BW et est nul ailleurs. Il a la symétrie hermitienne (puisque le signal est réel).

La figure 2.3 est similaire à la figure 2.2, sauf que le signal émis est $s_A(t)$ ($BW=300$ MHz, $f_0=1.2$ GHz). Il faut alors remarquer que sommer ce signal avec une de ses versions décalées dans le temps produit des phénomènes d'interférence qui modifient la compréhension de la notion de résolution. Cependant, on garde le même critère pour ce sinus cardinal sur porteuse que pour le sinus cardinal sans porteuse de sorte que la résolution s'écrit toujours :

$$\delta t = \frac{1}{BW}$$

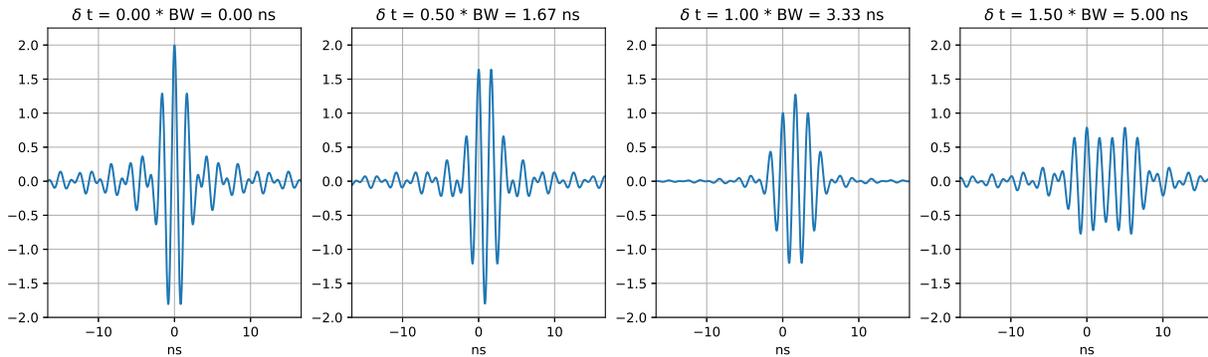


FIGURE 2.3 – Le sinus cardinal sur porteuse de fréquence $f_0 = 1200$ MHz : à gauche, tracé d'un sinus cardinal d'amplitude 2 et de bande $BW = 300$ MHz ; le temps est en ns. Les autres figures illustrent la superposition de deux sinus cardinaux d'amplitude unité, identiques et séparés par un intervalle de temps de $1/2BW$, $1/BW$ et $3/2BW$: on observe que prendre comme critère de résolution temporelle la valeur $1/BW$ est moins évident que dans le cas sans porteuse (voir figure 2.2) à cause des phénomènes d'interférence entre les deux signaux.

2.2 Géométrie d'acquisition et échantillonnage

2.2.1 Acquisition selon la distance (écholocalisation)

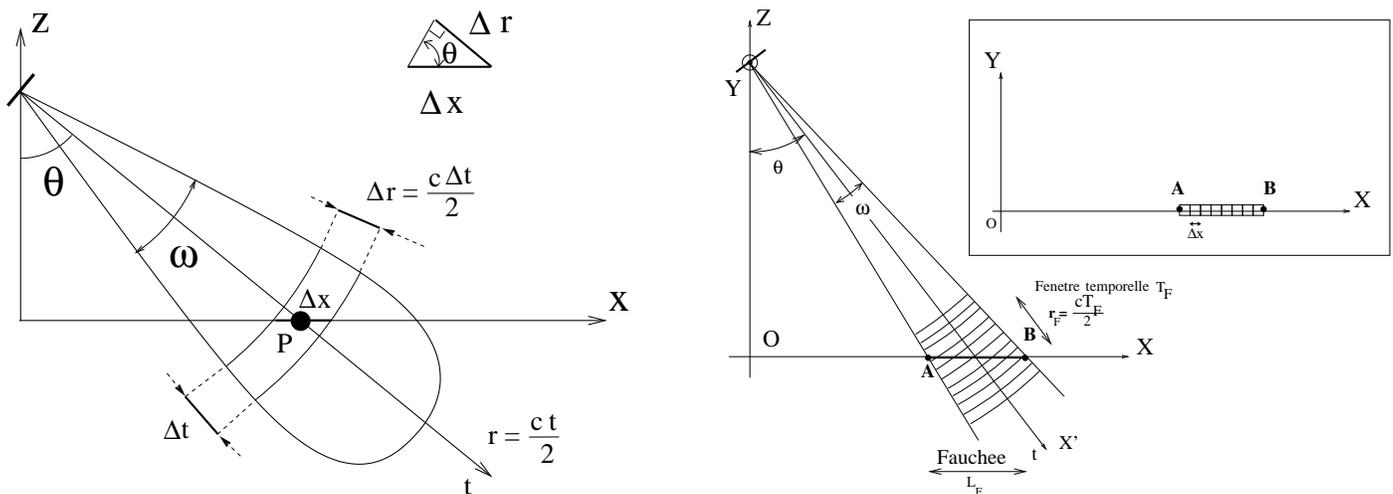


FIGURE 2.4 – A gauche : échantillonnage de la surface de la Terre selon un pas Δx grâce à un échantillonnage temporel du signal reçu Δt . A droite : le signal est acquis sur une durée T_F , la fauchée sol (fauchée utile) étant définie comme les points au sol situés à l'intérieur du lobe d'antenne de valeur ω .

Tout d'abord rappelons qu'un radar est un système d'écholocalisation : pointé dans une direction donnée vers la Terre, avec une incidence θ , son signal peut être échantillonné de sorte que l'on peut, par simple projection, analyser la surface de la Terre avec un pas Δx (figure 2.4).

Etant donné que le signal effectue un aller-retour entre l'antenne et la cible observée à l'instant t , la distance antenne-cible R est donnée par :

$$R = \frac{ct}{2}$$

c étant la célérité des ondes électromagnétiques, que l'on peut considérer comme étant égale à la célérité de la lumière dans le vide (nous verrons les limites de cette hypothèse dans les conclusions du chapitre 8). Si l'échantillonnage temporel est Δt (la case temps), on a l'échantillonnage en distance Δr , appelé *case distance* :

$$\Delta r = \frac{c \Delta t}{2}$$

et on en déduit la valeur de la case sol (en supposant que la Terre est plane) :

$$\Delta x = \frac{\Delta r}{\sin \theta} = \frac{c \Delta t}{2 \sin \theta} \quad (2.9)$$

(c'est la relation 1.5).

Si l'on connaît la résolution temporelle du système radar δt , on doit avoir pour vérifier le critère de Shannon $\Delta t \leq \delta t$, ce qui donne

$$\Delta x \leq \frac{c \delta t}{2 \sin \theta} \quad (2.10)$$

Nous verrons au chapitre 3 que pour un système d'imagerie RSO défini par une bande passante BW , tout se passe comme si on avait émis un sinus cardinal de bande passante BW grâce à une opération appelée filtrage adapté. Dans ce cas, la résolution temporelle δt et la résolution en distance δr sont tout simplement liées à la bande passante BW par la relation 2.6 :

$$\delta t = \frac{1}{BW} \quad \delta r = \frac{c}{2BW}$$

On obtient alors comme condition d'échantillonnage temporel (case temps) :

$$F_{ech} \geq BW \Leftrightarrow \Delta t \leq \frac{1}{BW}$$

ce qui donne pour l'échantillonnage spatial (case sol) :

$$\Delta x \leq \frac{c}{2BW \sin \theta} \quad (2.11)$$

2.2.2 Analyse selon l'azimut (mouvement de l'antenne)

Le cas le plus simple à analyser est celui où l'antenne⁷, de dimension L_S , est parfaitement parallèle à la trajectoire du satellite : dans ce cas, le point P est à distance minimale lorsqu'il se trouve au centre du lobe principal de l'antenne. On peut remarquer qu'un observateur au sol situé au point P n'observera aucun effet Doppler sur le signal émis par l'antenne puisque la vitesse radiale du satellite est nulle. Ce point correspond au CPA (*Closest Point of Approach*⁸). Un autre point Q situé à une distance δy_L ne sera donc pas observable par l'antenne (figure 2.5, gauche).

En déplaçant le long de la trajectoire du satellite l'antenne d'une distance $L/2$ (c'est à dire la résolution de l'antenne), les rôles sont inversés : le point Q devient observable et le point P devient inobservable (figure 2.5, droite).

En pratique, l'échantillonnage selon l'axe OY est effectué avec un pas constant Δy . La vitesse du satellite V_S peut être considérée comme à peu près constante sur une image RSO. Projetée au sol, la vitesse du satellite est notée $V_{S,sol}$ (voir relation 1.23). Cela revient à acquérir les données radar à intervalles réguliers dont le pas temporel est défini par T_{FRI} :

$$T_{FRI} = \frac{\Delta y}{V_{S,sol}}$$

7. On considère toujours dans ce chapitre que l'antenne a une longueur idéalement grande L_S , et que sa résolution est $\delta y_L = L/2$.

8. terme utilisé dans le monde de l'acoustique sous marine, caractérisé par un Doppler nul.

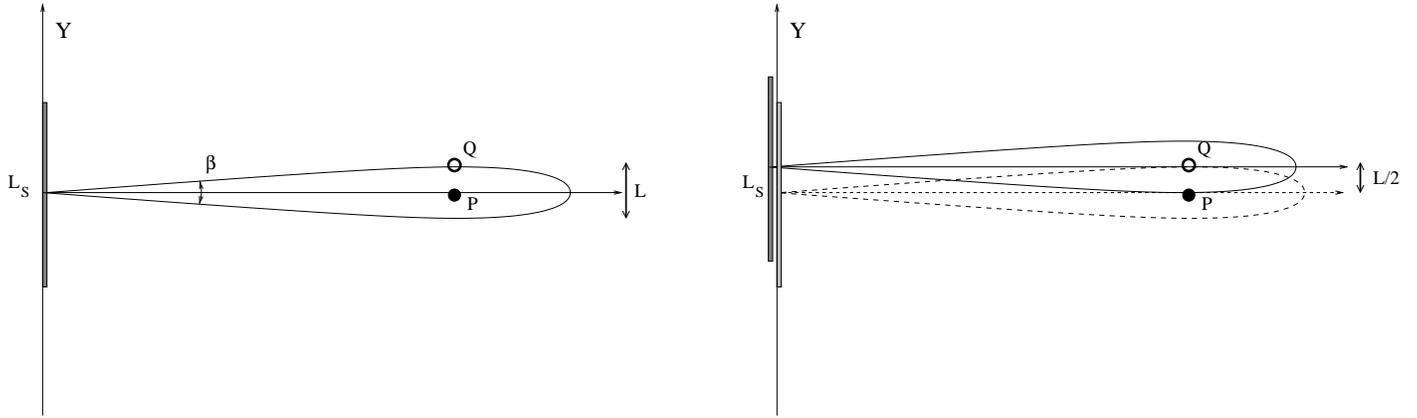


FIGURE 2.5 – Antenne synthétique de dimension physique L_S et de résolution $L/2$: le point P est sur l'axe du lobe principal et le point Q ne peut alors être observé (à gauche). Si on déplace l'antenne de $L/2$, on verra alors le point Q et le point P ne sera pas observable (à droite).

l'inverse de T_{FRI} donnant la Fréquence de Répétition des Impulsions (FRI), appelé aussi PRF (*Pulse Repetition Frequency*). On a alors :

$$\text{FRI} = \frac{V_{S,\text{sol}}}{\Delta y}$$

Puisque le critère de Shannon doit être vérifié, connaissant la résolution δy de l'antenne synthétique, on doit avoir :

$$\text{FRI} \geq \frac{V_{S,\text{sol}}}{\delta y} \quad (2.12)$$

2.2.3 Temps court et temps long

Le radar dépend du temps à deux titres :

- le temps vu comme paramètre d'écholocation : ont ainsi été décrits la résolution temporelle δt (liée à la durée du signal émis) et le pas temporel Δt (lié à l'échantillonneur). L'échelle de temps est lié à la bande passante (quelques centaines de MHz).
- le temps vu comme paramétrage des tirs radar successifs, c'est à dire par le biais du pas spatial Δy dans la direction azimut associé à la vitesse du satellite V_S . La fréquence type lié à ce temps est celui de la FRI (quelques KHz).

Pour éviter parfois des erreurs de compréhensions, il est d'usage de parler de **temps court** pour l'échelle temporelle liée à l'écholocation et de **temps long** pour l'échelle temporelle liée à la position de l'antenne.

2.2.4 StripMap et Pushbroom

Les principes d'acquisition ainsi posés (échantillonnage selon le temps du signal temporel et selon la position de l'antenne le long de l'axe azimut), on peut tenter une représentation d'acquisition (figure 2.6).

Si l'on compare avec le système d'acquisition d'images optiques utilisé quasiment systématiquement en imagerie satellitaire, le **pushbroom**, on peut y trouver une grande analogie puisque dans les deux cas le déplacement du satellite est utilisé pour construire une image à partir de signaux monodimensionnels (voir figure 1.6).

Il y a donc une parfaite analogie à la seule condition que le sol imagé soit plan (hypothèse Terre Plane, absence de relief ou de sursol : immeubles, ouvrages d'art, ...). Les effets liés au relief et au sursol seront analysés au chapitre 8.

2.3 Réponse impulsionnelle : la PSF d'un radar imageur

Ce paragraphe va donc analyser la réponse impulsionnelle (PSF : *Point Spread Function*) d'un système RSO. C'est la PSF qui dicte la résolution selon le temps δt ou la distance δr et selon l'azimut δy , et on

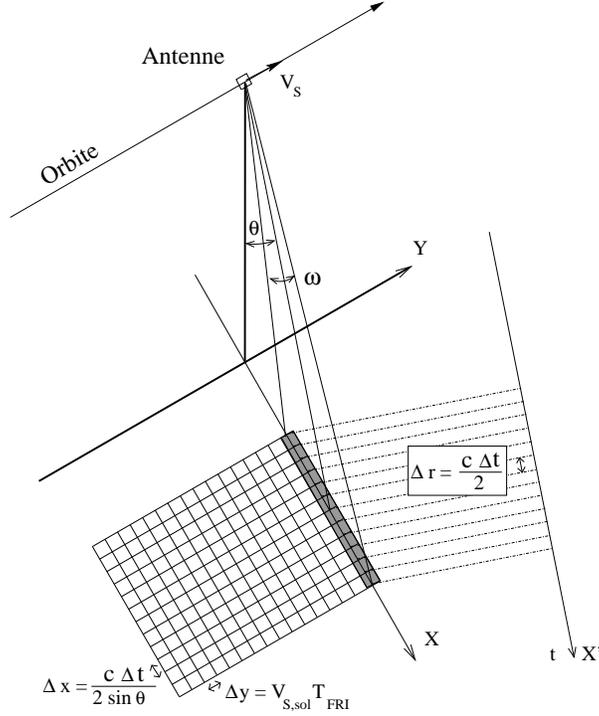


FIGURE 2.6 – Acquisition d’une image RSO par échantillonnage temporel selon l’axe temps et par déplacement régulier de l’antenne selon l’axe azimut. Les notions de “case temps”, “case distance” et “case sol” sont obtenues par échantillonnage régulier du signal temporel (aspect “écholocalisation” du signal radar). La notion de “case azimut” est obtenue par répétition régulière (selon la FRI) de l’émission/réception du signal radar au fur et à mesure que le satellite se déplace sur sa trajectoire.

considère tout au long de ce document que l’échantillonnage a été réalisé en vérifiant le critère de Shannon : on a alors $\Delta t \leq \delta t$, $\Delta r \leq \delta r$ et $\Delta y \leq \delta y$.

2.3.1 Réponse impulsionnelle d’un RSO en temps

En modélisant le signal comme un sinus cardinal, on a pour la relation temporelle (relation 2.8) :

$$s_A(t) = \cos(2\pi f_0 t) s_{SC}(t) = \cos(2\pi f_0 t) \frac{\sin(\pi BW t)}{\pi BW t} \quad (2.13)$$

2.3.2 Réponse impulsionnelle d’un RSO en distance (espace antenne)

On peut passer de la dimension temps à la dimension distance puisque l’on a la relation fondamentale des systèmes d’écholocalisation (relation 1.2) :

$$R = \frac{ct}{2}$$

Ceci permet de passer d’un signal en temps $s_A(t)$ à un signal en distance $s_r(r)$:

$$s_r(r) = \cos\left(2\pi f_0 \frac{2r}{c}\right) s_{SC}\left(\frac{2r}{c}\right) = \cos\left(2\pi f_0 \frac{2r}{c}\right) \frac{\sin\left(\pi BW \frac{2r}{c}\right)}{\pi BW \frac{2r}{c}} \quad (2.14)$$

On peut aussi introduire la longueur d’onde λ_0 que l’on définit sur l’axe distance comme $\lambda_0 = \frac{c}{f_0}$, ce qui donne :

$$s_r(r) = \cos\left(2\pi \frac{2r}{\lambda_0}\right) \text{Sinc}\left(\frac{BW 2r}{c}\right) \quad (2.15)$$

Il faut remarquer que, sur l’axe distance, la réponse impulsionnelle oscille très rapidement : ces oscillations sont de l’ordre de la longueur d’onde λ_0 , donc de l’ordre de quelques centimètres, tandis que la fonction

sinus cardinal a une allure de fenêtre sur une longueur généralement beaucoup plus grande (l'ordre du mètre pour TSX, de la dizaine de mètre pour ERS).

2.3.3 Réponse impulsionnelle d'une antenne rectangulaire

Les antennes actuellement utilisées en imagerie satellitaire ont une forme rectangulaire : une "grande" direction L le long de la trace, et une "petite" dimension l perpendiculairement à la trace (voir le cas d'ERS analysé figure 1.7). Les bons auteurs supposent alors que l'hypothèse de champ lointain est vérifiée (ce point délicat sera analysé plus en détail au chapitre 4, paragraphe 4.1.4) et que, à une distance R , le champ $U(y, z)$ créé par cette antenne dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation est séparable et s'écrit⁹ :

$$\begin{aligned} U(y, z) &\sim \text{Sinc}\left(\frac{Ly}{\lambda_0 R}\right) \text{Sinc}\left(\frac{lz}{\lambda_0 R}\right) \\ &\sim U_y(y) U_z(z) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Nous avons précédemment mené une analyse de la fonction sinus cardinal (paragraphe 2.1.1 page 45). En posant :

$$BW_y = \frac{L}{\lambda_0 R} \quad BW_z = \frac{l}{\lambda_0 R}$$

nous en avons déduit la largeur de lobe (voir la relation 2.6) à 6 dB et qui s'écrit dans ce contexte :

$$\begin{aligned} \delta_{\text{lobe},y} &= 2\frac{1}{BW_y} = \frac{2\lambda_0 R}{L} \\ \delta_{\text{lobe},z} &= 2\frac{1}{BW_z} = \frac{2\lambda_0 R}{l} \end{aligned}$$

que l'on peut associer aux ouvertures angulaires ω (pour la fauchée, coté l de l'antenne) et β (coté L de l'antenne)

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{2\lambda_0}{L} \\ \omega &= \frac{2\lambda_0}{l} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Ce résultat permet :

- de justifier l'existence du lobe d'antenne ω utilisé dès le premier chapitre pour définir la notion de fauchée (voir la relation 1.10 et la figure 1.8) puisque :

$$\omega = \frac{\delta_{\text{lobe},z}}{R} = \frac{2\lambda_0}{l}$$

- de déduire l'expression de la résolution à 6 dB selon l'azimut (on retrouve donc la relation 1.11 introduite sans justification dans le premier chapitre) :

$$\delta y = \frac{1}{BW_y} = \frac{\lambda_0 R}{L}$$

2.3.4 Réponse impulsionnelle d'un RSO en azimut (antenne synthétique)

A partir de l'expression 2.16, on en déduit la réponse en azimut d'une antenne de coté L_S (on généralise le résultat à l'antenne synthétique de longueur L_S) :

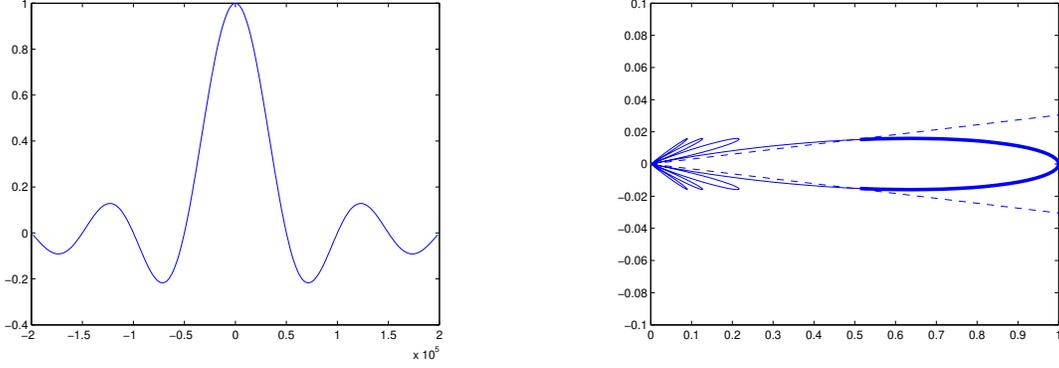
$$s_y(y) \sim \text{Sinc}\left(\frac{L_S y}{\lambda_0 R}\right) \quad (2.18)$$

dont la résolution est $L/2$. On peut réécrire cette relation sous la forme :

$$\boxed{s_y(y) \sim \text{Sinc}\left(\frac{2y}{L}\right)} \quad (2.19)$$

où L est l'antenne physique.

9. Dans ce document, le sinus cardinal est défini par $\text{Sinc}(x) = \sin(\pi x)/\pi x$. Voir la relation 2.1 ou l'annexe F.

FIGURE 2.7 – Réponse de l'antenne d'ERS selon le petit côté l .

2.3.5 PSF 2-D en espace radar : le NOCR

Il suffit maintenant, dans l'hypothèse où la séparation des variables temps et azimut est vérifiée, d'utiliser les relations 2.13 et 2.19 et d'en déduire la PSF de notre système dans le repère temps-azimut :

$$\boxed{PSF_t(t, y) \sim \cos(2\pi f_0 t) \text{Sinc}(BW t) \text{Sinc}\left(\frac{2y}{L}\right)} \quad (2.20)$$

On en déduit la PSF de notre système dans le plan antenne (distance-azimut) :

$$\boxed{PSF(r, y) \sim \cos\left(2\pi \frac{2r}{\lambda_0}\right) \text{Sinc}\left(BW \frac{2r}{c}\right) \text{Sinc}\left(\frac{2y}{L}\right)} \quad (2.21)$$

Ainsi écrite, la PSF a pour résolution δr selon l'axe distance et δy selon l'axe azimut :

$$\boxed{\begin{cases} \delta r &= \frac{c}{2BW} \\ \delta y &= \frac{L}{2} \end{cases}} \quad (2.22)$$

Il est intéressant de remarquer que cette résolution ne dépend pas de la fréquence f_0 : celle-ci n'intervient que par le biais de la longueur d'onde λ_0 dans la fonction cosinus qui module la PSF à la fréquence f_0 .

La figure 2.8 illustre ce concept avec une faible modulation. La figure 2.9 illustre la PSF avec une modulation plus élevée, la figure étant localisée uniquement sur la cellule de résolution.

Puisque le signal émis est donc caractérisé par une porteuse à la fréquence f_0 (responsable du terme $\cos\left(2\pi \frac{2r}{\lambda_0}\right)$ dans la relation 2.21) et que cette porteuse est bien plus grande que la bande BW (le signal peut être vu comme un signal à bande étroite), il est possible de dénombrer les oscillations du cosinus à l'intérieur de la cellule de résolution δr . Nous définissons dans ce document un paramètre original, noté NOCR (pour “Nombre d'Ocillations dans la Cellule de Résolution”), donné par la relation :

$$\text{NOCR} = \frac{\delta r}{\lambda_0} = \frac{c}{2BW \lambda_0} \quad (2.23)$$

Dans le référentiel “antenne”, on a bien évidemment :

$$\text{NOCR} = \frac{f_0}{2BW} \quad (2.24)$$

Dans les systèmes radar actuels, le NOCR est de l'ordre de plusieurs dizaines. Notons qu'en échographie médicale, le NOCR est de l'ordre de l'unité (la bande passante est de l'ordre de la fréquence centrale).

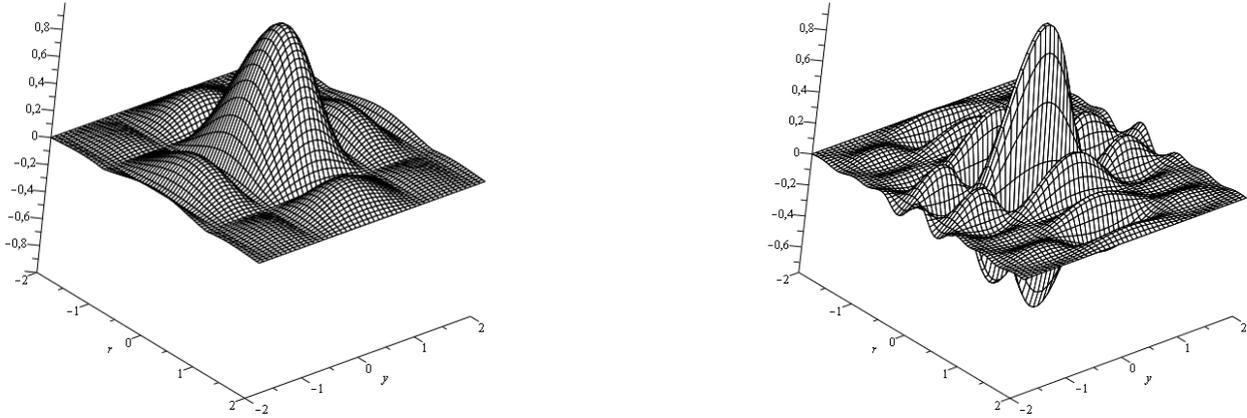


FIGURE 2.8 – PSF 2-D d’un capteur RSO (référentiel antenne : plan Ory). A gauche : enveloppe de la PSF. On observe les effets des deux sinus cardinaux, en distance (selon r) et en azimuth (selon y). La cellule de résolution est globalement définie par les premiers zéros (en distance et en azimuth). A droite : PSF réelle. La modulation due à la porteuse modifie localement le signal. Sur cette illustration, il n’y a que deux oscillations dans la cellule de résolution ($\text{NOCR} \sim 2$) alors qu’il y en a une quarantaine pour TSX et plusieurs centaines pour ERS.

2.3.6 PSF 2-D en espace sol : l’empreinte sol

Si on considère maintenant le référentiel sol OXY , il faut projeter la relation 2.21 sur le référentiel Terre (repère OXY). On obtient :

$$\boxed{PSF_{\text{sol}}(x, y) \sim \cos\left(2\pi \frac{2x \sin \theta}{\lambda_0}\right) \text{Sinc}\left(\frac{x 2BW \sin \theta}{c}\right) \text{Sinc}\left(\frac{2y}{L}\right)} \quad (2.25)$$

Il en résulte deux conséquences :

— on obtient la relation de la résolution sol :

$$\boxed{\begin{cases} \delta x = \frac{c}{2BW \sin \theta} \\ \delta y = \frac{L}{2} \end{cases}} \quad (2.26)$$

— il faut considérer maintenant la longueur d’onde sol λ_{sol} telle que :

$$\lambda_{\text{sol}} = \frac{\lambda_0}{\sin \theta} \quad (2.27)$$

dont nous reverrons une interprétation ondulatoire page 113.

Il est intéressant de noter que le NOCR est un invariant : il a bien évidemment la même valeur en espace “antenne” (axe distance OX') qu’en espace sol (axe OX). Pour s’en convaincre, calculons le NOCR à l’intérieur d’une cellule de résolution en espace sol :

$$\text{NOCR}_{\text{sol}} = \frac{\delta x}{\lambda_{\text{sol}}} = \frac{c}{2BW \sin \theta} \frac{\sin \theta}{\lambda_0} = \frac{c}{2BW \lambda_0} = \text{NOCR}$$

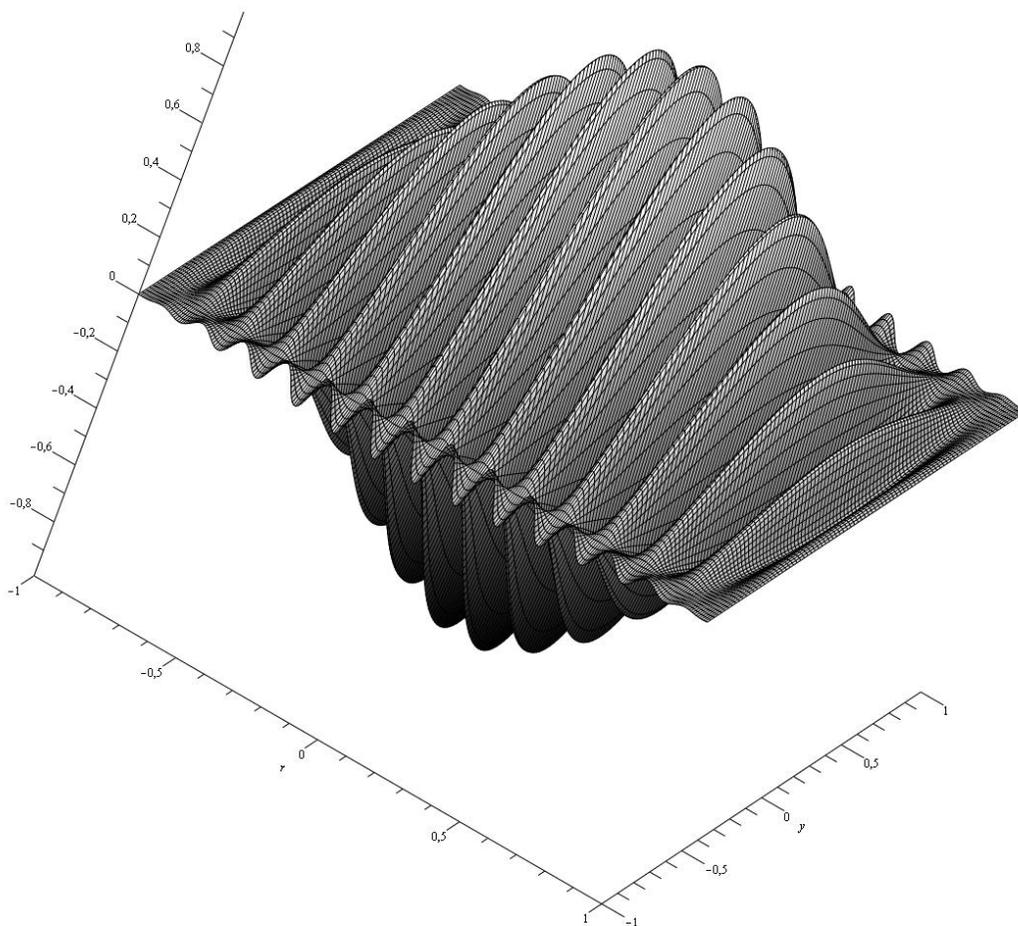


FIGURE 2.9 – PSF 2-D d’un capteur RSO (référentiel antenne : plan Ory , l’axe Or étant l’axe distance) : seule la cellule de résolution est représentée. Sur cette illustration académique, il y a environ une douzaine d’Oscillations dans la Cellule de Résolution Distance (NOCR ~ 12).

On devine le rôle que va jouer λ_{sol} dès lors que l’on voudra analyser les effets d’une illumination radar sur la Terre puisque c’est cette longueur d’onde qui sera perçue par le sol et non la longueur d’onde λ_0 correspondant à la propagation d’une onde électromagnétique de fréquence f_0 dans un espace libre (chapitre 7).

Pour un utilisateur d’images RSO, la PSF-2D “sol” joue un rôle important car c’est à l’intérieur de cette zone que tout rétrodiffuseur pourra renvoyer du signal vers le capteur : on peut lui donner le nom d’**empreinte sol**, concept qui sera bien utile au chapitre dédié à la réponse des cibles (chapitre 7) ainsi qu’à celui dédié au relief (chapitre 8).

Applications numériques

	BW	f_0	λ_0	$\delta r = \frac{c}{2BW}$	NOCR
ERS	15.96 MHz	5.3 GHz	0.0566 m	9.398 m	166
TSX	150 MHz	9.65 GHz	0.0311 m	1.00 m	32

2.3.7 Rétrodiffusion et “Antenne sol”

Revenons rapidement aux mécanismes de rétrodiffusion qui permettent d’avoir au final une image, mécanismes qui seront étudiés en détails au chapitre 7 (paragraphe 7.2). L’illumination d’objets par un radar se traduit en règle général par une rétrodiffusion de l’onde radar par ces objets, une partie de l’énergie rétrodiffusée pouvant être capté par l’antenne de notre système. Tout se passe comme si le sol se comportait comme une antenne émettrice composée d’un certain nombre de sources ponctuelles dont le terme de phase est dicté par les oscillations de l’onde incidente dans la cellule de résolution.

Ce point de vue est tout à fait théorique car il est en pratique impossible de connaître avec suffisamment de précision la position et les caractéristiques de ces objets. Cependant, on peut, toujours sur le point de vue théorique imaginer le calcul des lobes d’antenne créés par cette antenne sol : ce point de vue permettra d’appréhender au chapitre 7 certains cas simples de réponse sol.

2.4 Contraintes d’acquisition en imagerie RSO satellitaire : Paramétrage de la fréquence de répétition d’impulsion (FRI)

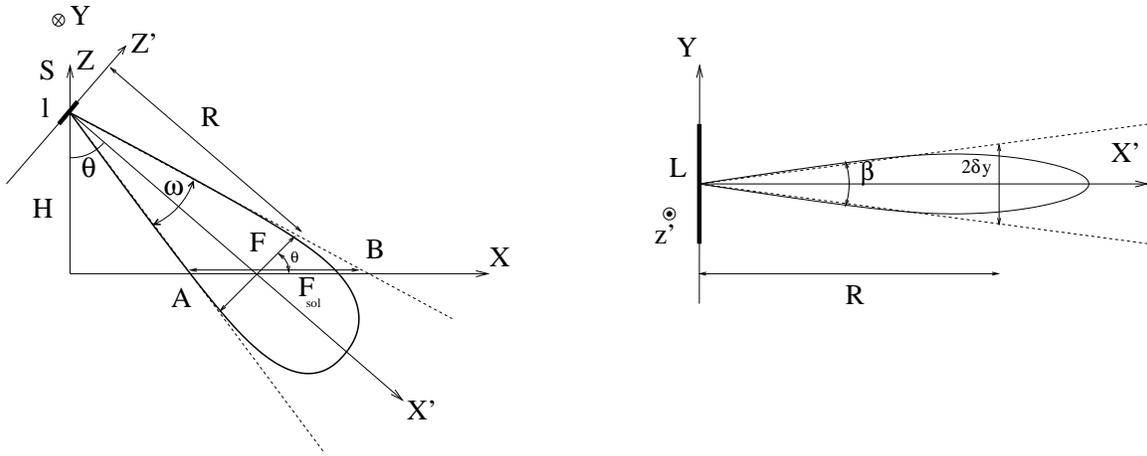


FIGURE 2.10 – Antenne plane de dimension L (grand coté, selon l’axe OY) et l (petit coté, selon l’axe OZ'). Les lobes principaux sont notés β dans le plan du grand coté et ω dans le plan du petit coté (figure 1.8). Le point de la fauchée le plus proche du satellite, A, s’appelle **point proximal** et le rayon SA porte le nom de **rayon proximal**. Le point de la fauchée le plus éloigné du satellite, B, s’appelle **point distal** et le rayon SB porte le nom de **rayon distal**.

2.4.1 Géométrie d’acquisition en imagerie satellitaire

Le principe fondamental d’un système d’imagerie RSO (figure 2.10) est d’utiliser les propriétés de diffraction d’une antenne de dimension $l \times L$:

- en distance (limitation de l’acquisition dans le lobe principal dû à la largeur l de l’antenne). Selon cette direction, le choix de la dimension de l’antenne permet de définir l’ouverture angulaire ω (relation 1.10) :

$$\omega = \frac{2\lambda}{l}$$

d’avoir la largeur de lobe utile à une distance R

$$F = \frac{2R\lambda}{l}$$

et ainsi de paramétrer la dimension de la fauchée sol (formule 1.13) :

$$F_{sol} = \frac{2R\lambda}{l \cos \theta}$$

cette fauchée sol dépendant¹⁰ d'une part de l'angle d'incidence locale θ et d'autre part de la distance entre la zone imagée et le capteur R .

- en azimut (dû à la longueur L de l'antenne, avec l'application du principe de la synthèse d'ouverture). C'est selon cette direction que l'on pallie à l'impossibilité d'avoir les antennes de taille kilométrique requises pour avoir une résolution métrique grâce à la synthèse RSO (ce point sera abordé au chapitre 4).

En distance, le signal émis est localisé dans le lobe principal d'antenne dont la dimension dépend de la dimension de l'antenne (petit coté). Historiquement, les premiers satellites (SEASAT, ERS, JERS ...) avaient une antenne que l'on pouvait considérer comme monolithique : la phase était identique sur toute sa surface. Dès Radarsat-1, le principe de la focalisation électronique a ouvert de nouvelles pistes puisque la dimension de l'antenne efficace peut éventuellement être paramétrée. La figure 2.11 illustre comment un élargissement de la fauchée sol est obtenu par une diminution de la dimension de l'antenne effectivement utilisée (il suffit sur une antenne à focalisation électronique d'utiliser moins de modules).

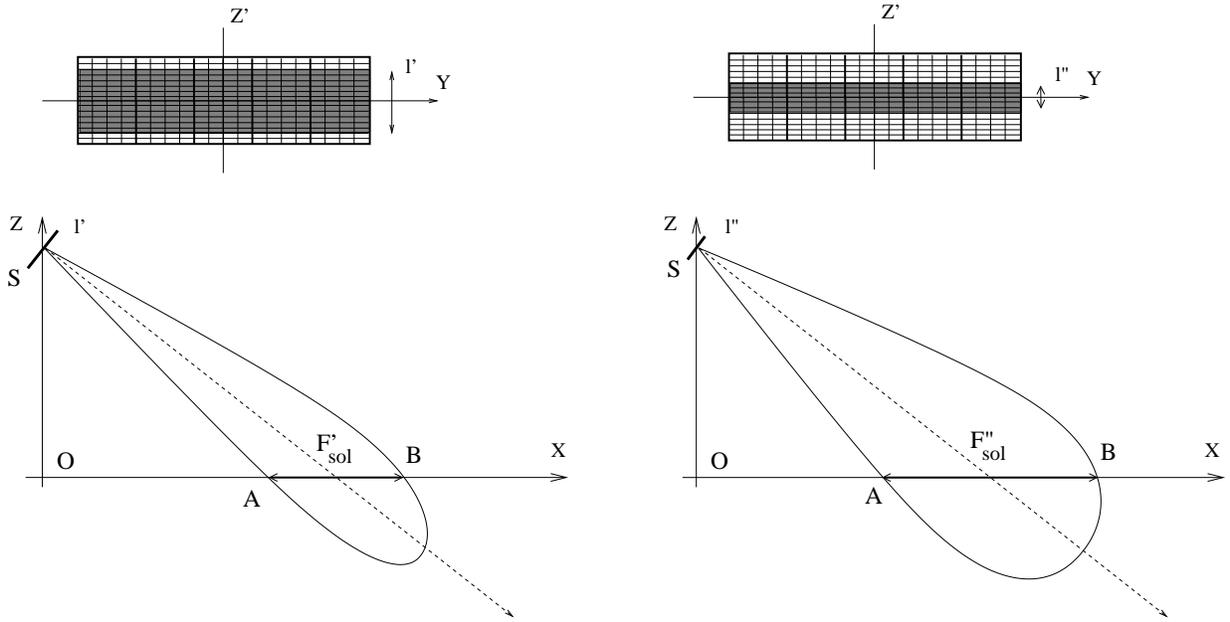


FIGURE 2.11 – L'antenne ASAR du satellite ENVISAT. En utilisant plus ou moins de modules selon la direction OZ' (les modules actifs sont en grisé), on agrandit ou diminue la largeur l (petit coté de l'antenne), d'où on diminue ou on élargit la fauchée sol.

Au final, seule une bande (*strip*) de la Terre va être illuminée par le radar, cette bande étant parallèle à la trace du satellite (revoir les figures 1.17 et 1.18).

2.4.2 Géométrie satellitaire et FRI

Nous venons de voir que grâce à une utilisation judicieuse des phénomènes de diffraction, une partie seulement de la Terre est illuminée par le signal émis et c'est cette partie qui sera à l'origine du signal reçu si la zone analysée est rétrodiffusante. Ce signal émis est supposé avoir une durée très brève et sera assimilé dans ce paragraphe à un signal type (comme le sinus cardinal du paragraphe 2.1.1).

Soit la fauchée sol pour une antenne de fréquence centrale f correspondant à une longueur d'onde λ :

$$F_{sol} = \frac{2R\lambda}{l \cos \theta}$$

R étant la distance entre le satellite et le milieu de la fauchée. Cette fauchée sol est la projection sur le sol de l'ouverture de l'antenne.

10. En fait, il ne faut pas oublier qu'en imagerie satellitaire, θ et R sont liés par l'altitude du satellite H par la relation 1.14 dans l'hypothèse d'une Terre plane et par la relation B.6 de l'annexe B dans l'hypothèse d'une Terre sphérique.

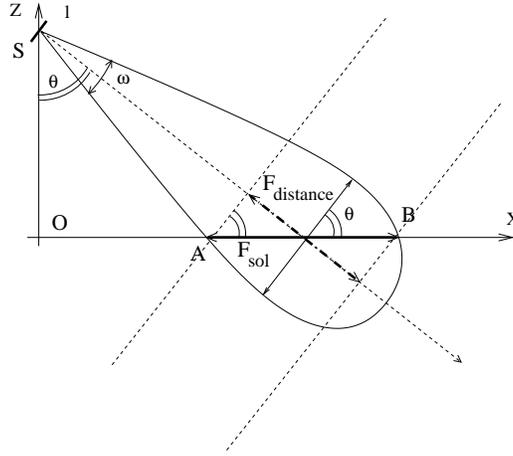


FIGURE 2.12 – Le lobe d’antenne (largeur angulaire ω) intersecte le sol en A (point proximal) et en B (point distal). Le segment AB définit la fauchée sol (F_{sol}). Selon l’axe de l’antenne, qui définit l’axe des temps, la projection de cette fauchée sol donne la fauchée distance : on obtient ainsi la durée du signal à analyser.

Sur l’axe des distances, la “fauchée distance”, notée $F_{distance}$, est la projection de la fauchée F sur l’axe distance/temps et vérifie la relation :

$$F_{distance} = \frac{2R\lambda}{l} \tan \theta = F_{sol} \sin \theta \quad (2.28)$$

Le signal temporel reçu par l’antenne correspondant aux rétrodiffuseurs situés sur la fauchée sol, a alors une durée utile T_F :

$$T_F = \frac{2F_{distance}}{c} = \frac{2R\lambda}{cl} \tan \theta \quad (2.29)$$

Cette expression illustre une fois de plus la nécessité d’une visée latérale pour faire d’un radar un système imageur : si l’on se place au voisinage d’une incidence verticale, la durée utile du signal devient presque nulle et la totalité de la fauchée utile se retrouve dans une seule case temps. On voit aussi que fauchée utile et fauchée distance croissent avec l’incidence locale θ : les effets sont comparables pour des incidences au delà de 60° (valeurs inusitées en satellitaire, mais pratiquées en aéroporté).

La formule 2.29 fait intervenir la distance R entre le satellite et le sol au centre de la fauchée : celle-ci varie selon la valeur de l’angle θ . Or les satellites RSO ont une altitude (à peu près) constante H , et cette grandeur est d’ailleurs l’un des paramètres essentiels du système. En utilisant cette valeur H , et en utilisant la relation 1.14 entre R et H :

$$R = \frac{H}{\cos \theta}$$

on obtient la durée de la fauchée T_F :

$$T_F = \frac{2H\lambda}{cl} \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} \quad (2.30)$$

La figure 2.13 donne deux exemples de durée de fauchée.

Pour comprendre les contraintes d’acquisition, considérons le temps aller-retour du signal radar entre l’antenne et le point central de la fauchée :

$$T_C = \frac{2R}{c}$$

que l’on peut aussi exprimer en fonction de l’altitude :

$$T_C = \frac{2H}{c \cos \theta}$$

et comparons le à la durée utile T_F (sous sa formulation 2.29). On a alors le coefficient κ :

$$\kappa = \frac{2T_F}{T_C} = \frac{\lambda}{l} \tan \theta \quad (2.31)$$

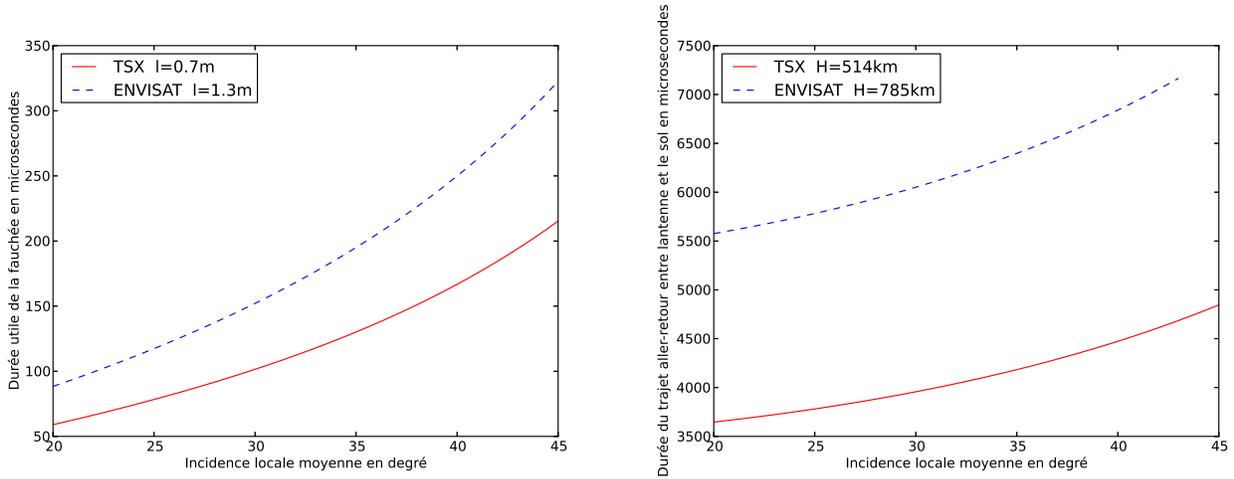


FIGURE 2.13 – A gauche : exemples de durées de fauchée en fonction de l'incidence moyenne de la scène. Cas d'ENVISAT et de TSX. A droite : exemples de durées de l'aller-retour satellite-sol en fonction de l'incidence moyenne de la scène. Cas d'ENVISAT et de TSX.

qui ne dépend que d'une part un terme lié au lobe d'antenne : λ/l , et d'autre part un terme lié à l'incidence locale au centre de la fauchée.

Sur un système aéroporté, l'antenne est petite et l'ouverture de l'antenne grande : aussi la durée utile est comparable au temps aller-retour pour le point milieu de la fauchée : le coefficient κ est proche de 1. Aussi, sur un système aéroporté, on attendra que les signaux rétrodiffusés par le point distal soient effectivement arrivés à l'antenne pour envisager d'effectuer une nouvelle émission nécessaire à la construction de l'image (voir le paragraphe introductif 2.2.2 : l'image se construit de manière analogue à un système optique push-broom). Si on analyse la géométrie d'un système aéroporté usuel, ce choix est justifié puisque l'altitude est de l'ordre de 3km et la portée utile du radar ne dépasse guère les 10 km : dans ce cas, la durée utile T_F est du même ordre de grandeur que T_B (donc de l'ordre de la centaine de μs).

En satellitaire, l'ouverture de l'antenne est beaucoup plus petite de sorte que la durée du signal utile est elle aussi bien plus petite que la durée de l'aller-retour du signal émis. Par exemple, dans le cas d'ERS, on trouve pour une incidence de 23° une valeur κ d'environ 0.016.

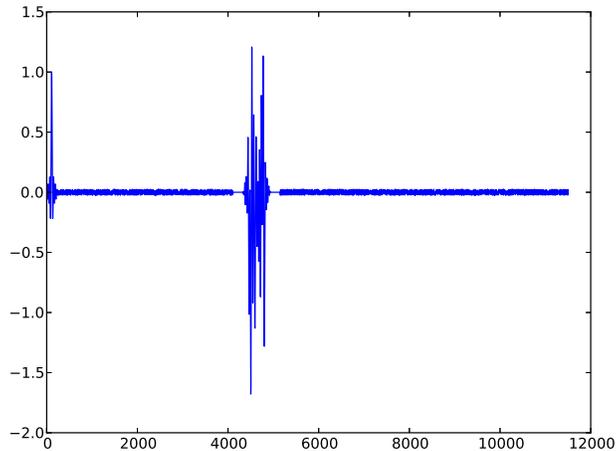


FIGURE 2.14 – Exemple d'un signal radar pour lequel le ratio κ est de 0.2. Entre l'émission du signal et la réception des échos provoqués par la surface de la Terre, le seul signal mesuré est lié aux bruits divers de tout système électronique (bruit thermique, ...). L'échelle des temps est en microsecondes.

On en conclut que :

- puisque le radar bascule en mode réception dès la fin de l'émission du signal radar, le contenu du signal reçu sera majoritairement (95%) constitué d'un signal ne comportant que du bruit (principalement électronique). La figure 2.14 donne un exemple de l'allure du signal ainsi reçu.
- si l'on attend la fin de réception du signal rétrodiffusé par la Terre, et connaissant la vitesse du satellite, le pas d'acquisition de l'antenne sera au moins égal à

$$\Delta y_W = 2R_D \frac{V_{S,sol}}{c}$$

R_D étant la distance du point distal au satellite. Dans le cas d'ERS, on trouve environ 100m : cela signifie que l'on n'aura qu'une ligne acquise tous les 100 m et que, selon Shannon, la résolution finale de l'image ne pourra être inférieure à 100m, valeur assez éloignée des objectifs (image décamétrique). La FRI est alors de l'ordre de 80 Hz.

Voilà pourquoi la gestion des phases d'émission et des phases de réception repose sur des concepts spécifiques aux capteurs satellitaires que nous allons donc aborder maintenant.

2.4.3 La FRI en imagerie satellitaire : agencement des émissions et des réceptions

L'idée clé de la détermination de la FRI est que l'on peut envisager d'effectuer des émissions radar avec un cadencement plus élevé que celui que requiert l'analyse du signal reçu sur la totalité de la durée de réception d'échos puisque, vu l'éloignement de la zone imagée, le signal radar contient de longues parties de silence.

Considérons un système tel que $\kappa = 0.2$. Choisissons une FRI telle que

$$\text{FRI} = \frac{1}{\kappa} \text{FRI}_W$$

La figure 2.15 montre 7 tirs consécutifs et illustre les points essentiels suivants :

- Le premier tir présente une grande zone de silence entre l'émission et la réception. C'est la caractéristique des systèmes satellitaires qui imagent des zones situées à plusieurs centaines de kilomètres de l'antenne.
- Les émissions des tirs 2 à 5 sont effectuées dans la zone de silence du premier tir. En effet, il n'est pas nécessaire d'attendre que les échos du premier tir soient revenus sur l'antenne pour effectuer un nouveau tir.
- Les signaux rétrodiffusés correspondant au premier tir atteignent l'antenne entre le sixième tir et le septième tir. Ce point est essentiel pour les systèmes monostatiques (une seule antenne qui opère aussi bien en émission et en réception).

L'analyse globale du signal (figure 2.16) montre que l'écho correspondant à la première émission se place immédiatement après l'émission du signal 6. On voit ainsi la stratégie appliquée en imagerie satellitaire :

- On choisit une dimension d'antenne et une zone à imager (détermination de l'angle d'incidence locale θ) : on connaît alors la durée du signal utile (relation 2.30).
- On calcule le coefficient κ : on en déduit une borne au nombre de tirs possibles avant de recevoir le signal utile.
- On en déduit la FRI.

La réalité est un peu plus complexe : pour avoir le moins de silence possible, on analysera les résultats en fonction de l'incidence locale et on privilégiera certaines valeurs de l'incidence locale.

Entrelacer ainsi des émissions entre des réceptions peut remettre en cause la philosophie du *stop-and-shoot* évoquée au paragraphe 1.3.1 consacré aux principes de construction de l'image radar. Vu la différence d'échelle entre la distance radar-sol (1000 km) et la distance parcourue par le satellite entre l'émission et la réception (dizaines de mètres), on peut considérer que ce léger mouvement de la plateforme n'a pas de conséquences sur le principe du RSO. Cependant cet effet doit être éventuellement pris en compte dans l'étape de synthèse radar.

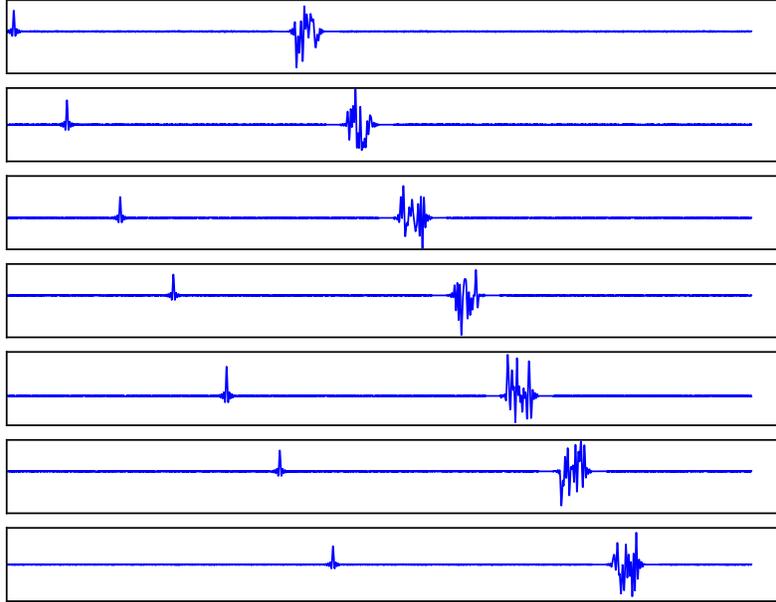


FIGURE 2.15 – Exemple d’un signal radar pour lequel le ratio κ est de 0.2. Sur cet exemple, on effectue 7 tirs radar à une cadence choisie pour que les émissions des tirs 2 à 5 s’effectuent dans la zone de silence du premier tir, et telle que l’écho du tir 1 soit exactement situé entre l’émission 6 et l’émission 7 (voir figure 2.16).

2.4.4 La FRI en imagerie satellitaire : compromis fauchée/résolution azimutale

Etant donnée une fauchée, définie par la dimension de l’antenne, qui est soit fixe, soit ajustable (choix des modules de l’antenne à focalisation électronique), la FRI est alors fixée par la contrainte d’absence de recouvrement sur les signaux reçus : le temps entre deux émissions doit donc avoir une valeur supérieure à la durée de réception des signaux en provenance de la fauchée :

$$T \geq T_F = \frac{2F_{distance}}{c}$$

c’est à dire :

$$FRI \geq \frac{c}{2F_{distance}}$$

Associé à la définition de κ , on en déduit que $1/\kappa$ doit être un entier un peu plus grand que le minimum requis pour entrelacer les réceptions avec les acquisitions. De ce fait, on ne peut choisir n’importe comment la valeur de θ au centre de la fauchée : il n’y aura qu’un jeu réduit de valeurs possibles qui devra être défini en fonction de la FRI.

2.4.5 La FRI en imagerie satellitaire : les contraintes liées à l’écho du Nadir

Nous avons vu qu’une antenne présente un lobe principal dans lequel se concentre l’énergie de l’onde émise. Nous verrons que toute antenne présente aussi des lobes secondaires de sorte que l’on peut dire qu’une antenne émet toujours un peu d’énergie à peu près dans toutes les directions.

En particulier, l’antenne émet quasiment toujours des ondes (très faiblement énergétique : l’émission se fait selon un lobe secondaire très éloigné du lobe principal) exactement dans la direction de la verticale locale : la géométrie de ce type d’émission/réception est celle d’un radar altimétrique (voir figure 1.3) et l’énergie rétrodiffusée est grande puisque c’est une grande zone de la Terre qui la rétrodiffuse (en

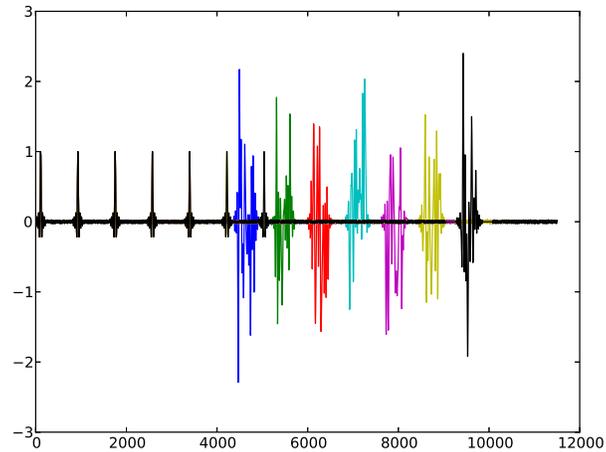


FIGURE 2.16 – Exemple d’une émission de 7 signaux. Signal résultant reçu par l’antenne : le paramétrage de la FRI permet la réception du signal d’écholocation entre deux émissions. En particulier on peut remarquer que le signal reçu correspondant à la première émission se positionne exactement entre la 6ème et la 7ème émission .

prenant en compte la courbure de la Terre, la case sol est kilométrique). Aussi, même si l’énergie émise à la verticale est faible, les échos produits par ces points de la Terre ont un niveau parfois comparable aux échos du sol terrestre appartenant au lobe principal de l’antenne sur des zones où la case sol est petite (figure 2.17) : le signal utile devient fortement bruité.

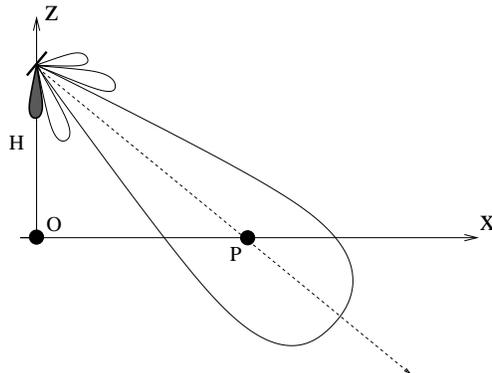


FIGURE 2.17 – L’énergie émise par une antenne est confinée dans le lobe principal. Cependant le diagramme de rayonnement fait apparaître des lobes secondaires. La Terre, au point O, est donc illuminée par une onde qui peut être localement assimilée à une onde plane parallèle à la surface de la Terre. Le radar fonctionne alors comme un radar altimétrique (voir figure 1.3) et une grande partie de la surface terrestre autour du point O appartient à une unique case distance : aussi, même si l’énergie émise en direction verticale est très faible, l’écho produit par la Terre peut être du même ordre de grandeur que ceux produits dans le lobe principal de l’antenne, ce qui bruité sévèrement le signal utile.

La meilleure manière d’éviter ces échos secondaires est de faire en sorte que l’écho au Nadir arrive sur l’antenne exactement au moment où celle ci émet : dans ce cas, cet écho ne perturbe en rien le signal reçu puisque l’antenne est en mode émission et non en mode réception.

2.4.6 La FRI en imagerie satellitaire : les contraintes sur la durée du signal émis

Dans les raisonnements précédents, le signal émis est supposé avoir la durée la plus brève possible : tous les raisonnements menés dans ce chapitre s'appuient sur le sinus cardinal, dont la durée utile est associée à la durée d'émission, et en supposant qu'une antenne radar puisse émettre ce type de signal, à la fois bref et potentiellement riche en fréquences. La réalité est toute autre et nous verrons au chapitre 3 que les systèmes imageurs RSO émettent un signal particulier : le *chirp*, dont la durée T est beaucoup plus grande que la durée utile du sinus cardinal (plusieurs centaines à plusieurs milliers de fois cette durée utile).

Si nous verrons que les techniques de traitement du *chirp* sont d'autant plus efficaces que la durée T du *chirp* est grande, il suffit de considérer la figure 2.15 pour voir les effets pénalisants d'une durée T trop grande :

- L'analyse en réception ne pourra démarrer qu'après la fin de l'émission du *chirp*. La durée d'analyse en réception est donc d'autant plus réduite que T est grand.
- le signal rétrodiffusé aura lui aussi une durée d'autant plus grande que T est grand.

Tout est donc affaire de compromis.

2.5 Dépointage de l'antenne (*squint*)

Viser un point au sol distant d'environ 1000 km de telle sorte que ce point soit au centre du lobe principal lorsque l'antenne est à une distance minimale de ce point relève de l'utopie : en effet, pour une résolution de 1m, cela suppose que le pointage de l'antenne, c'est à dire le contrôle de l'angle Ψ , peut s'effectuer avec une précision largement inférieure à 10^{-6} radian. Aussi faut-il envisager une acquisition avec dépointage, cet angle s'appelant *Squint* ou *steering angle*.

En première approximation et pour de très petits angles, on constate (figure 2.18) que la synthèse est possible de manière tout à fait comparable au cas canonique de l'antenne parfaitement perpendiculaire à la trajectoire (figure 2.5).

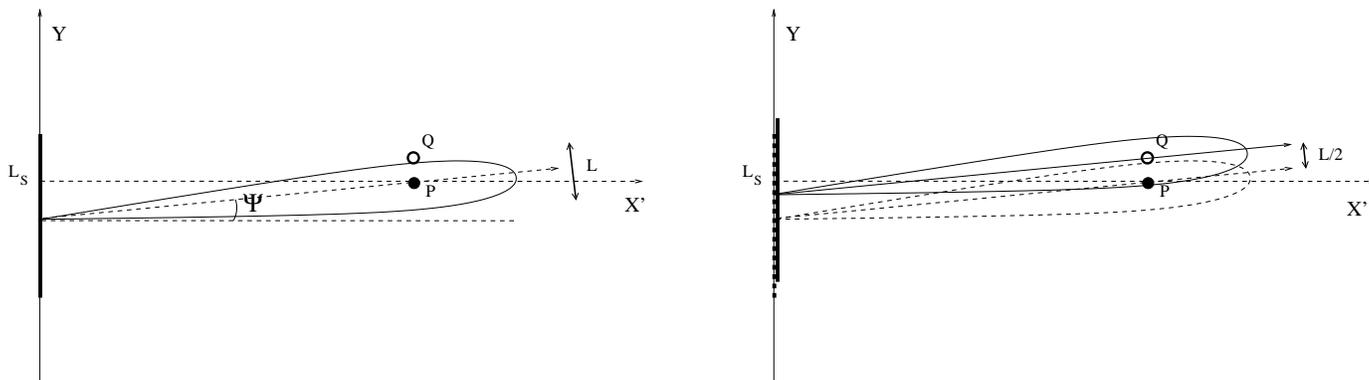


FIGURE 2.18 – Antenne synthétique de dimension physique L_S et de résolution $L/2$, légèrement dépointée (ici la valeur de Ψ mesuré sur la figure est de 5°) : le point P est sur l'axe du lobe principal et le point Q ne peut alors être observé (à gauche). Si on déplace l'antenne de $L/2$, on verra alors le point Q et le point P ne sera pas observable (à droite). Le principe est donc parfaitement identique à celui rencontré sans dépointage (figure 2.5) et permet l'introduction de la notion de **radarbroom dépointé**.

Nous verrons que certains modes d'acquisition modifient cet angle, permettant ainsi des résolutions meilleures (cas des acquisitions Staring SpotLight et SpotLight) ou des fauchées plus grandes (cas des acquisitions TopSar).

Chapitre 3

La compression d'impulsion

Un signal de type écholocalisation se devrait être le plus bref possible : des systèmes s'appuient sur ce concept, comme en échographie médicale où le signal émis est extrêmement bref (puisque sa durée est alors associée à une longueur de l'ordre de la longueur d'onde). A ce titre, le sinus cardinal évoqué au chapitre précédent entre bien dans cette catégorie.

En raison des technologies utilisées actuellement, les systèmes radar ne peuvent aisément émettre de tels signaux très large bande passante : de plus, on peut aussi montrer qu'un signal électromagnétique très bref et d'énergie raisonnable¹ ne permettrait pas d'avoir un bon rapport signal à bruit. Aussi, on va utiliser un signal bien connu du traitement du signal : le *chirp* (*Compressed High-Intensity Radiated Pulse*), c'est à dire un signal modulé linéairement en fréquence. En effet :

- un *chirp* possède des caractéristiques très particulières qui lui permettent d'avoir les qualités requises pour un système d'écholocalisation grâce à une technique de traitement du signal : le filtrage adapté.
- la technologie des radars actuels leur permet d'émettre aisément des *chirp*.

Au final, nous allons voir qu'en émettant un *chirp*, et en faisant des hypothèses de linéarité sur le modèle de propagation, tout se passe comme si on pouvait opérer avec un signal aussi bref que le demande un système d'écholocalisation, c'est à dire le sinus cardinal évoqué au chapitre précédent.

L'objectif de ce chapitre est de présenter le concept de compression d'impulsion associé à un signal particulier : le *chirp*. Certaines approximations seront utilisées : l'annexe F en donnera des justifications et des compléments, en particulier sur le rôle que peut jouer l'effet Doppler sur le filtrage adapté.

3.1 Un modèle du signal radar en réception

Le principe de l'écholocalisation consiste d'une part en l'émission d'un signal $s_e(t)$ le plus bref possible et d'autre part en la réception des signaux rétrodiffusés par le milieu environnant. Dans ce document, le signal de référence de l'émission radar est le sinus cardinal, étudié au paragraphe 2.1.1 : nous l'avons considéré comme le signal type du monde de l'écholocalisation, et son intérêt mathématique est d'avoir un spectre constant et borné. Ses principaux défauts sont d'avoir un support théoriquement infini, et d'être à décroissance lente (décroissance en $1/t$) ; cela n'empêche pas qu'en pratique ce soit la référence en radar, même si on ne l'utilise jamais comme signal émis.

En présence d'une cible située en P à une distance r_P , et en supposant que le mécanisme de rétrodiffusion est linéaire, ce signal émis est rétrodiffusé et reçu par l'antenne au bout d'une durée $\frac{2r_P}{c}$. On peut donc formaliser le signal reçu $s_r(t)$ en définissant par $g_P(t)$ la réponse impulsionnelle de la cible (qui a un sens puisque on suppose que le mécanisme de rétrodiffusion est linéaire) et en modélisant les retards sous forme de Dirac temporels, ce qui donne, étape par étape (de droite à gauche) :

$$s_r(t) = \delta\left(t - \frac{r_P}{c}\right) \star g_P(t) \star \delta\left(t - \frac{r_P}{c}\right) \star s_e(t) \quad (3.1)$$

L'hypothèse de linéarité se manifeste par l'utilisation de la convolution dans cette relation et, puisque la

1. Quelques kW pic. Un seul capteur a permis des énergies de plusieurs centaines de kW : Almaz (voir paragraphe 3.4.1).

convolution est commutative, on a :

$$s_r(t) = \delta\left(t - \frac{2r_P}{c}\right) \star g_P(t) \star s_e(t) \quad (3.2)$$

En présence de deux cibles P et Q , et puisque le mécanisme de rétrodiffusion est supposé linéaire, on a :

$$s_r(t) = \left(\delta\left(t - \frac{2r_P}{c}\right) \star g_P(t) + \delta\left(t - \frac{2r_Q}{c}\right) \star g_Q(t) \right) \star s_e(t) \quad (3.3)$$

et selon que les distances r_P et r_Q sont plus ou moins proches, et que les amplitudes des rétrodiffusions $|g_P(t)|$ et $|g_Q(t)|$ sont plus ou moins comparables les échos seront plus ou moins différenciés sur le signal reçu (voir la figure 2.2).

3.2 Signal modulé en fréquence : le *chirp*

3.2.1 Le *chirp*

Considérons maintenant un signal particulier : l'exponentielle complexe dont la dépendance en temps est quadratique et dont la durée est bornée. Ce signal s'écrit :

$$r(t) = A_0 e^{j\pi K t^2} \quad t \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right] \quad (3.4)$$

Si l'on recherche sa fréquence instantanée, on obtient :

$$f_i(t) = \frac{1}{2j\pi} \frac{\partial \phi(t)}{\partial t} = K t \quad t \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right] \quad (3.5)$$

La fréquence instantanée est donc linéaire avec le temps et c'est la raison pour laquelle on désigne ce signal comme étant modulé linéairement en fréquence et que dans le monde anglo-saxon on parle de *chirp* (ce signal s'appelle aussi "gazouilli" ou "sifflet"). Ces fréquences instantanées prennent alors les valeurs bornées :

$$f_i \in \left[-\frac{KT}{2}, \frac{KT}{2}\right] \quad (3.6)$$

et a donc une bande passante BW dont le gabarit² est $BW = KT$.

La transformée de Fourier de ce signal $r(t)$ s'exprime³ :

$$\hat{R}(f) = A_0 \sqrt{\frac{j}{K}} e^{-\frac{j\pi f^2}{K}} \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{j\pi}{K}} \left(\frac{KT}{2} - f\right)\right) + \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{j\pi}{K}} \left(\frac{KT}{2} + f\right)\right) \right] \quad (3.7)$$

avec erf désignant la fonction d'erreur : $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du$, le terme faisant intervenir cette fonction d'erreur (avec argument complexe) pouvant aussi (selon les auteurs) se réécrire sous forme d'une fonction de Fresnel.

En posant :

$$W(f) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\pi}{K}} \left(\frac{KT}{2} - f\right)\right) + \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\pi}{K}} \left(\frac{KT}{2} + f\right)\right) \right] \quad (3.8)$$

La relation 3.7 s'écrit

$$\hat{R}(f) = A_0 \sqrt{\frac{j}{K}} e^{-\frac{j\pi f^2}{K}} W(f) \quad (3.9)$$

Simplifier $W(f)$ n'est apparemment pas trivial : cependant, il se trouve que ce signal ressemble fortement à une fenêtre fréquentielle et il est d'usage de simplifier l'expression 3.8 en

$$W(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } f \in \left[-\frac{KT}{2}, \frac{KT}{2}\right] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.10)$$

2. L'égalité n'est pas exactement vérifiée puisque la durée du *chirp* est finie, et que son spectre est alors à support infini.

3. Il faut utiliser les tables de Lavoine [7] à la section consacrée aux fonctions d'erreur.

et ce résultat se justifie grâce au théorème de la phase stationnaire [13], et d'autant mieux que K est petit, ce qui revient à dire que T est grand puisque la bande $BW = KT$ est une constante de notre *chirp* (tous ces points sont détaillés dans l'annexe F).

Avec cette approximation, on obtient pour la transformée de Fourier du *chirp* $r(t)$ l'expression :

$$\hat{R}(f) = \begin{cases} A_0 \sqrt{\frac{j}{K}} e^{-\frac{j\pi f^2}{K}} & \text{si } f \in \left[-\frac{KT}{2}, \frac{KT}{2}\right] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.11)$$

ce qui donne un spectre localisé en $\left[-\frac{KT}{2}, \frac{KT}{2}\right]$, c'est à dire exactement la zone d'excursion de la fréquence instantanée (relation 3.6). On peut se convaincre en traçant (sous Maple ou Matlab) $\hat{R}(f)$, voire en écoutant la partie réelle de cette transformée de Fourier (l'auditeur reconnaîtra alors un *chirp*!!).

On voit ainsi que la loi suivie par la phase de la transformée de Fourier est elle aussi quadratique (très schématiquement, on retrouve la propriété bien connue que la transformée de Fourier d'une gaussienne est une gaussienne, mais ici, abusivement, pour une gaussienne d'argument complexe).

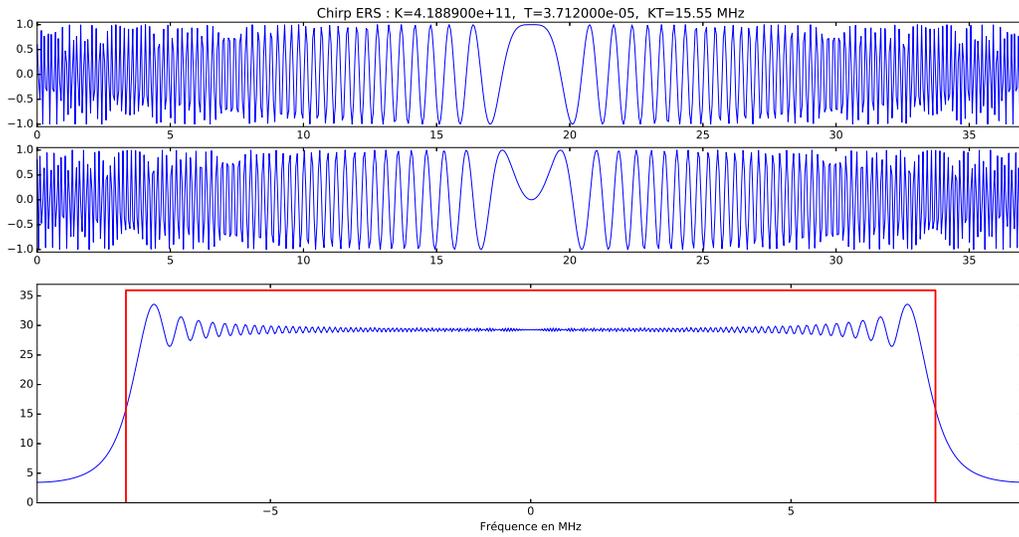


FIGURE 3.1 – Un exemple de chirp : celui d'ERS. En haut : parties réelle et imaginaire (l'axe des temps est en μs). En bas, sa transformée de Fourier expérimentale et la fenêtre fréquentielle associée. Les fréquences utiles de ce chirp sont comprises entre $-\frac{KT}{2}$ et $\frac{KT}{2}$. Pour ERS, on a $BW = 15.55$ MHz et la durée du *chirp* est de $37.12 \mu\text{s}$.

3.2.2 Chirp sur porteuse et filtrage adapté

Considérons maintenant un signal de fréquence centrale f_0 (porteuse), de durée T , et dont la phase a un terme quadratique en temps :

$$s(t) = A_0 e^{2j\pi(f_0 t + \frac{K}{2} t^2)} \quad t \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$$

Grâce aux approximations précédentes, sa transformée de Fourier du signal $s(t)$ peut s'approximer par une expression très facilement exploitable :

$$\hat{S}(f) = A_0 e^{-\frac{j\pi(f-f_0)^2}{K}} \sqrt{\frac{j}{K}} \quad f \in \left[f_0 - \frac{KT}{2}, f_0 + \frac{KT}{2}\right]$$

Les fréquences sont confinées dans une bande de fréquence de largeur $BW = KT$, centrée en f_0 .

Si l'on multiplie $\hat{S}(f)$ par son conjugué, on obtient un spectre réel :

$$\hat{S}(f) \hat{S}^*(f) = C \quad f \in \left[f_0 - \frac{KT}{2}, f_0 + \frac{KT}{2}\right]$$

qui est constant et réel sur une fenêtre de largeur $BW = KT$ centrée en f_0 .

Or on connaît la transformée de Fourier inverse de la fenêtre naturelle puisque l'on a :

$$\mathcal{F}[\text{Sinc}(BWt)](f) = \begin{cases} \frac{1}{BW} & \text{si } f \in [-\frac{BW}{2}, \frac{BW}{2}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On en déduit :

$$\hat{S}(f) \hat{S}^*(f) \sim \mathcal{F}[\text{Sinc}(BWt)](f) \star \delta(f - f_0)$$

Si $s(t)$ a pour transformée de Fourier $\hat{S}(f)$, le signal dont la transformée de Fourier est $\hat{S}^*(f)$ est $s^*(-t)$ (ceci à partir de la définition de la transformée de Fourier). Finalement, on obtient, avec $BW = KT$:

$$\begin{aligned} s(t) \star s^*(-t) &= \text{Sinc}(BWt) e^{2j\pi f_0 t} \\ &= \frac{\sin(\pi BW t)}{\pi BW t} e^{2j\pi f_0 t} \end{aligned}$$

La durée utile de ce sinus cardinal (que l'on assimile à sa résolution temporelle, relation 2.4) est $T' = 1/BW = 1/KT$, bien inférieure à la durée initiale T du *chirp*. La relation 3.14 :

$$\frac{T}{T'} = KT^2$$

donne le rapport entre ces durées : on parle alors de **compression d'impulsion** puisque l'on passe d'un signal de durée T à un signal utile de durée utile $T' = 1/BW$ bien inférieure à la durée initiale T .

Pour conclure, on voit qu'une simple convolution d'un chirp par son conjugué retourné temporellement donne un sinus cardinal : on passe ainsi d'un signal de durée T à un signal de durée $T' \ll T$ par une simple convolution, qui est une opération linéaire commutative, ce qui est la clé du filtrage adapté en radar.

3.2.3 Le signal radar en émission+réception

Nous avons vu que, pour une cible ponctuelle, le signal reçu vérifie (équation 3.1) :

$$s_r(t) = \delta\left(t - \frac{r_P}{c}\right) \star g_P(t) \star \delta\left(t - \frac{r_P}{c}\right) \star s_e(t)$$

$g_P(t)$ représentant la réponse impulsionnelle de la cible. En appliquant un filtrage adapté, et puisque la convolution est commutative, on obtient :

$$\begin{aligned} s_{FA} &= s_e(-t)^* \star s_r(t) \\ &= s_e(-t)^* \star \delta\left(t - \frac{r_P}{c}\right) \star g_P(t) \star \delta\left(t - \frac{r_P}{c}\right) \star s_e(t) \\ &= (s_e(-t)^* \star s_e(t)) \star g_P(t) \star \delta\left(t - \frac{2r_P}{c}\right) \end{aligned}$$

En choisissant comme signal émis un *chirp* de fréquence centrale f_0 , de durée T et de bande passante $BW = KT$, on obtient :

$$(s_e(-t)^* \star s_e(t)) \sim \text{Sinc}(BWt) e^{2j\pi f_0 t}$$

d'où le signal reçu filtré

$$s_{FA} \sim \text{Sinc}(BWt) e^{2j\pi f_0 t} \star g_P(t) \star \delta\left(t - \frac{2r_P}{c}\right)$$

et tout se passe comme si on avait pu émettre un sinus cardinal, donc un signal bref, de durée utile $1/BW$ et pour lequel on peut attribuer une résolution temporelle de $1/BW$ (voir le paragraphe 2.1.1).

Capteur	BW_{\max}
SEASAT	19 MHz
SIR-A	6 MHz
SIR-B	12 MHz
SIR-C bande L	20 MHz
SIR-C/SRTM bande C	20 MHz
SIR-C/SRTM bande X	20 MHz
ERS	15.55 MHz
ENVISAT	16 MHz
RADARSAT-1	30 MHz
JERS-1	15 MHz
ALOS	28 MHz
ALOS-2	84 MHz
CSK	300 MHz
RADARSAT-2	100 MHz
Sentinel-1	100 MHz
TSX	300 MHz

TABLE 3.1 – Exemple de bande passante maximale de divers satellites

3.2.4 Résolution et bande passante

En imagerie radar, le signal d'écholocation de référence est le sinus cardinal : sa localisation spectrale est parfaite, son seul véritable inconvénient est l'allure des lobes secondaires qui représentent environ 8% en énergie et qui peuvent être visibles sur une image en présence d'une cible fortement rétrodiffusante.

La compression d'impulsion permet, en choisissant à l'émission un autre signal de référence, le *chirp*, de construire une image telle que tout se passe comme si on utilisait en émission le sinus cardinal. C'est donc le sinus cardinal qui dicte les raisonnements à porter sur une donnée radar, et en particulier sur le critère de résolution.

Si l'on choisit pour un sinus cardinal la résolution comme étant la distance entre l'origine et le premier zéro, on obtient comme valeur de résolution temporelle :

$$\delta t = \frac{1}{BW}$$

ce qui donne pour la résolution en distance :

$$\delta r = \frac{c}{2BW} \quad (3.12)$$

d'où, connaissant l'incidence locale θ la résolution sol (voir 1.2.8) :

$$\delta r = \frac{c}{2BW \sin \theta} \quad (3.13)$$

Tout dépend donc de la bande passante utilisée. Le tableau 3.1 donne les bandes passantes maximales communément usitées par différents capteurs (repris du tableau 1.2).

3.2.5 Chirp et sinus cardinal

Considérons donc un *chirp* de paramètre K et de bande utile BW : sa durée est alors $T = \frac{BW}{K}$. Soit un sinus cardinal ayant la même bande utile BW : nous avons vu que la durée utile d'un tel signal est $T' = \frac{1}{BW}$. On remarque alors le résultat suivant :

$$\begin{aligned} \frac{T}{T'} &= \frac{\frac{BW}{K}}{\frac{1}{BW}} \\ &= \frac{BW^2}{K} \\ &= KT^2 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Ce paramètre KT^2 est de l'ordre de plusieurs centaines, voire de plusieurs milliers en imagerie satellitaire.

3.3 Bande de base et porteuse

3.3.1 Fréquence centrale (porteuse)

Les radars de télédétection sont caractérisés par une fréquence centrale définissant la “Bande” (voir le tableau 2.2 du paragraphe 2.1.2). Les signaux émis et reçus sont réels (une tension) et peuvent avoir l'expression simplifiée suivante :

$$\cos(2\pi f_0 t + \varphi(t))$$

de sorte que la fréquence instantanée soit dans une bande passante $[f_0 - BW/2, f_0 + BW/2]$.

Par ailleurs la bande passante se trouve être largement inférieure à cette fréquence centrale. En vue d'un traitement numérique des données (requis pour l'algorithme de “synthèse RSO”), le problème posé est donc celui de la numérisation d'un signal décrit par une fréquence centrale f_0 et à bande étroite ($BW \ll f_0$).

La fréquence centrale des capteurs actuels est située entre 1 GHz (ALOS) et 10 GHz (Terrasar-X et CSK). En 2018, il est toujours illusoire d'envisager une numérisation vérifiant le critère de Shannon en ne considérant que cette fréquence centrale, puisque cela requiert des convertisseurs travaillant à 20 GHz, ce qui à l'heure actuelle est totalement impossible.

Or le signal est dit “à bande étroite” : aussi peut-on contourner le problème en effectuant une opération de démodulation qui ramène le spectre du signal autour de la fréquence nulle (on dit parfois que l'on ramène le signal en bande de base) et qui peut alors être numérisé avec des fréquences d'échantillonnage beaucoup plus basses.

3.3.2 Shannon sur bande limitée

En imagerie radar, tant le signal émis que le signal obtenu après filtrage adapté ont une bande limitée à BW : aussi le théorème de Shannon nous affirme qu'il est possible de l'échantillonner avec une fréquence d'échantillonnage égale (au moins) à BW , à condition de donner en sus la valeur de la fréquence centrale f_0 .

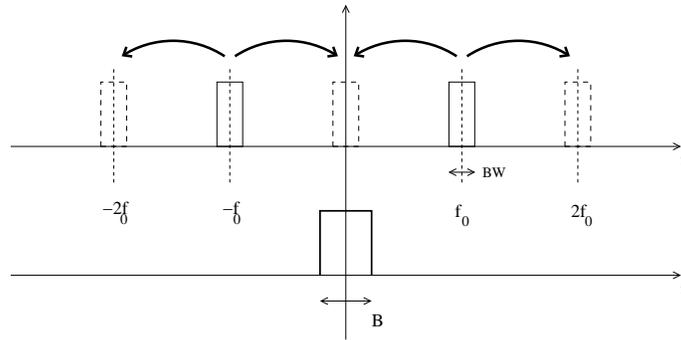


FIGURE 3.2 – Amplitude du spectre du signal radar capté par l'antenne : le signal est réel et son spectre possède la symétrie hermitienne. En multipliant le signal par une fonction cosinus (ou sinus) de fréquence f_0 , on opère une translation du spectre de $+f_0$ et de $-f_0$. Après filtrage par un filtre passe-bas de largeur B centré à l'origine, seule la partie du spectre final centré en 0 et de bande $\in]B/2 < -BW/2, BW/2 < B/2[$ est conservée : il est alors possible de numériser ce signal à la fréquence d'échantillonnage $F_e = B > BW$.

En effet, soit un signal $s(t)$ dont le spectre $\hat{S}(f)$ est centré en f_0 et de bande passante bornée BW . Comme le signal $s(t)$ est réel, le spectre $\hat{S}(f)$ possède la symétrie hermitienne :

$$\hat{S}(-f) = \hat{S}(f)^*$$

Cela signifie que si on décompose le spectre $\hat{S}(f)$ en partie réelle et partie imaginaire, on a :

$$\hat{S}(f) = \operatorname{Re}(\hat{S}(f)) + j \operatorname{Im}(\hat{S}(f))$$

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}(\hat{S}(-f)) &= \operatorname{Re}(\hat{S}(f)) \\ \operatorname{Im}(\hat{S}(-f)) &= -\operatorname{Im}(\hat{S}(f))\end{aligned}$$

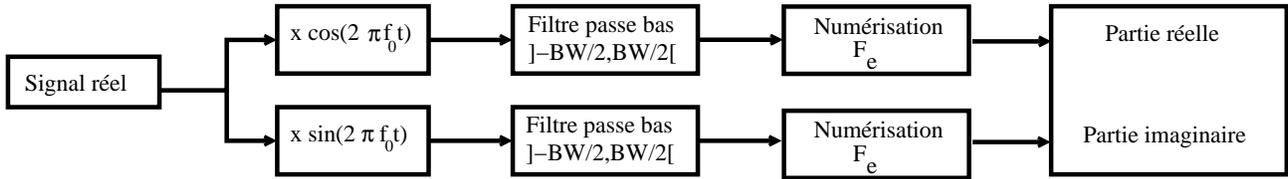


FIGURE 3.3 – Codage du signal réel (en sortie d’antenne) en un signal complexe vérifiant le critère de Shannon et ramené en bande de base.

Effectuons maintenant sur ce signal $s(t)$ les deux étapes suivantes mettant en œuvre respectivement la fonction cosinus et la fonction sinus (figure 3.3).

- ★ Dans la première, en utilisant la fonction circulaire cosinus, il faut :
 - multiplier le signal $s_R(t)$ par $\cos(2\pi f_0 t)$. Le spectre du cosinus de fréquence f_0 s’écrivant :

$$\frac{1}{2}(\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))$$

la multiplication opère comme une convolution dans le domaine des fréquences. La partie du spectre du signal initial correspondant aux fréquences positives est donc décalée d’une part d’une valeur égale à f_0 et cette partie du spectre sera centrée autour de $2f_0$, et d’autre part d’une valeur égale à $-f_0$ et cette partie du spectre sera centrée autour de la fréquence nulle. De même la partie correspondant aux fréquences négatives sera décalée autour de la fréquence $-2f_0$ et autour de la fréquence nulle (voir figure 3.2). Au final le spectre autour de la fréquence nulle s’écrit :

$$\frac{1}{2}(\hat{S}(f) + \hat{S}(-f)) = \frac{1}{2}(\hat{S}(f) + \hat{S}(f)^*) = \operatorname{Re}(\hat{S}(f))$$

- filtrer avec un filtre passe bas de fréquence de coupure $BW/2$ pour ne conserver que la partie du spectre centrée autour de la fréquence 0.

Ce premier signal ainsi obtenu, que l’on note s_{RR} , est réel et a un spectre dans $[-BW/2, BW/2]$: il peut être échantillonné avec une fréquence d’échantillonnage égale (au moins) à BW .

- ★ Dans la seconde étape, en utilisant la fonction circulaire sinus, il faut :
 - multiplier le signal $s_R(t)$ par $\sin(2\pi f_0 t)$. Le spectre du sinus de fréquence f_0 s’écrivant :

$$\frac{1}{2j}(\delta(f - f_0) - \delta(f + f_0))$$

Le spectre du signal est donc décalé d’une part d’une valeur égale à f_0 et cette partie du spectre sera centrée autour de $2f_0$, et d’autre part d’une valeur égale à $-f_0$ et cette partie du spectre sera centrée autour de la fréquence 0. Au final le spectre autour de la fréquence nulle s’écrit :

$$\frac{1}{2j}(\hat{S}(f) - \hat{S}(-f)) = \frac{1}{2j}(\hat{S}(f) - \hat{S}(f)^*) = \operatorname{Im}(\hat{S}(f))$$

- filtrer avec un filtre passe bas de fréquence de coupure $BW/2$.

Ce second signal ainsi obtenu, que l’on note s_{RI} , est réel et a un spectre dans $[-BW/2, BW/2]$: il peut être échantillonné avec une fréquence d’échantillonnage égale (au moins) à BW .

En notation complexe, il est alors aisé de voir qu’en écrivant :

$$s_{RC}(t) = s_{RR}(t) + j s_{RI}(t)$$

on construit un signal complexe dont le spectre est centré à l’origine et qui est borné dans $[-BW/2, BW/2]$, ce qui permet son échantillonnage à des fréquences “raisonnables” (voir les exemples du tableau 3.2).

Ce signal complexe permet, si besoin était, de reconstruire de manière exacte le signal $s(t)$, de transformée de Fourier $\hat{S}(f)$, à partir des valeurs $s_{RC}(t)$ obtenus à une fréquence d’échantillonnage supérieure ou égale à BW , à la condition expresse de connaître la fréquence centrale f_0 . On sait alors que (figure 3.4) :

- la partie correspondant aux fréquences positives du spectre $\hat{S}(f)$ s’obtient par translation de valeur f_0 de la transformée de Fourier de $s_{RC}(t)$
- le signal final étant réel, on construit la partie correspondant aux fréquences négatives du spectre $\hat{S}(f)$ en utilisant la propriété de symétrie hermitienne :

$$\forall f > 0 \quad \hat{S}(-f) = \hat{S}^*(f)$$

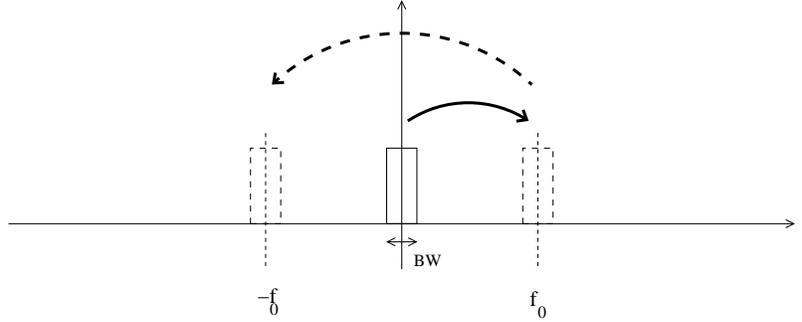


FIGURE 3.4 – Spectre en bande de base (centré en 0). Connaissant la fréquence de la porteuse f_0 , il est alors possible de reconstituer le spectre du signal initial. Il suffit de traduire le spectre en f_0 et de construire par symétrie hermitienne la partie autour de $-f_0$.

3.3.3 Archivage des signaux radar sur satellite

Le traitement à bord opère cette étape qui consiste à “ramener en bande de base” (c’est à dire autour de la fréquence nulle) le signal électrique reçu par l’antenne : multiplication et filtrage sont effectuées de manière analogique. Ensuite un convertisseur numérise partie réelle et partie imaginaire pour constituer des valeurs numériques complexes.

Les filtres passe bas n’étant jamais parfaits, il faut prévoir une “marge”. Aussi, on peut noter que la fréquence d’échantillonnage est toujours légèrement supérieure à la bande passante, comme le montre le tableau 3.2 avec divers exemples.

Capteur	BW	F_e
ERS	15.55 MHz	18.96 MHz
JERS	15 MHz	17.1MHz
TSX	100 MHz	110 MHz
TSX	300 MHz	329 MHz

TABLE 3.2 – Exemples de bande passante et de fréquence d’échantillonnage associée sur plusieurs cas usuels

3.3.4 Rééchantillonnage d’un signal en bande de base

La formule d’interpolation dite de Shannon s’applique bien évidemment sur les données RAW et SLC fournies par les agences spatiales (ou en sortie d’un algorithme de synthèse). Mais il faut surtout bien prendre en compte la fréquence centrale (porteuse) dont nous avons vu le rôle dans la définition du NOCR (paragraphe 2.3.5).

En pratique, il n’est absolument pas nécessaire de remettre le signal dans sa configuration physique réelle (c’est à dire comme un signal réel dont le spectre est centré autour de la fréquence de la porteuse). Un rééchantillonnage “correct” nécessite les deux étapes suivantes, indispensables si on rééchantillonne avec un pavage irrégulier (ce qui sera nécessaire de faire quand, dans le chapitre 8 consacré au relief, il faudra mettre l’image de la donnée “esclave” dans la géométrie de l’image “maître”) :

- rééchantillonner globalement l'image SLC par une méthode adéquate, en notant au préalable que la méthode bilinéaire est inexploitable directement pour des données complexes⁴. La méthode du zero-padding en est un exemple, mais, pour l'appliquer, on peut par exemple effectuer les opérations suivantes :
 - recentrer le spectre autour de la fréquence nulle. Ce décalage a alors la valeur δf
 - effectuer le bourrage par des zéros. Un facteur 4 pourra suffire par la suite.
 - effectuer l'opération inverse de décalage de spectre (valeur $-\delta f$).
- Sur cette nouvelle donnée, effectuer une interpolation bilinéaire sur la partie réelle et sur la partie imaginaire.

3.4 Autres formes d'onde utilisées en imagerie RSO

3.4.1 Emission d'un "pulse"

Almaz-1 a été capable d'envoyer un signal très bref dont la puissance pic atteignait 190 kW, beaucoup plus grande que les énergies "raisonnables" des satellites actuels (quelques kW). La durée de ce signal était de 70 ns, ce qui donnait à ce capteur une résolution distance de l'ordre de 15m [5].

3.4.2 Le spectre de raies : une piste pour pour les systèmes futurs ?

Sur son système HYCAM (Caméra Hyperfréquence), l'ONERA a expérimenté avec succès le principe du spectre de raies [12]. Ce principe est essentiellement utilisé dans le domaine des communications numériques sous le nom d'OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexer*). Dans ce principe, l'antenne émet simultanément un grand nombre de fréquences de durée T_0 et séparées entre elles par un multiple d'un pas donné δf : les paramètres de ces sinusoides élémentaires sont choisis de sorte qu'elles soient toutes orthogonales entre elles.

Il faudra analyser dans les prochaines décennies si ce principe est applicable aux systèmes satellitaires.

3.5 Quelques valeurs des systèmes RSO satellitaires

Le tableau 3.3 donne quelques valeurs liées au principe de la compression d'impulsion sur plusieurs systèmes RSO satellitaires.

	f_0 (GHz)	durée (T) μs	K	KT^2 (compression)	BW MHz
AMI (ERS)	5.300	37.12	$4.1889 \cdot 10^{11}$	577	15.55
JERS	1.275	35	$-4.2757 \cdot 10^{11}$	524	14.96
CSK (RAW)	9.600	40.00	$-2.73193 \cdot 10^{12}$	4371	109.3
Sentinel (IW-SLC)	5.405	52.41	$1.07823 \cdot 10^{12}$	2961	56.50
Sentinel (StripMap)	5.405	45.45	$1.92738 \cdot 10^{12}$	3980	87.60
TSX (StripMap)	9.65	33.8	$3.5503 \cdot 10^{12}$	4056	120

TABLE 3.3 – Valeurs des paramètres de quelques *chirps* utilisés en imagerie satellitaire

Pour être totalement complet, il faut noter que certaines agences spatiales ont fait le choix de *chirp* montant (le *chirp* débute sur la fréquence basse et s'achève sur la fréquence haute) et d'autres le choix contraire (le *chirp* débute sur la fréquence haute et s'achève sur la fréquence basse).

4. Il faut assurer la meilleure qualité possible pour la phase, ce que ne garantit pas la méthode bilinéaire, mais que garantit les méthodes spectrales.

Chapitre 4

La synthèse d'ouverture

Après l'analyse du principe d'acquisition StripMap (chapitre 2 dans lequel la définition de la résolution d'une antenne avait été admise) et les aspects "signal" de la compression d'impulsion 3, nous abordons maintenant le cœur des systèmes RSO en analysant les lois de la propagation des ondes électromagnétiques : diffraction et résolution s'en déduisent grâce au principe de Huyghens (tout point d'un front d'onde peut être vu comme une source isotrope). Ce sera avec cet attirail physico-mathématique que le principe de la synthèse d'ouverture pourra être détaillé plus en profondeur (le principe en avait été énoncé en 1.3.2).

Dans ce chapitre, pour alléger les notations, le référentiel "antenne" sera noté $OXYZ$ (le passage en coordonnées "sol" n'étant pas requis en première analyse, on confondra les axes OX –sol– et OX' –direction de visée de l'antenne– tels qu'ils avaient été définis aux chapitres précédents).

4.1 Les équations de propagation et leurs modélisations : d'Alembert et Helmholtz

4.1.1 Onde, front d'onde et rayon

La description du formalisme ondulatoire nécessite l'utilisation de deux concepts :

- celui de **fronts d'onde** : pour une source isotrope impulsionnelle (signal non nul en $t = 0$, nul avant et après), le front d'onde représente à un instant t donné l'ensemble des points où le champ électromagnétique est non nul. Le front d'onde est une surface en dimension 3 (celle de la sphère de rayon ct) et une courbe en dimension 2 (le cercle de rayon ct).
- celui de **rayons** : ils sont orthogonaux à tous les fronts d'onde qu'ils intersectent.

Les rayons sont similaires à ceux rencontrés en optique physique. On peut admettre que dans le vide, ce sont des lignes droites.

Le concept de front d'onde peut s'appliquer à des ondes planes se propageant dans une direction donnée \vec{n} : dans ce cas, le front d'onde est un plan dont la normale est \vec{n} .

4.1.2 Equation des ondes et solutions

Soit un champ électromagnétique variant dans le temps. Les équation de Maxwell permettent d'établir un système de deux équations aux dérivées partielles en temps et en espace. La résolution de ce système démontre que, dans le vide, ce champ se propage, c'est à dire que, pour deux points de l'espace A et B distants de r situés sur le même rayon, leurs états ondulatoires Ψ_A et Ψ_B sont liés entre eux par une relation mettant en jeu le temps (variable t), l'espace (variable r) et une grandeur spécifique, la vitesse de propagation c (dans le vide, $c = 2.99792458 \cdot 10^8$) :

$$\Psi_B(t) = \Psi_A\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

à un facteur d'amplitude près qui dépend de la dimension de l'espace étudié. L'expression des solutions peut s'effectuer de deux manières différentes¹ :

1. Pour aider les lecteurs, on prendra comme solution de l'équation d'onde de l'espace 3-D la notation Ψ_3 et comme solution de l'équation d'onde de l'espace 4-D (espace+temps) la notation Ψ_4

- Si on se place en dimension 4 (espace et temps), une onde $\Psi_4(x, y, z, t)$ vérifie l'équation de d'Alembert (l'opérateur \square s'appelant le d'Alembertien) :

$$\square_4 = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi_4}{\partial t^2} - \nabla^2 \Psi_4 = 0 \quad (4.1)$$

où, par définition, l'opérateur ∇^2 est le laplacien et s'écrit pour une fonction $g(x, y, z)$ donnée :

$$\nabla^2 g = \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$$

C'est ce formalisme qui est requis pour les phénomènes non stationnaires (phénomène impulsionnel par exemple).

- Si on se place dans le cadre d'une onde monochromatique de fréquence f , on peut alors utiliser un formalisme 3-D (espace), avec $\Psi_3(x, y, z)$ vérifiant l'équation de Helmholtz :

$$(\nabla^2 + k^2) \Psi_3(x, y, z) = 0$$

où k est le nombre d'onde vérifiant l'expression :

$$k = \frac{2\pi f}{c}.$$

Bien entendu, si on connaît toutes les solutions de l'équation de Helmholtz correspondant à toutes les fréquences $f \in \mathbb{R}^+$, on retrouvera la solution de l'équation de d'Alembert. Cependant, le théoricien se heurte à deux difficultés majeures :

- La solution analytique de l'équation de d'Alembert n'existe que dans un seul cas : la source est un disque plan (appelé aussi "baffle plan"), donnant ainsi le formalisme des équations de Stepanishen². Il s'obtient en prenant en compte la spécificité de l'espace tridimensionnel³ et s'appuie dans les calculs sur des propriétés très simples de temps de vol. Aucune approximation n'est requise. Ce résultat est très utilisé en acoustique sous marine et en échographie médicale.
- La solution analytique exacte n'existe pas pour l'équation de Helmholtz (mais tout le monde ou presque connaît la solution approchée de la source circulaire qui s'écrit à l'aide de fonctions de Bessel). En effet, un certain nombre d'approximations sont requises pour déboucher sur le célèbre résultat de Fraunhofer : le champ en tout point de l'espace se déduit du champ de l'ouverture par une simple transformée de Fourier de l'ouverture (ce qui veut dire que tout ce qui se passe entre la source et l'observateur n'entre pas en compte pour l'aspect "propagation"). Ceci n'est valable que si l'on se trouve suffisamment éloigné de la source : on dit que l'on se trouve en **champ lointain**. La définition du champ lointain et l'approche "Fourier" peuvent se faire en étudiant le développement limité de la distance entre un point P et l'antenne.

La figure 4.1 en donne une illustration bidimensionnelle : l'origine O est au centre de l'antenne, ses deux extrémités A et B sont à même distance du point O . Sur cette figure, deux calculs sont essentiels :

- Pour le point P qui est sur l'axe de l'antenne à une distance R du centre de l'antenne, comparons la distance R et la distance PA (égale à PB). On a :

$$PA = PB = \sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} = R \sqrt{1 + \left(\frac{L}{2R}\right)^2} \sim R + \frac{L^2}{8R}$$

l'approximation étant valide si $\frac{L}{2R} \ll 1$: c'est dans ce cas que l'on parle de champ lointain. Pour un capteur satellitaire à près de 1000 km de la zone imagée, cette approximation est toujours valide pour l'antenne embarquée sur le satellite (antenne physique). Par exemple, pour ERS-1, on trouve $\frac{L^2}{8R} \simeq 0.125 \cdot 10^{-3}$ m.

2. formalisme instauré dans le monde du Sonar par Stepanishen, puis largement utilisé en échographie médicale (voir par exemple [9]).

3. via les fonctions de Green en dimension 4

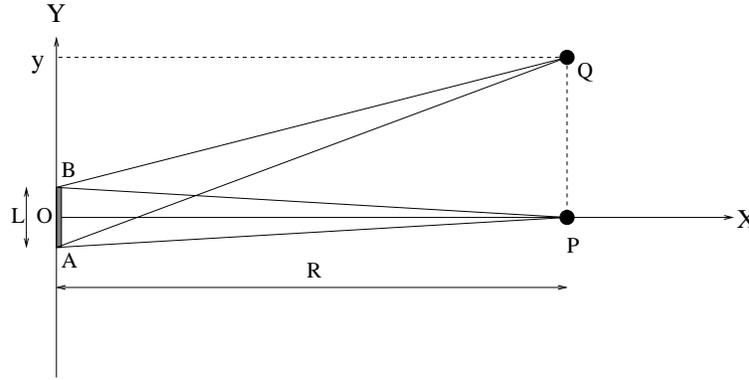


FIGURE 4.1 – Champ lointain. R est très grand vis à vis de L . Dans ce cas, la distance antenne-cible (distance OQ) s'obtient par un développement limité du premier ordre (expression 4.2), valide pour y grand vis à vis de L .

- pour le point Q , ayant même abscisse que P et situé à une distance y de P , comparons les distances QA et QB . On a :

$$QA = \sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{2} + y\right)^2}$$

$$QB = \sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{2} - y\right)^2}$$

Pour calculer la différence entre ces deux trajets, on peut, sous les conditions $L \ll y$ et $y \ll R$, effectuer un développement limité au premier ordre en y :

$$QA = \sqrt{R^2 + y^2 + \frac{L^2}{4} + Ly} \sim R \left(1 + \frac{Ly}{2R^2}\right)$$

$$QB = \sqrt{R^2 + y^2 + \frac{L^2}{4} - Ly} \sim R \left(1 - \frac{Ly}{2R^2}\right)$$

On peut alors calculer la différence entre ces deux trajets, que l'on notera $\Delta_{AB,Q}$:

$$\Delta_{AB,Q} = QA - QB = \frac{Ly}{R} \quad (4.2)$$

Cette relation est à la base de l'identification du champ par une transformée de Fourier de l'ouverture (le terme Ly correspond en effet au produit scalaire du vecteur \overrightarrow{PQ} avec le vecteur \vec{L} représentant l'antenne : le lecteur généralisera à la dimension 3).

La relation 4.2 est essentielle en imagerie RSO : elle représente soit la différence de marche entre les bords d'antenne (pour Huyghens), soit la différence de temps de vol entre les bords d'antenne (pour d'Alembert). Nous verrons que ce calcul est à la base d'une méthode originale de calcul de la résolution (section 4.2), et de la notion de base critique en interférométrie (chapitre 8).

4.1.3 Equation de propagation et retournement temporel

L'équation de propagation (relation 4.1)

$$\square \Psi_4 = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi_4}{\partial t^2} - \nabla^2 \Psi_4 = 0$$

possède une propriété extrêmement intéressante et riche de conséquences : celle du retournement du temps. En effet, soit une onde solution à cette équation $\Psi_4(x, y, z, t)$: il est facile de montrer que l'onde $\Psi_4(x, y, z, -t)$ est aussi solution.

Il sera donc possible d'utiliser cette propriété tout le long de ce document. Par exemple, si on connaît le trajet d'une onde entre une source P et un point Q , on peut affirmer que c'est le même que dans le cas d'une onde entre une source Q et un point P .

4.1.4 Principe de Huyghens

Grâce à Huyghens, nous savons qu'une onde électromagnétique possède des propriétés de diffraction lorsqu'elle rencontre une ouverture : c'est ce qui fait que l'optique ondulatoire diffère de l'optique physique (propagation en ligne droite depuis la source). La formulation essentielle du principe de Huyghens repose en effet sur les trois points suivants :

- il existe des sources dite ponctuelles dont le rayonnement s'assimile à un rayonnement sphérique isotrope.
- on considère que, dans l'espace libre, une onde peut se représenter par ses fronts d'onde. Sur un front d'onde, la phase est la même en tout point.
- tout point d'un front d'onde se comporte comme une source ponctuelle.

Ces résultats nécessitent cependant quelques approximations complémentaires entre position vis à vis de l'antenne et longueur d'onde qui seront toujours supposées vérifiées en imagerie RSO pour l'antenne physique (on est toujours à une distance très grande vis à vis de la longueur d'onde).

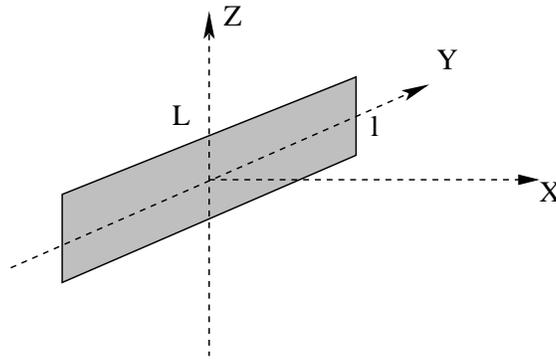


FIGURE 4.2 – Géométrie d'une antenne plane de longueur L (grand coté, selon OY) et de largeur l (petit coté, selon OZ). Voir figure 1.7. Uniquement dans ce chapitre, on prend le repère $OXYZ$ pour décrire l'antenne.

Sous cette hypothèse, une antenne \mathcal{A} (figure 4.2) peut se décrire par une infinité de sources élémentaires $A(y, z)$ (A est un terme complexe). Le champ en un point $P(x, y, z)$ de l'espace distant de r (avec $r \sim x$ puisque l'on se place en champ lointain et suffisamment proche de la direction normale à l'antenne) s'écrit comme la Transformée de Fourier (TF) de l'ouverture :

$$\int_{\mathcal{A}} e^{2j\pi(y_A f_y + z_A f_z)} A(y_A, z_A) dy_A dz_A \quad \text{avec} \quad \begin{cases} f_y = \frac{y}{\lambda r} \\ f_z = \frac{z}{\lambda r} \end{cases} \quad (4.3)$$

Cette expression est simplifiée puisque n'apparaît pas comme paramètre de pondération le terme de décroissance géométrique du type $1/r$ (décroissance géométrique spécifique à la dimension 3).

Si la phase est identique à la surface de l'antenne⁴, on peut poser sans perdre en généralité $A(y_A, z_A) = 1$. On a alors effectivement la TF de l'ouverture puisque la relation 4.3 s'écrit :

$$\int_{\mathcal{A}} e^{2j\pi(y_A f_y + z_A f_z)} dy_A dz_A \quad \text{avec} \quad \begin{cases} f_y = \frac{y}{\lambda r} \\ f_z = \frac{z}{\lambda r} \end{cases}$$

Ce calcul peut être mené à bien pour des formes géométriques simples, comme les antennes rectangulaires. Dans ce cas, pour une antenne de dimension L selon OY et l selon OZ , le calcul de l'intégrale de surface devient séparable et on obtient ;

$$\int_{\mathcal{A}} e^{2j\pi(y_A f_y + z_A f_z)} dy_A dz_A = \int_{y_A=-L/2}^{L/2} \int_{z_A=-l/2}^{l/2} e^{2j\pi(y_A f_y + z_A f_z)} dy_A dz_A$$

4. C'est bien le cas d'une antenne monolithique ou d'un cornet

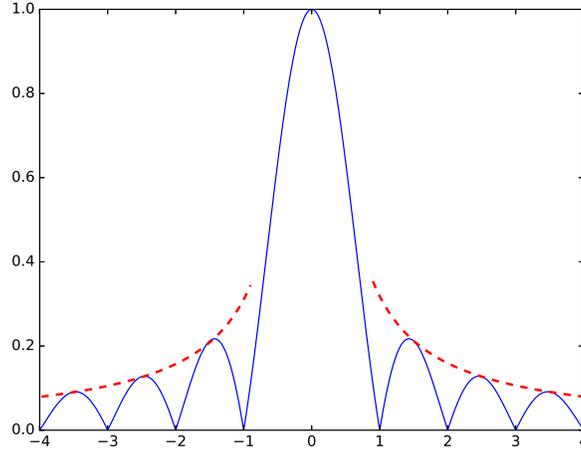


FIGURE 4.3 – Sinus cardinal (en valeur absolue) autour de l’origine : les zéros correspondent aux valeurs entières non nulles de l’abscisse. En rouge pointillé, la fonction $|1/x|$.

$$= \int_{y_A=-L/2}^{L/2} e^{2j\pi y_A f_y} dy_A \int_{z_A=-l/2}^{l/2} e^{2j\pi z_A f_z} dz_A$$

ce qui donne⁵ la PSF du système :

$$U(y, z) \sim \text{Sinc}(f_y L) \text{Sinc}(f_z l) = \text{Sinc}\left(\frac{Ly}{\lambda r}\right) \text{Sinc}\left(\frac{lz}{\lambda r}\right) \quad (4.4)$$

que l’on peut aussi écrire :

$$\text{Sinc}(BW_y y) \text{Sinc}(BW_z z) \text{ avec } BW_y = \frac{L}{\lambda r} \text{ et } BW_z = \frac{l}{\lambda r} \quad (4.5)$$

On retrouve ainsi les expressions déjà rencontrées au chapitre 2 (expression 2.16).

Si le maximum d’une telle antenne est bien atteint au point $(y = 0, z = 0)$, on peut noter :

— l’existence de maxima secondaires pour les positions telles que

$$\frac{Ly}{\lambda r} = \pm \frac{2p+1}{2} \quad p \in \mathbb{N}^+ \quad \text{et} \quad \frac{lz}{\lambda r} = \pm \frac{2q+1}{2} \quad q \in \mathbb{N}^+$$

c’est à dire

$$y = \pm \frac{2p+1}{2} \frac{\lambda r}{L} \quad p \in \mathbb{N}^+ \quad \text{et} \quad z = \pm \frac{2q+1}{2} \frac{\lambda r}{l} \quad q \in \mathbb{N}^+$$

— l’existence de “zéros” pour les positions telles que

$$\frac{Ly}{\lambda r} = \pm p \quad p \in \mathbb{N}^+ \quad \text{et} \quad \frac{lz}{\lambda r} = \pm q \quad q \in \mathbb{N}^+$$

c’est à dire

$$y = \pm p \frac{\lambda r}{L} \quad p \in \mathbb{N}^* \quad \text{ou} \quad z = \pm q \frac{\lambda r}{l} \quad q \in \mathbb{N}^*$$

En particulier :

— les deux premiers zéros se trouvent, de part et d’autre de l’origine, en :

$$y_{zero} = \pm \frac{\lambda r}{L} \quad (4.6)$$

5. Dans ce document, le sinus cardinal est défini par $\text{Sinc}(x) = \sin(\pi x)/\pi x$. Voir la relation F.2 de l’annexe F.

donnant la largeur du lobe principal (équation 1.10) :

$$\beta = \frac{2\lambda}{L} \quad (4.7)$$

ce qui explique le choix de l'expression de la résolution dans l'équation 1.11 :

$$\delta = \frac{\lambda R}{L} \quad (4.8)$$

pour laquelle on se restreint à la moitié du lobe d'antenne.

— les deux premiers maxima secondaires (de part et d'autre de l'origine) se trouvent en :

$$y_{sec} = \pm \frac{3\lambda r}{2L} \quad (4.9)$$

le rapport entre l'amplitude du lobe principal et celle de ces premiers secondaires étant :

$$\frac{\lambda r}{\pi L y_{sec}} = \frac{\lambda r}{\pi L} \frac{2L}{3\lambda r} = \frac{2}{3\pi} \simeq 0.21$$

ce qui en énergie correspond à un "secondaire à -13 dB"⁶.

4.2 Le principe de Huyghens "point à point" : résolution d'une antenne linéaire

Le calcul mené dans le paragraphe précédent est bien connu et ne nécessite sommes toutes que quelques calculs analytiques assez simples à mener grâce à une géométrie de l'antenne particulière bien adaptée à une double sommation selon les deux directions de l'espace.

Cependant, il est possible à partir de ces mêmes équations liées au principe de Huyghens d'obtenir des résultats assez proches sans mener de calcul analytique. Pour cela, il faut analyser l'antenne physique et regarder comment s'applique le principe de Huyghens sur celle-ci, ou plus précisément sur des paires de points bien choisis à la surface de l'antenne. Nous verrons que cela revient à découper l'antenne initiale en deux sous antennes et à analyser le comportement de l'équation de Huyghens sur des paires de points choisis astucieusement sur chacune des sous antennes. On retrouve alors exactement la localisation des lobes secondaires ainsi que la localisation des zéros de l'antenne : on a ainsi une autre manière de déterminer la résolution de l'antenne.

L'intérêt de cette approche est qu'elle peut se généraliser à des formes d'antenne pour lesquelles le calcul analytique n'est pas possible. Aussi, la possibilité d'avoir un ordre de grandeur de la résolution ainsi qu'un critère physique d'analyse s'avère utile dans les cas de figure où l'on ne cherche qu'une information relative du problème de résolution. Par exemple, pour l'antenne sol rencontrée au chapitre 2 pour laquelle la loi de phase et d'amplitude $A(y_A, z_A)$ est inconnue, il n'est pas envisageable d'avoir son diagramme de rayonnement sous une forme analytique. En revanche, l'approche de ce paragraphe permettra d'avoir une interprétation correcte de la manière dont une cellule de résolution peut réémettre en direction de l'antenne du système.

4.2.1 Géométrie de l'antenne

Reprenons la figure 4.1 et regardons plus précisément les rayons au niveau de l'antenne lorsque l'on considère un point Q en dehors de l'axe de l'antenne et situé en y selon OY (figure 4.4). La différence de marche est donnée par la relation 4.2 et s'écrit :

$$\Delta_{AB,Q} = QA - QB = \frac{Ly}{R}$$

Au niveau de l'antenne, nous allons fictivement découper l'antenne en deux sous antennes de longueur identique $L/2$ de sorte que l'association de ces deux sous antennes soit l'antenne initiale (figure 4.5). La

6. bien connu des traiteurs de signaux puisque cette valeur non négligeable est rattaché aux secondaires spectre de la fenêtre naturelle. Rappelons que 20dB correspondent à une atténuation d'un facteur 10.

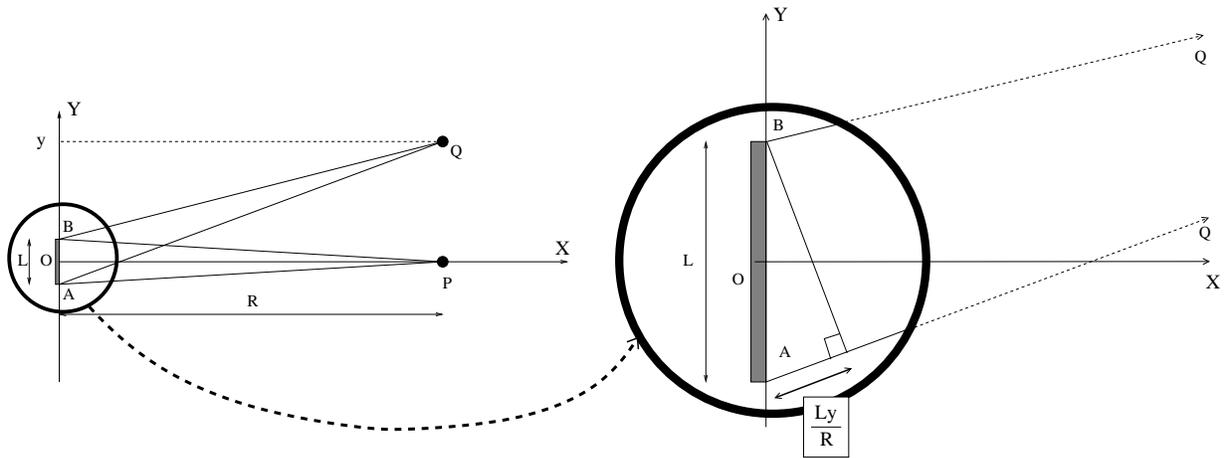


FIGURE 4.4 – Champ lointain (cf figure 4.1) : zoom sur l’antenne dans le cas où l’antenne pointe vers un point Q d’ordonnée y . La différence de marche est donnée par la relation 4.2.

partie correspondant aux ordonnées positives sera notée \mathcal{A}^+ , celle correspondant aux ordonnées négatives \mathcal{A}^- . A tout point R de la sous antenne \mathcal{A}^+ est associé un point S de la sous antenne \mathcal{A}^- de sorte que :

$$RS = \frac{L}{2}$$

et le segment RS peut être analysé comme une antenne de dimension $L/2$. La différence de marche entre le point visé Q et les bords de cette nouvelle antenne est donnée par la relation 4.2 (à appliquer à notre antenne de dimension $L/2$) et s’écrit :

$$\Delta_{SR,Q} = QS - QR = \frac{Ly}{2R}$$

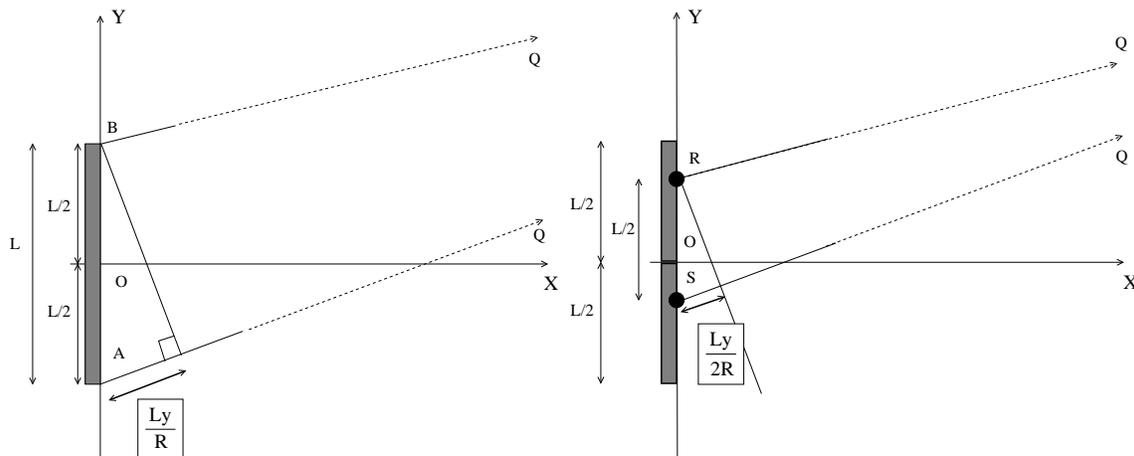


FIGURE 4.5 – Découpage de l’antenne initiale en deux sous antennes identiques : la partie correspondant aux ordonnées positives sera notée \mathcal{A}^+ , celle correspondant aux ordonnées négatives \mathcal{A}^- . A tout point R de la sous antenne \mathcal{A}^+ correspond un unique point S de la sous antenne \mathcal{A}^- tel que $RS = L/2$.

4.2.2 Huyghens “point à point” : les zéros de l’antenne

La philosophie de ce principe nouveau⁷ est donc de tirer partie de ce découpage d’antenne en l’introduisant dans la formulation “à la Huyghens” (relation 4.3).

⁷ L’appellation de “Huyghens point à point” à cette approche a été donnée par Mme Sophie Rémy, professeur de physique en CPGE.

Par simplification, nous nous restreignons à un espace bi-dimensionnel et une antenne linéique (l'axe OQ , le point Q étant assez éloigné pour permettre cette approximation). On a alors :

$$\Psi_Q = \int_{\mathcal{A}} e^{2j\pi y_A f_y} A(y_A) dy_A \quad \text{avec} \quad f_y = \frac{k y}{2\pi r} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Leftrightarrow \quad f_y = \frac{y}{\lambda r} \quad (4.10)$$

L'antenne est découpée en deux morceaux : \mathcal{A}^+ et \mathcal{A}^- . La physique du problème étant considérée comme linéaire, on a :

$$\Psi_Q = \int_{\mathcal{A}} e^{2j\pi y_A f_y} A(y_A) dy_A = \int_{\mathcal{A}^+} e^{2j\pi y_{AP} f_y} A(y_{AP}) dy_{AP} + \int_{\mathcal{A}^-} e^{2j\pi y_{AM} f_y} A(y_{AM}) dy_{AM}$$

Or tout point de \mathcal{A}^- peut s'exprimer en faisant intervenir un point unique de \mathcal{A}^+ par la relation :

$$y_{AM} = y_{AP} - \frac{L}{2}$$

Si de plus l'état de l'antenne est identique en tout point ($A(y) = A \forall y$), on en déduit :

$$\begin{aligned} \Psi_Q &= \int_{\mathcal{A}^+} e^{2j\pi y_{AP} f_y} A dy_{AP} + \int_{\mathcal{A}^+} e^{2j\pi (y_{AP} - \frac{L}{2}) f_y} A dy_{AP} \\ &= \int_{\mathcal{A}^+} \left(e^{2j\pi y_{AP} f_y} + e^{2j\pi (y_{AP} - \frac{L}{2}) f_y} \right) dy_{AP} \\ &= \left(1 + e^{-2j\pi \frac{L}{2} f_y} \right) \int_{\mathcal{A}^+} e^{2j\pi y_{AP} f_y} A dy_{AP} \\ &= \left(1 + e^{-j\pi \frac{L y}{\lambda r}} \right) \int_{\mathcal{A}^+} e^{2j\pi y_{AP} f_y} A dy_{AP} \end{aligned}$$

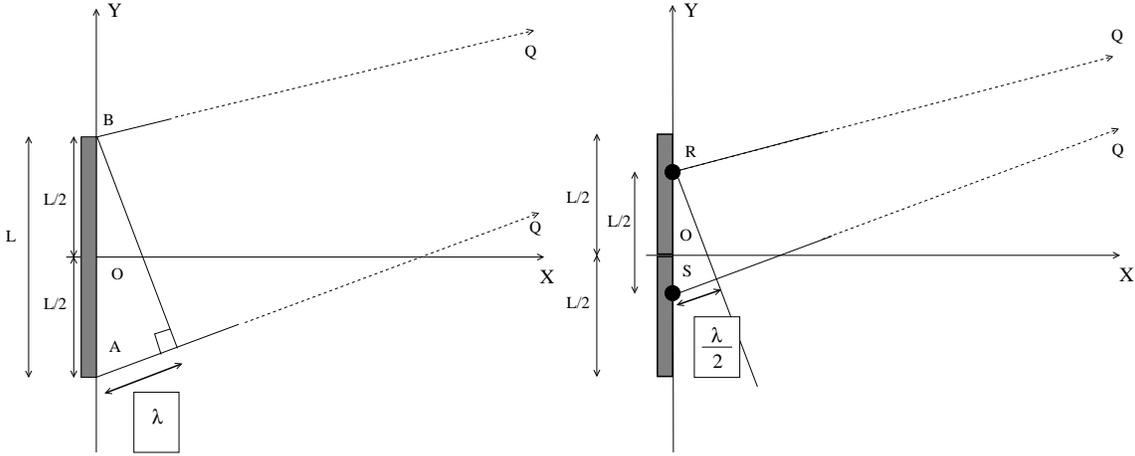


FIGURE 4.6 – Découpage de l'antenne initiale en deux sous antennes identiques. Si le décalage en bord d'antenne est exactement égal à λ , tout point R de la sous antenne \mathcal{A}^+ est en opposition de phase avec un point unique S de la sous antenne \mathcal{A}^- de sorte que leurs contributions s'annulent. Le point Q est alors illuminé par un signal nul et correspond au premier zéro de l'antenne.

Il n'est donc pas nécessaire de calculer l'intégrale pour rechercher le lieu des points où le champ est nul ; il suffit de trouver les valeurs de y telles que :

$$1 + e^{-j\pi \frac{L y}{\lambda r}} = 0$$

c'est à dire pour des valeurs de y vérifiant :

$$y = (2p + 1) \frac{\lambda r}{L} \quad p \in \mathbb{Z}$$

En particulier, le premier zéro (pour des valeurs y positives) vérifie :

$$y = \frac{\lambda r}{L}$$

et on retrouve exactement, sans à avoir à effectuer un calcul d'intégrale, les caractéristiques des zéros données par l'approche de Huyghens classique et qui correspondaient à la fonction sinus cardinal sous jacente (expressions 4.6).

4.2.3 Huyghens “point à point” : les lobes secondaires

Le principe d'Huyghens point à point permet de montrer que, à partir d'un point P situé sur l'axe de visée d'une antenne, il existe des points placés selon une direction perpendiculaire à cet axe de visée tels que le champ soit nul. Ces points sont appelés “zéros de l'antenne”. Entre ces zéros, le champ est bien entendu beaucoup plus faible que sur l'axe, mais présente cependant des maxima secondaires, ce qui définit des lobes secondaires.

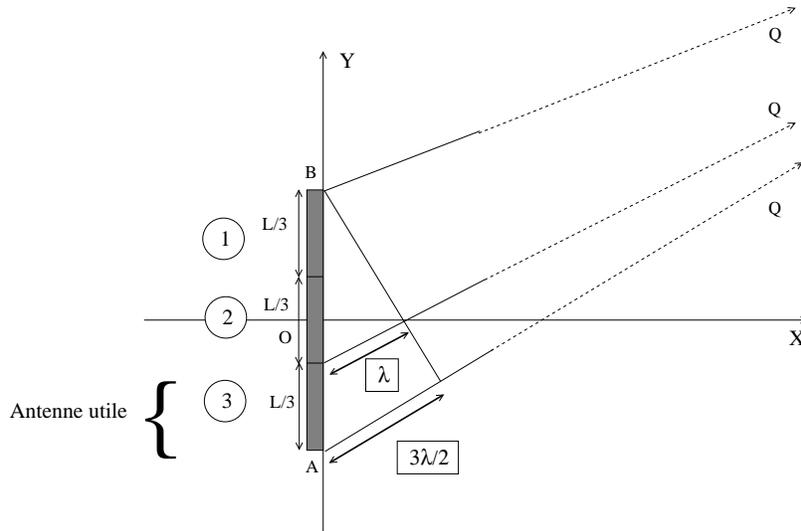


FIGURE 4.7 – Découpage de l'antenne initiale en trois sous antennes identiques. Si la différence de marche entre bords d'antenne (totale) est égale à $3\lambda/2$, alors tout se passe comme si on disposait d'une antenne utile de longueur $L/3$ (zone notée 3), le restant de l'antenne (zones notées A et 2) ayant une contribution nulle au point visé Q .

On peut retrouver le premier lobe secondaire en découpant l'antenne en trois morceaux identiques (figure 4.7) :

— tout point de la partie 2 se déduit de la position d'un point de la partie 1 par la relation

$$y_2 = y_1 - \frac{L}{3}$$

— tout point de la partie 3 se déduit de la position d'un point de la partie 1 par la relation

$$y_3 = y_1 - \frac{2L}{3}$$

Par un raisonnement identique au cas précédent, on peut écrire :

$$\Psi_Q = \left(1 + e^{-j\pi \frac{2Ly}{3\lambda r}} + e^{-j\pi \frac{4Ly}{3\lambda r}} \right) \int_{A_\infty} e^{2j\pi y_A f_y} A dy_A$$

Si on a :

$$\left(1 + e^{-j\pi \frac{2Ly}{3\lambda r}} \right) = 0$$

c'est à dire :

$$y = \frac{3\lambda r}{2L}$$

l'antenne n'aura qu'une contribution égale à

$$\Psi_Q = e^{-j\pi \frac{4Ly}{3\lambda r}} \int_{\mathcal{A}_\infty} e^{2j\pi y_A f_y} A dy_A$$

c'est à dire la contribution d'une antenne de dimension réduite au tiers de l'antenne initiale⁸.

Si l'on compare avec le résultat analytique obtenu par l'étude du sinus cardinal (relation 4.9), on retrouve exactement la position du premier secondaire : en revanche, on peut montrer que l'amplitude est surestimée.

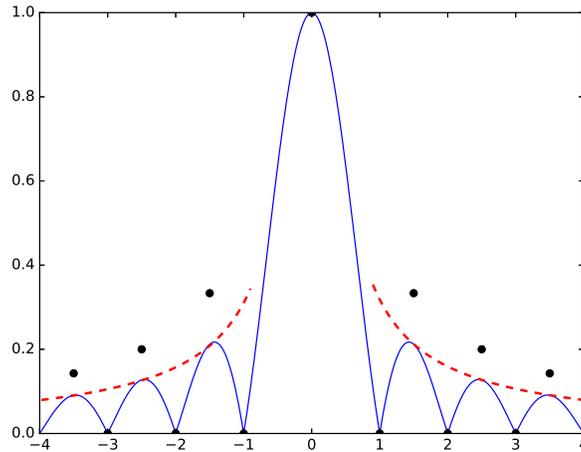


FIGURE 4.8 – Sinus cardinal (en valeur absolue) autour de l'origine : les zéros correspondent aux valeurs entières non nulles de l'abscisse. En rouge pointillé, la fonction $|1/x|$. Les points correspondent à l'approximation de la méthode Huyghens point à point pour les maxima et les zéros : la localisation est exacte, mais l'amplitude est surestimée.

4.3 Champ lointain, champ proche, profondeur de champ

4.3.1 Analyse de la durée d'un signal sur l'axe de l'antenne

Considérons une antenne de dimension L et plaçons nous sur son axe en un point P (position $(R, 0)$). L'onde émise a une longueur d'onde λ . On suppose dans tous les cas $L \gg \lambda$.

Considérons le trajet entre le centre de l'antenne et le point P , que l'on notera R , et le trajet entre un bord d'antenne et le point P , que l'on notera R_y . La différence entre ces deux trajets s'écrit :

$$R_y - R = \sqrt{R^2 + y^2} - R$$

Nous allons maintenant étudier cette grandeur dans trois cas :

- R grand de sorte que $R_y - R \ll \lambda$: on parle de champ lointain.
- R tel que $R_y - R = \lambda$: on parle de zone de Fresnel
- R tel que $R_y - R > \lambda$: on parle de champ proche

8. On peut remarquer que l'exponentielle complexe à l'intérieur de l'intégrale a un terme de phase tel que la différence de phase maximale soit π . On sait alors que la sommation complexe ne présente pas d'effets destructifs puisqu'il n'y a pas de termes qui soient systématiquement en opposition de phase avec un autre terme dans l'intégrale.

R grand : champ lointain

Pour R suffisamment grand, on peut effectuer un développement limité au premier ordre des distances. On a alors en bord d'antenne :

$$\begin{aligned} R_y &= \sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} \\ &\sim R + \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2R} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Si la distance R vérifie :

$$\frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2R} \ll \lambda \Leftrightarrow R \gg \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2\lambda} \quad (4.12)$$

la contribution de tout point de l'antenne arrive dans un même état ondulatoire sur le point P . En effet :

$$R_y - R = \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2R} \ll \lambda \quad \forall y$$

et ainsi toutes les contributions de tous les points de l'antenne sont constructives. On dit que l'on est en **champ lointain**. Dans ce cas, aucune correction sur le front d'onde n'est requise pour avoir le meilleur signal possible en réception : le signal réémis par le point P arrive avec la même phase sur la totalité de l'antenne.

Analysons maintenant la résolution en champ lointain. En champ lointain, on voit que tout se passe comme si on visait un point à l'infini (puisque, à l'infini, $R_y - R \rightarrow 0$: cela reviendrait en optique à mettre au point à l'infini) : cependant cette mise au point est valide pour une zone à partir d'un R assez grand jusqu'à l'infini.

En champ lointain, nous avons vu que pour un point de visée Q hors axe de l'antenne (ordonnée y), sous les hypothèses $L \ll y$ et $y \ll R$, la différence de marche entre bord d'antenne (notée $\Delta_{AB,Q}$)

$$\Delta_{AB,Q} = QA - QB$$

s'obtient par un développement limité des trajets :

$$\begin{aligned} QA &= \sqrt{(R^2 + y^2) + Ly + \frac{L^2}{4}} \sim \sqrt{R^2 + y^2} \left(1 + \frac{Ly}{2(R^2 + y^2)}\right) \\ QB &= \sqrt{(R^2 + y^2) - Ly + \frac{L^2}{4}} \sim \sqrt{R^2 + y^2} \left(1 - \frac{Ly}{2(R^2 + y^2)}\right) \end{aligned}$$

La différence de marche s'écrit (hypothèse $L \ll y$) :

$$\Delta_{AB,Q} \sim \frac{Ly}{\sqrt{R^2 + y^2}}$$

d'où, pour $R \gg y$:

$$\Delta_{AB,Q} \sim \frac{Ly}{R} \quad (4.13)$$

ce qui donne pour le premier zéro :

$$y_{zero} \sim \frac{R\lambda}{L}$$

et pour $R\lambda$ suffisamment grand vis à vis de L , on trouve $y_{zero} \gg L$. Le cadre du champ lointain permet d'utiliser cette formulation très classique de la résolution qui est donc liée, éventuellement à un facteur multiplicatif près, à la grandeur :

$$\frac{R\lambda}{L}$$

(voir une définition possible de la résolution équation 4.8 paragraphe 4.1.4).

La question est de savoir quelle est la zone de validité de cette approche "champ lointain". La définition du premier "zéro de Fresnel" que nous allons maintenant donner va permettre d'associer une valeur limite pour cette zone de champ lointain.

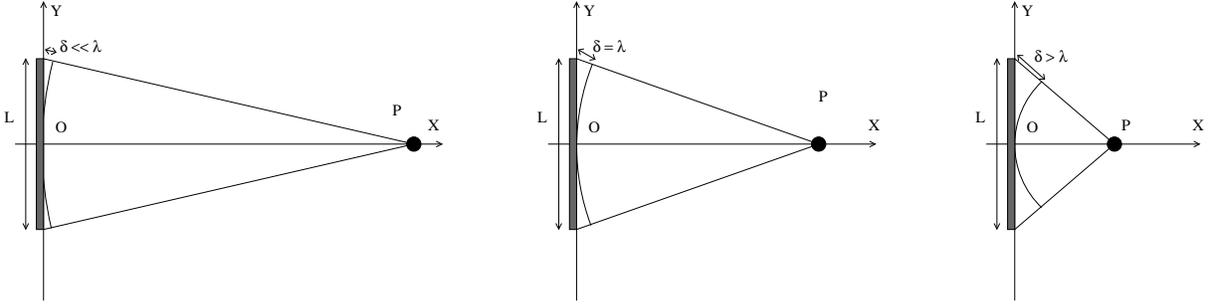


FIGURE 4.9 – Antenne de dimension L : analyse pour un point situé sur l'axe de visée. A gauche : champ lointain. La sommation sur l'antenne peut s'effectuer sans correction de la phase liée à la différence des divers trajets. La contribution sur l'axe de l'antenne est donc constante. Au milieu : premier zéro de Fresnel. On peut découper virtuellement l'antenne en trois morceaux de sorte que la contribution de la partie centrale soit, en première approximation, en opposition de phase avec la contribution du reste de l'antenne. A droite : champ proche. Pour tout point P sur l'axe de l'antenne et situé en champ proche, les diverses contributions de l'antenne sont pondérées par une variation rapide du terme de phase, ce qui donne un résultat variant rapidement avec la position. Ce résultat est nul pour les zéros de Fresnel.

Distance de Fresnel

Si, partant d'un point en champ lointain, on se rapproche de l'antenne, il se pourrait que la différence de trajet $R_y - R$ soit égale à la longueur d'onde. Ce cas intervient à une distance $R_{Fresnel}$ telle que :

$$R_y - R_{Fresnel} = \lambda$$

c'est à dire

$$R_y = R_{Fresnel} + \lambda \Rightarrow R_y^2 = (R_{Fresnel} + \lambda)^2 \Rightarrow R_y^2 = R_{Fresnel}^2 + \lambda^2 + 2 R_{Fresnel} \lambda$$

Comme on a par ailleurs :

$$R_y^2 = R_{Fresnel}^2 + \frac{L^2}{4}$$

On en déduit :

$$R_{Fresnel} = \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2 - \lambda^2}{2\lambda} \quad (4.14)$$

Par un raisonnement analogue au principe de Huyghens point à point, on en déduit qu'en ce point, le champ est nul. Ce point très particulier –s'il existe– porte le nom de **premier zéro de Fresnel**, ou parfois **distance de Fresnel**⁹. Si on a $\lambda \ll L$, on peut prendre comme définition de la distance de Fresnel l'expression :

$$R_{Fresnel} = \frac{L^2}{8\lambda} \quad (4.15)$$

Certaines configurations d'antenne exhibent des zéros de Fresnel d'ordre $p > 1$, c'est à dire des points tels que

$$R_y - R = p \lambda$$

Il est facile de montrer que la position R du point P doit vérifier pour tout ordre p tel que $R > 0$:

$$R = \frac{\left(\frac{L}{2}\right)^2 - p^2 \lambda^2}{2 p \lambda}$$

Les zéros de Fresnel existent jusqu'à un ordre q tel que :

$$q \lambda \leq \frac{L}{2} \leq (q + 1) \lambda$$

9. en acoustique sous marine en particulier.

L'espace entre l'antenne et le premier zéro de Fresnel s'appelle le **champ proche**. Notons que l'on trouve beaucoup de définition possible pour ce concept "champ proche/champ lointain" : dans ce document nous choisissons la relation 4.15 pour établir cette séparation et des exemples de cas d'antennes réelles seront donnés au paragraphe 4.3.2.

Au niveau du zéro de Fresnel (relation 4.15), on peut développer l'expression donnant la différence de marche entre bord d'antenne (notée $\Delta_{AB,Q}$)

$$\Delta_{AB,Q} = QA - QB$$

Pour cela, il suffit de remarquer que le point P est le centre d'un cercle tel que la distance entre les bords d'antenne et ce cercle soit exactement égale à λ (figure 4.9 centre). A ce stade, la seule approximation pouvant être faite est $\lambda \ll L$. En particulier, on ne peut plus faire d'approximation entre L et y : ces deux valeurs sont comparables. Puisque l'on est sur le zéro de Fresnel, on peut néanmoins supposer que L et y sont petits vis à vis de R . Le développement limité des trajets s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta_{AB,Q} &= \sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{2} + y\right)^2} - \sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{2} - y\right)^2} \\ &= R\sqrt{1 + \frac{1}{R^2} \left(\frac{L}{2} + y\right)^2} - R\sqrt{1 + \frac{1}{R^2} \left(\frac{L}{2} - y\right)^2} \\ &\sim R \left(1 + \frac{1}{2R^2} \left(\frac{L}{2} + y\right)^2\right) - R \left(1 + \frac{1}{2R^2} \left(\frac{L}{2} - y\right)^2\right) \end{aligned}$$

D'où :

$$\Delta_{AB,Q} \sim \frac{Ly}{R} \quad (4.16)$$

c'est à dire la même relation trouvée en champ lointain (relation 4.17).

Champ proche

En champ proche, si l'on souhaite calculer la différence de marche entre bords d'antenne en un point Q (notée $\Delta_{AB,Q}$), les hypothèses permettant un développement au premier ordre (relation 4.11) ne sont plus vérifiées puisque que, en champ proche, y est du même ordre de grandeur que L . Il faut alors reprendre la formulation initiale et faire un développement limité en y dans le cas $y \ll L$ et $R \gg L$:

$$\begin{aligned} \Delta_{AB,Q} &= \sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{2} + y\right)^2} - \sqrt{R^2 + \left(\frac{L}{2} - y\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(R^2 + \frac{L^2}{4}\right) + Ly + y^2} - \sqrt{\left(R^2 + \frac{L^2}{4}\right) - Ly + y^2} \\ &\sim \frac{Ly}{\sqrt{R^2 + \frac{L^2}{4}}} \end{aligned}$$

d'où, pour $R \gg L$:

$$\Delta_{AB,Q} \sim \frac{Ly}{R} \quad (4.17)$$

Cette même expression analytique se retrouve aisément dans le cas où l'antenne est courbe et préfocalisée pour le point P de coordonnées $(R, 0)$ (figure 4.17 droite).

Soulignons ici un résultat étonnant : les trois expressions obtenues dans les trois cas ont la même formule analytique, c'est à dire en champ lointain (relation 4.13), en zone de Fresnel (4.16) et en champ proche (relation 4.17). La figure 4.10 illustre les deux cas extrêmes et en montre la différence fondamentale de géométrie : néanmoins le résultat du développement limité au premier ordre donne la même formule.

Il faut noter que si l'antenne est petite vis à vis de la longueur d'onde, il n'y a pas de zéros de Fresnel, ce qui fait que tous les points sont en champ lointain¹⁰. Comme les antennes doivent être suffisamment grandes pour émettre des signaux suffisamment énergétiques, la distinction "champ proche/champ lointain" doit toujours être prise en compte pour les systèmes imageurs RSO.

10. Il faut exclure dans cette analyse les points situés à moins d'une longueur d'onde de l'antenne, ceux-ci nécessitant une approche plus complète en terme de propagation car l'onde n'est plus localement plane.

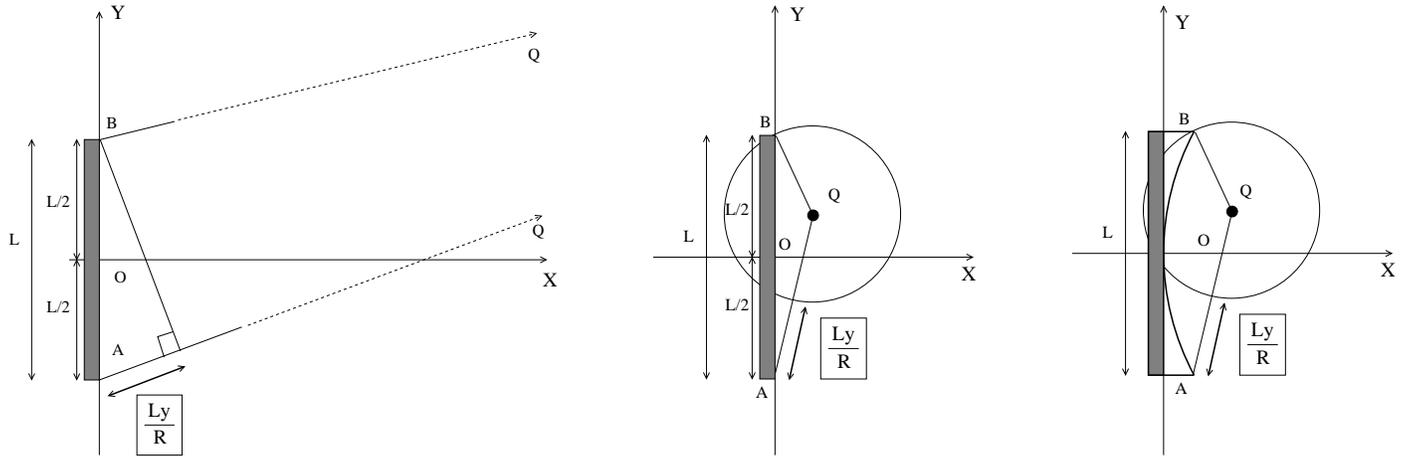


FIGURE 4.10 – Calcul de la différence de marche entre bords d’antenne pour un point Q de coordonnées (R, y) . A gauche : calcul en champ lointain (cf figure 4.1) et y est grand vis à vis de L . Au milieu : calcul en champ proche (cas d’une antenne plane). y peut être de l’ordre de L . A droite : calcul en champ proche pour une antenne focalisée au point $(R, 0)$. Dans les trois cas, l’expression analytique approchée est la même.

4.3.2 Champ proche et champ lointain : ordres de grandeur

Champ lointain et champ proche sont des concepts essentiels pour comprendre les effets de la synthèse d’ouverture. En effet, considérons trois systèmes RSO : ALOS, ERS et TSX. En prenant comme frontière entre champ lointain et champ proche la relation donnant le premier zéro de Fresnel (relation 4.15)

$$R_{Fresnel} = \frac{L^2}{8\lambda}$$

(L étant l’antenne physique), on voit que l’approximation “champ lointain” est largement vérifiée, comme le montre le tableau suivant :

	L (m)	R (km)	λ (cm)	$R_{Fresnel}$ (km)
ALOS	8.9	628	23.6	0.042
ERS	10	850	5.66	0.221
TSX	4.8	600	3.11	0.093

Pour les antennes physiques des capteurs satellitaires actuels, le zéro de Fresnel se trouve globalement dans le premier kilomètre du trajet et ne joue aucun rôle dans le processus d’acquisition des signaux rétrodiffusés.

En revanche, si l’on considère l’antenne synthétique dont la dimension L_S est donnée par la relation 1.16 (relation se déduisant d’une hypothèse élémentaire sur la dimension potentielle de l’antenne synthétique : elle sera donnée au paragraphe 4.4, relation 4.20) :

$$L_S = \frac{2\lambda R}{L}$$

la relation donnant le premier zéro de Fresnel s’écrit alors

$$R_{Fresnel} = \frac{L_S^2}{8\lambda} = \frac{\lambda R^2}{2L^2}$$

et l’application numérique donne les valeurs suivantes :

	L_S (m)	L (m)	R (km)	λ (cm)	$R_{Fresnel}$ (km)
ALOS	40783	8.9	628	23.6	880 956
ERS	9 600	10	850	5.66	204 467
TSX	7 800	4.8	600	3.11	242 968

Les distances ainsi obtenues sont très grandes (de l'ordre de la distance Terre-Lune!!) : donc pour imager le sol terrestre, on est dans tous les cas en champ proche.

Finissons cette analyse par une remarque sur la résolution en zone de Fresnel. Si l'on prend la relation 4.16 de la différence de marche entre bords d'antenne associée à la définition de la position du premier zéro de Fresnel (relation 4.14), on obtient pour une antenne de dimension L_F la relation donnant la résolution :

$$y = \frac{L_F}{8}$$

La résolution est donc, dans la zone de Fresnel, de l'ordre de la dimension de l'antenne¹¹. C'est un autre moyen d'appréhender le passage de champ proche à champ lointain puisque :

- en champ lointain, la valeur de la résolution est beaucoup plus grande que l'antenne. C'est le cas des antennes physiques de nos systèmes satellitaires, qui ont des dimensions métriques et des résolutions kilométriques.
- en champ proche, la valeur de la résolution est beaucoup plus petite que l'antenne. C'est le cas des antennes synthétiques de nos systèmes satellitaires, qui ont des dimensions kilométriques et des résolutions métriques.

La zone de Fresnel correspond à cette modification de dimensionnement. Pour un point P situé sur l'axe à une distance supérieure à cette zone, on peut oublier la courbure du front de l'onde réémise par le point au niveau de l'antenne. Pour un point P situé sur l'axe à une distance inférieure à cette zone, l'onde réémise par le point P présente une courbure plus ou moins forte au niveau de l'antenne que l'on doit impérativement prendre en compte.

Pour un point P situé à une distance R_P de l'antenne, on peut choisir un dimensionnement de l'antenne synthétique L_F de sorte que ce point P corresponde à la distance de Fresnel. On a alors :

$$L_F = 2\sqrt{2\lambda R_P} \quad (4.18)$$

Cette dimension d'antenne synthétique est une limite pour tout processeur RSO agissant sans correction de la phase (point que nous analyserons plus en détail au chapitre 4.4) et la résolution est alors de l'ordre de cette dimension d'antenne. Le tableau suivant donne des ordres de grandeurs pour les satellites ALOS, ERS et TSX.

	R (km)	λ (cm)	L_{Fresnel} (m)
ALOS	628	23.6	1204
ERS	850	5.66	620
TSX	600	3.11	386

4.3.3 Cas d'une antenne focalisée : profondeur de champ

En imagerie RSO, un point important est celui de la profondeur de champ, c'est à dire l'analyse de la qualité de focalisation pour un déplacement le long de l'axe de visée de l'antenne.

Soit une antenne focalisée pour un point P situé sur l'axe d'une antenne de dimension L_S . Analysons maintenant comment le phénomène de défocalisation apparaît dès que l'on considère un point Q situé sur l'axe de visée et au voisinage du point initial P (figure 4.11).

Si l'écart de temps de vol entre le trajet point-centre de l'antenne et le trajet point-bord de l'antenne est égal à la longueur d'onde λ , alors on peut s'attendre à ce que la focalisations soit très mauvaise. Après un calcul (et un développement limité), et connaissant la résolution δy de l'antenne (synthétique), on montre que la distance PQ est alors égale à :

$$PQ = \frac{8 \delta y^2}{\lambda}$$

Cette équation, qui ne dépend que de la résolution et de la longueur d'onde, est, sous cette forme, bien connue des échographistes. On peut aussi la décliner sous une forme plus proche du monde des radaristes en fonction de la dimension de l'antenne physique L :

$$PQ = \frac{2 L^2}{\lambda}$$

11. supposée plane

On obtient ainsi la **profondeur de champ** D_{foc} , qui correspond à la distance QR telle que la différence de marche entre tout point situé entre Q et R et le point P soit inférieure ou égale à la longueur d'onde λ :

$$D_{foc} = \frac{16 \delta y^2}{\lambda} = \frac{4 L^2}{\lambda} \quad (4.19)$$

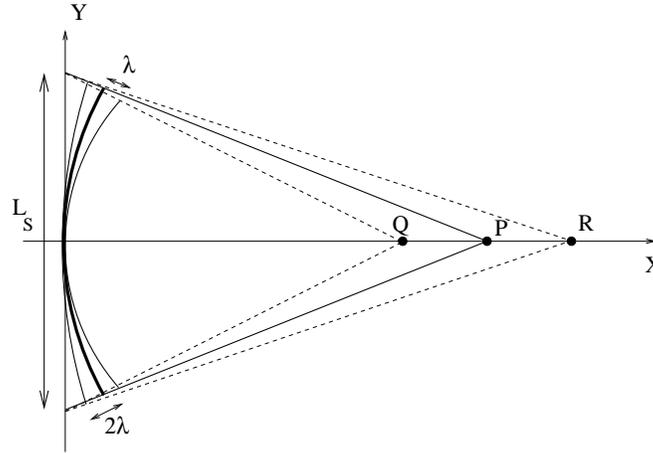


FIGURE 4.11 – Antenne focalisée sur le point P . Deux autres antennes focalisées sont aussi représentées : elles correspondent aux points de focalisation Q et R , ces points étant tels que, pour l’antenne focalisée en P , la différence de marche entre le centre de l’antenne et le bord d’antenne soit égal à λ .

Cette grandeur exprime la sensibilité aux erreurs de distance lors d’une focalisation synthétique, ces erreurs intervenant lorsque l’on passe des données acquises en temps de vol à des distances en faisant intervenir la vitesse de propagation des ondes¹².

Il faut noter que cette grandeur ne dépend pas de la distance.

Quelques valeurs usuelles sont données dans le tableau suivant.

	L (m)	λ (cm)	D_{foc} (km)
ALOS	8.9	23.6	1.343
ERS	10	5.66	7.067
TSX	4.8	3.11	2.963

Nous verrons qu’avec un mode d’acquisition très particulier, appelé le “Staring SpotLight” (chapitre 6), le système Terrasar-X peut avoir une résolution azimutale de 18 cm. Dans ce cas, on obtient :

$$D_{foc, \text{Staring SpotLight}} = 16.67 \text{ m}$$

ce qui nécessite une excellente estimation de la vitesse des ondes électromagnétiques entre l’antenne et le sol.

4.4 La synthèse d’ouverture

L’objectif de ce paragraphe est de montrer comment on peut mettre en œuvre un algorithme de synthèse RSO dans le cas canonique de l’acquisition “StripMap” décrite au paragraphe 2.2.4 (voir aussi la figure 2.6). Pour simplifier la présentation (et les figures), la Terre sera supposée plane et la trajectoire du satellite sera supposée être une droite. Les autres cas plus généraux rencontrés dans la réalité (acquisitions SpotLight ou TopSar, Terre sphérique, ...) se déduisent sans problèmes majeurs de cette analyse simplifiée.

12. Dans le cas des ondes électromagnétiques, ces incertitudes sont très faibles car la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques est toujours très proche de la vitesse de la lumière. En échographie médicale, les variations de vitesse de propagation peuvent différer de 15% et les effets de défocalisation sont alors très sensibles.

Nous allons privilégier l'approche temporelle décrite dans le précédent paragraphe. Cette approche a le mérite de montrer que l'analyse du phénomène de propagation s'effectue en champ lointain pour l'antenne physique et en champ proche pour l'antenne synthétique : c'est une autre manière d'exprimer que le rôle de la phase (c'est à dire le rôle que jouent les retards dans la construction de l'image synthétisée) est capital dès lors que l'antenne synthétique est grande¹³.

4.4.1 Formulation

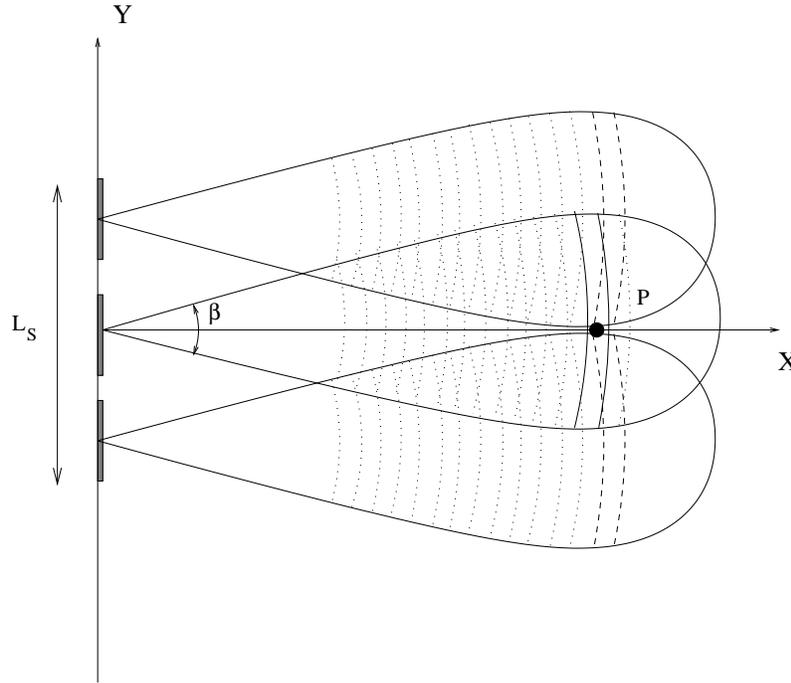


FIGURE 4.12 – Géométrie de la synthèse d'ouverture en mode StripMap dans le cas où l'antenne vise parfaitement perpendiculairement à la trajectoire : lors du mouvement du satellite, l'antenne acquiert, en gardant son pointage d'antenne perpendiculairement à la trajectoire, des données successives. On peut noter qu'un point P n'appartient pas à la même case distance au fur et à mesure de l'acquisition : c'est la correction de ce léger retard qui va permettre, par sommation cohérente, une focalisation au point P . Ce changement de case distance correspond au phénomène de migration.

Le principe du StripMap est donc identique au *pushbroom* de l'imagerie optique en ce sens que l'image est construite ligne à ligne grâce au mouvement du capteur. En première approximation, l'antenne pointe perpendiculairement à la trajectoire du satellite durant la construction de l'image¹⁴. L'antenne physique est donc petite (quelques mètres) et a un lobe d'antenne qui se traduit par une résolution de quelques kilomètres. Réciproquement, un point imagé est visible sur une distance de quelques kilomètres le long de l'orbite du satellite (figure 4.12).

La synthèse va donc mettre en œuvre un certain nombre de signaux archivés lors du mouvement de l'antenne physique afin d'imager un point P d'abscisse nulle situé à une distance R . Pour une position donnée de l'antenne, y , le point P de référence sera vu avec une géométrie différente (figure 4.12). Ces positions de l'antenne physique capables d'imager le point P sont limitées par le lobe principal de l'antenne physique, et puisque la largeur de lobe d'une antenne physique de dimension L est donnée par la relation 1.10 :

$$\beta = \frac{2\lambda}{L}$$

13. plus exactement, dès que l'antenne synthétique est plus grande que l'antenne de Fresnel (relation 4.18).

14. Les aspects de dépointage (*squint*) seront abordés au paragraphe 4.6.3.

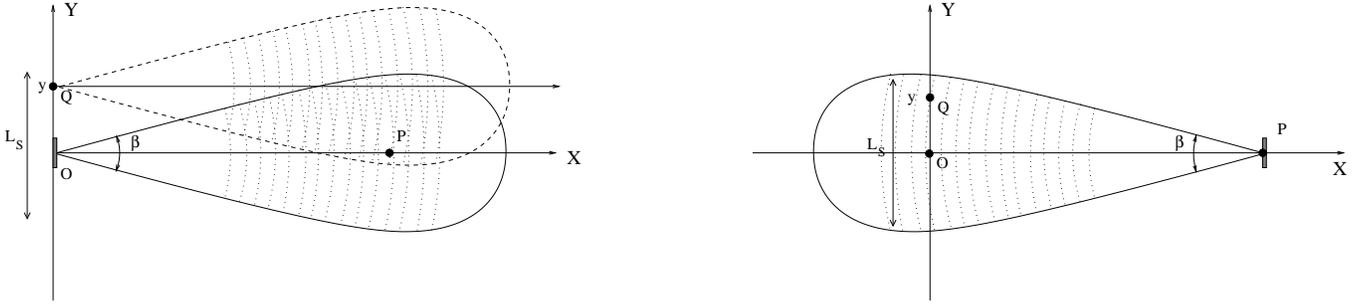


FIGURE 4.13 – A gauche : Pour n'importe quelle position y de l'antenne physique (point Q), le signal acquis doit être ajusté temporellement pour correspondre au même signal que celui acquis au centre de l'antenne synthétique O . En effet, le trajet QP est plus grand que le trajet OP (le point P étant le CPA), ce qui induit une différence de temps de vol. A droite : en appliquant le principe du retournement temporel, on constate que le calcul est identique à celui où une antenne physique située en P émet une onde et que l'on compare les trajets PO et PQ .

on a les positions de l'antenne physique entrant dans le processus de synthèse au point P :

$$y \in \left[-\frac{\lambda R}{L}, \frac{\lambda R}{L} \right]$$

Ce sont ces relations qui définissent la dimension de l'antenne synthétique et on a la relation :

$$L_S = \frac{2\lambda R}{L} \quad (4.20)$$

Notons que la position de l'antenne physique en $y = 0$ correspond au CPA (*Closest Point of Approach*) : c'est bien le point pour lequel la distance entre le point P et l'antenne est la plus petite.

4.4.2 Méthode temporelle

L'idée fondamentale de la méthode temporelle est de considérer un point P donné, dont la distance au CPA est R , et de combiner les acquisitions StripMap pour que la sommation soit "constructive" pour ce point. Cela revient à comparer les distances parcourues :

$$\delta y = R_y - R$$

et à appliquer une loi de retard δt_y pour chaque ligne acquise correspondant à la position y et vérifiant la relation :

$$\delta t_y = \frac{R_y - R}{c}$$

En approximant R_y par la relation :

$$R_y \sim R + \frac{y^2}{2R}$$

on en déduit le retard à appliquer :

$$\delta t_y \sim \frac{y^2}{2Rc} \quad (4.21)$$

La loi est quadratique en y .

Deux aspects sont essentiels :

- Pour de très petites valeurs de δy , le retard correspond à des distances petites vis à vis de la dimension de la case distance. Ce retard sera assimilé à un déphasage si le signal peut être considéré comme monochromatique.
- Si les valeurs de δy sont de l'ordre de la case distance, on ne peut alors effectuer un simple déphasage. Il faut rééchantillonner le signal pour prendre en compte ce décalage interpixelique : on parle alors de migration.

Au final, tout se passe comme si on avait repositionné l'antenne physique selon une loi de type quadratique de sorte que le point visé P soit toujours dans la même case temps (figure 4.14).

Pour définir la résolution d'une antenne de dimension l , située à une distance R et pour une longueur d'onde λ , prenons comme définition la relation :

$$\delta y = \frac{\lambda R}{l}$$

qui est valable aussi bien en champ lointain (voir la démonstration de la relation 4.2) qu'en champ proche (voir la démonstration de la relation 4.17).

La résolution de l'antenne synthétique est alors :

$$\delta y_S = \frac{\lambda R}{L_S}$$

et on peut vérifier que pour les valeurs utilisées en imagerie satellitaire, on est bien en champ proche ($\delta y_S \ll L_S$).

Puisque L_S est défini par la largeur du lobe d'antenne de l'antenne physique de dimension L (relation 4.20) :

$$L_S = \frac{2\lambda R}{L}$$

on obtient la relation fondamentale de la résolution d'une antenne synthétique :

$$\boxed{\delta y_S = \frac{L}{2}} \quad (4.22)$$

qui ne dépend que de la dimension de l'antenne physique. Cette célèbre relation a la caractéristique étonnante de donner une résolution qui ne dépend pas de la distance à la cible : en fait, c'est la dimension de l'antenne synthétique qui sera d'autant plus grande que cette distance est grande. Pour garantir une résolution constante quelle que soit la distance, il faut donc, en fonction de l'éloignement, augmenter la quantité d'information pour focaliser avec la même précision les données autour du point visé : cela revient à accroître la dimension de l'antenne synthétique.

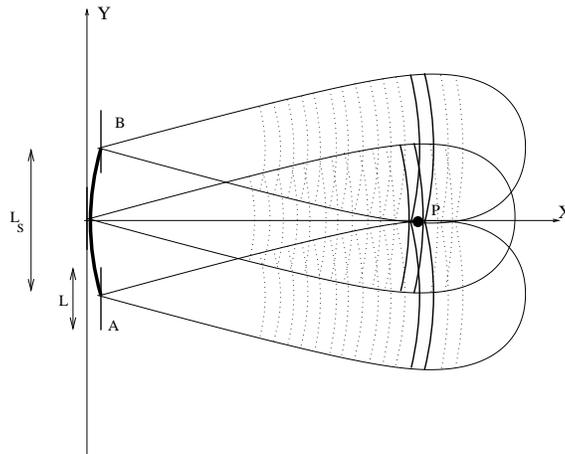


FIGURE 4.14 – Antenne synthétique focalisant un point donné P. Elle est caractérisée par les positions A et B telles que le point P apparaisse en bord de lobe de l'antenne physique de dimension L . Ces deux positions définissent la dimension de l'antenne synthétique L_S . La forme de l'antenne synthétique a une allure quadratique : c'est un élément circulaire défini par l'isochrone construit à partir du point P passant par le CPA (voir figure 4.13 droite).

Le cœur de la synthèse temporelle repose dans cet aspect de rééchantillonnage. En effet, les lignes ont été acquises, échantillonnées et archivées en ramenant le spectre autour de la valeur nulle (signal en bande de base), ce qui est possible puisque la bande utile est petite vis à vis de la fréquence centrale. Pour suréchantillonner un tel signal, on peut tout à fait rester en bande de base et appliquer par exemple une

méthode fondée sur le *zero padding* : mais il faudra ensuite multiplier le signal résultant par une rampe en fréquence correspondant à la porteuse (fréquence centrale)¹⁵.

4.4.3 Ordres de grandeurs

Trois capteurs classiques : ALOS (bande L), ERS (bande C) et TSX (bande X)

Nous allons maintenant donner des ordres de grandeurs de cette loi de retard dans le cas d'ERS. Prenons comme valeur type une distance antenne-sol $R = 850$ km, une longueur d'onde $\lambda = 5$ cm et une antenne physique $L = 10$ m. L'antenne synthétique a alors la dimension (équation 1.16) :

$$L_S = \frac{2\lambda R}{L} = 8.5 \text{ km}$$

La résolution nominale de cette antenne synthétique est alors de $L/2 = 5$ m.

Cette objectif de résolution impose des conditions en terme d'échantillonnage qui, pour respecter le critère de Shannon, doit s'effectuer avec un pas $\Delta y < 5$ m. Ceci impose une borne inférieure à la Fréquence de Répétition des Impulsions (FRI, voir paragraphe 2.4) qui, connaissant la vitesse du satellite projetée sur le sol $V_{S,sol}$ (relation 1.23), s'écrit (relation 2.12)

$$\text{FRI} \geq \frac{V_{S,sol}}{\delta y}$$

c'est à dire :

$$\text{FRI} \geq \frac{2V_{S,sol}}{L}$$

Le nombre d'échantillons minimum nécessaire à la synthèse peut se déduire à partir de la dimension de l'antenne synthétique et de cette borne du pas d'échantillonnage ($L/2$). On a alors :

$$n = \frac{L_S}{L/2} = \frac{4\lambda R}{L^2}$$

Ce nombre est donc proportionnel à la distance R : si la résolution d'une antenne synthétique ne dépend pas de la distance, le nombre d'échantillons nécessaires pour la synthèse dépend linéairement de la distance.

On peut réécrire cette expression pour avoir un ordre de grandeur de n en fonction de la dimension azimutale des pixels Δy (avec un échantillonnage à la Shannon, $\Delta y = L/2$) : on a alors

$$n \sim \frac{\lambda R}{\Delta y^2}$$

Ce nombre est toujours proportionnel à la distance (R) mais est aussi inversement proportionnel au carré de l'échantillonnage azimutal Δy . En pratique, améliorer d'un facteur 2 la résolution azimutale se traduit par un accroissement d'un facteur 4 des nombres de lignes à traiter.

Le tableau suivant (à comparer avec le tableau 1.4 page 24) donne les valeurs typiques pour ALOS, ERS et TSX (mode StripMap et SpotLight).

		Δy (m)	R (km)	L (m)	L_S (m)	n
ALOS	L	4.45	769	8.9	40 740	8230
ERS	C	5	835	10	9450	1 890
TSX (StripMap)	X	2	615	4.8	7 960	4980
TSX (SpotLight)	X	1	615	4.8	15 920	15 920

15. Ce point a été déjà évoqué au paragraphe 3.3.4.

Antenne “champ lointain”

Considérons maintenant une portion de cette antenne synthétique de dimension L_{S1} telle que tout point de cette sous-antenne ait une correction inférieure à $\lambda/8$ (cette condition est assez sévère : $\lambda/2$ est la valeur seuil permettant aussi une focalisation correcte sans correction de phase). Le bord de cette sous-antenne est donné par y_1 tel que :

$$\frac{y_1^2}{2R} \leq \frac{\lambda}{8}$$

On en déduit :

$$y_1 = \frac{\sqrt{\lambda R}}{2} \quad (4.23)$$

soit dans le cas d’ERS une valeur d’environ 217 m (donc environ 50 pixels de l’image brute). L’antenne synthétique correspondante vérifie donc :

$$L_{S1} = 2y_1 = \sqrt{\lambda R} \quad (4.24)$$

C’est donc la dimension à peu près maximale¹⁶ d’une antenne pointant à 850 km de distance pour laquelle aucune correction de phase n’est obligatoire pour construire une image. La résolution est alors (relation fondamentale de la résolution d’une antenne 1.11) :

$$\delta x_1 = \frac{\lambda R}{L_{S1}} = \frac{\lambda R}{\sqrt{R\lambda}} = \sqrt{R\lambda}$$

C’est exactement la dimension L_{S1} de l’antenne synthétique¹⁷. L’échantillonnage pour cette résolution vérifie la relation :

$$\Delta y \leq L_{S1}$$

On a donc trouvé une configuration pour laquelle la résolution est égale à la dimension de l’antenne synthétique et pour laquelle aussi le pas d’échantillonnage est égal à la dimension de l’antenne synthétique. Cette dimension d’antenne synthétique est très spécifique : pour une antenne synthétique plus petite, la scène est globalement en champ lointain. Pour une antenne synthétique plus grande, on est en champ proche puisque la distance de Fresnel est donnée par (relation 4.18) :

$$L_F = 2\sqrt{2\lambda R} = 2L_{S1}$$

et on sait qu’à la distance de Fresnel, une simple sommation sans correction de phase devrait en théorie donner un signal nul.

Cette analyse permet d’en déduire une méthode très simple pour faire des images *Quicklook* à partir d’images RAW d’ERS : il suffit d’appliquer un filtre moyenne (donc une simple sommation cohérente des données RAW complexes sans correction de phase) sur une fenêtre d’environ 155 m : la FRI d’ERS étant de l’ordre de 1640 Hz (ce qui correspond à un pas d’échantillonnage de l’ordre de 4m), la dimension de la fenêtre est donc d’environ 40 pixels selon l’axe azimuth. Ce point sera illustré au paragraphe 4.5.2, figure 4.19, quand nous aborderons la mise en œuvre de la synthèse.

Calcul en bord d’antenne

Un autre calcul instructif est celui du déphasage à appliquer entre les deux dernière lignes à sommer (figure 4.15), c’est à dire la ligne correspondant au bord d’antenne ($y_2 = L_S/2$) et sa ligne voisine ($y_3 = L_S/2 - L/2$), en supposant que l’échantillonnage en azimuth soit exactement celui de Shannon (c’est à dire égal à la résolution). Connaissant la dimension de l’antenne synthétique ($L_S = 2\lambda R/L$, équation 1.16), la différence de correction entre ces deux trajets s’écrit :

$$\begin{aligned} \delta C &= \frac{y_2^2}{2R} - \frac{y_3^2}{2R} \\ &= \frac{y_2^2}{2R} - \frac{(y_2 - L/2)^2}{2R} \end{aligned}$$

16. sur un critère donné : $\delta\varphi \leq \pi/4$

17. En fait, le choix du critère $\delta\varphi \leq \pi/4$ avait pour objectif d’arriver à une antenne synthétique de la même dimension que la résolution.

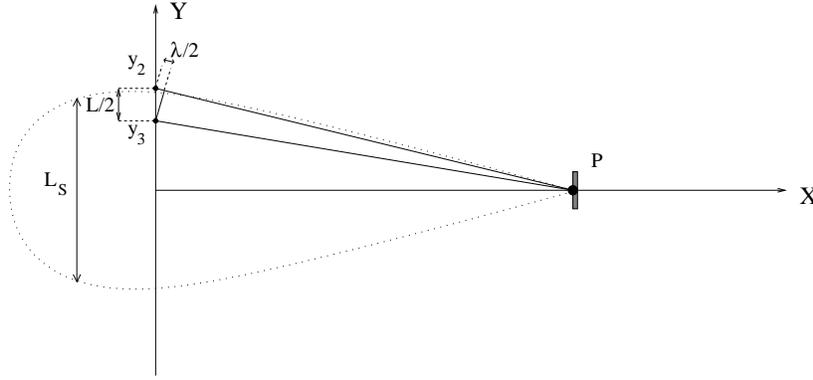


FIGURE 4.15 – Calcul de la différence de marche en bord d’antenne synthétique entre les deux dernières acquisitions utiles.

$$\begin{aligned}
 & \sim \frac{y_2 L/2}{R} \\
 & \sim \frac{L_S/2 L/2}{R} \\
 & \sim \frac{\lambda}{2}
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

La loi de différence de correction étant quadratique, cette valeur est la plus grande que l’on puisse observer le long de l’antenne synthétique entre deux lignes consécutives. On peut en donner une interprétation “à la Shannon” : entre deux données complexes, la différence de phase est connue modulo 2π à partir des données mesurées (échantillonnées), et, si on suppose que le signal a été correctement échantillonné, cette différence de phase mesurée donne la différence de phase vraie. Le critère 4.25 vérifie bien ce concept puisque la phase tourne au plus de $|\pi|$ entre deux données mesurées quel que soit la position dans l’antenne synthétique.

4.4.4 Mise en œuvre de la synthèse temporelle

Pour tout point de l’image $P(x_I, y_I)$, on considère donc les lignes des données “brutes” (RAW) sur lesquelles la rétrodiffusion du point P est notable, c’est à dire les lignes telles que leur acquisition a été effectuée dans le lobe principal d’une antenne virtuelle ayant la dimension de l’antenne physique et située au point P (revoir figure 4.13 droite). Pour une antenne synthétique de dimension L_S , on a donc $y \in [y_I - L_S/2; y_I + L_S/2]$, intervalle spatial auquel correspondent N lignes acquises avec une certaine fréquence de répétition (la FRI), donc avec un certain pas spatial Δy . Pour la ligne y le retard à appliquer pour effectuer l’étape de synthèse est donné par la relation 4.21 :

$$\delta t_y = \frac{y^2}{2Rc}$$

ce qui correspond à la correction en distance δr

$$\delta r = \frac{y^2}{2R}$$

Pour simplifier la présentation, nous allons considérer les hypothèses suivantes :

- les valeurs (x_I, y_I) des points de l’image que l’on veut construire sont identiques aux valeurs (x, y) d’acquisition des données brutes (cela revient à dire que l’image synthétisée sera exactement dans la même géométrie que l’image brute) ;
- les données brutes ont été acquises en vérifiant les conditions de Shannon, c’est à dire $\Delta y \leq \delta y = \frac{L}{2}$.

Sous ces conditions, la sommation requise pour construire l’image fait donc intervenir N lignes de données

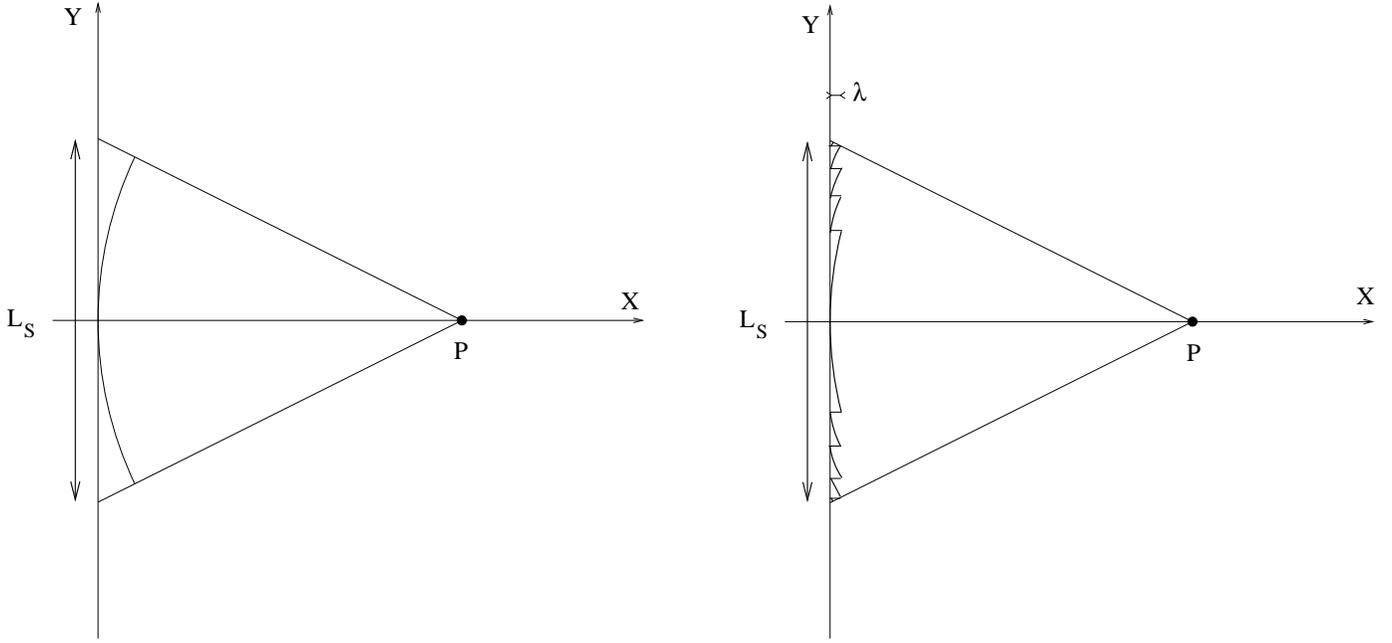


FIGURE 4.16 – A gauche : comportement d'une antenne après synthèse. Tout se passe comme si on disposait d'une antenne courbe focalisée au point P . La courbure de l'antenne est égale à la distance au point P . A droite : si le signal est monochromatique, l'antenne courbe peut être remplacée par une antenne dite de Fresnel. Les différences de trajet entre un point de l'antenne et le point P sont alors traitées modulo λ . Physiquement, l'antenne a une épaisseur au plus égale à λ .

brutes, avec¹⁸ :

$$N = \frac{L_S}{\Delta y} \geq \frac{2 L_S}{L} = \frac{4 \lambda R}{L^2} \quad (4.26)$$

Connaissant la valeur $RAW(x_I, y_I)$ des pixels (x_I, y_I) de l'image brute, la valeur $I(x_I, y_I)$ de l'image synthétisée correspondant au point (x_I, y_I) situé à la distance R de l'antenne s'écrit :

$$I(x_I, y_I) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} RAW \left(x_I + \frac{(n\Delta y)^2}{2R}, y_I + n\Delta y \right) \quad (4.27)$$

que l'on peut aussi écrire :

$$I(x_I, y_I) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} \delta \left(\frac{(n\Delta y)^2}{2R}, -n\Delta y \right) \star_{(x,y)} RAW(x_I, y_I) \quad (4.28)$$

Cette relation met en avant deux opérations classiques de traitement du signal :

- un rééchantillonnage selon l'axe OX dépendant de n , qui se traduit par une translation de valeur non entière :

$$\frac{(n\Delta y)^2}{2R} \quad (4.29)$$

dont la mise en œuvre doit garantir la conservation de toutes les caractéristiques des données (en particulier si l'on veut exploiter le terme de phase de ces données, en interférométrie par exemple). Puisque l'axe OX correspond à l'axe temporel du signal d'écholocation, le retard à appliquer à la ligne n s'exprime de manière équivalente :

$$\delta t = \frac{1}{c} \frac{(n\Delta y)^2}{2R} = \frac{(n\Delta t)^2}{2 t_P} \quad (4.30)$$

18. On remarque que le dernier terme de cette relation donne une valeur N proportionnelle à la distance au point P . Cela montre bien que si la résolution d'une image RSO ne dépend que de la dimension de l'antenne physique sans faire intervenir la distance, la mise en œuvre de l'étape de synthèse demande d'autant plus d'information que le point à imager est éloigné.

le temps t_P correspondant au temps de propagation entre l'antenne et le point P .

- un rééchantillonnage selon l'axe OY de valeur entière, étape sans traitement et qui est dû au choix initial de construire l'image synthétisée dans la même géométrie que l'image brute.

On peut remarquer que cette construction est identique –sur le plan du concept– aux méthodes rencontrées en échographie médicale, en sonar, en sismique réflexion, ... Nous allons voir maintenant comment elle s'applique en pratique dans le cas des radars satellitaires dont la bande passante est faible vis à vis de la fréquence nominale du radar, ce qui permet de traiter les signaux comme des signaux à bande étroite.

4.4.5 Analyse monochromatique (signal en bande étroite)

Considérons maintenant le cas où une onde monochromatique à bande étroite, de fréquence centrale f_0 et de longueur d'onde λ , est émise. Ajuster temporellement les signaux entre eux en appliquant un retard (relation 4.30) :

$$\delta t = \frac{c}{2R}(n\Delta t)^2 = \frac{(n\Delta t)^2}{2t_P}$$

revient à effectuer sur un signal quasi monochromatique un simple déphasage qui s'exprime :

$$\delta\varphi_t = \pi f_0 \delta t \text{ modulo } 2\pi$$

et si l'on choisit une représentation en distance, une translation δr_y opère comme un déphasage $\delta\varphi_y$ tel que :

$$\delta\varphi_y = \frac{2\pi \delta r_y}{\lambda} \text{ modulo } 2\pi$$

c'est à dire pour l'élément n :

$$\delta\varphi_{y,n} = 2\pi \frac{(n\Delta y)^2}{2\lambda R} \text{ modulo } 2\pi \quad (4.31)$$

En se ramenant à la représentation en distance, l'antenne synthétique se comporte alors comme un miroir de Fresnel (figure 4.16), les différences de distance pouvant être considérées modulo λ .

L'antenne synthétique a une dimension $N\Delta y$: l'expression 4.31 est quadratique en position sur l'antenne synthétique. Cherchons la valeur de n telle que ce miroir de Fresnel fasse pour la première fois “un tour de 2π ” :

$$\frac{(n_F \Delta y)^2}{2\lambda R} = 1$$

c'est à dire :

$$n_F \Delta y = \sqrt{2\lambda R}$$

et cette antenne synthétique a pour dimension :

$$L_{S,F} = 2\sqrt{2\lambda R}$$

et donc une résolution de :

$$\frac{\sqrt{\lambda R}}{2\sqrt{2}}$$

On a alors la dimension d'une antenne synthétique telle que la zone à imager soit positionnée sur le premier zéro de Fresnel de cette antenne. Cela signifie aussi que pour toute antenne synthétique de dimension inférieure à $L_{S,F}$ on peut synthétiser une image en appliquant un simple filtre moyenneur puisque la correction de phase n'est pas indispensable à une sommation constructive des contributions. Pour cette antenne, on peut prendre comme valeur de déphasage :

$$\delta\varphi_{y,n} = 0 \text{ modulo } 2\pi \quad (4.32)$$

ce qui revient à prendre comme valeur de correction δr_y :

$$\delta r_y = 0 \text{ modulo } \lambda \quad (4.33)$$

et l'antenne synthétique peut être vue comme “plate” (pas de courbure du front d'onde à l'émission).

On retrouve l'analyse effectuée précédemment au paragraphe 4.4.3 (passage “champ lointain”-“champ proche”) pour laquelle le déphasage maximum autorisé était $\pm\pi$, ce qui avait conduit à une dimension d'antenne synthétique de (relation 4.24)

$$L_{S1} = 2y_1 = \sqrt{2\lambda R}$$

4.4.6 Mise en œuvre sur signal complexe (en bande étroite)

La relation 4.28 fait donc état d'un rééchantillonnage nécessaire selon l'axe distance pour chaque ligne n intervenant dans l'étape de synthèse au point (x_I, y_I) puisqu'il faut obtenir la grandeur :

$$\delta\left(-\frac{(n\Delta y)^2}{2R}, -n\Delta y\right) \star_{(x,y)} RAW(x_I, y_I)$$

ce qui, étant donné le choix effectué de rester dans la géométrie de l'image RAW peut s'écrire :

$$\delta\left(-\frac{(n\Delta y)^2}{2R}\right) \star_x RAW(x_I, y_I + n\Delta y)$$

ce qui signifie qu'un simple rééchantillonnage selon l'axe distance est requis.

Deux cas sont à envisager :

- La valeur de décalage selon la distance est petite vis à vis de la case distance. Pour un signal en bande étroite, il suffit alors d'appliquer un déphasage sur le signal. La comparaison de cette valeur de déphasage avec le NOCR donne une idée de la validité de cette étape.
- La valeur de décalage selon la distance est comparable ou plus grande que la case distance. Un simple déphasage ne suffit pas et il faut mettre en œuvre un rééchantillonnage des données puisque la position recherchée n'est pas dans une seule case distance (c'est le phénomène de migration). La valeur de déphasage est alors comparable, voir plus grande que le NOCR.

Notons que le signal radar, de fréquence centrale f_0 est un signal à bande étroite de largeur de bande BW et qu'il est alors possible, en le ramenant en "bande de base", de l'échantillonner à une fréquence d'échantillonnage qui doit vérifier $F_e > BW$: suite à cette manœuvre, le signal est alors complexe (voir le paragraphe 3.3). Sous cette forme complexe, tout traitement demande de prendre de grandes précautions si on souhaite ensuite avoir une phase gardant une signification physique. En particulier, il faut bien corriger le terme de déphasage en prenant en compte la fréquence centrale f_0 (ce qui revient à se souvenir des oscillations de la phase dans la cellule de résolution, voir figure 2.9).

4.4.7 Les méthodes classiques

La synthèse temporelle a été longtemps inaccessible en imagerie radar : les travaux des années 1990 ont montré la nécessité de passer dans le monde de Fourier (FFT) pour permettre la synthèse de scènes radar en un temps raisonnable¹⁹. Cette approche peut sembler naturelle puisque l'application du principe de Huyghens donne en fait une transformée de Fourier (relation 4.3). Le terme de phase de cette expression peut s'approximer et donner ainsi une phase quadratique selon la variable y : on se retrouve dans le monde du *chirp* (chapitre 3) et l'on sait qu'un filtrage adapté est l'outil idéal. Cependant, à y regarder de près, l'étape de migration présente certaines difficultés qui requièrent une très bonne compréhension du phénomène pour avoir un code efficace.

Autour de cette observation se sont déduits des méthodes rapides, principalement la synthèse ω - K .

Toutes ces méthodes sont clairement expliquées dans les ouvrages classiques dédiés aux systèmes RSO (voir par exemple [8]).

4.5 Exemple ERS

4.5.1 Exemple d'une image brute ERS

La figure 4.17 illustre une image brute (RAW) ERS. A gauche l'amplitude est comprise entre 0 et 22. En effet le signal est codé sur 5 bits : partie réelle et partie imaginaire sont donc comprises entre -16 et 15, ce qui explique que l'amplitude soit comprise entre 0 et 22.62 (c'est à dire $\sqrt{2 \cdot 16^2}$). La résolution est celle de l'antenne physique en azimuth : 4.8 km (voir tableau 1.4) et celle en distance est liée à la durée du signal émis, 37.12 μ s (voir tableau 3.3), ce qui donne une valeur de 5.6 km. Sur cette vignette, on ne peut distinguer quoi que ce soit de représentatif de la zone imagée.

A droite, la phase, codée entre 0 et 2π : elle semble présenter un motif intéressant, que souligne mieux le zoom de la figure 4.18.

19. qui pouvait néanmoins se chiffrer en nuit de temps calcul sur les calculateurs de l'époque

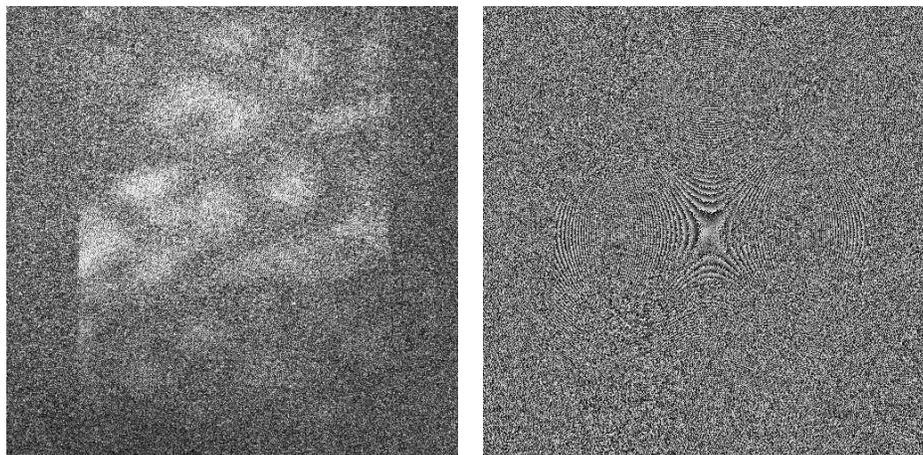


FIGURE 4.17 – Image brute (RAW) ERS-1 : à gauche l’amplitude, à droite la phase

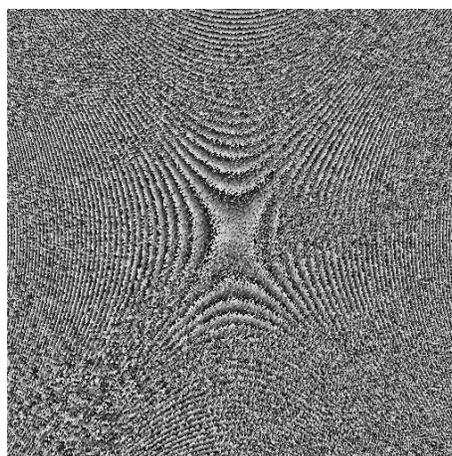


FIGURE 4.18 – Image brute (RAW) ERS-1 : zoom sur l’image de phase précédente

4.5.2 Etapes de synthèse

La figure 4.19 illustre les étapes qui mènent d’une image brute (RAW) à une image synthétisée (SLC) pour une donnée ERS-1 acquise sur la ville de Lausanne, en bordure du lac Léman. La distance entre le satellite et le sol est d’environ 850 km. La vignette a pour dimension 2048x2048 pixels, c’est à dire environ 8.6 km selon l’azimut et 16.2 km en distance (ce qui donne, projeté au sol, environ 40 km).

La première vignette (en haut à gauche) représente l’amplitude de l’image brute. Comme nous l’avons vu précédemment, sa résolution est de 4.8 km en azimut et de 5.6 km en distance.

L’étape de compression d’impulsion (voir chapitre 3) donne une image intermédiaire (vignette en haut à droite) où la résolution en distance est nominale (de l’ordre de 7.9m), mais où la résolution azimutale reste de l’ordre de 5km.

La “synthèse champ lointain” –simple moyennage sur une fenêtre azimutale dont la dimension est égale à la résolution (voir page 95)– est représentée vignette bas gauche. La résolution en azimut est alors égale à la dimension de l’ouverture synthétique, c’est à dire environ 155m. Si l’on souhaite améliorer la résolution, il faut alors ajuster le terme de phase dans la sommation, voire effectuer des étapes de migration.

Enfin, vignette bas droite, le résultat de la synthèse telle qu’elle est effectuée par le processeur de l’ESA.

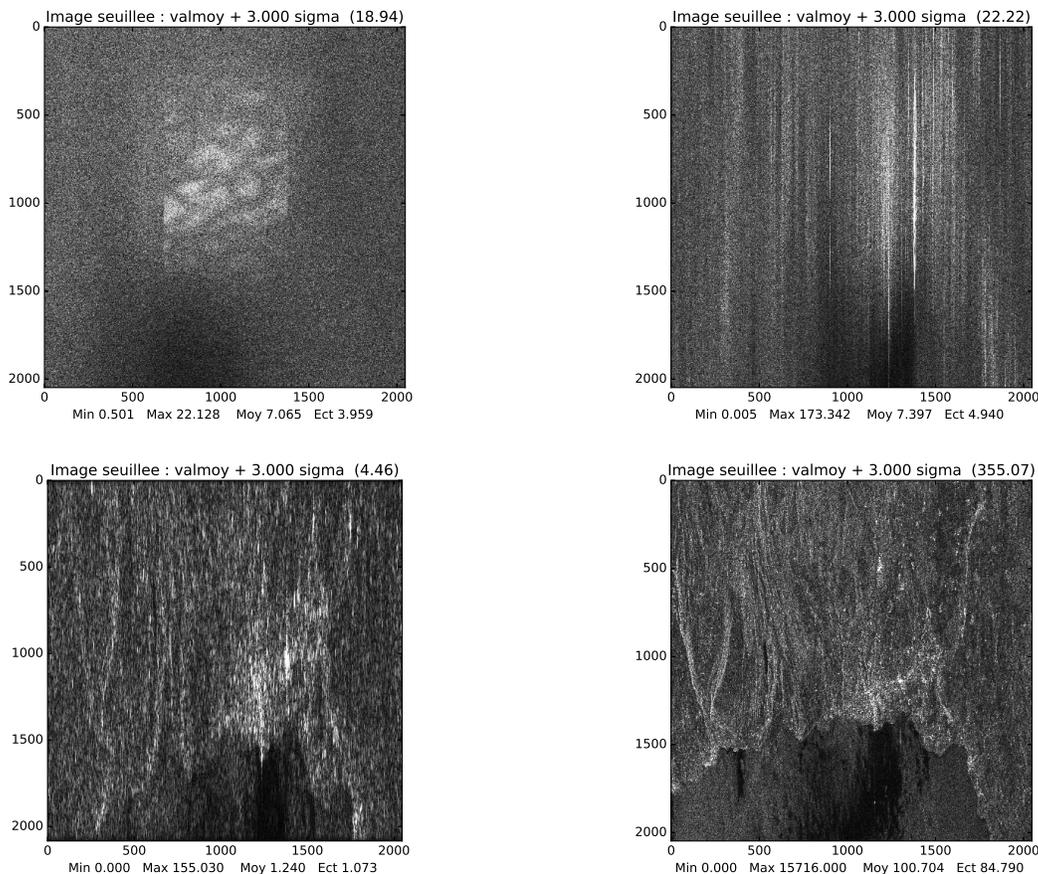


FIGURE 4.19 – Etapes du processus de synthèse RSO. En haut à gauche : image ERS/RAW sur Lausanne. La dimension du pixel en distance est dictée par la fréquence d’échantillonnage (18.96 MHz, ce qui donne par projection environ 20m au sol) et celle en azimuth est dictée par la FRI(1640 KHz, ce qui donne 4.2 m). En haut à droite : l’étape de compression d’impulsion (filtrage adapté) a été appliqué en utilisant un chirp synthétique répliquant le chirp physique utilisé à l’émission. En bas à gauche : étape intermédiaire dans laquelle on opère un simple moyennage complexe sur une fenêtre correspondant à la dimension de l’antenne “champ lointain” de Fresnel (relation 4.23, environ 155m pour ERS). En bas à droite : résultat de la synthèse en utilisant la totalité des acquisitions le long de l’antenne synthétique.

4.6 Scènes en mode StripMap

4.6.1 Acquisition StripMap : mode standard et mode dépointé

L’acquisition d’une scène en mode StripMap est le processus le plus “naturel” pour construire une image RSO, au même titre que le *PushBroom* en imagerie optique. La figure 4.12 a montré comment construire l’image sur le pixel correspondant au point P grâce à l’utilisation des données acquises tout au long du déplacement du satellite, ce qui revient à exhiber l’antenne synthétique de longueur L_S requise pour assurer des résolutions raisonnables. En utilisant le principe de synthèse RSO, on obtient donc au final la résolution théorique de $L/2$, L étant la dimension de l’antenne physique.

Il faut souligner que pour valider le théorème de Shannon, les acquisitions doivent s’effectuer avec un pas d’échantillonnage Δy inférieur à la résolution, c’est à dire $\Delta y \leq L/2$.

La figure 4.20 que ce processus peut se répéter aussi longtemps qu’on le souhaite dès lors que le radar est actif : on peut alors construire des lignes d’images séparées par le pas d’échantillonnage, c’est à dire Δy . La principale limitation repose sur des contraintes énergétiques car tout système actif requiert une certaine puissance crête. Ainsi, ERS ne pouvait pas acquérir plus de 4 minutes de signal en passe montante (c’est à dire pour les passages de nuit, l’énergie n’étant fournie que par les batteries du satellite). En revanche, les Sentinel-1 sont toujours éclairés par le Soleil (c’est l’intérêt des orbites du type 6h00-

18h00) et ont aussi été conçus pour pouvoir acquérir de très longues bandes de la Terre.

4.6.2 Méthode temporelle en mode dépointé

Considérons maintenant le cas où l'antenne est dépointée d'un angle Ψ (figure 4.21). Dans ce cas, on a un passage d'un point P ($x, y = 0$) au centre du lobe d'antenne pour la position y_C donné par :

$$y_C = x \tan \Psi$$

Considérons un angle Ψ tel que l'antenne synthétique en sa totalité soit au dessus ou au dessous de l'axe correspondant au CPA. On vérifie alors les conditions :

$$y_C + \frac{Y_S}{2} \leq 0 \quad \text{ou} \quad y_C - \frac{Y_S}{2} \geq 0$$

ce qui revient à écrire :

$$|\Psi| \geq \beta$$

La loi de retard peut s'approximer par une loi linéaire. En effet, soit un point P donné, et y_C la position de l'antenne telle que P soit au milieu du lobe d'antenne. Soit R_C la distance entre l'antenne en y_C et le point P :

$$R_C = \sqrt{x^2 + y_C^2}$$

La reconstruction d'une ligne acquise pour la position y nécessitera de prendre en compte cette différence de trajet :

$$\delta r = R_y - R_C$$

Le retard à appliquer sur cette ligne est donné par :

$$\delta t_y = \frac{\delta r}{c} = \frac{R_y - R_C}{c}$$

Faisons tout d'abord un développement au premier ordre, ce qui revient à approximer R_y par :

$$R_y = R_C + (y_C - y) \sin \Psi$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \delta r &= (y_C - y) \sin \Psi \\ \delta t_y &= \frac{(y_C - y) \sin \Psi}{c} \end{aligned} \quad (4.34)$$

En première approximation, un retard linéaire est la première étape nécessaire pour effectuer la synthèse du signal.

Effectuons maintenant un développement au second ordre de R_y autour de R_C . On obtient aisément :

$$\begin{aligned} \delta r_y &= (y_C - y) \sin \Psi + \frac{(y_C - y)^2}{2R_C} \cos \Psi \\ \delta t_y &= \frac{(y_C - y) \sin \Psi}{c} + \frac{(y_C - y)^2}{2R_C c} \cos \Psi \end{aligned} \quad (4.35)$$

Outre le retard linéaire de la première approximation (équation 4.34), cette dernière expression exhibe la loi quadratique trouvée en l'absence de dépointage (expression 4.21), pondérée par une loi cosinus. Comme expérimentalement on peut considérer l'angle de dépointage comme petit²⁰, on peut prendre comme relations les approximations suivantes :

$$\begin{aligned} \delta r_y &= (y_C - y) \sin \Psi + \frac{(y_C - y)^2}{2R_C} \\ \delta t_y &= \frac{(y_C - y) \sin \Psi}{c} + \frac{(y_C - y)^2}{2R_C c} \end{aligned} \quad (4.36)$$

20. Carabas étant l'exception qui confirme la règle

4.6.3 Les effets du dépointage

Soit une antenne synthétique dépointée d'un angle Ψ . On considère que l'échantillonnage s'effectue toujours avec un pas $L/2$ (une demi-antenne physique). Plaçons nous au centre du lobe de l'antenne synthétique et considérons une des deux lignes d'acquisitions voisines, par exemple la position $y = y_C + L/2$. Puisque $R_C \gg L/2$, on peut négliger le terme quadratique et on obtient :

$$\begin{aligned}\delta r &\sim \frac{L}{2} \sin \Psi \\ \delta t &\sim \frac{L \sin \Psi}{2c}\end{aligned}$$

On note donc une différence de marche (donc un retard) qui caractérise le dépointage. Si l'on considère l'acquisition n (en prenant $n \in \mathbb{Z}$ et $n = 0$ pour le centre de l'antenne synthétique), on peut alors écrire :

$$\begin{aligned}\delta r_n &= n \frac{L}{2} \sin \Psi + \frac{\left(n \frac{L}{2}\right)^2}{2R_C} \\ \delta t_n &= n \frac{L}{2c} \sin \Psi + \frac{\left(n \frac{L}{2}\right)^2}{2R_C c}\end{aligned}$$

Il y a donc deux termes :

- Un terme linéaire en n , que l'on peut baptiser “rampe de distance”, qui est nul si l'antenne est correctement pointée ($\Psi = 0$);
- un terme quadratique en n qui représente la courbure de l'antenne synthétique, identique au cas idéal.

Comme dans le cas idéal où l'antenne n'avait aucun dépointage, effectuons le calcul de la différence de marche entre les deux dernières acquisitions utiles en bord d'antenne synthétique. En prenant l'approximation 4.36, on trouve aisément :

$$\delta C \sim \frac{L}{2} \sin \Psi + \frac{\lambda}{2} \tag{4.37}$$

Si l'on compare avec la relation 4.25, on retrouve bien le terme en $\lambda/2$, mais s'y rajoute une valeur ne dépendant que du dépointage ($L/2 \sin \Psi$).

Le terme spécifique au dépointage, $L/2 \sin \Psi$, est le même pour toutes les paires de lignes consécutives. Il faut noter que cette valeur peut s'avérer très grande vis à vis de la longueur d'onde et donc induit un déphasage supérieur à π , ce qui pose a priori un problème eu égard au critère de Shannon qui est respecté.

4.7 Antenne à focalisation électronique, incidence locale et dépointage

Nous avons rencontré au paragraphe 1.8.2 un exemple d'antenne à focalisation électronique : celle du capteur ASAR du satellite ENVISAT. En analysant les fonctionnements possibles de cette antenne, nous allons voir comment on peut ajuster l'incidence locale, mais aussi adapter le dépointage – c'est à dire la capacité du système à viser en avant ou en arrière (même si cette possibilité n'est pas exploitée sur ENVISAT)–.

La focalisation électronique est un paramètre essentiel des nouveaux capteurs HR et THR. Il faut cependant noter que ces capteurs peuvent aussi, à l'instar des capteurs optiques comme Pléiades, changer physiquement d'orientation pour modifier ces valeurs de dépointage.

4.7.1 Variation de l'incidence locale

Considérons les modules selon la direction OY (c'est à dire selon la longueur L de l'antenne, figure 4.24) dans le cas où l'antenne physique illumine la Terre selon une incidence θ_1 .

- si on applique sur chaque module un retard nul, l'antenne est alors “equi-phase” et les fronts d'onde sont (en champ lointain) parallèles à l'antenne (figure 4.25 gauche). L'antenne pointe dans la direction OX' , perpendiculaire à l'antenne. L'incidence locale est θ_1 .

- si on applique sur chaque module un retard non nul et linéaire selon OZ' , le front d'onde n'est plus parallèle à la direction OZ' de l'antenne. L'antenne pointe selon une direction OX' qui n'est plus perpendiculaire à l'antenne (figure 4.25 droite). L'incidence locale a une nouvelle valeur θ_2 . La valeur du dépointage est directement liée à la valeur du retard linéaire appliqué aux modules de l'antenne.

Dans le cas de l'antenne du système ASAR, considérons le cas où chaque module est déphasé de la valeur π avec son voisin (notons que pour vérifier le théorème de Shannon, ce retard doit correspondre à un déphasage inclus dans $-\pi; \pi$). Comme il y a 8 modules le long de la largeur de l'antenne, le déphasage maximal entre bord d'antenne est donc de 4λ . En prenant $\lambda=5.62$ cm (la fréquence centrale d'ENVISAT est 5.331 GHz), le dépointage maximal possible est donc :

$$\delta\theta = \frac{4\lambda}{l} \sim \frac{0.225}{1.3} \sim 0.17 \text{ radian} \sim 10^\circ$$

Les spécifications d'ENVISAT (voir l'annexe C.1.3) montrent qu'il est possible d'avoir des acquisitions avec une incidence moyenne de 18° (mode IS1) à 43° (mode IS7)²¹.

4.7.2 Dépointage selon la direction de visée : le “squint”

A l'instar des capteurs optiques THR qui peuvent viser en avant ou en arrière du satellite, les capteurs RSO THR à focalisation électronique peuvent diriger leurs émissions légèrement en avant ou légèrement en arrière de la direction traditionnelle de visée, qui est la perpendiculaire à la trajectoire du satellite.

La figure 4.26 montre comment un déphasage régulier sur l'antenne permet de dépointer le faisceau émis (et reçu) d'un angle Ψ de manière similaire à un réseau de Fresnel : on voit mieux cette analogie car, par construction, le réseau de Fresnel ajuste des retards modulo la longueur d'onde.

Si l'on prend en cas d'école l'antenne ASAR d'ENVISAT, elle a une longueur $L = 10$ m (direction azimutale) et dans cette direction on décompte 40 modules élémentaires. Il serait possible d'envisager le cas où chaque module est déphasé de la valeur π . Le déphasage maximal entre bord d'antenne est donc de 20λ . En prenant $\lambda=5.62$ cm (la fréquence centrale d'ENVISAT est 5.331 GHz), le dépointage maximal possible est donc :

$$\delta\Psi = \frac{20\lambda}{L} \sim \frac{1.112}{10} \sim 0.12 \text{ radian} \sim 7^\circ$$

valeur extrême, mais qui permet de dimensionner le dépointage possible.

Cette capacité de dépointage avant-arrière aura un rôle essentiel dans le mode “SpotLight” qui sera détaillé au chapitre 6.

4.7.3 Visée droite, visée gauche

Historiquement les satellites RSO visent à droite : c'est la modalité la plus utile pour l'analyse de l'hémisphère Nord (les observations sur l'Antarctique ont fait l'objet d'une expérimentation particulière avec Radarsat-1, voir l'annexe C.1.6).

Nous avons vu qu'à l'instar de Pléiades et des autres satellites optiques, Terrasar-X pouvait éventuellement modifier son attitude pour ajuster son angle d'incidence au sol. Ses concepteurs lui ont aussi permis de changer la direction de visée entre visée droite et visée gauche (figure 4.27). C'est le cas d'autres satellites usuels (CSK, ALOS-2, Radarsat-2).

21. Le calcul exact permettant de retrouver ces valeurs doit prendre en compte la rotondité de la Terre.

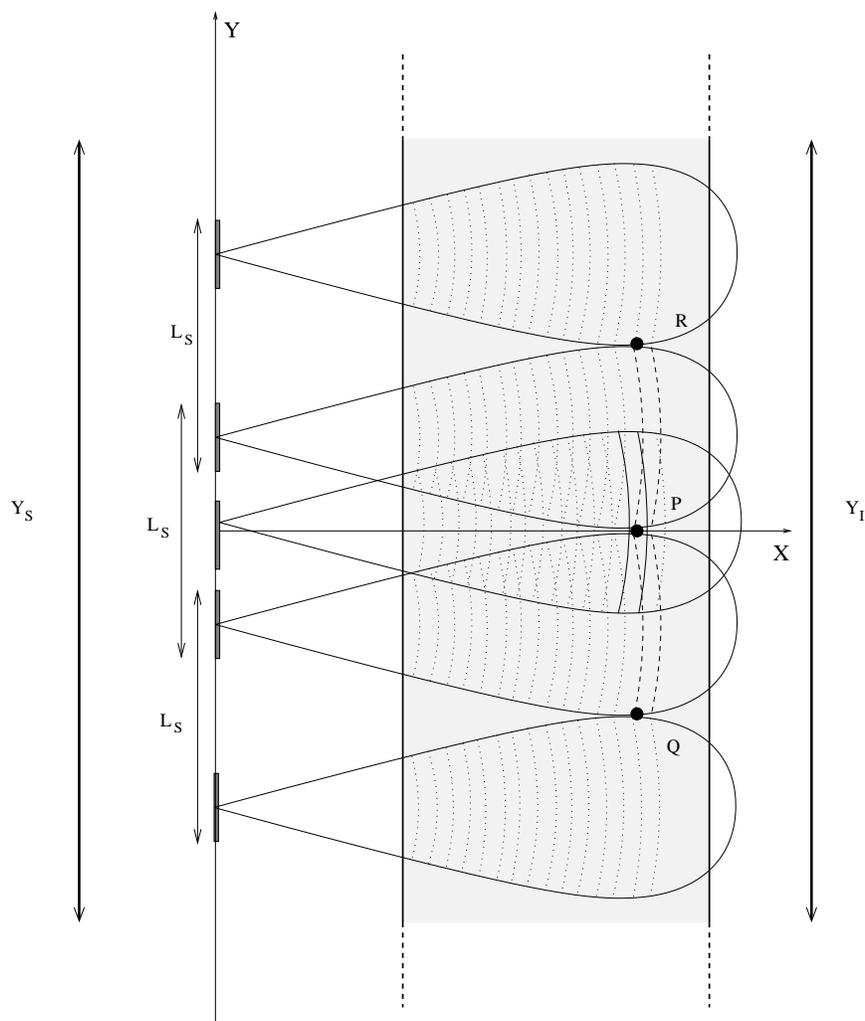


FIGURE 4.20 – Acquisition d’une scène en mode StripMap. L’antenne vise toujours parfaitement perpendiculairement à la trajectoire du satellite. Aussi le mécanisme d’acquisition des données pour la construction de l’image aux points R et Q est parfaitement identique à celui requis pour le point P . Ce raisonnement s’applique bien entendu à n’importe quel point de la scène. Au final, l’étendue azimutale de la zone imagée (Y_I) est égale à la distance couverte par l’antenne physique requise pour synthétiser cette zone (Y_S). On peut ainsi acquérir de très longues acquisitions permettant de reconstruire de longues bandes (*strips*) d’image de la Terre.

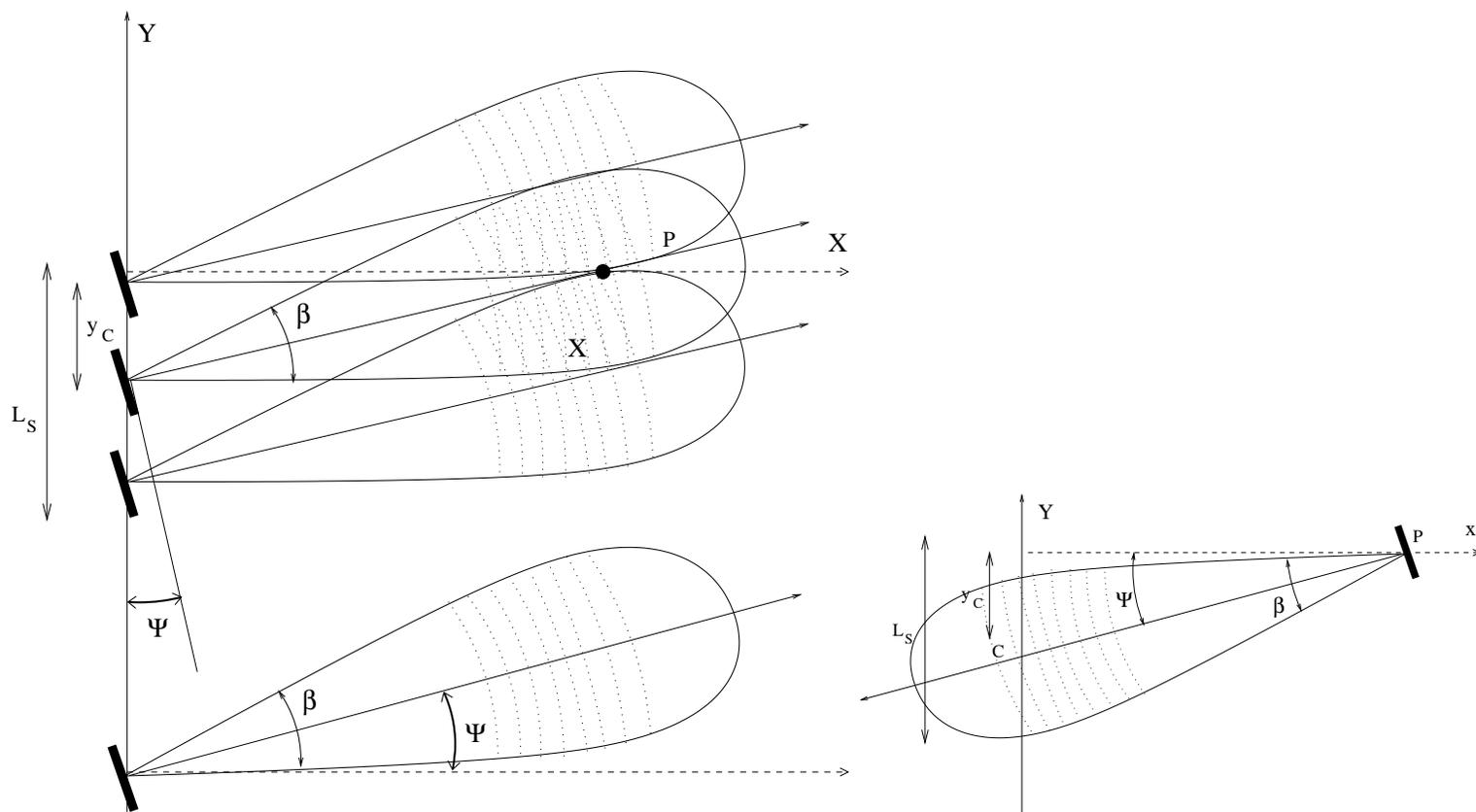


FIGURE 4.21 – Géométrie de la synthèse d’ouverture en mode StripMap avec une antenne dépointée : l’antenne se déplace et acquiert des données successives. Soit un point P donné : il est au milieu du lobe d’antenne pour une position de l’antenne (point C) qui ne correspond plus au CPA. Il est toujours possible de définir une antenne synthétique de longueur L_S telle que le point P soit à l’intérieur du lobe d’antenne. On peut noter que le point P n’appartient pas à la même case distance au fur et à mesure de l’acquisition : cette migration varie à la fois linéairement avec la position de l’antenne selon OY et aussi quadratiquement vis à vis de la position relative par rapport au point C . A droite : en appliquant le principe du retournement temporel, on constate que le calcul est identique à celui où une antenne physique située en P émet une onde : les différences de trajets entre tirs successifs se mènent de manière plus évidente dans cette représentation.

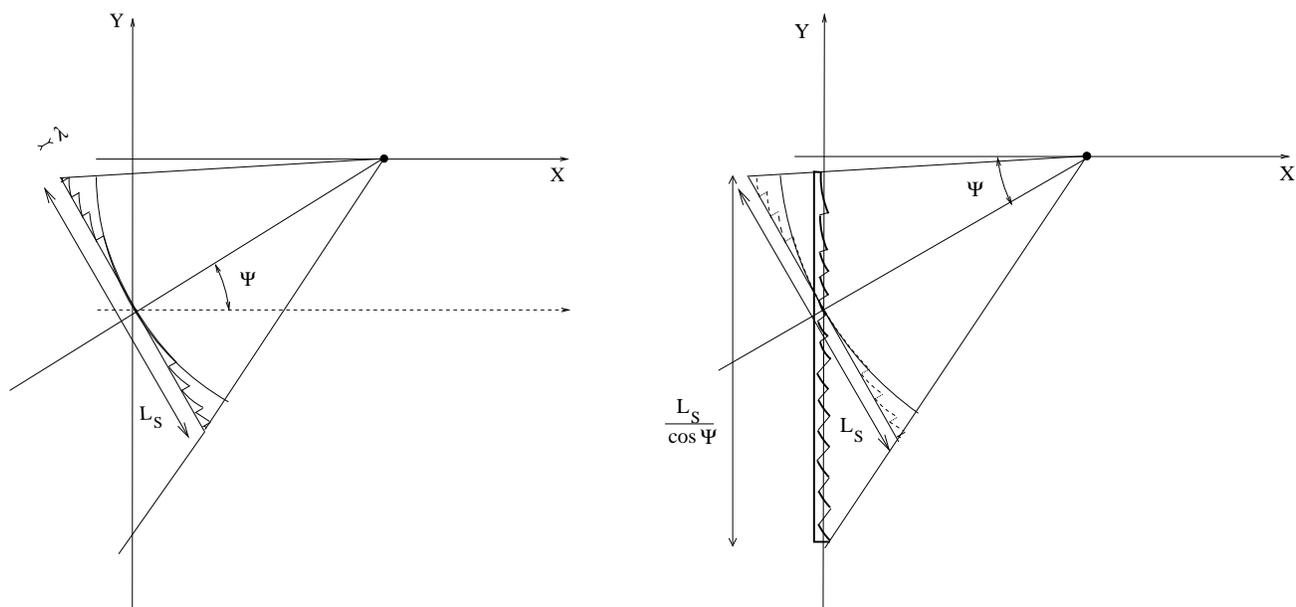


FIGURE 4.22 – A gauche : modèle de Fresnel dépointé. L'antenne courbe est remplacée par un réseau de Fresnel dépointé. A droite : l'antenne courbe est remplacée par un réseau de Fresnel dont la direction correspond à l'axe OY .

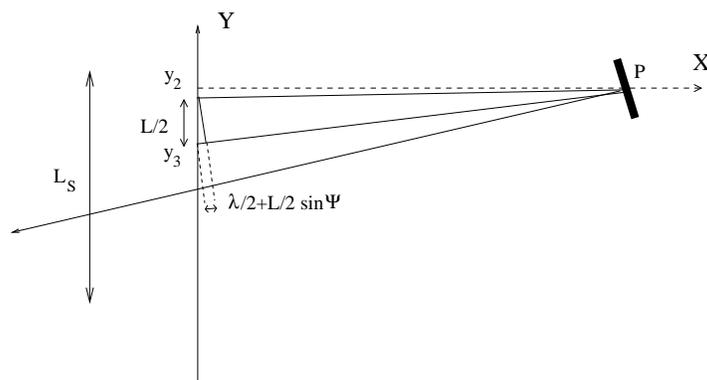


FIGURE 4.23 – Calcul de la différence de marche en bord d'antenne synthétique dépointée entre les deux dernières acquisitions utiles. A la différence de marche systématique entre deux acquisitions consécutives ($L/2 \sin \Psi$) s'ajoute un terme en $\lambda/2$ comme dans le cas idéal (voir figure 4.15).

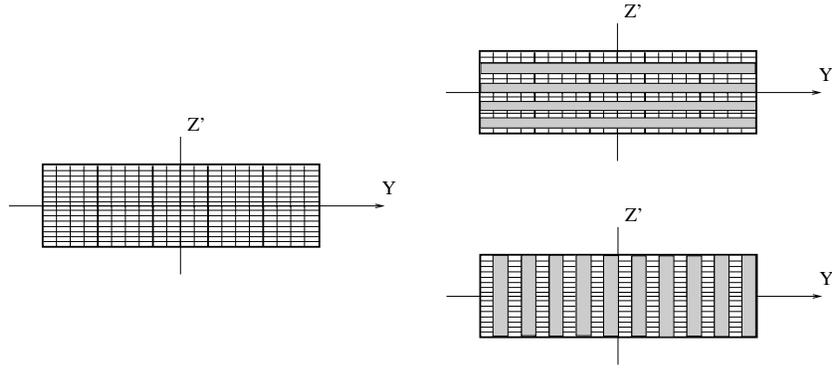


FIGURE 4.24 – L’antenne ASAR du satellite ENVISAT (composée de 320 modules élémentaires, voir la figure complète 1.22). On traite d’abord (paragraphe 4.7.1) le cas de l’orientation des module selon OZ' : la phase des modules est identique selon OY (figure droite en haut) et l’on peut ainsi changer l’angle local d’incidence. Puis on traite ensuite (paragraphe 4.7.2) le cas de l’orientation des module selon OY : la phase des modules est identique selon OZ' (figure droite en bas) et l’on peut ainsi changer le pointage (squint) de l’antenne dans le plan $OX'Y$. Sur les figures de droite, on a représenté les zones de phase entre π et 2π en blanc, et les zones de phase entre 0 et π en noir.

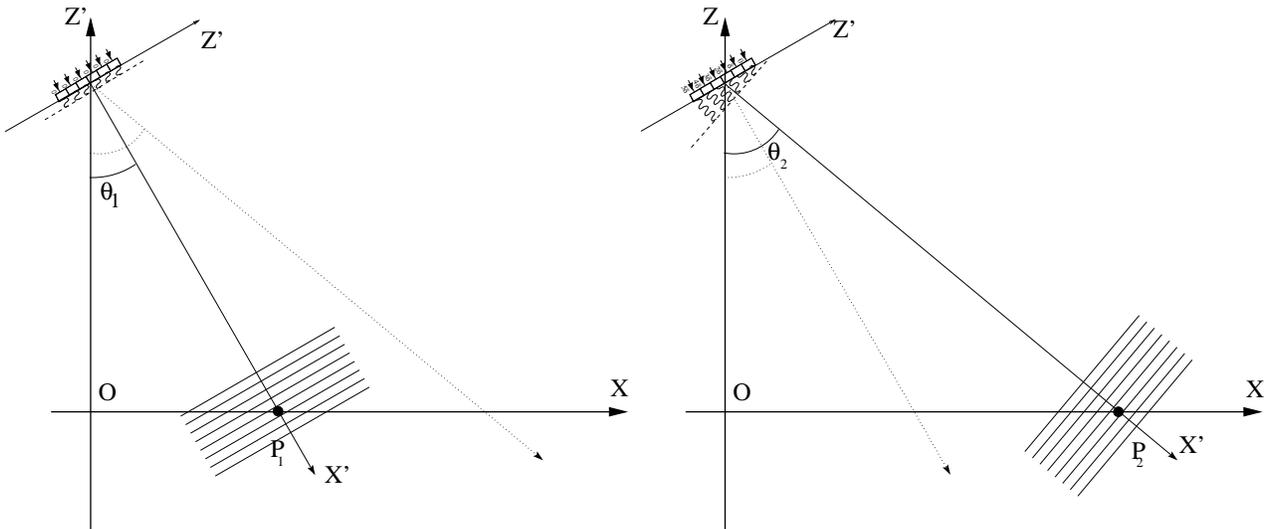


FIGURE 4.25 – L’antenne ASAR du satellite ENVISAT. A gauche : Aucun retard n’est appliqué sur les signaux en entrée des modules. Les fronts d’onde sont alors parallèles à la direction OZ' de l’antenne et le rayon pointe dans la direction θ_1 normale à OZ' . A droite : Un retard linéaire est appliqué sur les signaux en entrée des modules. Les fronts d’onde ne sont plus parallèles à la direction OZ' de l’antenne et le rayon pointe alors dans une direction θ_2 .

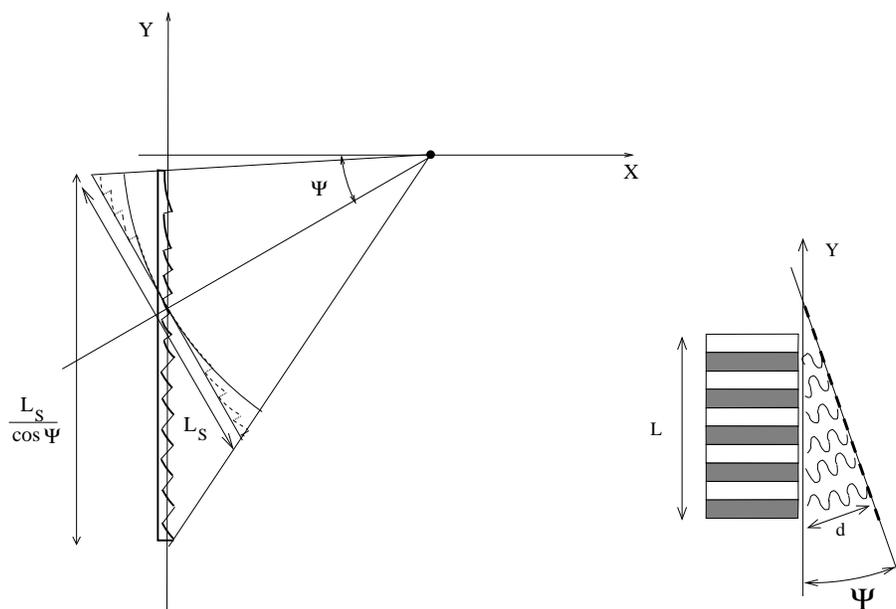


FIGURE 4.26 – A gauche : l'antenne synthétique, courbe, est remplacée par un réseau de Fresnel dont la direction correspond à l'axe OY (c'est la figure 4.22 droite, page 107). A droite : le dépointage de l'antenne à focalisation électronique s'obtient en appliquant un retard variant continuellement le long de l'antenne physique de longueur L : le signal étant quasimonochromatique, on peut aussi dire qu'une rampe de phase est appliquée sur l'antenne. Sur cette figure on a représenté les zones de phase entre π et 2π en blanc, et les zones de phase entre 0 et π en grisé.

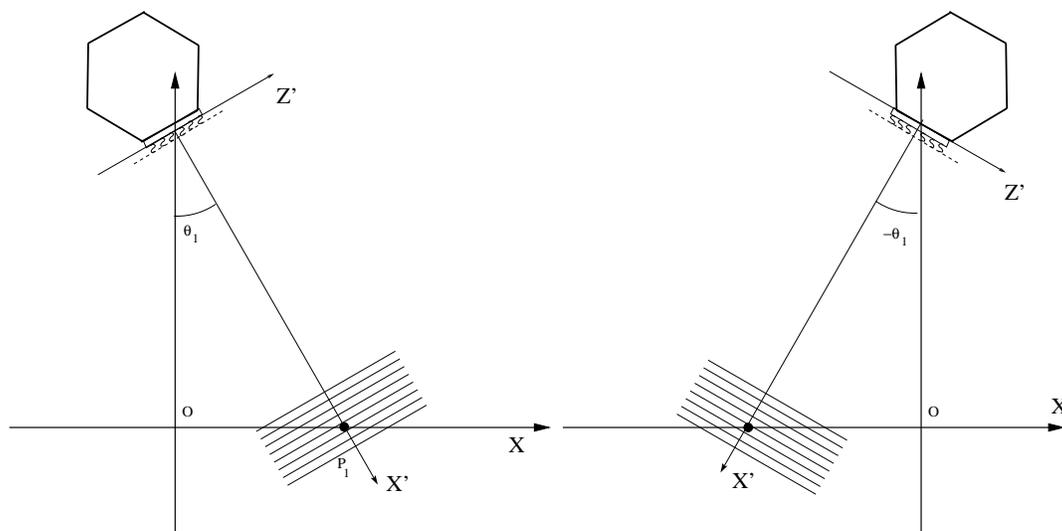


FIGURE 4.27 – L'antenne du satellite Terrasar-X. Selon l'orientation du satellite, l'antenne pointe à droite ou à gauche avec la même valeur absolue d'incidence locale différentes $|\theta_1|$.

Chapitre 5

Propriétés fréquentielles d'une image construite selon le principe de l'antenne synthétique

Ce chapitre a pour but d'analyser le spectre d'une image radar (SLC) et s'appuie donc sur les 3 représentations déjà rencontrées : l'espace image, l'espace antenne et l'espace sol.

5.1 Un cas d'école : le spectre d'une vignette ERS

Avant d'entrer dans les détails du plan image et du plan de Fourier, il est instructif de regarder l'allure des spectres d'une image complexe, de l'amplitude de cette même image complexe ainsi que de sa phase : c'est l'objet de la figure 5.1 qui montre une image ERS (affichage en amplitude) et ses spectres (affichage en amplitude). Ce choix (ERS) permet d'aborder l'interprétation d'un spectre d'image RSO dans le cas le plus simple : l'acquisition de l'image est faite dans le très classique mode StripMap, ce qui fait que, connaissant la dimension de l'antenne physique L (en azimuth) et la bande passante du *chirp* BW , on a directement les résolutions en distance et en azimuth (relations 2.26) :

$$\delta r = \frac{c}{2BW} \quad \delta y = \frac{L}{2}$$

et on sait que la dimension des pixel est donnée par la fréquence d'échantillonnage, la vitesse du satellite projeté au sol et la FRI :

$$\Delta r = \frac{c}{2F_{ech}} \quad \Delta y = \frac{V_{S,sol}}{FRI}$$

Si le spectre de l'image en amplitude (figure 5.1 en bas à gauche) semble très classique pour un traicteur d'image (spectre centré à l'origine), celui de l'image complexe (figure 5.1 en haut à droite) est plus déroutant car il semble "dense" autour d'un centre de gravité : environ 65% du domaine spectral est occupé par un signal bien net, de forme rectangulaire. De plus, ce centre de gravité n'est pas centré sur l'origine dans le plan complexe. On note aussi que le spectre de la phase (figure 5.1 en bas à droite) semble incompréhensible.

Spectre et information sont indissociables. Aussi est-il nécessaire de comprendre cette forme aussi particulière et de voir les conséquences de la visée latérale (projection d'une onde sur un plan et effet de l'angle d'incidence θ) ainsi que celles d'un possible dépointage de l'antenne (angle de squint Ψ) sur les caractéristiques du domaine spectral.

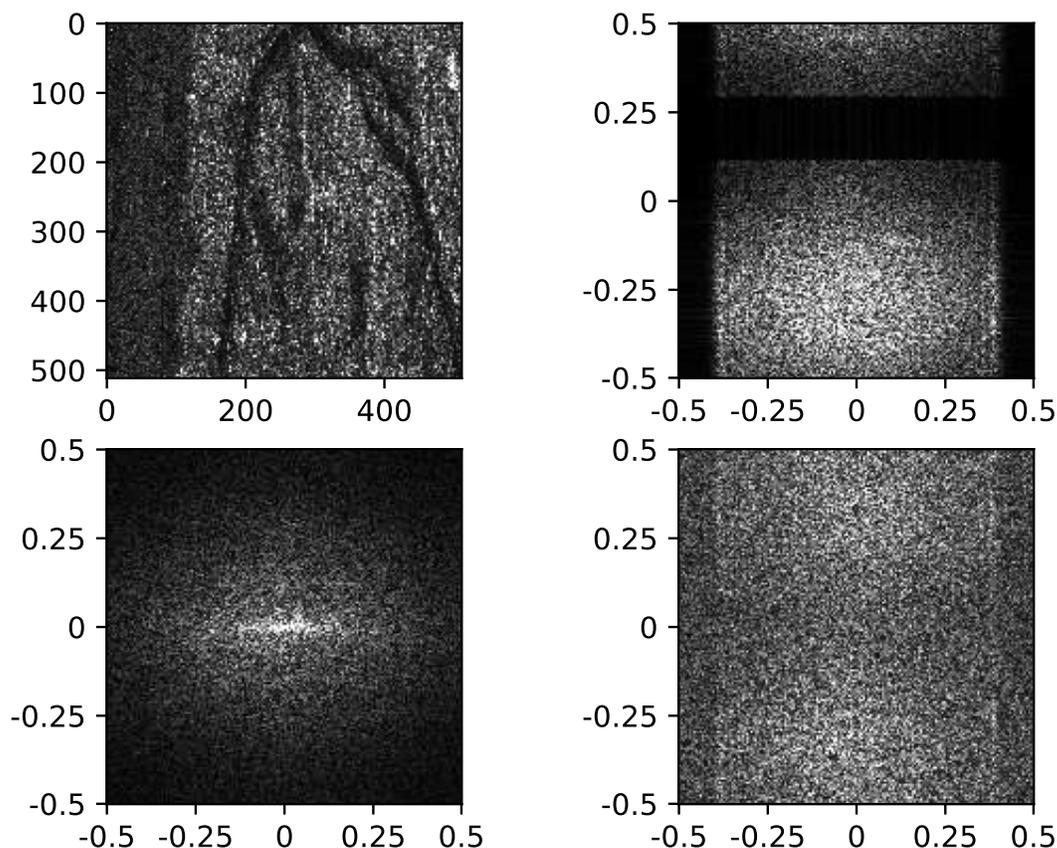


FIGURE 5.1 – Image SLC (Single Look Complex) ERS-1 de Paris : son amplitude (en haut à gauche) et son spectre (en haut à droite). En dessous, le spectre de son amplitude et celui de sa phase. Les fréquences sont indiquées en fréquences réduites (entre -0.5 et 0.5). On remarque que le spectre n’est pas centré à l’origine : ceci s’explique par un très léger angle de squint Ψ caractéristique des acquisition ERS.

5.2 Les fréquences selon le domaine d’acquisition

5.2.1 Image et fréquences

Une définition possible d’une image pourrait être la suivante : c’est un tableau bidimensionnel de données¹ tel que les deux dimensions ont une interprétation spatiale et/ou temporelle. Chacune de ces dimensions correspond à une direction privilégiée dans l’espace de représentation (ces directions ne sont pas obligatoirement orthogonales) et possède une résolution propre. Appliquer une transformée de Fourier 2-D à cette image va donner une matrice, visualisable comme une image, telle que les deux dimensions sont des inverses du temps et/ou des inverses de longueur. A ce stade, les fréquences sont le plus souvent représentées sous forme de fréquence réduite (entre -0.5 et 0.5).

Dans le cas des images RSO, les deux dimensions sont en général la direction de déplacement du capteur (l’azimut) et une autre direction (qualifiée dans ce paragraphe d’horizontale) qui peut varier selon l’interprétation que l’on souhaite donner à l’image. En effet :

- si l’on reste dans la notion “image”, la direction horizontale est alors le temps. L’image est alors un tableau temps/distance, décrit selon un axe temporel (la discrétisation étant effectuée par un CAN) et selon un axe spatial (la discrétisation étant effectuée par les positions d’émission du radar,

1. et donc représentable par une matrice.

dictés par la FRI).

- si l'on veut avoir les deux dimensions comme des distances, il suffit de considérer l'acquisition selon l'axe temporel comme une donnée d'écholocationalisation et il est alors possible de faire le lien entre temps et distance selon la relation (voir 1.2) :

$$r = \frac{ct}{2}$$

On se trouve alors dans l'“espace antenne”. Dans un cadre idéal, la direction horizontale est perpendiculaire à la direction azimutale (pas de squint).

- Si l'on cherche à interpréter le contenu d'une image, il faut prendre en compte la localisation des rétrodiffuseurs, qui se trouvent au sol. L'axe horizontal sera non seulement une distance, mais aussi une projection de la distance antenne-sol (r) sur le sol (position x) selon la relation propre à tout système à visée latérale :

$$x = r \sin \theta$$

d'où :

$$x = \frac{ct}{2} \sin \theta$$

définissant l'“espace sol” (voir le paragraphe 1.2.1). La direction horizontale est quasiment toujours perpendiculaire à la direction azimutale et appartient au sol². Elle est alors liée à un repère que l'on peut (plus ou moins) facilement transformer en repère géoréférencé : en particulier, la synthèse peut avoir été effectuée directement dans l'espace sol et l'image est alors géoréférencée (cas de Syter [11]). Dans ce cas, il faut tout de suite insister sur les effets liés à la variation de la dimension de la case sol le long de la fauchée : comme la loi qui régit la variation de la dimension de la case sol le long de la fauchée est la même que celle qui régit la variation de la résolution sol, la fréquence spatiale observée variera le long de la fauchée.

5.2.2 Les fréquences en “espace image”

Si l'on se place en “espace image”, l'axe azimut représente des distances et la direction horizontale représente des temps. Sur le spectre, l'axe azimut représente des inverses de distances et la direction horizontale représente des fréquences. Sur la figure 5.2, l'image (même nombre de lignes et de colonnes) est représentée par un tableau carré : le spectre a alors une allure carrée puisqu'il a lui aussi le même nombre de lignes et de colonnes et qu'il n'y a aucune raison à le représenter autrement.

5.2.3 Fréquences spatiales en “espace antenne” et en “espace sol”

Il faut insister dans tout ce document sur les différences entre fréquences, utilisées avec sa connotation temporelle, et fréquences spatiales. En effet :

- La fréquence (en Hz), notée f , est une grandeur dont la dimension est l'inverse du temps et qui se mesure en Hz. Un signal monochromatique de fréquence f s'écrit souvent comme :

$$s(t) = e^{2j\pi ft}$$

f peut s'interpréter comme l'inverse de la période T , c'est à dire la durée entre deux maxima du signal temporel. On a donc :

$$f = \frac{1}{T}$$

Elle caractérise un signal radar à tout instant (fréquence centrale du radar). Il faut insister sur le fait que changer la fréquence d'un signal est une opération non linéaire qui requiert par exemple le mouvement de la source (effet Doppler), ou qui apparaît dans l'utilisation de signaux à haute énergie (doublement de fréquences sur des lasers de puissance, ...). La fréquence d'un système RSO est donc, en première approximation (système *stop-and-shoot*), un invariant de notre représentation. En pratique, dans ce chapitre, la fréquence notée f_0 sera la fréquence centrale de notre *chirp* et cette grandeur peut se voir comme un invariant de notre système.

2. Rappelons que nous sommes dans l'approximation “Terre plane”

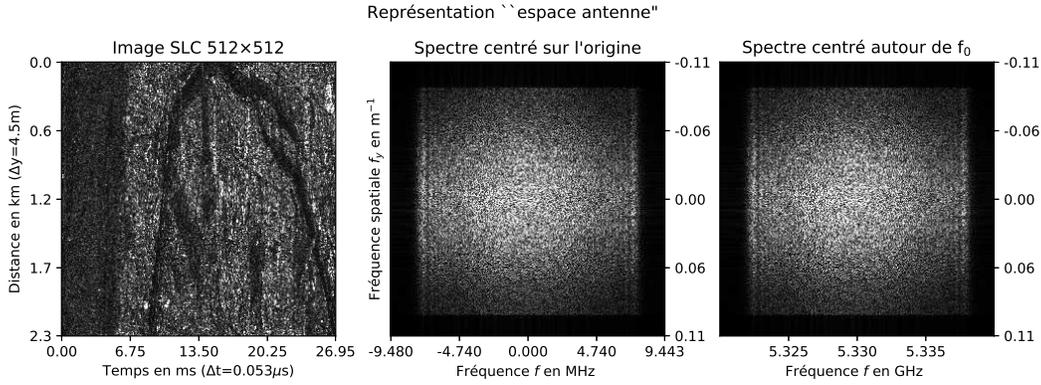


FIGURE 5.2 – Image SLC (Single Look Complex) ERS-1 de Paris : son amplitude (à gauche) et deux représentations de son spectre (au milieu et à droite). L'image est un tableau 512×512 avec un pixel représentant des distances selon la direction azimut ($\Delta y \sim 4.5\text{m}$) et des temps selon la direction horizontale ($\Delta t = 0.0527 \mu\text{s}$, c'est à dire $BW = 18.96 \text{ MHz}$). Selon la direction azimut, les fréquences spatiales, en m^{-1} sont alors bornées par les valeurs $[-0.111, 0.111]$. Selon la direction temps de l'image, les fréquences (temporelles) en Hz sont alors bornées par les valeurs $-BW/2, BW/2$. Le spectre est un tableau selon la fréquence spatiale (axe azimut) et selon la fréquence. ATTENTION : le spectre de cette image ERS selon f_y a été recentré, son centre de gravité ayant été placé à l'origine des fréquences f_y .

- La fréquence spatiale, notée FS dans ce chapitre (ou plus souvent f_x ou f_y), est liée à la longueur d'onde, c'est à dire, pour un signal monochromatique, la distance qu'il faut parcourir sur un rayon pour obtenir le même état ondulatoire du signal observé.

$$e^{2j\pi FS_{x'} x'}$$

On a donc sur un rayon (donc dans le plan de la source, c'est à dire l'"espace antenne") :

$$FS_{x'} = \frac{1}{\lambda_0} \Leftrightarrow FS_{x'} = \frac{f_0}{c}$$

Il faut insister sur le fait que l'écholocalisation radar s'effectue sur des cibles situées sur la Terre et imagées localement selon un angle θ , alors que l'étude d'un système radar conventionnel s'effectue dans l'espace libre et que les ondes radar sont définies en fonction de la source par des grandeurs spécifiques (front d'onde, rayon, ...). Aussi l'analyse d'une image RSO aura à prendre en compte le choix du référentiel : soit l'"espace antenne", soit l'"espace sol". Selon le référentiel, la notion de longueur d'onde va différer :

- Dans l'espace libre ("espace antenne"), la longueur d'onde est définie comme le plus court chemin entre deux fronts d'onde ayant le même état ondulatoire (figure 5.3 gauche). Les deux points A et B sont donc dans le même plan que la source : on dira qu'ils appartiennent au "référentiel source", noté ici $O'X'Z'$. Ils sont séparés par une distance λ_0 et ont donc le même état ondulatoire à tout instant s'ils sont illuminés par un signal monochromatique de fréquence f_0 . On a de manière triviale la relation

$$\lambda = \frac{c}{f_0}$$

- En "espace sol", regardons l'état ondulatoire de deux points au sol C et D (figure 5.3 droite). S'ils sont intersectés par deux fronts d'onde consécutifs (par définition distants de λ_0), C et D sont distants de

$$\lambda_{sol} = \frac{\lambda_0}{\sin \theta}$$

On peut introduire la célérité de l'onde projeté sur le sol, c_{sol} , ce qui donne :

$$\lambda_{sol} = \frac{c_{sol}}{f_0}$$

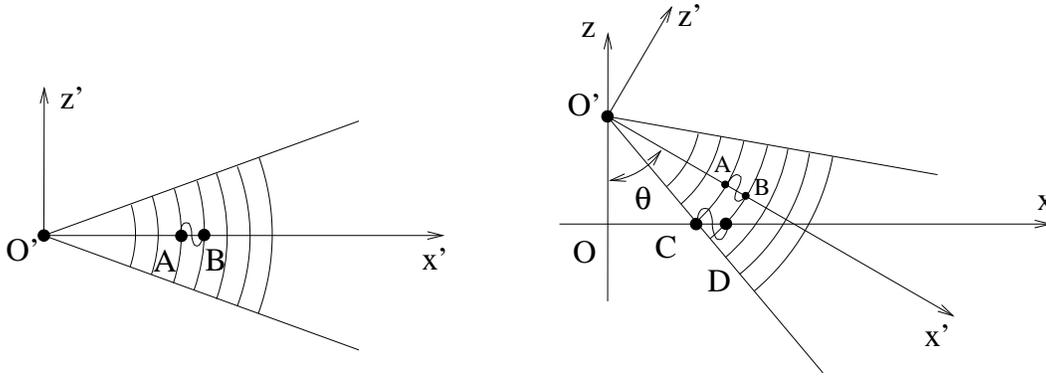


FIGURE 5.3 – Longueur d’onde. A gauche, dans le référentiel source ($O'X'Z'$), c’est à dire en “espace antenne”, les deux points A et B sont sur le même rayon et distants d’une longueur d’onde λ_0 mesurée sur le rayon (représentation 3-D : figure 1.9). A droite, dans l’“espace sol” (OXZ), les deux points C et D sont donc sur le sol, appartiennent à deux fronts d’onde consécutifs distants d’une longueur d’onde. Si on se place sur le sol, C et D sont distants de $\lambda_{sol} = \lambda_0 / \cos \theta$. Dans le cas d’ERS, on a $\lambda = 5.55$ cm et, pour $\theta = 23^\circ$, $\lambda_{sol} = 14.4$ cm.

et on a :

$$c_{sol} = \frac{c}{\sin \theta}$$

Bien entendu, puisque cette célérité est plus grande que la vitesse de la lumière dès que l’angle d’incidence est inférieur à 90° , il faut se rappeler que c’est une “vitesse de phase”, ce qui ne contredit pas le principe fondamental de la relativité.

La fréquence spatiale “sol” vérifie donc la relation :

$$FS_x = FS_{x'} \sin \theta \quad (5.1)$$

Elle est maximale pour $\theta = \pi/2$: dans ce cas, tout le sol de la Terre appartient à l’espace antenne. Pour les valeurs usuelles de θ en imagerie RSO (entre 20° et 50°), cette fréquence spatiale est d’autant plus faible que l’incidence locale est faible.

En prenant en compte les relations entre longueur d’onde et fréquence dans le référentiel source, on peut écrire :

$$\begin{aligned} FS_x &= FS_{x'} \sin \theta \\ &= \frac{1}{\lambda_0} \sin \theta \\ &= \frac{f_0}{c} \sin \theta \\ &= \frac{f_0 \sin \theta}{c} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Il serait alors tentant de dire que la fréquence dépend de l’incidence locale puisque tout se passe comme si l’on modifiait f_0 en $f_0 \sin \theta$: le raisonnement est inexact puisque c’est la fréquence spatiale FS_x sur le référentiel terrestre qui varie avec l’incidence, la fréquence du signal radar f_0 ne change pas (un observateur immobile situé au point C caractérise l’onde radar reçue avec une fréquence f_0 qui est exactement la même que celle que mesure l’observateur situé au point D).

5.2.4 Bandes passantes “distance” et “sol” (BW_r et BW_x)

Le radar émet un signal temporel centré en f_0 et de bande passante BW . On connaît la résolution en distance (2.7) et la résolution sol (2.26) :

$$\delta r = \frac{c}{2BW} \quad \delta x = \frac{c}{2BW \sin \theta}$$

- Si on se place dans l'espace antenne, on en déduit une bande passante pour la fréquence spatiale "distance" :

$$BW_r = \frac{2BW}{c}$$

- Si on se place dans l'espace sol, et si l'angle d'incidence locale vaut θ , on a alors la bande passante pour la fréquence spatiale "sol" :

$$BW_x = \frac{2BW \sin \theta}{c}$$

Ce résultat est très logique : si l'incidence locale diminue, on sait que la valeur de la résolution augmente, ce que traduit bien une réduction de la bande passante.

Applications numériques

Dans le cas d'ERS ($BW=15.96$ MHz, $f_0 = 5.3$ GHz), on a :

$$BW_r = 0.107$$

Pour l'espace sol et pour $\theta=23^\circ$ on trouve alors :

$$BW_x = 0.0405$$

dont l'inverse donne bien la résolution sol, c'est à dire 24.06 m pour cette valeur d'incidence locale.

5.2.5 Bande passante azimutale (BW_y)

Selon la direction azimutale OY , on a vu que le principe de synthèse radar permet d'accéder à une résolution de l'ordre de la dimension de l'antenne physique, c'est à dire :

$$\delta y = \frac{L}{2}$$

On en déduit :

$$BW_y = \frac{2}{L} \tag{5.3}$$

Applications numériques

Dans le cas d'ERS ($L=10$ m), on a

$$BW_y = 0.20$$

Si on compare avec BW_x , on observe que cette bande est à peu près 5 fois plus grande.

5.2.6 Choix des bandes passantes et conditions pour un maillage sol isotrope

Si l'on souhaite avoir une image dont la résolution sol soit isotrope, il faut que les bandes passantes selon f_X et f_Y soient égales :

$$BW_x = BW_y$$

ce qui donne, pour une incidence θ , une bande passante BW et une dimension d'antenne L , une condition à vérifier :

$$\frac{2BW \sin \theta}{c} = \frac{2}{L}$$

c'est à dire :

$$BW = \frac{c}{L \sin \theta}$$

relation assez intéressante puisque l'on a d'un coté la bande passante (aspect signal) et de l'autre la dimension de l'antenne et l'incidence (aspect antenne).

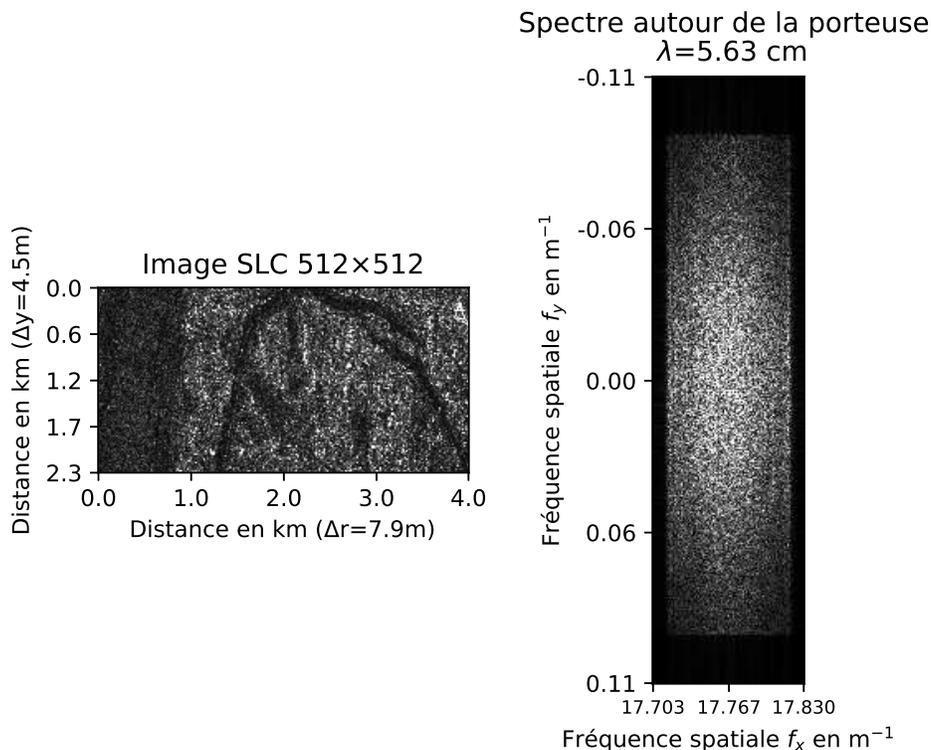


FIGURE 5.4 – Image SLC (Single Look Complex) ERS-1 de Paris représentée en “espace antenne” : son amplitude (à gauche) et son spectre (à droite). L’image initiale est un tableau 512×512 avec un pixel rectangulaire ($\Delta r \simeq 7.9\text{m}$, $\Delta y \simeq 4.5\text{m}$) : elle est représentée ici dans un repère isotrope (image rééchantillonnée et pixels carrés). Les fréquences spatiales, centrées autour de la porteuse (correspondant à la longueur d’onde $\lambda = 5.55$ cm, d’où $f_\lambda = c/\lambda = 17.77\text{m}^{-1}$) sont alors bornées par les valeurs $[17.703, 17.830]$ selon Of_x (donc une bande spectrale de 0.127 m^{-1}) et par les valeurs $[-0.111, 0.111]$ selon Of_y (donc une bande spectrale de 0.222 m^{-1}). Les bandes passantes calculées précédemment ($BW_r = 0.107$, et $BW_y = 0.20$) sont bien incluses dans ce domaine de valeurs. L’espace des fréquences est isotrope sur la représentation. ATTENTION : le spectre de cette image ERS selon f_y a été recentré, son centre de gravité ayant été placé à l’origine des fréquences f_y .

5.2.7 Un exemple de spectre d’image RSO (ramené en bande de base)

Nous allons reprendre l’exemple de l’image SLC ERS-1 de Paris (figure 5.2) en affichant le spectre dans la gamme uniquement des fréquences spatiales, et non dans une représentation associant fréquence spatiale et fréquence (inverse du temps) comme sur la figure 5.1. Pour permettre une interprétation plus facile, le spectre a été recentré à l’origine des fréquences.

En analysant cette figure (5.4), on remarque que le spectre est plus étendu selon Oy que selon Ox : ceci est bien normal puisque la résolution en distance est environ 4 fois plus grande que la résolution en azimut³.

On note qu’il existe des marges fréquentielles tant en distance qu’en azimut : ceci est un choix des agences spatiales car tant le filtrage passe bas (utilisé pour ramener le spectre en bande de base) que l’apodisation de l’antenne (tant physique que numérique) ne sont des filtres parfaits. Les données ainsi fournies font apparaître les bandes de transition, que l’on peut éventuellement ignorer en mettant ces zones à la valeur nulle.

3. Ceci est dû au fait que dans les années 80 les meilleurs CAN en technologie spatiale n’atteignaient pas les 20 MHz.

5.3 Le plan de Fourier des fréquences spatiales : antenne sans *squint*

Pour analyser le plan de Fourier d'une acquisition radar, nous allons prendre le cas canonique où l'antenne pointe de manière parfaitement perpendiculaire à la trajectoire du satellite. Dans la terminologie radar, on dit que l'on est en dépointage nul, ou en *zero squint* (nous verrons que l'on parle aussi d'acquisitions à zéro doppler).

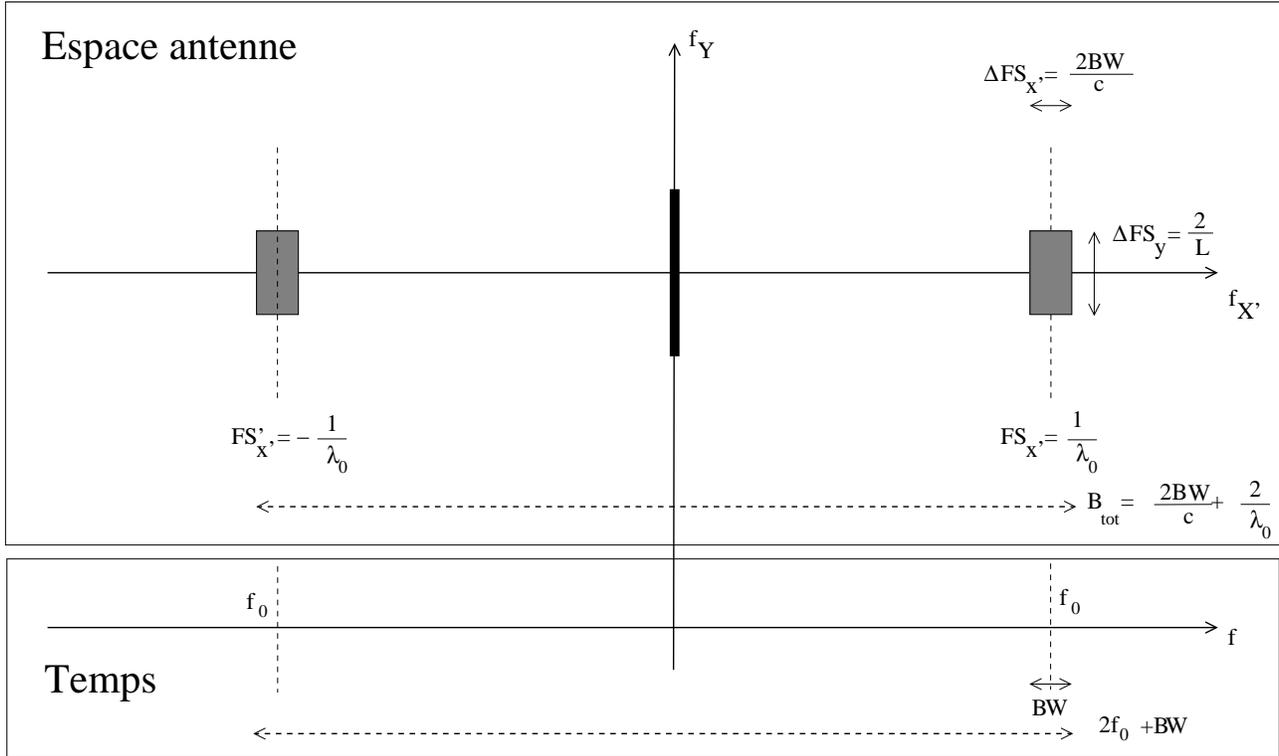


FIGURE 5.5 – Espace de Fourier (fréquences spatiales) en “espace antenne”, correspondant à une acquisition par une antenne RSO de dimension L et à un signal de fréquence centrale f_0 (longueur d’onde λ_0). Rappelons que le signal reçu par l’antenne est un signal réel (une tension). En première approximation, on suppose que le spectre utile en “espace antenne” est localisé dans des zones rectangulaires dont l’extension dépend de la bande $\Delta FS_{x'}$, selon OX' et de la dimension de l’antenne synthétique L_S selon OY . Le signal étant réel, le spectre possède la symétrie hermitienne. Si on veut revenir à la dimension temporelle du signal d’écholocation (partie inférieure de la figure), la bande passante en fréquence est BW et le spectre est localisé autour de f_0 . Pour pouvoir vérifier le critère de Shannon, le signal temporel (réel) reçu par le radar doit être échantillonné à une fréquence supérieure à $2f_0 + BW/2$, ce qui est totalement irréaliste à l’heure actuelle.

5.3.1 Le signal radar en “espace antenne”

Un signal radar dédié à l’écholocation possède une PSF caractéristique qui associe deux mécanismes très différents :

- en distance (variable r), le mécanisme d’écholocation ;
- en azimut (variable y), le mécanisme de diffraction d’une ouverture.

Si l’on conserve la représentation temporelle pour l’axe distance, on a la PSF qui s’écrit (relation 2.20) :

$$PSF_t(t, y) \sim \cos(2\pi f_0 t) \frac{\sin(\pi BW t)}{\pi BW t} \text{Sinc}\left(\frac{2y}{L}\right)$$

En passant du temps à la distance, la PSF s'écrit (relation 2.21) :

$$PSF(r, y) \sim \cos\left(2\pi\frac{2r}{\lambda_0}\right) \text{Sinc}\left(\pi\frac{2BW}{c}r\right) \text{Sinc}\left(\pi\frac{2y}{L}\right)$$

et on peut considérer que la résolution dépend :

- en distance (variable r), de la bande passante BW du signal émis ;
- en azimut (variable y), de la dimension de l'antenne L .

Il est à noter que la fréquence de la porteuse f_0 n'intervient pas dans l'expression de la résolution, mais simplement dans le premier terme qui est une modulation (avec ici $\lambda_0 = \frac{c}{f_0}$)

Passer dans le plan de Fourier est une opération séparable, et on va donc opérer selon deux phénoménologies différentes :

- selon la distance, on note que l'on a un produit de fonction cosinus. Tout se passe comme si :
 - on a tout d'abord la TF du sinus cardinal qui va donner une fonction spectrale localisée autour de la fréquence spatiale nulle et de largeur totale $\frac{2BW}{c}$.
 - puis la TF d'une fonction cosinus qui est un doublet de Dirac, l'un centré sur $\frac{1}{\lambda_0}$ et l'autre sur $-\frac{1}{\lambda_0}$.
- selon l'azimut, la TF du sinus cardinal va donner une fonction spectrale localisée autour de la fréquence nulle et de largeur $\frac{2}{L}$.

Un exemple est donné figure 5.5. Dans cet exemple, l'acquisition des données radar s'effectue dans le plan $OX'Y$ tel que l'antenne soit parfaitement perpendiculaire à la direction azimut OY ("espace antenne"). Si l'on veut que le critère de Shannon soit vérifié, l'échantillonnage doit alors vérifier les conditions suivantes :

- selon l'axe distance OX' , la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure à $\frac{2}{\lambda_0} + \frac{BW}{c}$. Comme en général la bande est très petite vis à vis de la porteuse, on voit qu'en première approximation le pas d'échantillonnage doit être inférieur à $\frac{\lambda}{2}$, ce qui en 2019 est parfaitement utopique puisque, une fois revenu dans le domaine temporel, cela représente deux fois la fréquence nominale du radar (soit pour TSX, une fréquence d'échantillonnage de l'ordre de 20 GHz).
- selon l'axe azimut OY , la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure à $\frac{2}{L}$, ce qui revient à dire que le pas d'échantillonnage des acquisitions selon la direction azimut doit être inférieur à $\frac{L}{2}$. Pour le modèle *stop-and-shoot*, cela revient à imposer un tir radar selon un pas inférieur à $\frac{L}{2}$.

5.3.2 Le passage en bande de base

En 2019, il semble impensable d'avoir à utiliser, pour la numérisation du signal temporel, un CAN (Convertisseur Analogique Numérique) à 20 GHz pour un signal dont la bande passante est de l'ordre de 300 MHz. Or le théorème de Shannon demande en réalité que la fréquence d'échantillonnage soit supérieure à la bande pour éviter tout repliement⁴. Puisque nos signaux temporels ont une bande limitée BW , très inférieure à la fréquence de la porteuse de surcroît, on peut utiliser le principe de démodulation qui consiste à :

- multiplier le signal temporel réel par une exponentielle complexe de fréquence f_0 . Le spectre du signal est alors décalé vers les fréquences négatives de f_0 : dans l'espace des fréquences spatiales, la partie droite du spectre est alors centré à l'origine et sa largeur autour de l'origine a la valeur $\frac{BW}{c}$ et la partie gauche se trouve autour de $-2f_0$. Il faut noter que notre signal n'est plus réel et qu'il n'a plus de symétrie hermitienne.
- filtrer les deux signaux temporels (réel et imaginaire) autour de la fréquence nulle par un filtre de largeur totale BW (filtre passe bas) pour éliminer la partie du spectre se trouvant centrée autour de $-2f_0$.

La figure 5.6 illustre ce mécanisme.

5.3.3 Image radar et fréquences spatiales ("espace sol")

L'analyse menée jusqu'à présent supposait que le radar analysait des cibles situées dans l'"espace antenne" (plan $OX'Y$). Or un radar imageur est un système à visée latérale et les cibles potentielles sont alors situées sur le sol terrestre : passer de l'"espace antenne" à l'"espace sol" requiert la connaissance de l'incidence θ .

4. Si le signal est réel, la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure au double de la bande.

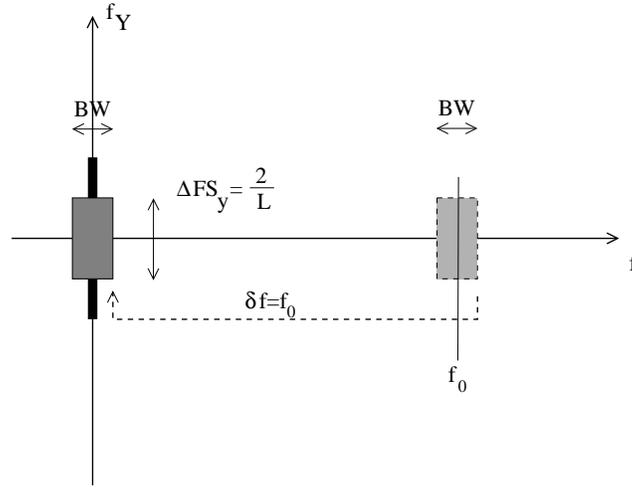


FIGURE 5.6 – Espace de Fourier en “espace antenne”, les variables étant le temps et l’azimut, correspondant à une acquisition par une antenne RSO de dimension L et à un signal de fréquence centrale f_0 (longueur d’onde λ_0) et de bande passante BW . Ramené en “bande de base” et filtré avec un filtre passe bas, le spectre est centré à l’origine, sa largeur est toujours BW . L’échantillonnage du signal temporel (devenu complexe) peut s’effectuer avec un CAN dont la fréquence d’échantillonnage doit être supérieure à BW pour respecter Shannon.

On sait aussi que la PSF s’écrit alors (relation 2.25) :

$$PSF_{\text{sol}}(x, y) \sim \cos\left(2\pi \frac{2x \sin \theta}{\lambda_0}\right) \text{Sinc}\left(\frac{x 2BW \sin \theta}{c}\right) \text{Sinc}\left(\frac{2y}{L}\right)$$

Dans le plan des fréquences spatiales, le spectre de l’image réelle (donc avant que le signal soit ramené en bande de base) est centré autour de la valeur (relation 5.1) :

$$FS_x = FS_{x'} \sin \theta$$

et $BW_{x,\theta}$, la bande de fréquences spatiales utile autour de cette valeur, s’écrit :

$$BW_{x,\theta} = BW_x \sin \theta \quad (5.4)$$

Dans le plan de Fourier, pour un même signal radar, la partie utile du spectre sera positionnée différemment pour différentes valeurs d’incidences locales (voir figure 5.7). On peut noter au passage que $BW_{x,\theta}$ varie comme θ : la bande diminue si θ diminue (ce qui est normal puisque la case sol augmente si θ diminue).

5.3.4 Notion de “base critique”

Nous avons donc vu qu’au niveau “sol”, l’incidence locale joue un rôle essentiel dans la caractérisation des fréquences spatiales pour l’axe “fauchée” : deux incidences différentes donneront un spectre différent. Un cas qui doit être approfondi est celui où les angles sont très proches : dans ce cas les spectres peuvent être contigus, voire avoir une partie commune.

Un cas essentiel en interférométrie est celui de la **base critique**. Nous avons en effet vu que la position du spectre de l’image est lié à l’incidence locale. Considérons maintenant le cas de deux acquisitions effectuées selon deux incidences locales différentes θ_1 et θ_2 de valeurs proches et vérifiant la relation :

$$\frac{f_0 \sin \theta_2}{c} \geq \frac{f_0 \sin \theta_1}{c} + \frac{BW_{x,\theta_1}}{c} \quad (5.5)$$

En posant :

$$\theta_2 = \theta_1 + \delta\theta$$

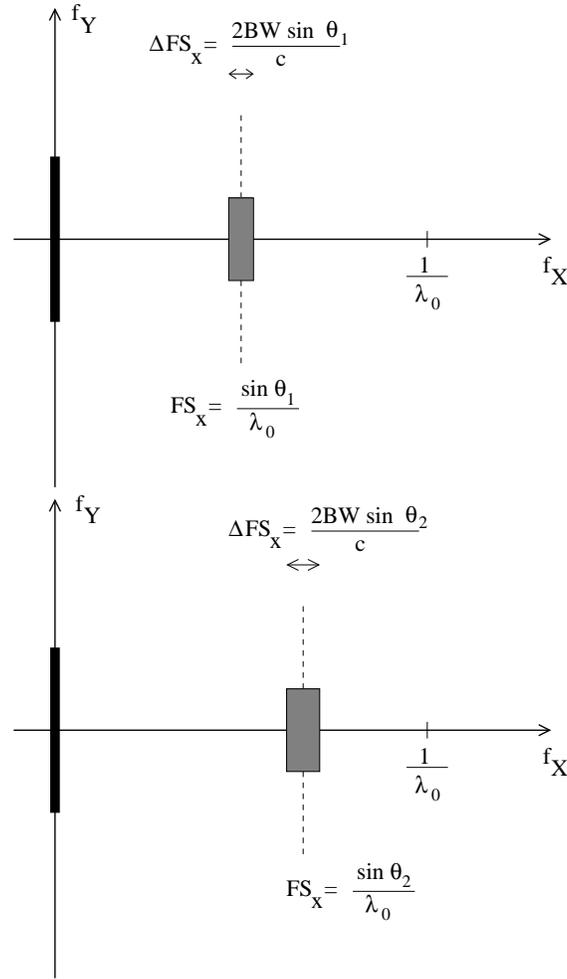


FIGURE 5.7 – Espace de Fourier de deux données RSO représenté en “espace sol”, la première acquise selon l’incidence locale θ_1 , la seconde selon l’incidence locale θ_2 (avec $\theta_1 < \theta_2$). La bande utile est proportionnelle à $\sin \theta$ (équation 5.4) et son centre est décalé vers l’origine (relation 5.1). La donnée étant réelle, le spectre vérifie la symétrie hermitienne et la partie négative du spectre n’a pas été représentée ici.

et en supposant $\delta\theta$ petit, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{f_0 \sin \theta_2}{c} &\geq \frac{f_0 \sin (\theta_1 + \delta\theta)}{c} \\ &\geq \frac{f_0 \sin \theta_1}{c} + \frac{f_0 \cos \theta_1 \delta\theta}{c} \end{aligned}$$

Puisque les deux spectres utiles ne possèdent aucune partie commune (figure 5.8). On en déduit pour le cas limite où les bords de ces spectres se touchent :

$$\frac{f_0 \cos \theta_1 \delta\theta}{c} = \frac{BW_{x,\theta}}{c}$$

d’où la valeur limite de $\delta\theta$:

$$\delta\theta = \frac{BW_{x,\theta_1}}{f_0 \cos \theta_1} = \frac{BW \sin \theta_1}{f_0 \cos \theta_1} = \frac{BW \tan \theta_1}{f_0} \quad (5.6)$$

Si le premier satellite est à une distance R du point P , on en déduit, par projection, une distance appelée base orthogonale :

$$B_{ortho} = R \delta\theta \quad (5.7)$$

ce qui conduit à la base orthogonale critique

$$B_{critique} = R \delta\theta = \frac{R BW \tan \theta_1}{f_0} \tag{5.8}$$

et à $\delta\theta_{critique}$:

$$\delta\theta_{critique} = \frac{BW \tan \theta_1}{f_0} \tag{5.9}$$

La base orthogonale critique peut exprimer en fonction de la résolution $\delta x = \frac{c}{2BW \sin \theta}$:

$$B_{critique} = \frac{R c \tan \theta_1}{2 \delta x \sin \theta_1 f_0} = \frac{R \lambda_0}{2 \delta x \cos \theta_1} \tag{5.10}$$

On peut aussi exprimer la base orthogonale en fonction de l'altitude H du premier satellite (ce qui est plus rationnel puisque R dépendant de θ) :

$$\cos \theta = \frac{H}{R}$$

ce qui donne :

$$B_{critique} = \frac{H \lambda_0}{2 \delta x (\cos \theta_1)^2} \tag{5.11}$$

(ATTENTION : il manque un facteur 2 par rapport aux formules "classiques" d'interférométrie qui sont dédiées à l'interférométrie bi-passe : attention aux 2 aller-retours)

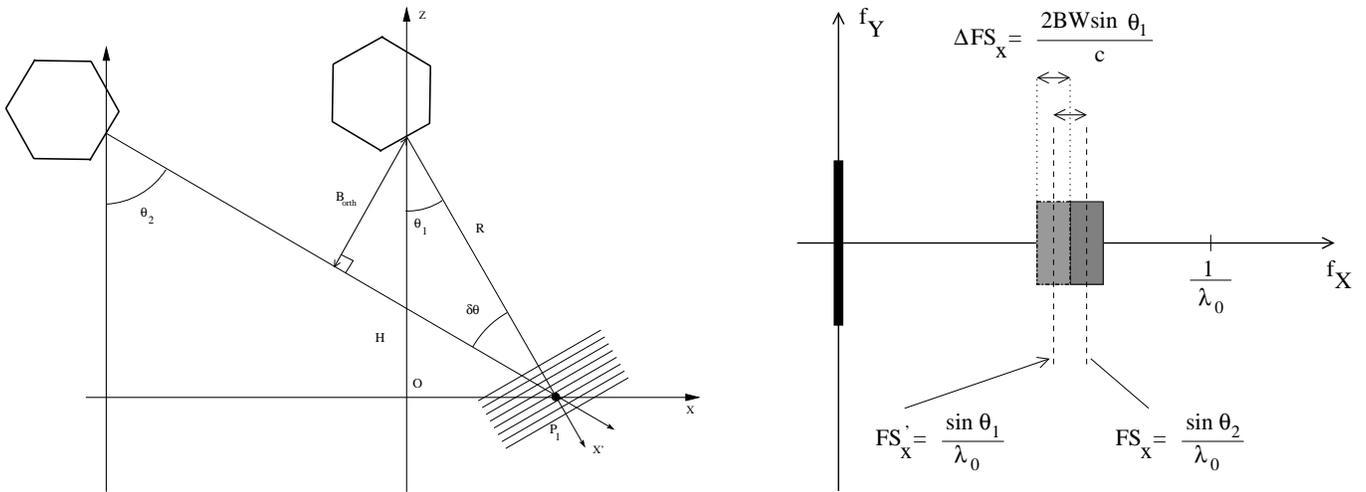


FIGURE 5.8 – A gauche : deux acquisitions correspondant à deux positions différentes de l’antenne. L’incidence locale en un point donné P varie selon l’acquisition (θ_1 et θ_2). A droite : cas où les valeurs des deux angles d’incidence locale θ_1 et θ_2 rendent les spectres contigus et sans recouvrement (cas de la base critique). Le signal étant réel, la partie négative du spectre n’a pas été représenté ici.

5.3.5 Un exemple de spectre d’acquisitions RSO en fréquence spatiale “sol”

Pour compléter la figure 5.4 représentant la transformée de Fourier d’une image SLC, nous allons représenter l’allure que devrait avoir le spectre des données réelles correspondant à cette image SLC, c’est à dire les données avant l’étape de démodulation. Connaissant la longueur d’onde λ_0 liée à la fréquence du radar f par la relation :

$$\lambda_0 = \frac{c}{f}$$

on sait alors que le signal sol est positionné autour de la fréquence spatiale

$$f_{x,sol} = \frac{\sin \theta}{\lambda_0}$$

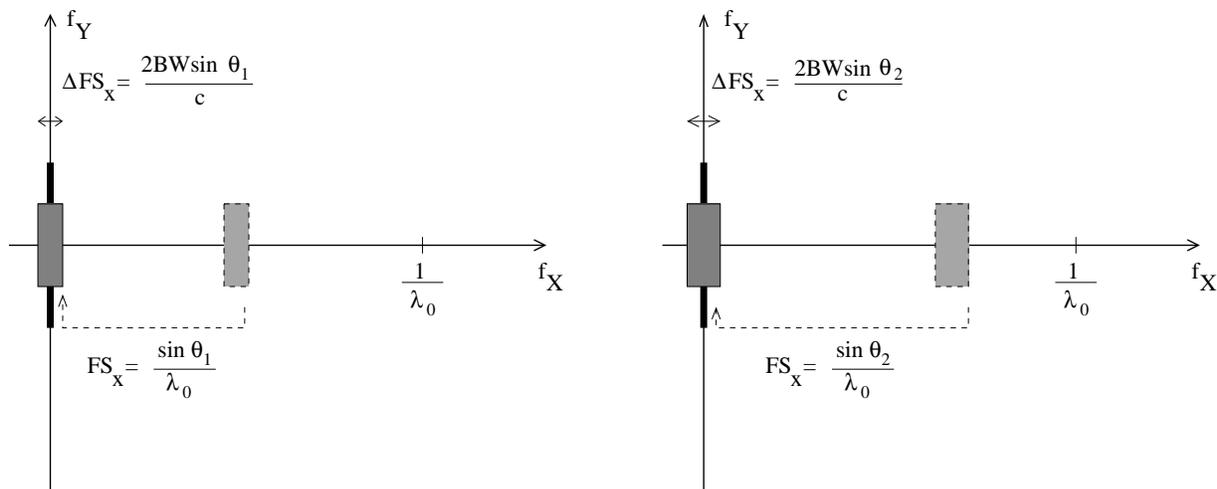


FIGURE 5.9 – Espace de Fourier de deux données RSO filtrées (de sorte à éliminer les fréquences négatives) et ramenées en bande de base. La première donnée a été acquise selon l'incidence locale θ_1 : le décalage spectral a pour valeur $\frac{\sin \theta_1}{\lambda_0}$. La seconde a été acquise selon l'incidence locale θ_2 (avec $\theta_2 < \theta_1$) : le décalage spectral a pour valeur $\frac{\sin \theta_2}{\lambda_0}$. Une fois ramené sur la même partie centrale du plan de Fourier, il n'y a pas moyen de se souvenir de la différence de décalage spectral : même s'ils occupent la même localisation, les deux spectres n'ont a priori aucun point commun (sauf si θ_2 est très proche de θ_1 : dans ce cas, ils peuvent avoir une partie en commun).

ce qui, dans le cas de cette image ERS et avec $\theta = 23^\circ$, donne :

$$f_{x,sol} = 6.94\text{ms}^{-1}$$

la figure 5.10 représente donc le spectre de l'image présentée à la figure 5.4 et que l'on a positionné selon l'axe f_x autour de la valeur $BW_{x,sol}$ liée à la fréquence du radar.

5.3.6 Cas des systèmes HR et THR : l'aspect en biseau des spectres

L'antenne physique d'un radar de fréquence centrale f_0 correspondant à une longueur d'onde λ_0 possède un lobe d'antenne lié à la dimension L de cette antenne physique et d'ouverture angulaire β donnée par la relation :

$$\beta = \frac{2\lambda_0}{L} \quad (5.12)$$

Ces valeurs ont été données pour les capteurs satellitaires usuels dans le tableau 1.4 page 24, et certaines d'entre elles sont reprises ici :

	β	
	radian	degré
ALOS2	0.053	3.04°
ERS	0.0113	0.64°
Sentinel-1	0.0090	0.517°
Terrasar-X	0.0130	0.74°

En pratique, ces angles sont très faibles et il est très difficile d'observer sur le spectre d'images acquises en mode StripMap des effets liés à la valeur de β (un œil exercé remarque cependant ces effets sur les images ALOS).

Si on s'intéresse à des images HR et THR, on note que le spectre prend une forme bizautee. La figure 5.11 montre une imagerie d'un capteur aéroporté décimétrique (Images Sandia : voir le paragraphe C.1.9) et le spectre présente une forme en biseau assez caractéristique.

En revenant à nos capteurs satellitaires, toute amélioration de la résolution passe (en apparence) par une diminution de l'antenne physique, ceci se traduisant par un accroissement du lobe d'antenne qui

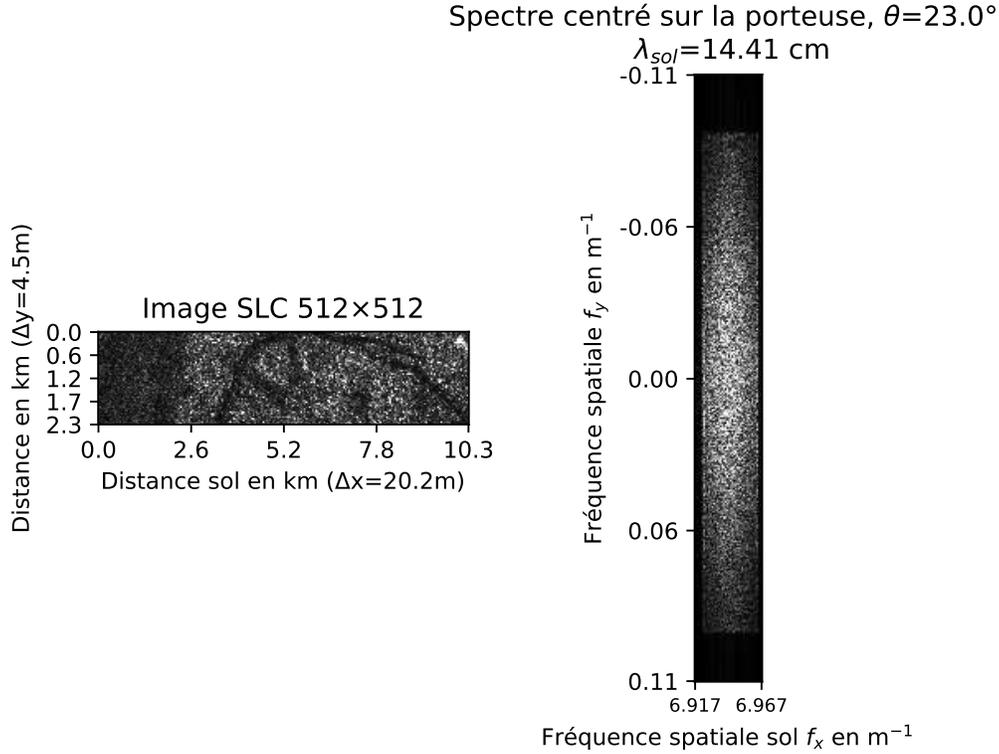


FIGURE 5.10 – Image SLC (Single Look Complex) ERS-1 de Paris représentée en “espace sol” : son amplitude (à gauche) et son spectre (à droite). Le spectre a été positionné autour de la valeur correspondant à la longueur d’onde “sol”, (correspondant à la longueur d’onde $\lambda_{sol} = 14.4 \text{ cm}$, d’où $f_{\lambda,sol} = c/\lambda_{sol} = 6.94\text{m}^{-1}$). L’image a été rééchantillonnée pour avoir une représentation isotrope. Si on complète ce spectre par symétrie hermitienne (c’est à dire pour les valeurs autour de $-BW_{x,sol}$), on obtient le spectre correspondant aux données réelles qui ont permis la construction de l’image SLC. Les fréquences spatiales sont alors bornées par les valeurs $[6.917,6.967]$ selon Ox et par les valeurs $[-0.111,0.111]$ selon Oy. Les bandes passantes calculées précédemment ($BW_x = 0.0405$ et $BW_y = 0.20$) sont bien incluses dans ce domaine de valeurs. L’espace des fréquences est isotrope sur la représentation. ATTENTION : le spectre de cette image ERS selon f_y a été recentré, son centre de gravité ayant été placé à l’origine des fréquences f_y .

permettra de prendre plus de données lors de l’étape de la synthèse : l’angle β augmentera d’autant et l’aspect en biseau sera plus marqué.

Si on analyse comment un point P est acquis durant le processus d’antenne synthétique, tout repose sur le lobe de l’antenne physique (de dimension L) qui définit la dimension de l’antenne synthétique L_S . Ce lobe d’antenne est caractérisé par son ouverture angulaire β (relation 5.12), que l’on peut réécrire en fonction de la résolution (dans les limites d’approximation de cette relation)⁵ :

$$\delta y = \frac{L}{2} \Rightarrow \beta = \frac{\lambda}{\delta y}$$

La figure 5.12 détaille le mécanisme d’acquisition :

- à l’instant t_A , le point P entre dans le lobe d’antenne. L’angle sous lequel il est observé est donc $\frac{\beta}{2}$.
- à l’instant t_B , le point P est au CPA de l’antenne : il est observé sous un angle nul.
- à l’instant t_C , le point P sort du lobe d’antenne. L’angle sous lequel il est observé est donc $-\frac{\beta}{2}$.

Or, pour de simples raisons de symétrie, acquérir une donnée selon un mode dépointé d’angle α se traduit par une rotation de spectre d’angle α . On a donc, lors du mécanisme d’acquisition :

5. ceci explique qu’il est d’usage de monter en fréquence de porteuse lorsque l’on souhait avoir une meilleure résolution : en montant en fréquence, on diminue λ , ce qui réduit l’angle β et en conséquence la taille de l’antenne synthétique.

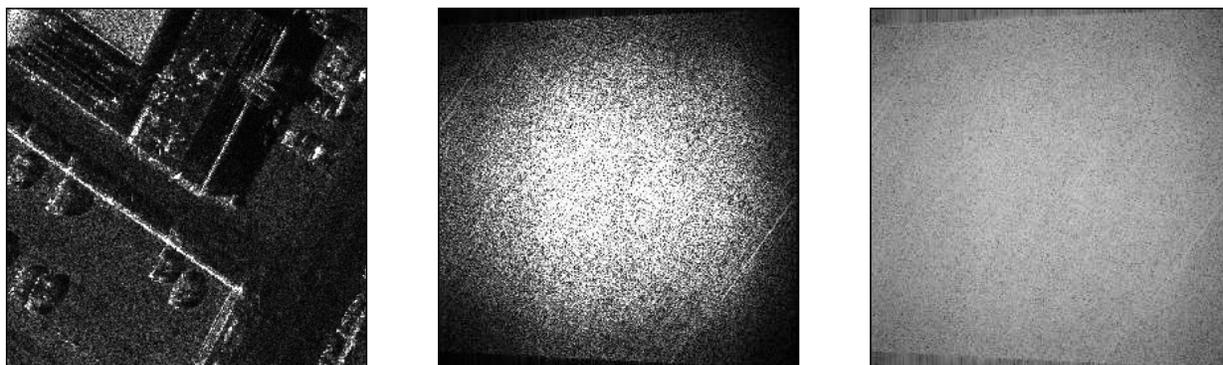


FIGURE 5.11 – Imagerie du capteur aéroporté Sandia en bande Ka de résolution décimétrique (‘Courtesy of Sandia National Laboratories, Radar ISR’). Le spectre (échelle normale au centre, échelle logarithmique à droite) présente une forme en biseau révélant que le lobe d’antenne est suffisamment grand pour que la valeur des angles en bord d’antenne s’observe directement sur le spectre.

- à l’instant t_A , l’angle sous lequel est observé le point P est $\frac{\beta}{2}$: le spectre est tourné d’un angle $\frac{\beta}{2}$.
- à l’instant t_B , le point est au CPA de l’antenne : il est observé sous un angle nul.
- à l’instant t_C , l’angle sous lequel est observé le point P est $-\frac{\beta}{2}$: le spectre est tourné d’un angle $-\frac{\beta}{2}$.

Cette analyse se retrouve en regardant la localisation du spectre (figure 5.12 droite) : nous avons déjà noté que le spectre de données dans le repère ‘‘antenne’’ était centré sur la fréquence spatiale $FS_{x'} = \frac{1}{\lambda_0}$ et avait une largeur $BW_y = \frac{2}{L}$ (relation 5.3). L’ouverture spectre est alors, sous l’hypothèse des petits angle :

$$\frac{BW_y}{FS_{x'}} = \frac{2\lambda_0}{L}$$

c’est à dire exactement la relation vérifiée par l’angle β (relation 5.12).

Cette analyse conduit à une remarque concernant le positionnement du spectre selon la position de l’antenne physique lors de l’acquisition :

- pour les positions entre les points A et B , l’antenne est ‘‘en rapprochement’’ : la distance entre l’antenne et le point P diminue au cours du temps. On observe que les fréquences spatiales sont alors positives.
- pour les positions entre les points B et C , l’antenne est ‘‘en éloignement’’ : la distance entre l’antenne et le point P augmente au cours du temps. On observe que les fréquences spatiales sont alors négatives.

Or tout le monde connaît les effets des mouvements d’un émetteur (audiophonique par exemple) lors de la réception en un point fixe de cette onde : c’est l’effet Doppler qui se manifeste ainsi pour un signal correspondant à une fréquence pure :

- si l’émetteur est en rapprochement, l’onde est reçue avec un décalage en fréquence positif : on parle alors de Doppler positif.
- si l’émetteur est en éloignement, l’onde est reçue avec un décalage en fréquence négatif : on parle alors de Doppler négatif.

Par analogie avec ce type de mouvement, on assimile les acquisitions effectuées en rapprochement à une partie positive du spectre et les acquisitions effectuées en éloignement à une partie négative du spectre. L’analyse des temps sur la figure 5.12 permet de comprendre cette analogie : rappelons au passage que dans l’hypothèse *stop and shoot*, il n’y a pas d’effet Doppler stricto sensu dans l’étape de synthèse. Cependant, le fait de viser le point à analyser P selon des angles légèrement différents conduit à un décalage du spectre dont l’interprétation est identique au décalage dû à l’effet Doppler.

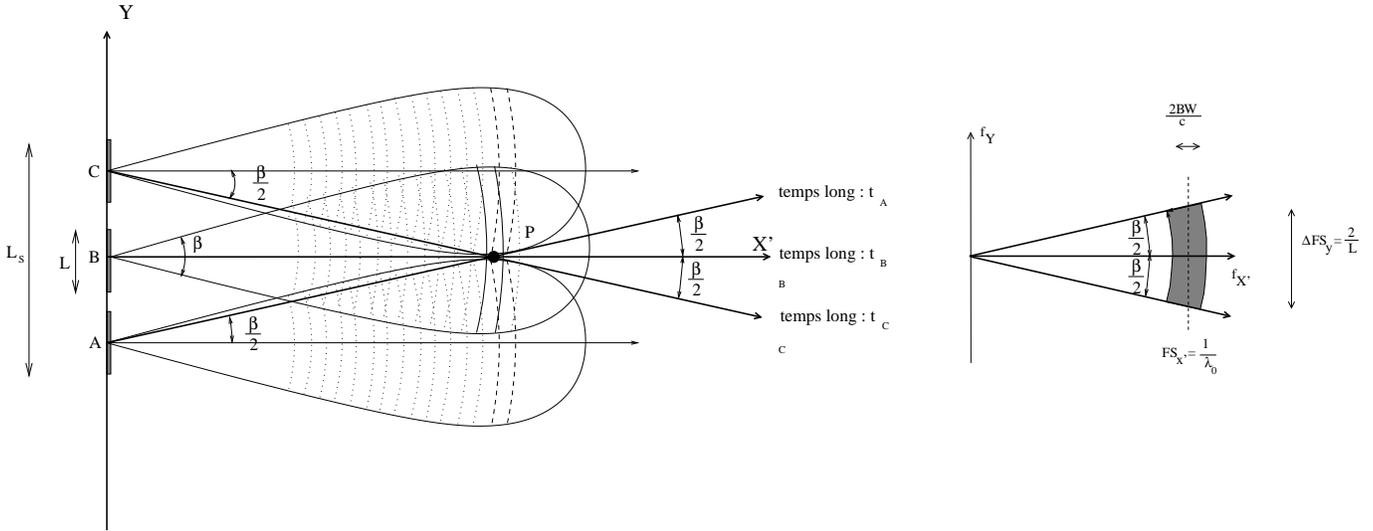


FIGURE 5.12 – A gauche : géométrie de la synthèse d’ouverture en mode Stripmap dans le cas où l’antenne vise parfaitement à la perpendiculaire de la trajectoire. Un point P donné entre dans le lobe d’antenne à l’instant t_A (l’antenne est en A), l’antenne, située en B , passe au CPA à l’instant t_B et le point P sort du lobe d’antenne à l’instant t_C (l’antenne est en C). Il faut observer qu’à l’instant t_A , la droite AP fait un angle $\frac{\beta}{2}$ avec l’axe Ox , et qu’à l’instant t_C , la droite CP fait un angle $-\frac{\beta}{2}$ avec l’axe Ox . Le point P est donc continûment observé sous un angle variant entre $\frac{\beta}{2}$ et $-\frac{\beta}{2}$. A droite : espace de Fourier (en “espace antenne” : voir la figure 5.5). Le spectre est centré en $FS_{x'} = \frac{1}{\lambda_0}$ et a une largeur spectrale selon Of_y égale à $\frac{2}{L}$: on retrouve directement la valeur de β (relation 5.12), qui, pour de petits angles, est simplement $\frac{\Delta FS_y}{FS_{x'}}$. Le spectre est dense dans cette zone entre $\frac{\beta}{2}$ et $-\frac{\beta}{2}$.

Ceci explique aussi pourquoi il est d’usage de parler de *Doppler centroïd* pour le centre de gravité du spectre selon l’axe lié à l’azimut. On peut donc donner une interprétation du spectre de la figure 5.1 : on parle de Doppler centroïd négatif, ou de Doppler négatif. De même lorsque le spectre est centré en 0, on parle de Doppler nul : ceci est équivalent à “squint nul” (dépointage nul).

5.4 L’espace de Fourier en mode dépointé

5.4.1 Spectres en mode canonique et en mode dépointé dans l’“espace antenne”

Les cas analysés précédemment entre dans le cadre des modes canoniques : le satellite assure le pointage de son antenne perpendiculairement à la trajectoire du satellite et le point correspondant au CPA se trouve idéalement sur le maximum du lobe d’antenne. Le squint (angle Ψ) est nul.

Ce cas idéal n’est pas toujours respecté, soit parce que des problèmes de pilotage d’orbite ne permettent pas la précision nécessaire, soit parce que le concepteur du RSO souhaite appliquer un dépointage pour améliorer certaines spécificités de l’image (nous verrons en particulier les modes SpotLight et TopSar requièrent un dépointage d’antenne). Remarquons que les valeurs de dépointage utilisées en imagerie satellitaire sont très faibles : le tableau 1.8.9 montre que ce dépointage ne dépasse pas quelques centièmes de radians (3.5° pour ALOS), ce qui ne serait pas le cas en aéroporté.

Pour comprendre le problème, plaçons nous dans l’“espace antenne”. Considérons donc une antenne dépointée d’un angle Ψ (figure 5.13 droite). Puisque l’espace direct a été tourné d’un angle donné Ψ , le spectre est tourné du même angle Ψ . Dans le plan de Fourier, le centre de gravité du spectre (CGS) ne sera plus en $(FS_x, 0)$, mais en un point (f_x, f_y) tel que :

$$CGS = \begin{pmatrix} FS_x \cos \Psi \\ FS_x \sin \Psi \end{pmatrix}$$

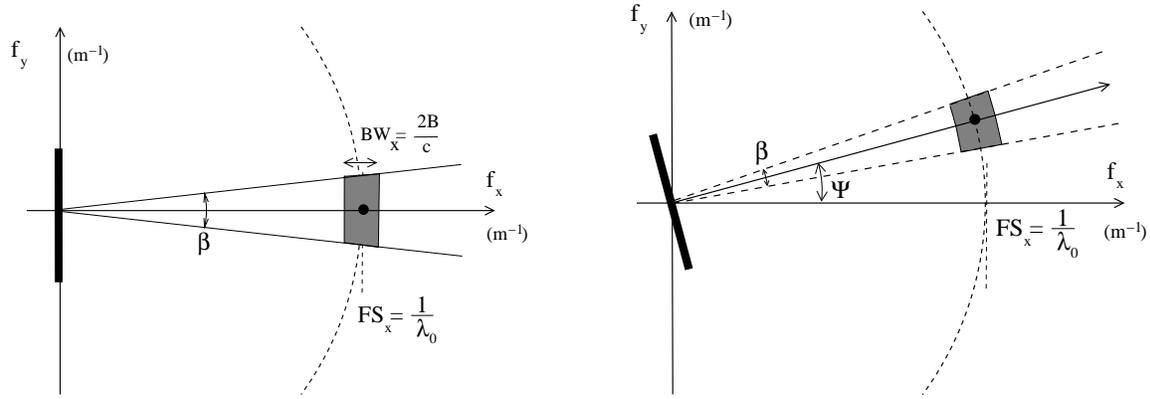


FIGURE 5.13 – Espace de Fourier pour une antenne pointant sans squint (à gauche) et une antenne avec un squint égal à Ψ (à droite) dans l’“espace antenne”. Les axes de cet espace de Fourier (à droite) sont des fréquences spatiales (en m^{-1}). On observe que le spectre dépointé a son centre délocalisé en $(f_0 \cos \Psi, \frac{f_0}{c} \sin \Psi)$, et, pour des raisons évidentes de symétrie, son masque fréquentiel est tourné d’un angle Ψ . Sur ces deux représentations, on a omis la partie négative du spectre puisque l’on traite le signal réel reçu par l’antenne.

ce qui donne pour de faibles valeurs de Ψ :

$$CGS = \begin{pmatrix} FS_x \\ \Psi FS_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\lambda_0} \\ \frac{\Psi}{\lambda_0} \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

Cette relation est subtile car, tant l’angle Ψ est très petit, elle traduit une simple translation du spectre dans la direction azimutale selon un paramètre lié à la longueur d’onde λ_0 , c’est à dire la fréquence f_0 . Une illustration des effets de translation est donnée figure 5.14

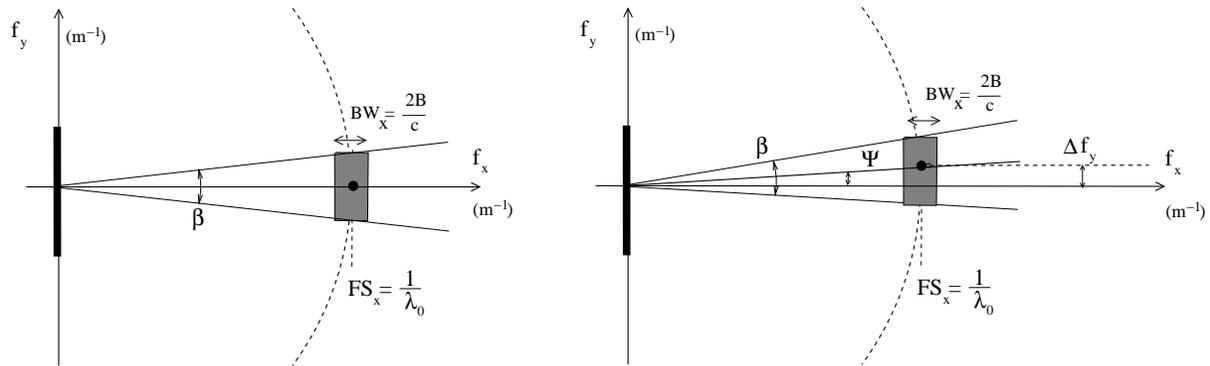


FIGURE 5.14 – Domaine de Fourier en “espace antenne” pour une antenne pointant sans squint (à gauche) et une antenne avec un squint égal à Ψ (à droite). Pour de faibles valeur de Ψ , le spectre est simplement translaté selon la direction f_y (relation 5.13).

Puisque l’on connaît l’étendue spectrale selon l’azimut (relation 5.3) :

$$BW_y = \frac{2}{L}$$

on en déduit que le dépointage modifiera l’acquisition dès lors que le spectre translaté ne recouvre plus le spectre initial⁶. On définit ainsi un squint critique Ψ_C tel que :

$$\Psi_C \frac{1}{\lambda_0} = BW_y$$

6. On retrouve le raisonnement qui a conduit à la définition de la base critique.

d'où :

$$\Psi_C = \frac{2\lambda_0}{L} \quad (5.14)$$

Cette expression fait intervenir la grandeur $\frac{2\lambda_0}{L}$ qui correspond à l'ouverture β du lobe principal de l'antenne (voir par exemple le paragraphe 2.3.3, relation 2.17 :

$$\beta = \frac{2\lambda_0}{L}$$

On a alors une autre formulation de la relation 5.14 faisant intervenir uniquement les paramètres de l'antenne physique (lobe principal et incidence locale) :

$$\Psi_C = \beta$$

expression somme toute très satisfaisante puisque l'objet est alors observé selon un autre point de vue dès lors que l'on sort du lobe principal de l'antenne. Si la réponse de l'objet est isotrope, cela ne change rien ; en revanche, pour une cible dont la réponse varie selon l'orientation vis à vis d'une onde incidente, on aura une réponse a priori sans commune mesure avec la réponse sans squint.

Plus précisément, si on considère une zone de chatoiement pleinement développé, le squint critique correspond à la valeur minimale telle que les spectres sont disjoints, ce qui correspondra à des tirages de chatoiement différent statistiquement indépendants.

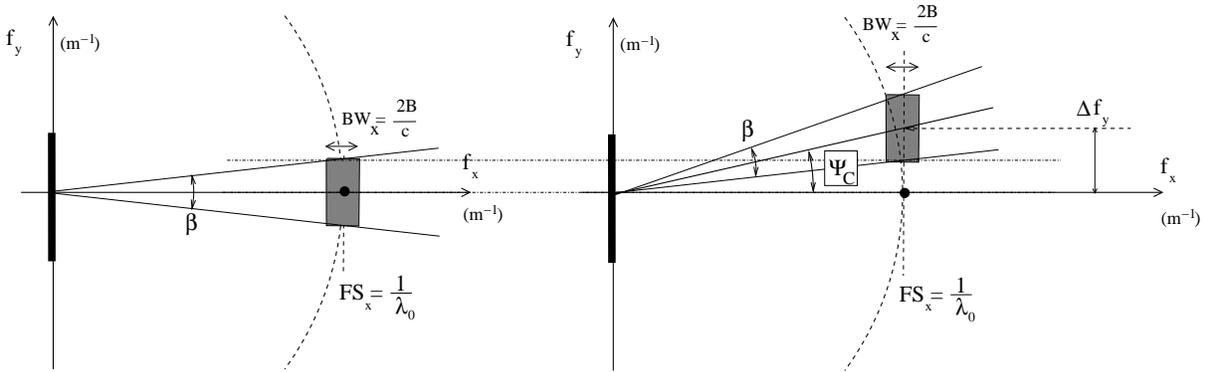


FIGURE 5.15 – Domaine de Fourier en “espace antenne” pour une antenne pointant sans squint (à gauche) et une antenne avec un squint égal à Ψ_C (à droite). Pour cette valeur de squint critique, les deux spectres n’ont aucune partie commune. On peut comparer cette figure avec celle concernant la base critique (figure 5.8) qui concernait une translation selon l’axe Of_x .

5.4.2 Géométrie d’acquisition dans l’espace sol : mode dépointé

La représentation en “espace sol” requiert beaucoup de prudence dès lors que l’antenne ne pointe pas exactement à la perpendiculaire de la trajectoire du satellite. En effet, une valeur de squint Ψ non nulle va d’une part modifier la valeur de l’incidence locale θ , et d’autre part tourner le spectre en représentation “sol” d’un angle Ψ_S qui dépend de Ψ et de θ .

Dépointage et incidence locale

Généralement, on considère que la longueur de l’antenne synthétique est suffisamment petite pour ne pas influencer sur les valeurs des paramètres d’acquisition. Cette approximation est valide pour les capteurs traditionnels en bande C ou en bande X. En revanche, pour la bande L, on peut trouver quelques erreurs liées à cette approximation (l’antenne synthétique pouvant atteindre jusqu’à 50 km dans le cas des ALOS).

Plaçons nous dans l’hypothèse de Terre plane et considérons la figure 5.16. En choisissant le CPA (point S) comme origine des azimuts, H étant l’altitude du satellite, on a :

— l’incidence θ qui est donnée par :

$$\tan \theta = \frac{AP}{H}$$

— la distance au CPA, R , qui est donnée par :

$$R = \frac{H}{\cos \theta}$$

— le squint Ψ dans le plan de l'antenne qui est donné par :

$$\Psi = \frac{y}{R}$$

Pour une valeur du squint donné dans le plan de l'antenne, Ψ , on a une nouvelle incidence locale θ' donnée par :

$$\cos \theta' = \frac{H}{R'}$$

avec :

$$R' = \frac{R}{\cos \Psi}$$

d'où :

$$\cos \theta' = \frac{H}{R} \cos \Psi = \cos \theta \cos \Psi \quad (5.15)$$

L'incidence varie avec le squint et dépend du cosinus du squint : comme les valeurs de squint en radar satellitaire sont très faibles, cette correction n'a que très peu d'effets en pratique.

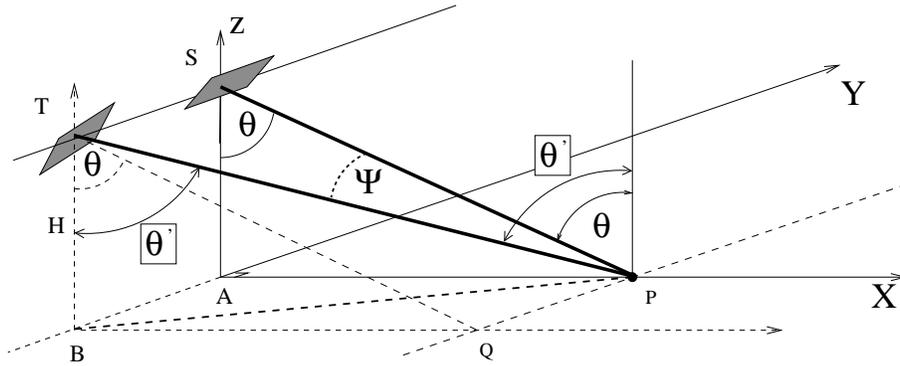


FIGURE 5.16 – Effet d'un dépointage sur la valeur de l'incidence locale

Dépointage de l'antenne et dépointage du spectre

Soit une configuration d'acquisition selon un certain squint Ψ dans le plan de l'antenne, H étant l'altitude du satellite, R' la distance entre le satellite situé en y et le point P , R'_S étant sa projection au sol. On peut écrire (figure 5.17) :

— le squint Ψ qui est donnée par :

$$\tan \Psi = \frac{y}{R'}$$

— le squint Ψ_S dans le plan du sol qui est donnée par :

$$\tan \Psi_S = \frac{y}{R'_S}$$

— ces deux relations permettant d'écrire :

$$\tan \Psi_S = \frac{R'}{R'_S} \tan \Psi = \frac{1}{\sin \theta'} \tan \Psi$$

On peut dans cette dernière relation remplacer l'angle θ' par son expression donnée par la relation 5.17 et avoir ainsi une expression ne dépendant que des valeurs au CPA. Comme on a pu noter que, dans les cas usuels, les corrections à appliquer sur les angles d'incidence locale sont faibles, on peut prendre en première approximation, dans le cas où les valeurs de squint sont faibles, l'expression :

$$\tan \Psi_S = \tan \Psi \frac{1}{\sin \theta}$$

c'est à dire

$$\Psi_S \simeq \frac{\Psi}{\sin \theta} \quad (5.16)$$

ce qui signifie que le squint dans le plan "sol" est toujours plus grand que le squint dans le plan antenne (par exemple d'un facteur 1.414 pour une valeur d'incidence de 45°).

Récapitulatifs

En résumé, si on considère une antenne qui illumine un point P sous une incidence θ , le point Q que cette antenne visera selon un angle de squint Ψ dans le plan "antenne" recevra cette onde sous une incidence θ' . Dans le plan "sol", la valeur du dépointage sera notée Ψ_S et on aura :

$$\cos \theta' = \cos \theta \cos \Psi \quad (5.17)$$

$$\Psi_S = \frac{\Psi}{\sin \theta} \quad (5.18)$$

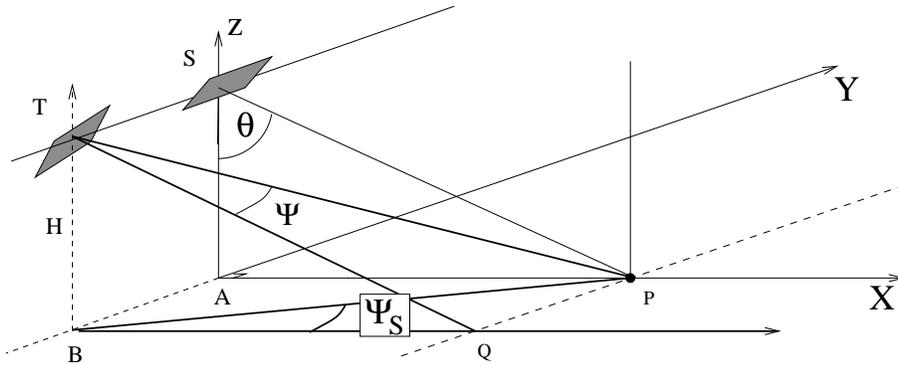


FIGURE 5.17 – Effet d'un dépointage de l'antenne d'un angle Ψ sur la valeur du dépointage au sol Ψ_S .

On peut enfin noter que la projection de la valeur β du lobe d'antenne en géométrie sol suit la même relation que celle du squint. On a :

$$\beta_S = \frac{\beta}{\sin \theta} \quad (5.19)$$

Notons au passage que lorsque l'incidence décroît, β_S (c'est à dire la projection du lobe d'antenne sur le sol) augmente : la raison est que la résolution azimutale ne dépend que de la dimension de l'antenne L et ne dépend donc pas de l'incidence⁷.

5.4.3 Spectre en mode canonique et en mode dépointé dans l'"espace sol"

Plaçons nous maintenant dans l'espace sol. Considérons donc une antenne dépointée d'un angle Ψ_S (figure 5.18 droite). Puisque l'espace direct a été tourné d'un angle donné Ψ_S , le spectre est tourné du même angle Ψ_S . Dans le plan de Fourier, le centre de gravité du spectre (CGS) ne sera plus en FS_x , mais en un point (f_x, f_y) tel que :

$$CGS = \begin{pmatrix} FS_x \cos \Psi \\ FS_x \sin \Psi \end{pmatrix}$$

ce qui donne pour de petites valeurs de Ψ :

$$CGS = \begin{pmatrix} FS_x \\ \Psi FS_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sin \theta}{\lambda_0} \\ \Psi \frac{\sin \theta}{\lambda_0} \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

Cette relation montre que le dépointage dans l'espace sol introduit une translation dans la direction azimutale selon un paramètre lié à la direction horizontale (l'incidence θ). Puisque l'on connaît l'étendue spectrale selon l'azimut (relation 5.3) :

$$BW_y = \frac{2}{L}$$

7. C'est au niveau de la synthèse que θ joue un rôle.

on peut déterminer la valeur du dépointage critique Ψ_{SC} tel que le spectre initial et le spectre dépointé ne partagent aucune zone commune. On a :

$$\Psi_{SC} \frac{\sin \theta}{\lambda_0} = BW_y$$

d'où :

$$\Psi_{SC} = \frac{2\lambda_0}{L \sin \theta} = \frac{2\lambda_0}{L} \frac{1}{\sin \theta} \quad (5.21)$$

Comme on connaît la relation entre le squint Ψ dans l'“espace antenne” et le squint Ψ_S dans l'espace sol (relation 5.18) :

$$\Psi_S = \frac{\Psi}{\sin \theta}$$

et en appliquant la relation 5.14 :

$$\Psi_C = \frac{2\lambda_0}{L}$$

on obtient la relation :

$$\Psi_{SC} = \frac{\Psi_C}{\sin \theta}$$

Comme par ailleurs on a par définition :

$$\beta = \frac{2\lambda_0}{L}$$

on obtient une autre formulation de la relation 5.21 faisant intervenir uniquement les paramètres de l'antenne physique (lobe principal et incidence locale) :

$$\Psi_{SC} = \frac{\beta}{\sin \theta}$$

ce qui est tout à fait en adéquation avec la relation 5.19 et qui n'a rien d'étonnant puisque le raisonnement qui mène au squint critique ne dépend pas du mode de représentation (espace antenne ou espace sol).

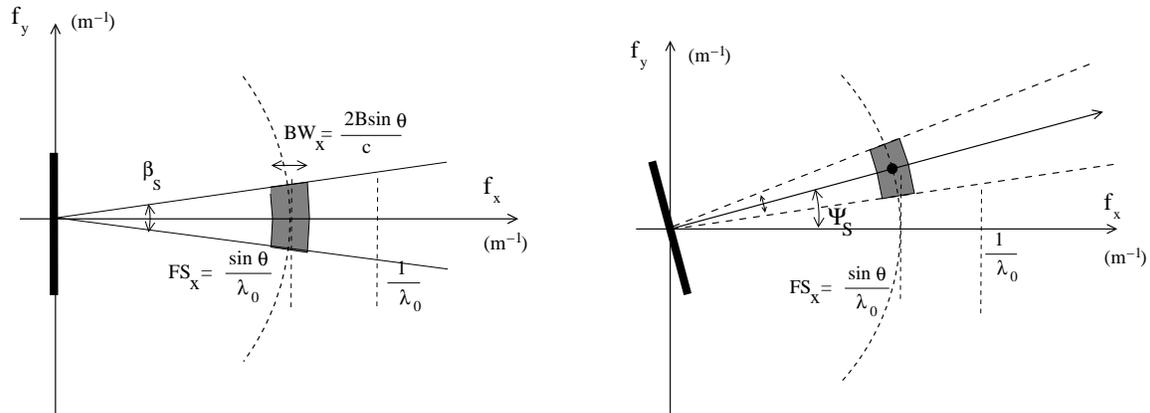


FIGURE 5.18 – Domaine de Fourier en “espace sol” pour une antenne pointant sans squint (à gauche) et une antenne avec un squint égal à Ψ (à droite). Dans le plan des fréquences spatiales, le spectre dépointé a son centre délocalisé en $\left(\frac{f_0 \sin \theta}{c} \cos \Psi, \frac{f_0 \sin \theta}{c} \sin \Psi\right)$, et, pour des raisons évidentes de symétrie, son masque fréquentiel est tourné d'un angle Ψ . La forme rectangulaire du spectre est légèrement modifiée : ce point sera analysé plus en profondeur au paragraphe H.3, mais on peut pour de faibles valeurs de Ψ lui conserver une forme quasi rectangulaire. Sur ces deux représentations, on a omis la partie négative du spectre puisque l'on traite le signal réel reçu par l'antenne.

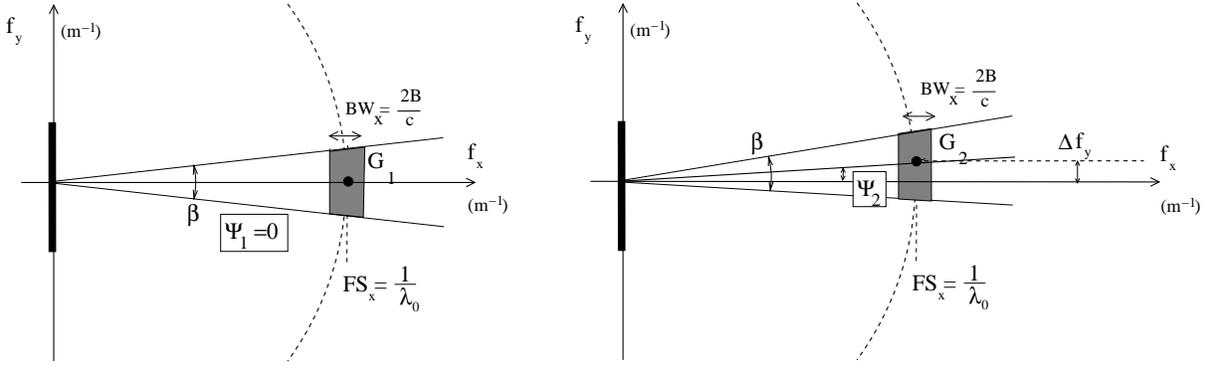


FIGURE 5.19 – Domaine de Fourier en “espace antenne” pour une acquisition avec un squint Ψ_1 (à gauche, avec ici $\Psi_1 = 0$) et une acquisition avec un squint Ψ_2 (à droite). Pour de faibles valeurs de Ψ_1 et Ψ_2 , tout revient à traduire le spectre d’une valeur Δf_y .

5.4.4 Comparaison de deux images avec deux angles de squint différents (“espace antenne”)

Considérons deux données RSO acquises selon deux angles de squint différents. On notera G le centre de gravité des spectres

En notant pour la première image le squint Ψ_1 et le centre de gravité du spectre G_1 et pour la seconde image le squint Ψ_2 et le centre de gravité du spectre G_2 , on a la valeur suivante pour la translation des spectres (figure 5.19) :

$$\Delta f_y = G_2 G_1 = (\Psi_2 - \Psi_1) \frac{1}{\lambda_0}$$

Or on sait, en traitement du signal, qu’une translation du spectre d’une image s’obtient tout simplement en multipliant l’image par une rampe de fréquence. Ici, puisque la translation s’effectue selon l’axe Oy , la rampe de fréquence à appliquer ne concernera que les colonnes.

Donc, pour une image continue $I(x, y)$, ramener le spectre de l’image 2 au même endroit que celui de l’image 1 se réalise en effectuant l’opération suivante sur l’image :

$$\forall(x, y) \quad \tilde{I}(x, y) = e^{2j\pi\Delta f_y y} I(x, y) = e^{2j\pi\frac{\Psi_2 - \Psi_1}{\lambda_0} y} I(x, y)$$

En particulier, pour ramener le centre d’un spectre en un point situé sur l’axe Ox , connaissant le squint (antenne) Ψ il suffit d’effectuer l’opération suivante sur les données image :

$$\forall(x, y) \quad \tilde{I}(x, y) = e^{2j\pi\Delta f_y y} I(x, y) = e^{2j\pi\frac{\Psi}{\lambda_0} y} I(x, y) \quad (5.22)$$

5.4.5 Dépointage variable

Le pilotage de l’angle de squint est probablement un des éléments les plus fascinants de l’imagerie RSO. Généralement, cet aspect est abordé uniquement comme un problème de traitement de signal. Or une approche “antenne” peut en permettre une interprétation beaucoup plus naturelle

Considérons donc le cas où la valeur du squint varie avec le temps lent : entre chaque tir radar, on peut considérer que l’antenne se dépointe très légèrement, ce qui fait que la valeur du squint est une fonction du temps lent, donc de la position y : $\Psi(y)$. Nous allons noter $\dot{\Psi}$ cette vitesse de rotation et nous allons la considérer comme constante. On a, en choisissant une origine selon l’axe Oy (par exemple lorsque le tir radar correspondant à la position au CPA) :

$$\Psi(y) = \Psi_0 + \dot{\Psi} y$$

En mettant cette valeur dans l’expression 5.22, l’opération permettant de ramener le spectre à l’origine s’écrit :

$$\begin{aligned} \forall(x, y) \quad \tilde{I}(x, y) &= e^{2j\pi\frac{\Psi(y)}{\lambda_0} y} I(x, y) \\ &= e^{2j\pi\frac{\Psi_0 y + \dot{\Psi} y^2}{\lambda_0} y} I(x, y) \end{aligned} \quad (5.23)$$

et on obtient ainsi une loi quadratique en y qui se rajoute à la loi quadratique de la synthèse.

Si on convertit la variable spatiale (azimut y) en temps (temps lent), les familiers avec les terminologies ‘‘Doppler’’ y verront un terme supplémentaire modifiant les paramètres de Doppler, ce qui n’a rien de surprenant puisque un dépointage d’antenne revient à accélérer le satellite ou à le ralentir, selon le signe de $\dot{\Psi}$.

5.5 Echantillonnage et rééchantillonnage de données en images complexe

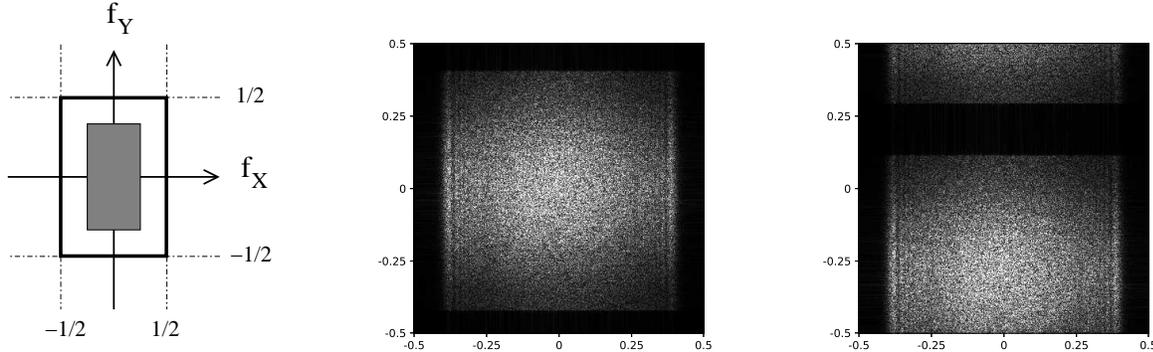


FIGURE 5.20 – Première cellule de Brillouin décrite en fréquence réduite. Au milieu : spectre ERS (image SLC) centré à l’origine et affiché en fréquence réduite. A droite : spectre ERS (image SLC) sans correction affiché en fréquence réduite. Comme l’acquisition a été faite avec un léger squint, on observe une translation du spectre selon la direction azimut.

5.5.1 Echantillonnage des acquisitions et échantillonnage des images

Nous avons vu que les données d’images RSO étaient caractérisées par une résolution temporelle δt selon l’axe distance et une résolution spatiale δy en azimut. Connaissant la bande passante BW du signal émis et la dimension de l’antenne L selon la direction azimut, on a (relations 2.26) :

$$\delta r = \frac{c}{2BW} \quad \delta y = \frac{L}{2}$$

Le théorème de Shannon nous autorise à échantillonner les données avec les pas Δr et Δy à condition que :

$$\begin{aligned} \Delta r &\leq \delta r = \frac{c}{2BW} \\ \Delta y &\leq \delta y = \frac{L}{2} \end{aligned}$$

A ces pas, par transformée de Fourier, on associe les fréquences :

$$\begin{aligned} f_{x,max} &= \frac{1}{\Delta r} \geq \frac{1}{\delta r} = \frac{2BW}{c} \\ f_{y,max} &= \frac{1}{\Delta y} \geq \frac{1}{\delta y} = \frac{2}{L} \end{aligned}$$

Notons que les données étant complexe, le spectre n’a pas de symétrie hermitienne et les conditions de Shannon ne sont pas les mêmes que pour un signal réel.

Tout échantillonnage a pour conséquence de périodiser le domaine de Fourier : aussi il suffit de connaître le spectre dans un voisinage de l’origine des fréquences couvrant la largeur spectrale définie par

$f_{x,max}$ et $f_{y,max}$ et ce motif unique servira à représenter la totalité de l'espace de Fourier. Ce motif n'est pas unique. Traditionnellement, on choisit le voisinage :

$$\left[-\frac{f_{x,max}}{2}, \frac{f_{x,max}}{2}\right] \times \left[-\frac{f_{y,max}}{2}, \frac{f_{y,max}}{2}\right]$$

qui porte le nom de première cellule de Brillouin (voir annexe H). On peut aussi le décrire à l'aide des fréquences réduites f_{rx} et f_{ry} définies par :

$$f_{rx} = \frac{f_x}{f_{x,max}} \quad \text{et} \quad f_{ry} = \frac{f_y}{f_{y,max}}$$

ce qui conduit au voisinage :

$$\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \times \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$$

La figure 5.20 illustre un cas très courant en imagerie RSO où l'information est localisée dans une partie utile du spectre de forme rectangulaire. Notons qu'en pratique la zone sans information a été construite à l'aide d'opérations de filtrage passe-bas ou passe-bande : la raideur des filtres n'étant jamais parfaitement verticale, cette zone est toujours décentrée d'information inexploitable.

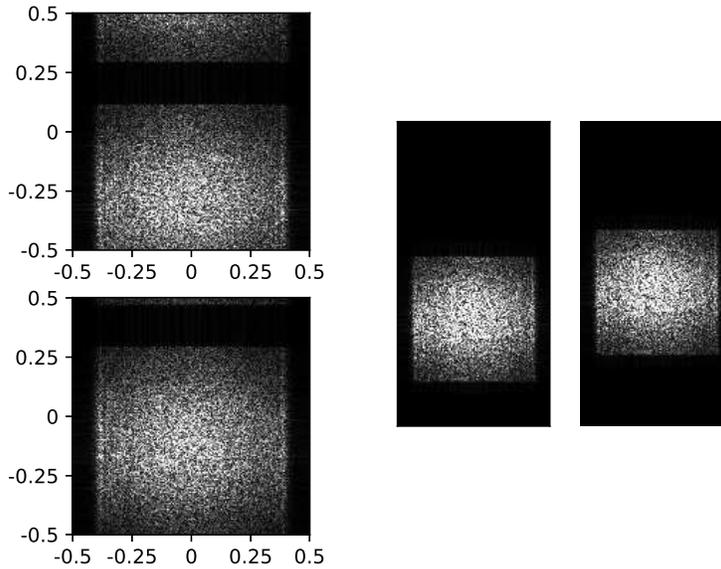


FIGURE 5.21 – À gauche, spectre d'images ERS-1 (en haut) et ERS-2 (en bas). Si la synthèse est effectuée avec un pas deux fois plus fin en azimut, les spectres obtenus sont celui du milieu pour ERS-1 et celui de droite pour ERS-2. On remarque que le décalage est resté inchangé. Sur ces spectres, on peut sans ambiguïté caractériser la partie commune des spectres.

5.5.2 Cas de la cellule oblique (mode dépointé) : position relative du spectre

Si l'échantillonnage dicte l'espace de représentation des fréquences, c'est le capteur physique qui dicte le domaine des fréquences utiles et qui détermine des fréquences spatiales maximales au delà de laquelle aucune information n'est pertinente⁸. Connaissant l'étendue spectrale des données à acquérir, c'est au concepteur du système de choisir correctement ses échantillonnages pour respecter Shannon.

Le cas le plus usuel est celui d'un léger squint lié à des contraintes de pilotage spécifique des satellites RSO : les capteurs ERS-1 et ERS-2 ont d'une part un léger squint systématique (et exactement reproductible pour des acquisitions multi-passes), et il se trouve que ce squint est différent d'un capteur à l'autre. La figure 5.21 (à gauche) montre l'allure des deux spectres.

8. Bien entendu, cette limitation simpliste en fréquence est utopique : cependant tout système physique joue naturellement un filtrage passe-bas.

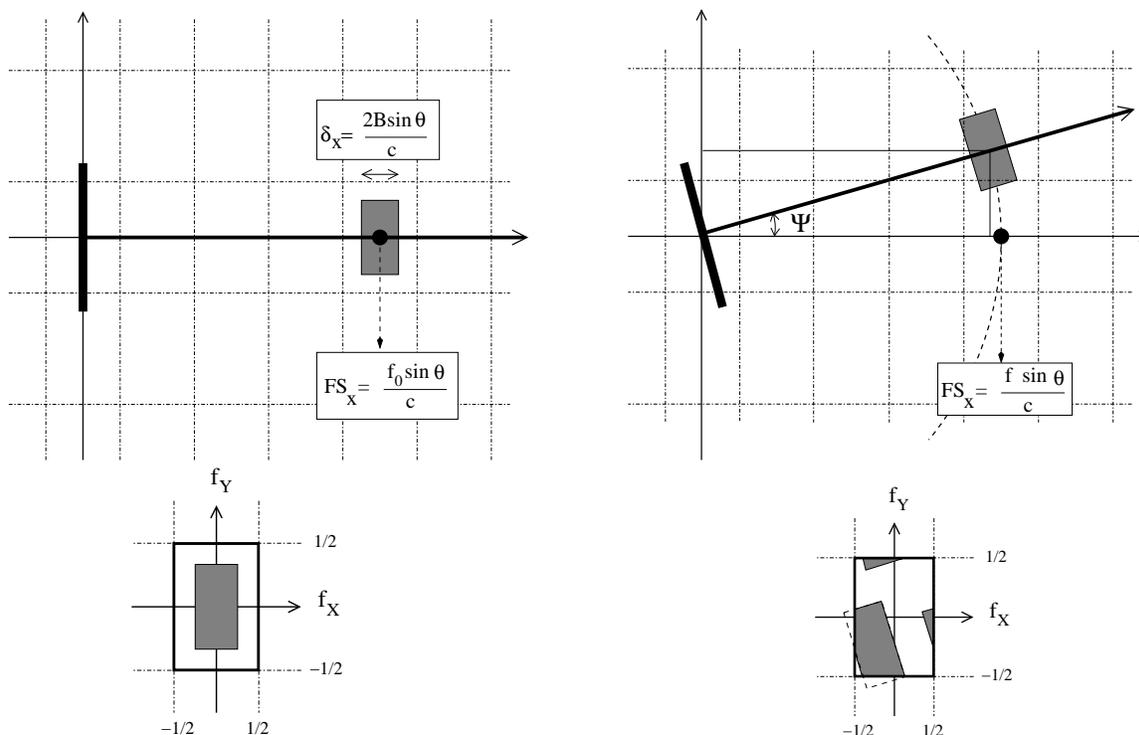


FIGURE 5.22 – Domaine de Fourier de l’“espace sol”, supposé à maille rectangulaire (on considère les données “image”, de pas d’échantillonnage Δx et Δy) pour une antenne pointant sans squint (à gauche) et une antenne avec un squint égal à Ψ (à droite). Dans le plan des fréquences spatiales, le spectre dépointé a son centre délocalisé en $\left(\frac{f_0 \sin \theta}{c} \cos \Psi, \frac{f_0 \sin \theta}{c} \sin \Psi\right)$: de plus, son masque fréquentiel est alors tourné d’un angle Ψ . Par simplification, les spectres utiles ont une forme rectangulaire et non bisautés comme ils devraient l’être (voir la figure représentant la maille de Brillouin dans le cas d’un réseau oblique, figure H.9).

La figure 5.22 illustre ce problème pour un utilisateur traitant une image (complexe) dont les pas d’échantillonnage, Δx et Δy , construisent l’espace image selon un maillage rectangulaire et permettent la construction d’un réseau réciproque lui aussi rectangulaire. Le motif spectral dépend alors du mode d’acquisition et se retrouve dans ce plan spectral “image” selon une géométrie liée à la géométrie d’acquisition.

5.5.3 Les règles à respecter en présence de données en complexe

Les données RSO SLC sont fournies avec un spectre respectant les paramètres d’acquisition liés au dépointage. La règle de Shannon ne posant de règle que sur la bande passante, l’allure du spectre selon la direction azimut est directement fonction de l’angle de dépointage.

Aussi, pour interpoler des images SLC, il faut impérativement ramener le spectre à l’origine avant de bourrer le spectre par des zéros, et ensuite remettre le centre du spectre dans sa position d’origine. La figure 5.23 illustre ces étapes.

Sur le plan pratique, signalons que le meilleur compromis pour rééchantillonner une image SLC est d’opérer comme indiqué (bourrage de zéro après centrage, puis décentrage) pour obtenir un suréchantillonnage d’un facteur 4 : un rééchantillonnage bilinéaire pour la partie réelle et la partie imaginaire peut alors être appliqué sans conséquence d’erreur sur l’amplitude et la phase.

Notons que des modalités d’acquisition comme l’acquisition SpotLight ou TopSar –qui seront abordées au prochain chapitre– nécessitent une correction quadratique de la phase pour centrer le spectre (l’opération inverse nécessitant elle aussi ce type de correction) : on parle alors de *deramping*.

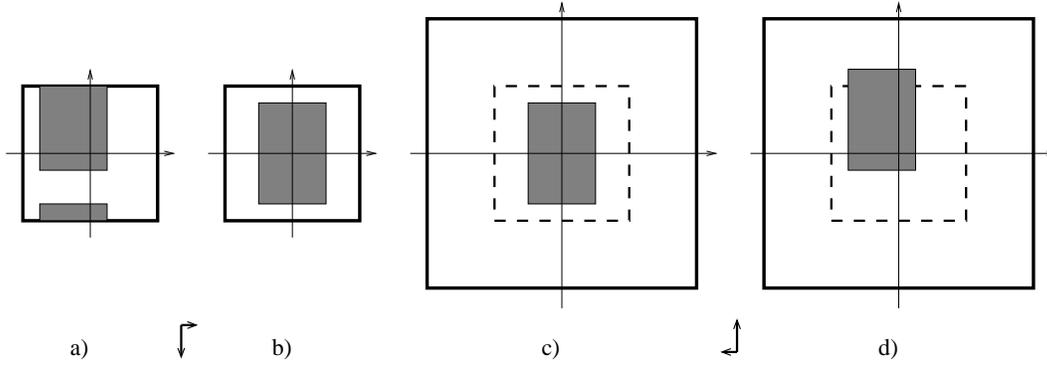


FIGURE 5.23 – Etapes requises pour le rééchantillonnage par bourrage de zéros d’une image SLC Stripmap. Sur cet exemple (similaire à celui de l’image ERS de la figure 5.1 que nous avons vue au début de ce chapitre), l’acquisition a été faite avec un léger dépointage.

5.5.4 Découpage en sous bande

Plaçons nous dans une acquisition StripMap, acquise “à Doppler nul”.

Par simplification, nous supposons que la zone utile du spectre est un rectangle dont l’extension selon OX dépend de la bande BW (définie pour le signal temporel émis par le radar) et l’extension selon OY dépend de la dimension de l’antenne synthétique L_S , c’est à dire de la résolution qui, pour un système RSO, est $L/2$. On a alors pour les fréquences spatiales :

— Selon OX , la largeur de bande en terme de fréquences spatiales s’écrit alors :

$$BW_{x,\theta} = \frac{2BW \sin \theta}{c}$$

— Selon OY , la largeur de bande en terme de fréquences spatiales s’écrit alors :

$$BW_y = \frac{2}{L}$$

Découpage selon l’axe OX

Que se passe-t-il si on fait varier la bande BW du signal temporel? Considérons par exemple le cas où la bande utile est $[f_0 - BW/2, f_0]$. A priori, il n’y a aucune raison pour pouvoir affirmer que cette zone utile contient la même information que la zone $[f_0, f_0 + BW/2]$. Il peut donc être intéressant de traiter indépendamment la zone $[f_0 - BW/2, f_0]$ et la zone $[f_0, f_0 + BW/2]$: ce point sera abordé de manière phénoménologique dans le chapitre 7.

En pratique, il n’est pas nécessaire d’émettre un premier signal temporel dont la bande utile est $[f_0 - BW/2, f_0]$ et un second signal temporel dont la bande utile est $[f_0, f_0 + BW/2]$: il suffit de découper le spectre temporel et d’effectuer une transformée de Fourier inverse pour obtenir le résultat correspondant à une émission sur $[f_0 - BW/2, f_0]$ ou sur $[f_0, f_0 + BW/2]$.

En terme de fréquences spatiales (axe OX), la fréquence spatiale centrale $\frac{f_0 \sin \theta}{c}$ et la bande utile $BW_{x,\theta} = \frac{2BW \sin \theta}{c}$ dépendent de l’incidence locale

Découpage selon l’axe OY

Un raisonnement analogue peut se mener selon la direction OY : cependant, l’interprétation physique est alors très différente puisque, selon cette direction, c’est l’univers des lois d’antenne qui régit l’interprétation de la résolution.

Considérons une antenne (synthétique) de dimension L_S pointant perpendiculairement à l’axe OY sur un point P . Sa résolution selon OY est donnée par son lobe d’antenne :

$$\delta y = \frac{\lambda_0 R}{L_S} = \frac{L}{2}$$

et sa dimension par la relation 1.16 :

$$L_S = \frac{2\lambda_0 R}{L}$$

Découpons cette antenne en deux morceaux : une partie supérieure, de dimension $L'_S = L_S/2$, et une partie inférieure, de même dimension $L'_S = L_S/2$ (figure 5.24). La résolution de ces deux sous antennes est donc le double de la résolution de l'antenne complète :

$$\delta y' = \frac{\lambda_0 R}{L'_S} = \frac{2\lambda_0 R}{L_S} = 2 \delta y = L$$

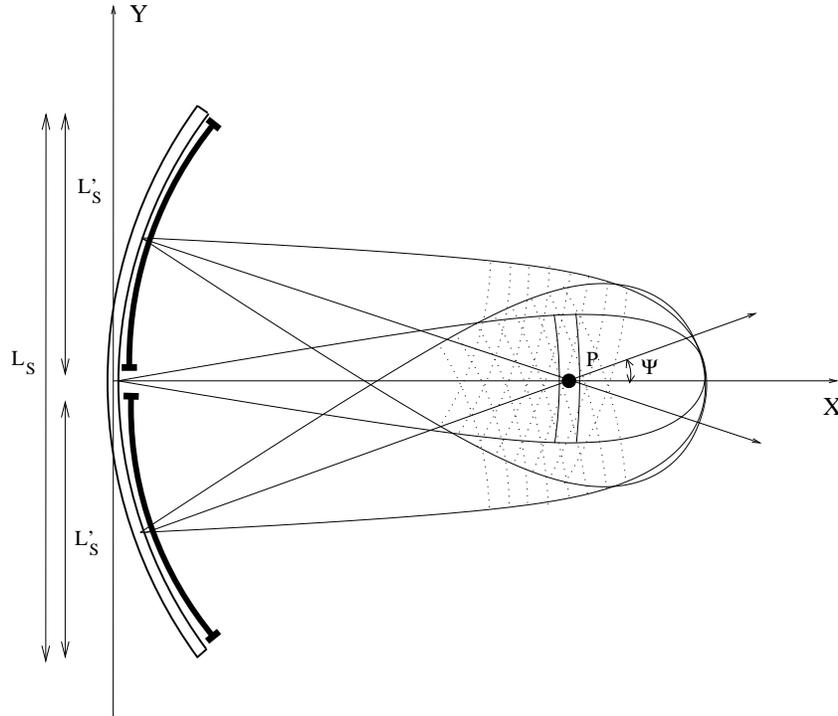


FIGURE 5.24 – Découpage en sous bande. Antenne synthétique de dimension L_S découpée en deux sous antennes identiques de dimension $L'_S = L_S/2$ pointant sur le point P avec un squint de valeurs $+\Psi$ et $-\Psi$. Les lobes de ces deux sous antennes ont une largeur deux fois plus grande que le lobe de l'antenne initiale : la résolution des sous images est dégradée d'un facteur 2.

Si ces deux sous antennes pointent sur le même point P , elles présentent alors un angle de dépointage Ψ égal à⁹ :

$$\Psi = \frac{L'_S}{2R} = \frac{L_S}{4R} = \frac{\lambda_0}{2L}$$

avec, plus précisément :

- la valeur $+\Psi$ pour la partie inférieure de l'antenne ;
- la valeur $-\Psi$ pour la partie supérieure de l'antenne.

Dans le plan de Fourier “sol”, les spectres de ces deux sous antennes seront :

- réduits en largeur d'un facteur 2 ;
- dépointées des valeurs d'angle $+\Psi$ et $-\Psi$ correspondant.

On peut retrouver la valeur de ces angles dans ce plan de Fourier. En effet, le dépointage de l'antenne ainsi que son changement de taille revient à n'utiliser qu'un demi spectre : le centre de celui-ci est donc décalé vers les fréquences spatiales positives si l'on considère la demi antenne inférieure, ou vers les fréquences spatiales négatives si l'on considère la demi antenne supérieure. En considérant la figure 5.25, on a l'angle :

$$\frac{1/4\delta y}{f_0/c} = \frac{f_0}{4c\delta y} = \frac{\lambda_0}{2L} = \Psi \quad (5.24)$$

9. On suppose que l'on est assez loin pour approximer sinus et tangente par l'angle lui-même.

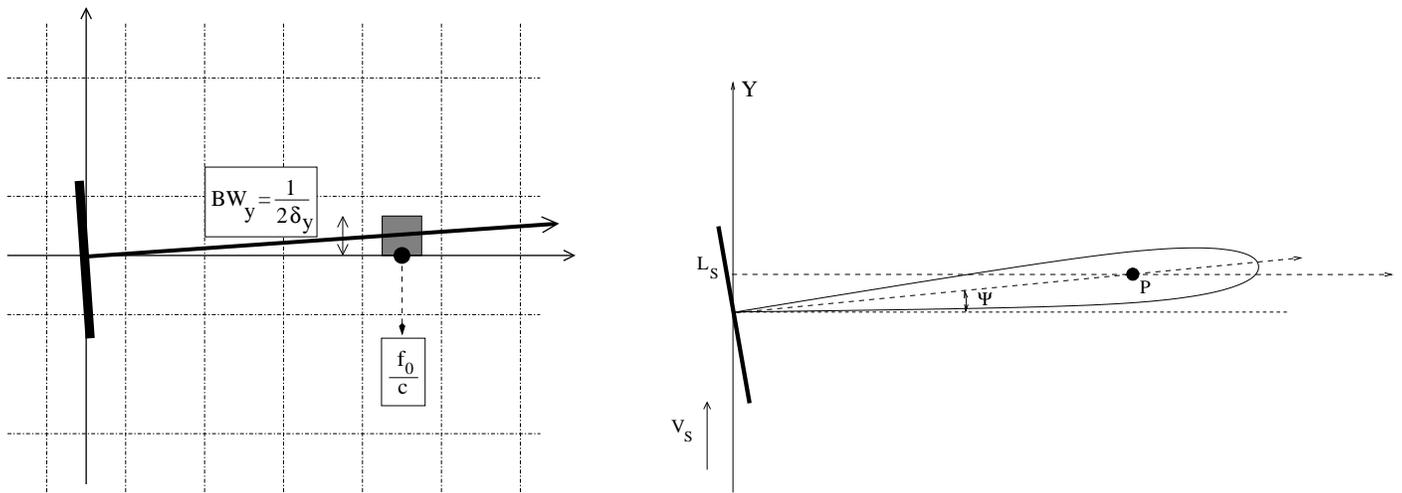


FIGURE 5.25 – Découpage en sous bande. Spectre d'une demi antenne synthétique correspondant à la demi antenne synthétique inférieure de la figure 5.24 de dimension $L_S/2$: le spectre est réduit de moitié par rapport au spectre initial (la résolution est dégradée) et se retrouve légèrement décalé dans le plan spectral. Tout se passe en fait comme si l'on disposait d'une demi-antenne dépointée d'un angle Ψ . La valeur de l'angle Ψ peut être établie tant dans le plan "antenne" que dans le plan de Fourier (relation 5.24).

Chapitre 6

Les modes d'acquisition spécifiques : Staring SpotLight, SpotLight et Topsar

Remarque concernant les figures de ce chapitre : les angles réels de dépointage ou de lobe d'antenne sont très petits sur les capteurs actuels (quelques centièmes de radian). Afin d'avoir des figures interprétables, les angles sur les dessins ont été choisis pour favoriser l'interprétation des concepts et ont souvent des valeurs élevées (plusieurs dixième de radians). Ce sont ces angles qui seront commentés dans les légendes et non les angles réels observés en télédétection.

6.1 Introduction

Nous avons donc analysé le mode standard de construction d'une image RSO : le mode StripMap. L'antenne physique de dimension L a une ouverture angulaire β (relation 1.10 et paragraphe 1.3.3) :

$$\beta = \frac{2\lambda}{L}$$

Après synthèse d'ouverture, la résolution finale azimutale est donc simplement liée à la dimension de l'antenne physique par la célèbre relation du RSO :

$$\delta y = \frac{L}{2}$$

et l'acquisition s'effectue continument en couvrant la totalité des points de la Terre situés dans la fauchée de manière identique au Pushbroom optique.

En première analyse, si l'on veut une meilleure résolution, il suffit de diminuer la dimension de l'antenne physique : cela aura pour conséquence d'augmenter la dimension de l'antenne synthétique. Ce faisant, on diminue aussi l'énergie du signal émis : les bruits divers de la chaîne totale (trajet aller-retour, électronique de l'étage d'amplification, ...) pénaliseront tellement la qualité de l'image finale que le gain en résolution sera illusoire pour de trop faibles dimensions d'antenne.

En regardant de plus près le principe de l'antenne synthétique, la limitation de la dimension de l'antenne synthétique est simplement liée à la résolution de l'antenne physique : seuls les points dans le lobe principal d'antenne sont pris en compte dans le processus. Aussi, si l'on souhaite améliorer la résolution azimutale sur une zone bien identifiée de la Terre, il suffit (du moins pour le principe) d'orienter le lobe principal de l'antenne sur cette zone pour augmenter la durée d'illumination des points au sol à imager : cela revient à augmenter la longueur de l'antenne synthétique et ainsi à améliorer la résolution. Le seul inconvénient de cette méthode est que l'on restreint les acquisitions radar sur une zone bien définie et que l'on ne pourra imager les zones voisines lors de ce passage du radar.

Les acquisitions SpotLight sont fondées sur ce principe et sont cataloguées en deux catégories :

- Le mode Staring SpotLight qui vise à obtenir la meilleure résolution possible sur une zone d'étendue azimutale limitée. Ceci se fera au détriment des zones voisines de la zone d'acquisition qui ne pourront être imagées lors de cette passe radar. Ce mode sera exposé au paragraphe 6.2.

- Le mode SpotLight qui vise à obtenir une amélioration notable de la résolution sur une zone d'étendue azimutale la plus grande possible. Etendue de l'image et résolution étant antinomique, c'est donc un compromis qui est alors visé. Ce mode sera exposé au paragraphe 6.3.1.

De manière opposée, on peut parfois, pour certaines thématiques, déplorer une fauchée limitée qui se traduit au final par un temps de revisite excessif pour ces thématiques. Pour pouvoir augmenter virtuellement la fauchée, il faudrait diminuer l'antenne synthétique sans pour autant augmenter la dimension de l'antenne physique. Pour cela on opère de manière opposée au mode SpotLight en augmentant la zone acquise par dépointage de l'antenne synthétique, ce qui revient à agrandir le lobe d'antenne. Une zone au sol est alors acquise en moins de temps que dans le cas StripMap et ce temps gagné est alors utilisé pour imager des zones au delà de la fauchée initiale, tout ceci au détriment de la résolution puisque le lobe de l'antenne physique est virtuellement diminué. Ce mode, appelé ScanSar/TopSar, sera exposé au paragraphe 6.4

6.2 Le mode Staring-SpotLight

6.2.1 Les principes du mode Staring SpotLight

Bien que le plus récent dans l'histoire des images RSO, ce mode proposé par EADS-Astrium comme produit expérimental de Terrasar-X applique au pied de la lettre l'objectif de maintenir le point de référence dans le lobe d'antenne de l'antenne physique grâce à un dépointage (squint) continu de l'antenne (figure 6.1).

Ce lobe d'antenne est caractérisé par l'angle β :

$$\beta = \frac{2\lambda}{L}$$

ce qui, connaissant R –la distance de l'antenne au point P–, donne la dimension de l'antenne synthétique L_S "classique" :

$$L_S = \frac{2R\lambda}{L}$$

En faisant l'hypothèse que les angles sont suffisamment petits, et connaissant la distance R du satellite au point visé P (distance que l'on considèrera comme constante), la valeur du squint est une fonction linéaire de la position y_S du satellite et on a :

$$\Psi(y_S) = -\frac{y_S}{R} \quad (6.1)$$

Le mode Staring SpotLight consiste à maintenir par un squint d'antenne le point \widehat{P} de référence dans le lobe de l'antenne physique. On obtient alors une dimension d'antenne synthétique \widehat{L}_S dont la résolution s'écrit :

$$\delta y = \frac{L_S}{\widehat{L}_S} \frac{L}{2}$$

Astrium propose sur son site une image SLC Staring-SpotLight de Rotterdam. La résolution azimutale est de 18 cm pour une distance R observée de 735 km. En prenant comme définition de la résolution celle "à 3 db", la dimension de l'antenne synthétique est donc de :

$$\widehat{L}_S = \frac{\lambda R}{2\delta y} = 64\text{km}$$

L'angle de steering maximum est :

$$\Psi_{max} = \frac{\widehat{L}_S}{2R} = \frac{\lambda}{4\delta y}$$

ce qui donne dans le cas de cet exemple un angle de steering entre -2.45° et 2.45° , soit des valeurs compatibles avec la valeur extrême que peut prendre l'angle de steering sur Terrasar-X ($\pm 2.2^\circ$, voir tableau 1.8.9 page 43).

Un des intérêts de cette méthode est que l'on peut utiliser la totalité de l'antenne physique pour acquérir les données, ce qui garantit le meilleur RSB¹ possible.

1. Rapport Signal à Bruit

Le principal inconvénient est que la scène est limitée au lobe d'antenne de l'antenne physique, soit dans le cas de Rotterdam une scène de 3 km (bien que théoriquement, la scène reconstruite devrait avoir la dimension de l'empreinte sol de l'antenne physique).

6.2.2 Exemple d'image Staring SpotLight

Airbus propose une image du port de Rotterdam acquise en mode Staring SpotLight. L'incidence locale est de 47.6° , la résolution sol est de 18 cm selon azimut et de 68 cm selon la visée. Le spectre d'une vignette 512×512 (figure 6.2) montre bien la forme en biseau : on mesure un angle de $2\Psi_S = 0.12$ radians entre les deux directions extrêmes sur le spectre. En appliquant la relation 5.18 :

$$\Psi_S \simeq \frac{\Psi}{\sin \theta}$$

on trouve une valeur de Ψ_S de l'ordre de 0.11 radian tout à fait compatible avec le résultat mesuré sur la forme biseauté du spectre.

6.3 Le mode SpotLight

6.3.1 Principes de l'acquisition SpotLight

Si l'on souhaite obtenir une image sur une étendue azimutale plus importante, il suffit que le dépointage varie continuellement sans pour autant garder impérativement le centre de la scène dans le lobe principal de l'antenne physique. Sur la figure 6.3, on voit que le point imagé P est alors visible sur un segment AB (longueur \widehat{L}_S) plus grand que la dimension de l'antenne synthétique StripMap (longueur L_S). En se plaçant dans un cadre linéaire, sur toute la longueur de ce segment AB, le squint est une fonction linéaire de la position du satellite (relation analogue à 6.1)

$$\Psi(y_S) = -K y_S$$

Si l'on vise une résolution $\widehat{\delta y}$, l'antenne synthétique doit avoir une dimension \widehat{L}_S vérifiant la relation fondamentale de la résolution :

$$\widehat{L}_S = \frac{\lambda R}{\widehat{\delta y}}$$

Notons au passage la relation triviale :

$$\frac{\widehat{\delta y}}{\delta y} = \frac{L_S}{\widehat{L}_S} \leq 1 \quad (6.2)$$

qui montre qu'améliorer la résolution requiert une augmentation de l'antenne synthétique : on recherche bien ici une amélioration de la résolution, ce qui fait que ces ratios sont plus petits que 1.

Au point A, tel que $y_A = \widehat{L}_S/2$, on a de manière évidente (voir figure 6.3) :

$$\Psi_A = -\frac{\widehat{L}_S - L_S}{2R} \quad (6.3)$$

Le modèle linéaire permet d'écrire le squint pour le point A :

$$\Psi(y_A) = -K y_A = -K \frac{\widehat{L}_S}{2}$$

et on déduit alors K :

$$K = \frac{\widehat{L}_S - L_S}{R \widehat{L}_S}$$

ce qui donne le squint Ψ_S en tout point y_S de l'orbite :

$$\begin{aligned} \Psi_S &= -\frac{\widehat{L}_S - L_S}{R \widehat{L}_S} y_S \\ &= -\frac{y_S}{R} \left(1 - \frac{L_S}{\widehat{L}_S}\right) \\ &= -\frac{y_S}{R} \left(1 - \frac{\widehat{\delta y}}{\delta y}\right) \end{aligned} \quad (6.4)$$

cette dernière relation permettant de retrouver, pour une antenne synthétique très grande, la relation obtenue dans le mode Staring-SpotLight (relation 6.1). La valeur du squint est donc négative pour les y_S positifs et positive pour les y_S négatifs : on cherche bien à maintenir les cibles plus longtemps dans le lobe de l'antenne physique que dans le cas de l'acquisition StripMap.

En résumé, le principe de l'acquisition SpotLight :

- permet d'avoir une amélioration de la résolution, qui passe de la valeur δy (cas StripMap) à $\widehat{\delta y}$,
- s'effectue avec une ouverture synthétique \widehat{L}_S , plus grande que le cas StripMap L_S , telle que :

$$\widehat{L}_S = L_S \frac{\widehat{\delta y}}{\delta y}$$

- et tout se passe comme si l'antenne physique avait une dimension \widehat{L} plus petite que dans le cas de l'acquisition StripMap L avec la relation :

$$\frac{\widehat{L}}{L} = \frac{\widehat{\delta y}}{\delta y} = \frac{L_S}{\widehat{L}_S} \quad (6.5)$$

Cependant, il faut noter que l'antenne physique reste la même que dans le cas StripMap : on garde alors la même puissance pour l'onde émise, donc les mêmes propriétés de RSB.

6.3.2 Scène RSO en acquisition SpotLight

Nous avons analysé l'évolution du squint en fonction de la position du satellite. Une analyse intéressante est celle de la valeur de squint pour un point au sol donné. Sur la figure 6.3, la position d'antenne A correspond à la position extrême de l'antenne physique pour imager le point P (un des bords de l'antenne synthétique). Etant donné le squint Ψ de l'antenne, cette position d'antenne (point A) et ce dépointage, le point imagé est le point Q et l'on a :

$$\begin{aligned} PQ &= OA + R\Psi_S \\ &= y_A + \left(\frac{\widehat{\delta y}}{\delta y} - 1 \right) y_A \\ &= y_A \frac{\widehat{\delta y}}{\delta y} \end{aligned} \quad (6.6)$$

soit au final (avec y_Q la position au sol) :

$$y_Q = y_A \frac{\widehat{\delta y}}{\delta y}$$

En généralisant, on obtient une relation entre la position du satellite y_S et la position selon OY du point imagé y_I avec le squint Ψ_S correspondant :

$$y_I = y_S \frac{\widehat{\delta y}}{\delta y}$$

que l'on peut aussi écrire :

$$\frac{y_I}{y_S} = \frac{\widehat{\delta y}}{\delta y} \quad (6.7)$$

Ces relations montrent que si l'on construit une image avec une résolution améliorée, cette image nécessitera l'acquisition de N lignes au pas $\Delta y < \delta y$ (acquisition identique au mode StripMap²) qui permettra de construire l'image SpotLight avec ce même nombre de lignes au pas $\widehat{\Delta y} = \Delta y \frac{\widehat{\delta y}}{\delta y}$. D'une certaine manière on vérifie que l'on a autant d'information dans l'acquisition (N lignes de données) que dans l'image

2. Il est important de voir que le choix de la FRI est soumis aux mêmes contraintes que dans le cas des acquisitions StripMap. En particulier, les valeurs fournies par les agences spatiales (comme le DLR) correspondent à une FRI virtuelle –liée au pas entre lignes d'image synthétisée– et non la FRI utilisée pour l'acquisition des données et nécessaire pour l'étape de synthèse.

SpotLight (N lignes dans l'image). Mais, au final, le pas d'échantillonnage de l'acquisition (Δy) est plus grand que le pas d'échantillonnage de l'image ($\widehat{\Delta y}$).

La zone imagée est donc plus petite que dans le cas d'une acquisition StripMap. En tirant partie de la figure 6.4, il est facile d'écrire l'étendue Y_I :

$$Y_I = Y_S - 2\Psi_{max}R$$

et comme la relation 6.4 permet d'écrire le squint maximal Ψ_S en fonction de la position extrême du satellite y_S (avec $y_S = Y_S/2$) :

$$\Psi(y_S) = -\frac{y_S}{R} \left(1 - \frac{\widehat{\delta y}}{\delta y}\right)$$

on obtient :

$$\begin{aligned} Y_I &= Y_S - 2\Psi_S R \\ &= Y_S - 2R \frac{Y_S}{2R} \left(1 - \frac{\widehat{\delta y}}{\delta y}\right) \\ &= Y_S \frac{\widehat{\delta y}}{\delta y} \end{aligned} \tag{6.8}$$

Cette relation très simple (elle ne fait plus intervenir la valeur du squint, mais simplement l'objectif, c'est à dire la résolution finale) montre comment une amélioration de la résolution passe proportionnellement par une diminution de la dimension de la zone imagée.

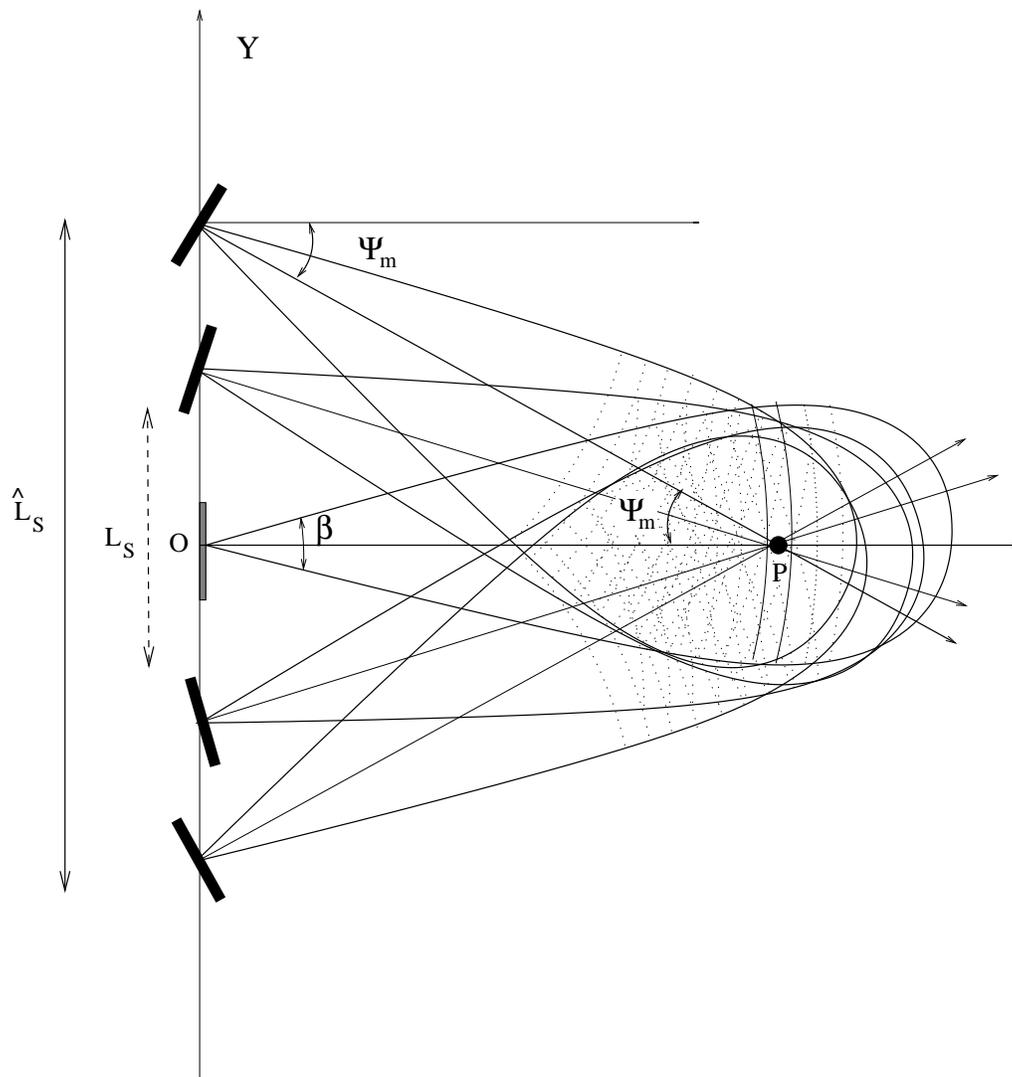


FIGURE 6.1 – Géométrie de la synthèse d'ouverture en mode Staring-SpotLight. Afin d'augmenter l'ouverture synthétique, l'antenne est continuellement dépointée lors de l'acquisition pour maintenir plus longtemps le point visé P (situé à une distance R à l'intérieur du lobe d'antenne : on obtient ainsi une dimension plus grande de l'antenne synthétique, \widehat{L}_S , qui donne alors une meilleure résolution. Le dépointage (squint) varie continuellement tout au long de l'acquisition et on a $\Psi = y_S/R$. Sur ce dessin, le dépointage est de $\pm 20^\circ$. La zone imagée est limitée à un voisinage réduit selon l'azimut autour du point visé, imposé par la dimension du lobe d'antenne de l'antenne physique.

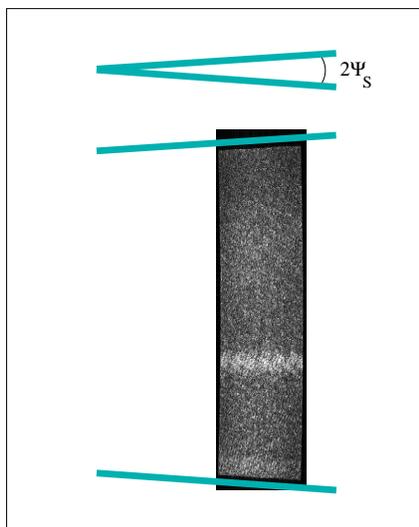


FIGURE 6.2 – Spectre d'une imagerie en mode Staring SpotLight (port de Rotterdam) en représentation isotrope. Les pixels de l'image ont 16 cm en azimuth et 61 cm selon la distance (pixel sol). Il y a donc un facteur d'environ 4 dans les bandes de fréquences spatiales.

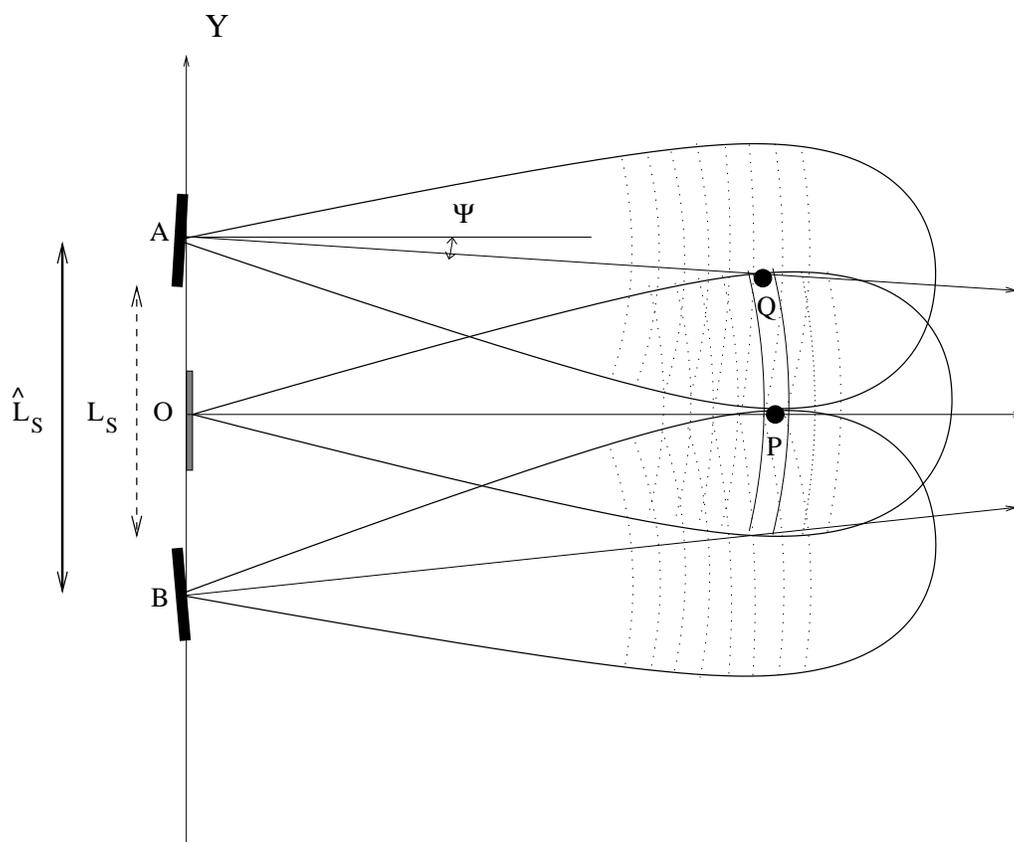


FIGURE 6.3 – Principes de la géométrie de la synthèse d'ouverture en mode SpotLight pour la partie centrale de l'image. Afin d'augmenter l'ouverture synthétique, l'antenne est continuellement dépointée lors de l'acquisition pour maintenir plus longtemps le point visé P à l'intérieur du lobe d'antenne : on obtient ainsi une dimension plus grande de l'antenne synthétique, \widehat{L}_S , ce qui donnera une meilleure résolution après synthèse. Sur ce dessin, le dépointage est de 5° . En bord d'antenne synthétique, l'antenne physique pointe sur le point Q .

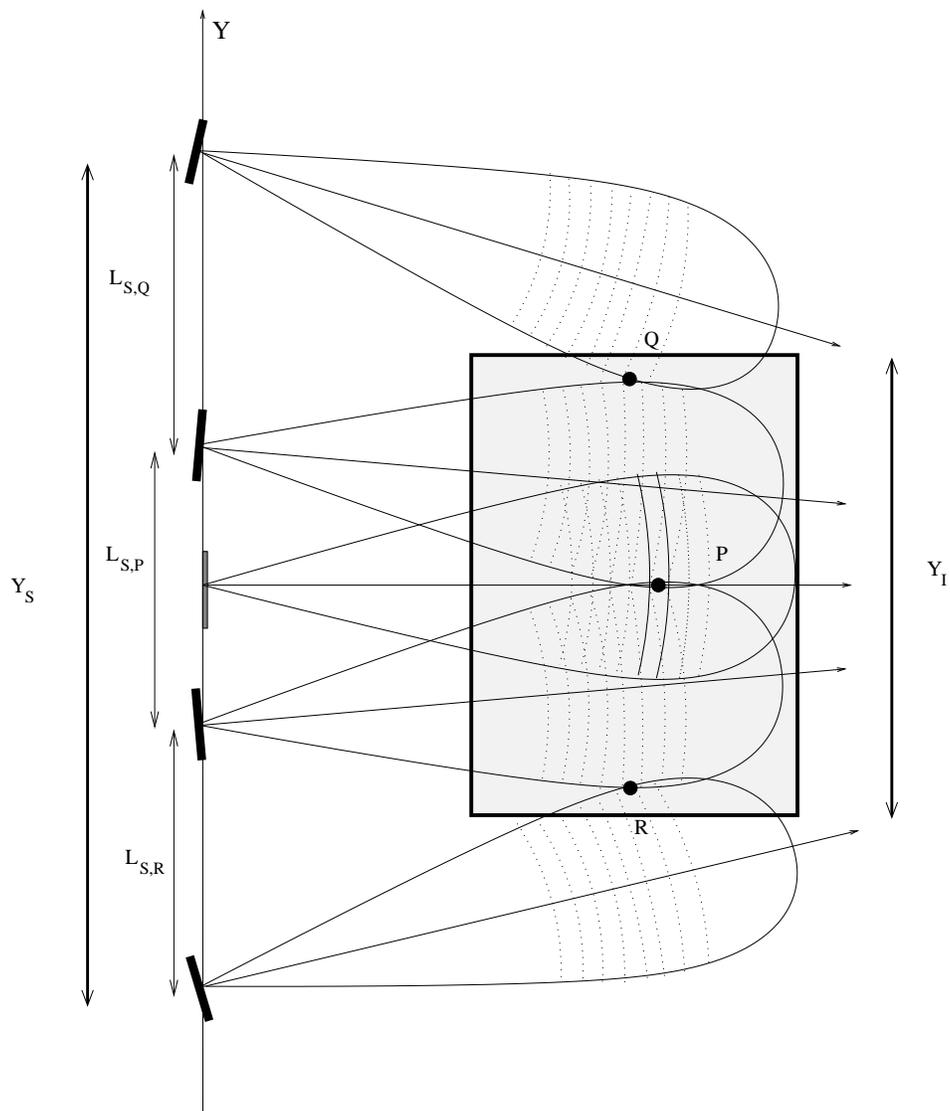


FIGURE 6.4 – Acquisition d’une scène en mode SpotLight. Sur cet exemple, au centre de la scène, le point P requiert un dépointage de $\pm 5^\circ$ (voir figure 6.3). L’acquisition d’un point précédent, R , sera effectué avec un dépointage entre -15° et -5° . L’acquisition d’un point suivant, Q , sera effectué avec un dépointage entre 5° et 15° . Au final, l’étendue azimutale de la zone imagée (Y_I) est inférieure à la distance couverte par l’antenne physique requise pour synthétiser cette zone (Y_S) : la résolution est donc meilleure qu’en mode StripMap. On voit aussi que la scène acquise est spatialement limitée en azimuth puisque l’agilité d’un capteur a physiquement des limites.

De la première ligne et la troisième ligne, on peut aussi déduire le squint nécessaire pour imager une zone donnée (dimension Y_I). On a en effet :

$$Y_S = Y_I \frac{\delta y}{\delta y}$$

D'où

$$\begin{aligned} \Psi_S &= \frac{Y_S - Y_I}{2R} \\ &= \frac{Y_I \left(\frac{\delta y}{\delta y} - 1 \right)}{2R} \end{aligned} \quad (6.9)$$

Il y a une limite physique à la valeur de dépointage, la limite étant par exemple de $\pm 2.2^\circ$ pour Terrasar-X (voir le tableau 1.8.9). Aussi, en mode SpotLight, la dimension de la scène pouvant être acquise est limitée par la valeur maximale du squint Ψ_{max} .

Cette dernière relation permet donc d'avoir la dimension maximale d'une scène en mode SpotLight :

$$Y_{I,max} = \frac{2R\Psi_{max}}{\frac{\delta y}{\delta y} - 1}$$

Attention : toutes ces relations ont été définies à partir d'une formulation de la résolution correspondant au premier zéro du lobe d'antenne. Si l'on confronte les valeurs réelles avec ces relations théoriques, on pourra noter éventuellement quelques écarts.

6.3.3 Analyse du contenu fréquentiel d'une image SpotLight

Analysons maintenant le contenu fréquentiel d'une image SpotLight. En première approximation, tout se passe comme si on disposait d'une antenne physique de dimension \hat{L} telle que :

$$\hat{L} = \frac{\delta y}{\delta y} L$$

et de résolution

$$\frac{\hat{L}}{2}$$

et, en utilisant la relation 6.5, la largeur spectrale azimutale est alors :

$$\widehat{BW}_y = \frac{2}{\hat{L}} = BW_y \frac{\widehat{L}_S}{L_S}$$

Comme on pouvait s'y attendre, la largeur spectrale azimutale augmente dans les mêmes proportions que la dimension de l'antenne synthétique.

Prenons maintenant en exemple la construction autour du point Q (figure 6.3). Si on considère que l'image acquise autour du point P est acquise à squint nul, les données requises pour la construction du point Q sont acquises avec un squint égal à (relation 6.3) :

$$\Psi_Q = - \frac{\widehat{L}_S - L_S}{2R}$$

Dans le plan image (c'est à dire le sol), il est facile de montrer que tout se passe comme si on avait un angle de squint égal à Ψ'_Q tel que :

$$\Psi'_Q = \frac{\Psi_Q}{\sin \theta} = - \frac{\widehat{L}_S - L_S}{2R \sin \theta}$$

Comme, pour un squint nul, le centre de gravité du spectre est en :

$$\left(\begin{array}{c} \frac{\sin \theta}{\lambda_0} \\ 0 \end{array} \right)$$

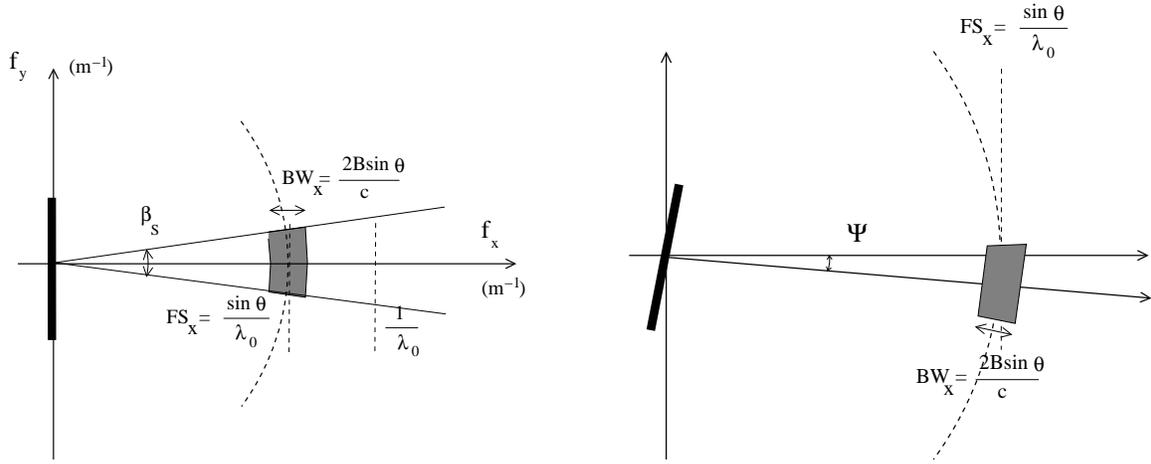


FIGURE 6.5 – Espace de Fourier (fréquences spatiales) correspondant à une acquisition par une antenne “SpotLight” sans squint (à gauche) et avec un squint égal à la valeur requise pour assurer le mode SpotLight (à droite).

pour un squint Ψ_Q , on observe une rotation d’angle Ψ'_Q dans le plan de Fourier, et en supposant que ce dépointage est très faible, le cosinus peut être approximé par la valeur 1, et on peut développer le sinus linéairement. On a alors la position du centre de gravité du spectre donnée par (voir la relation 5.13) :

$$\left(\begin{array}{c} \frac{\sin \theta}{\lambda_0} \\ \Psi'_Q \frac{\sin \theta}{\lambda_0} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \frac{\sin \theta}{\lambda_0} \\ -\frac{\widehat{L}_S - L_S}{2R \sin \theta} \frac{\sin \theta}{\lambda_0} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \frac{\sin \theta}{\lambda_0} \\ -\frac{\widehat{L}_S - L_S}{2R \lambda_0} \end{array} \right)$$

Cette modification de la localisation du spectre est, pour de faibles valeurs de squint, une simple translation Δf_y selon l’axe OY (azimut) :

$$\Delta f_y = \Psi_Q \frac{1}{\lambda_0} = -\frac{\widehat{L}_S - L_S}{2R \lambda_0}$$

Elle ne dépend pas de l’incidence locale θ . De plus, si on compare à la largeur azimutale du spectre, égale pour une antenne physique de dimension \widehat{L} à (relation 5.3) :

$$\widehat{BW}_y = \frac{2}{\widehat{L}} = \frac{1}{\widehat{\delta y}}$$

et en reprenant la relation fondamentale de la résolution d’une antenne, appliquée ici à l’antenne synthétique SpotLight :

$$\widehat{\delta y} = \frac{\lambda_0 R}{L_S}$$

on peut réécrire la valeur de cette translation de spectre pour la zone imagée correspondant au point Q :

$$\Delta f_y = -\frac{\widehat{L}_S - L_S}{2R \lambda_0} = -\frac{\widehat{L}_S - L_S}{2 \widehat{L}_S \widehat{\delta y}} = -\frac{1}{2 \widehat{\delta y}} \left(1 - \frac{L_S}{\widehat{L}_S} \right)$$

que l’on peut aussi écrire :

$$\Delta f_y = \frac{BW_y}{2} \left(\frac{L_S}{\widehat{L}_S} - 1 \right) = \frac{BW_y}{2} \left(\frac{\widehat{\delta y}}{\delta y} - 1 \right)$$

Comme précédemment, on peut généraliser cette expression :

— soit en se plaçant par rapport aux points de l’orbite, et pour tout point y_S , on a la translation en fréquence :

$$\Delta f_{y,S} = \frac{y_S}{y_A} \frac{BW_y}{2} \left(\frac{\widehat{\delta y}}{\delta y} - 1 \right)$$

— soit en se plaçant par rapport aux points de l'image, et pour tout point y_I , on a la translation en fréquence :

$$\Delta f_{y,I} = \frac{y_I}{y_Q} \frac{BW_y}{2} \left(\frac{\widehat{\delta y}}{\delta y} - 1 \right)$$

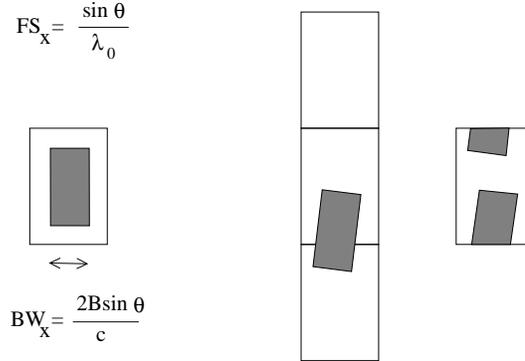


FIGURE 6.6 – Espace de Fourier “Image”, supposé à maille rectangulaire (on considère les données “image”, de pas d’échantillonnage Δx et Δy , comme pour la figure 5.22). A gauche : le contenu fréquentiel de l’image est centrée sur la première cellule de Brillouin de cet espace de Fourier de sorte que l’information y est parfaitement interprétable. Au milieu : suite à un dépointage, ce contenu fréquentiel de l’image n’est plus centrée sur la première cellule de Brillouin de cet espace de Fourier. Par périodisation de ce contenu, on obtient le spectre observé de l’image (à droite), ici en deux morceaux.

Les agences spatiales fournissent en métaparamètres les valeurs d’angle de squint correspondant aux bords de l’image. On peut alors raisonner en prenant en compte :

- le squint minimum Ψ_{min} correspondant à la valeur de la première ligne reconstruite, telle que le satellite soit en rapprochement ;
- le squint maximum Ψ_{max} correspondant à la valeur de la dernière ligne reconstruite, telle que le satellite soit en éloignement.

Pour une image de N lignes, et pour une ligne donnée n ($n \in [1, N]$), on connaît alors le squint Ψ_n :

$$\Psi_n = \Psi_{min} + (\Psi_{max} - \Psi_{min}) \frac{n - 1}{N - 1} \quad (6.10)$$

On peut alors connaître le décalage du spectre d’une imagette centrée autour de ce point :

$$\Delta f_{y,I}(n) = \left(\Psi_{min} + (\Psi_{max} - \Psi_{min}) \frac{n - 1}{N - 1} \right) \frac{1}{\lambda_0} \quad (6.11)$$

La figure 6.7 montre un cas d’école d’acquisition SpotLight. Pour chaque point imagé, le spectre a une forme “en biseau”. Au final, le spectre occupe une portion de couronne, la localisation du spectre dans cette couronne correspondant à une localisation dans l’image.

6.3.4 Exemple de spectre : Cas Terrasar-X

La géométrie globale d’une acquisition SpotLight dans le cas de Terrasar-X est donnée figure 6.8

Image Terrasar-X SpotLight-HS en passe descendante : Australie

Cette image de l’Australie (figure 6.18, page 159) a été acquise en mode SpotLight-HS, l’incidence centrale étant de 45.87° . Le pixel a pour dimension 0.87 m en azimuth et 0.45m en distance (soit 0.63 m en géométrie sol). La fréquence centrale est de 9.65 GHz. La bande est de 300 MHz et l’échantillonnage est de 330 MHz. La scène fait environ 6 km en distance et 5km en azimuth. Le satellite se trouve à environ 717 km.

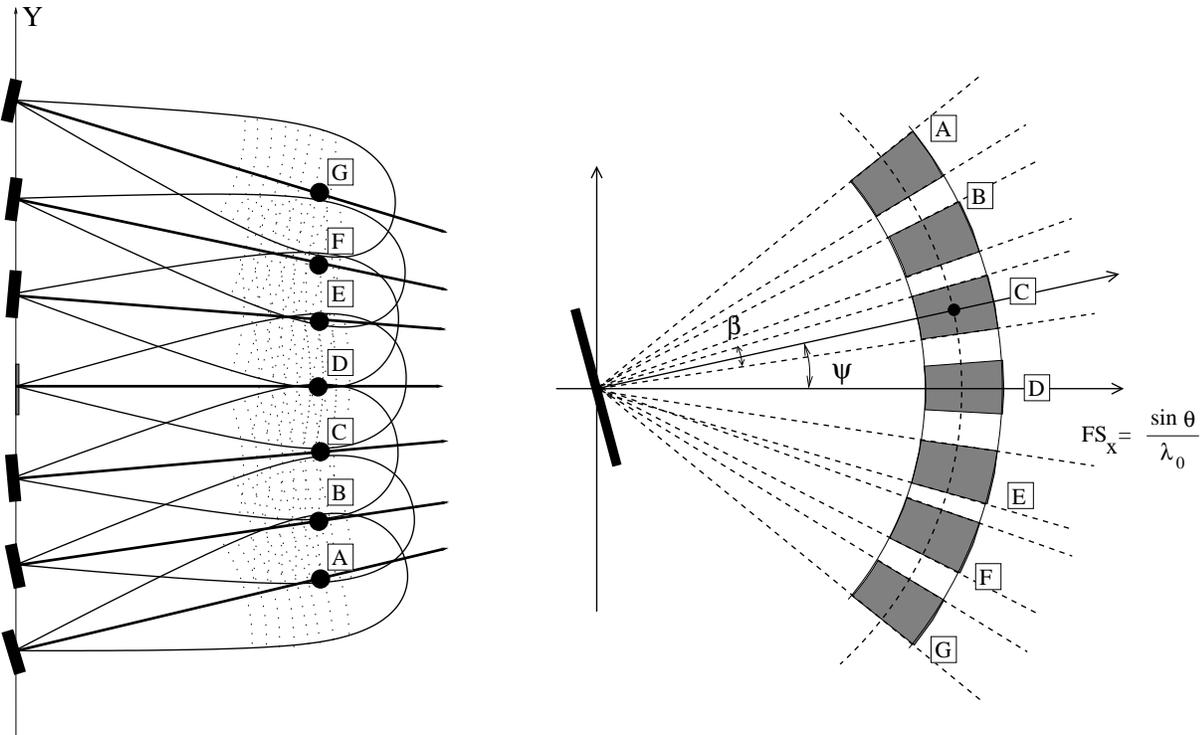


FIGURE 6.7 – Acquisition Spotlight en mode ascendant : l’antenne effectue ses acquisitions depuis le point A jusqu’au point G grâce à un dépointage Ψ qui varie continuellement de la valeur Ψ_A à la valeur Ψ_E . Le spectre du système d’acquisition est supposé avoir une forme “en biseau”. Comme chacun des points A à G correspond à une valeur de squint différente, l’information “Image” est localisée sur le spectre selon des angles différents. Il faut noter que le centre du spectre local se positionne depuis les fréquences positives (début de l’acquisition, Ψ positif) jusqu’au fréquences négatives (fin d’acquisition, Ψ négatif). La figure 6.19 page 160 en donne un exemple réel sur une image Terrasar-X.

Le squint varie continuellement entre 0.6447° et -0.6447° (ces valeurs sont données dans le fichier de métaparamètres par les champs *azimuthSteeringAngleFirst* et *azimuthSteeringAngleLast*). On retrouve globalement ces valeurs à partir du schéma simplifié (figure 6.8) puisque le dépointage au début de l’acquisition fait un angle d’environ $5/600$ radian, c’est à dire de l’ordre du demi-degré. Sur ce même schéma, on remarque que l’acquisition s’effectue sur 15 km de trajectoire, qui sont donc parcourues en environ 2 secondes³ : la vitesse angulaire de dépointage est donc de l’ordre de 0.5° par seconde.

Si l’on calcule en fréquence réduite le décalage maximal du spectre, on trouve une valeur de ± 0.37 .

Image Terrasar-X Spotlight-HS en passe ascendante : Paris

Cette image de Paris (figure 6.19, page 160) a été acquise en mode Spotlight-HS, l’incidence centrale étant de 34.69° . Le pixel a pour dimension 0.87 m en azimuth et 0.45m en distance (soit 0.80 m en géométrie sol). La fréquence centrale est de 9.65 GHz. La bande est de 300 MHz et l’échantillonnage est de 330 MHz. La scène fait environ 8 km en distance et $L_A = 5$ km en azimuth. Le satellite se trouve environ à 615 km.

Le squint varie continuellement entre 0.6974° et -0.6974° (*azimuthSteeringAngleFirst* et *azimuthSteeringAngleLast*), soit à peu près entre $-12 \cdot 10^{-3}$ radian et $12 \cdot 10^{-3}$ radian. Comme la scène totale fait environ 6000 lignes et que le dépointage totale est de l’ordre de $24 \cdot 10^{-3}$ radian (1.39°) cela correspond à une vitesse angulaire de l’ordre de $4 \cdot 10^{-6}$ radian/pixel (la scène totale fait environ 6000 lignes).

Si l’on calcule en fréquence réduite le décalage maximal du spectre, on trouve une valeur de ± 0.43 .

On peut vérifier que le squint total Ψ_t est de l’ordre de $24 \cdot 10^{-3}$ radian.

3. le satellite a une vitesse de l’ordre de 7,5 km/s

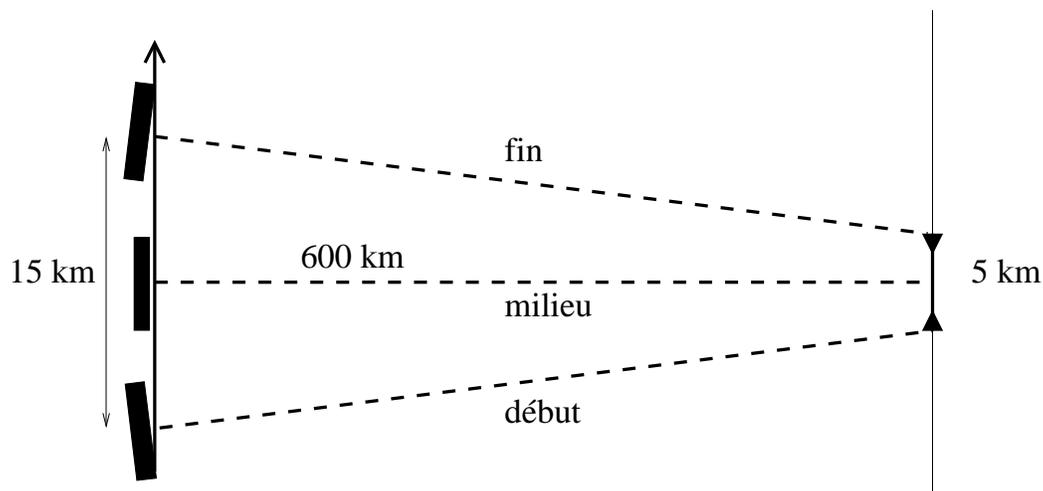


FIGURE 6.8 – Représentation simplifiée du mode SpotLight.

Exemple de spectre : Cas Cosmo-Skymed

L'illustration de la figure 6.20 page 161 provient d'une scène CSK-2 acquise en banlieue parisienne Ouest au niveau de Versailles, en mode Enhanced SpotLight, l'incidence centrale étant de 54.97° , la scène se trouvant environ à 1010 km. Le pixel a pour dimension 0.70 m en azimuth et 0.59 m en distance (soit 0.71 m en géométrie sol). La fréquence centrale est de 9.60 GHz. La bande est d'environ 165 MHz et l'échantillonnage est de 195 MHz. La scène fait environ 10 km en distance et 10 km en azimuth. L'agilité en squint est limitée par les valeurs extrêmes possibles de *steering angle* de CSK : ici entre -0.88° et 0.92° . Aussi la partie supérieure de l'acquisition ne bénéficie pas de l'ouverture synthétique maximale requise par la résolution souhaitée. On observe en effet que sur la partie Nord de l'image le spectre est considérablement réduit par rapport au spectre de la partie centrale.

6.3.5 Carabas

Le système aéroporté Carabas est un cas d'école intéressant pour illustrer de fortes valeurs de squint.

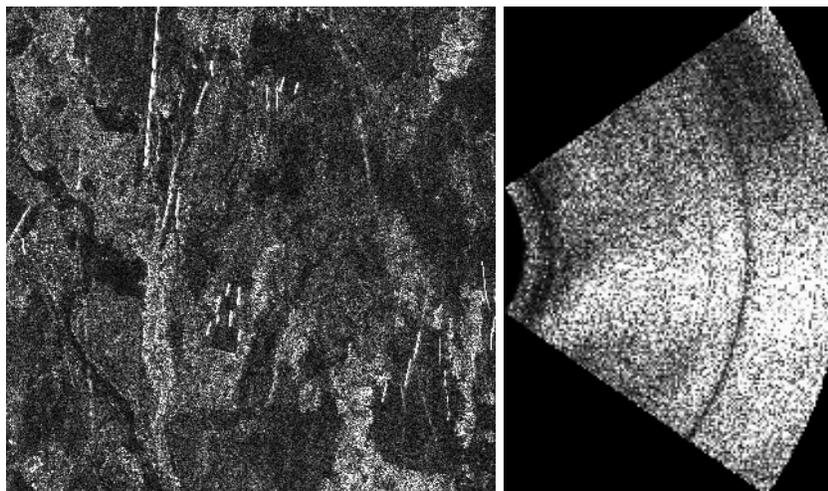


FIGURE 6.9 – A gauche : image Carabas. A droite : spectre de cette image, qui illustre le fait que le mode d'acquisition est de type SpotLight et que les valeurs de squint requises pour cette acquisition atteignent de fortes valeurs (de l'ordre de 35°).

6.4 Les modes ScanSar/TopSar (TOPS)

Avertissement : le mode ScanSar/Topsar présenté ici est un modèle “pédagogique” ayant pour but d’expliquer le principe. Il faut souligner que dans la réalité les systèmes existants ScanSar (depuis Radarsat-1 jusqu’à Sentinel) présentent des variantes qu’il faudrait analyser au cas par cas, ce principe permettant une très grande liberté de réalisation. Le mode présenté ici est généralement appelé TOPS, “Terrain Observations by Progressive Scans”.

6.4.1 Introduction

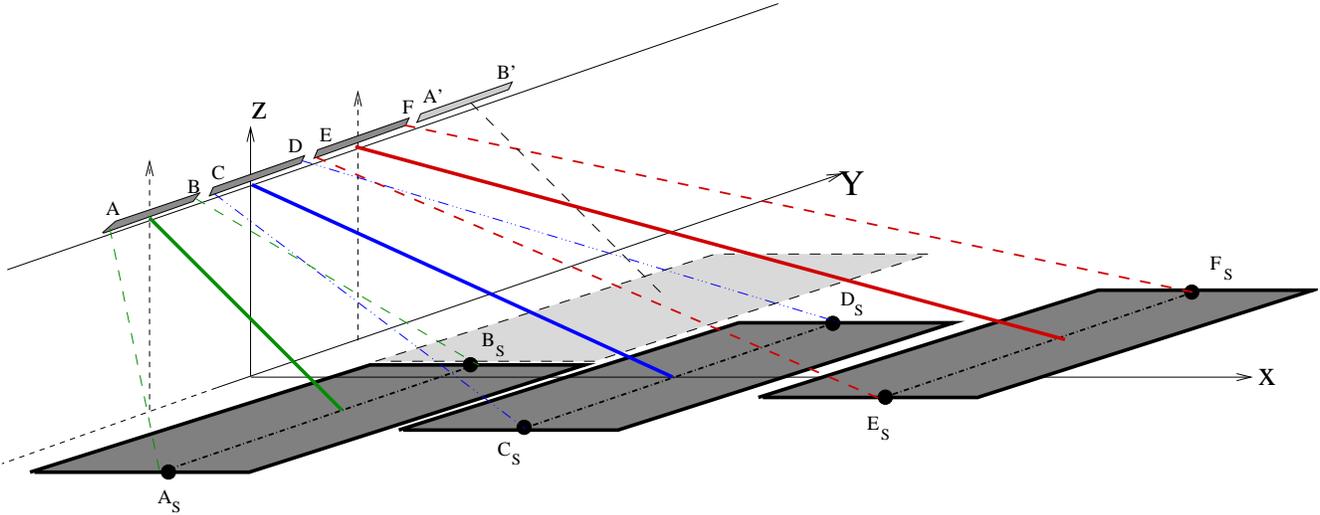


FIGURE 6.10 – Acquisition en mode ScanSar/TopSar. Sur le segment AB de l’orbite, le radar image la zone de dimension azimutale $A_S B_S$ selon une incidence moyenne θ_1 . Sur le segment CD de l’orbite, le radar image la zone de dimension azimutale $C_S D_S$ selon une incidence moyenne θ_2 . Sur le segment EF de l’orbite, le radar image la zone de dimension azimutale $E_S F_S$ selon une incidence moyenne θ_3 . Puis l’acquisition recommence de la même manière (succession d’acquisitions selon les incidences θ_1 , θ_2 et θ_3) en faisant en sorte de garantir la continuité des acquisitions (par exemple, la zone imagée par les acquisitions sur le segment AB et celle imagée par les acquisitions sur le segment $A'B'$ permettent d’avoir une image continue). Le choix des angles permet d’avoir aussi une continuité de l’image selon l’axe distance, ce qui permet d’avoir une fauchée beaucoup plus grande (ici, d’un facteur 3) qu’en mode StripMap. La figure 6.13 précisera ce séquençement.

Nous avons donc analysé le mode standard de construction d’une image RSO : le mode StripMap. La résolution finale azimutale est donc simplement liée à la dimension de l’antenne physique :

$$\delta y = \frac{L}{2}$$

Pour construire une image standard, il suffit d’acquérir un jeu de signaux radar en réception en déplaçant l’antenne avec un pas δy . Globalement, pour imaginer une zone de dimension azimutale D , il faut acquérir (au moins)

$$N = \frac{D}{\delta y} = \frac{2D}{L}$$

lignes radar. Ce mode d’acquisition a une seule contrainte : pour construire une image de dimension azimutale D_S , il faut déplacer l’antenne sur une distance $D = D_S$, le pas d’échantillonnage étant $\leq D/2$.

Or on peut souhaiter limiter la durée d’acquisition sur une zone donnée pour pouvoir éventuellement utiliser l’antenne à d’autres fins, en particulier disposer de l’antenne pour imaginer une autre zone de la Terre. C’est cette exigence que l’on trouve dans le mode ScanSar⁴. Comme on ne peut garder toutes les contraintes, pour imaginer une zone géographique plus étendue, la résolution du système sera dégradée :

4. On retrouve cette démarche en échographie médicale

c'est la démarche inverse des modes SpotLight où la résolution était améliorée au détriment d'une zone géographique imagée restreinte.

La figure 6.10 montre la philosophie globale : l'acquisition de données s'effectue par paquets (*burst*) spécifiques à une zone vue avec une incidence donnée. Sur cette figure, 3 incidences locales sont traitées. Si ce principe semble une démarche sensée, sa mise en œuvre est plus délicate car il faut élargir le lobe d'antenne physique pour pouvoir illuminer une zone 3 fois plus grande. Il est hors de question de diminuer la dimension de l'antenne physique car le RSB en serait fortement dégradé. Aussi diverses méthodes existent, dont le ScanSar/TopSar de Sentinel, qui requiert un dépointage électronique de l'antenne tout au long de l'acquisition⁵

6.4.2 Le mode ScanSar/TopSar de Sentinel

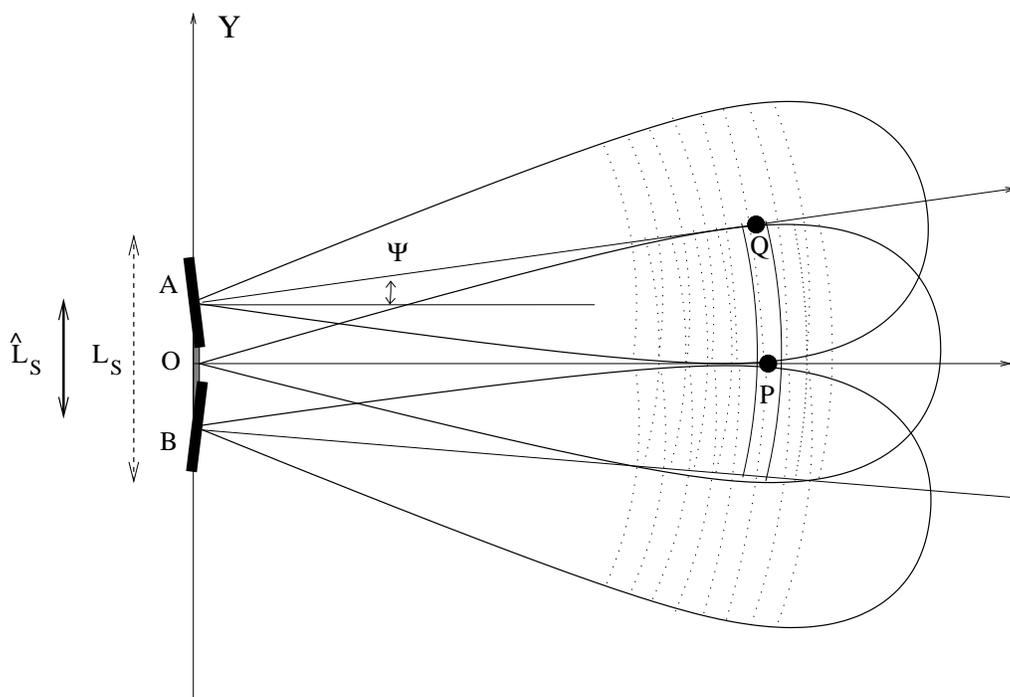


FIGURE 6.11 – Principe de la géométrie de la synthèse d'ouverture en mode ScanSar/Topsar. Afin de diminuer l'ouverture synthétique, l'antenne est continuellement dépointée lors de l'acquisition pour maintenir moins longtemps le point visé P (situé à une distance R à l'intérieur du lobe d'antenne) : on obtient ainsi une dimension plus petite de l'antenne synthétique, \widehat{L}_S , ce qui permet d'acquérir les données en moins de temps qu'en mode StripMap au détriment d'une dégradation de la résolution.

Le principe du mode ScanSar/TopSar de Sentinel est illustré figure 6.11 : l'antenne est dépointée continuellement tout au long de l'acquisition. En comparant simplement cette figure avec celle concernant le mode SpotLight (figure 6.3, page 145), on voit que la philosophie du mode ScanSar/TopSar est identique au mode SpotLight en ce sens que l'antenne est dépointée tout au long de l'acquisition. Mais, au lieu de renforcer la focalisation autour d'un point donné (en mode SpotLight, l'antenne synthétique est plus grande qu'en mode StripMap), tout va se passer comme si cette focalisation était dégradée puisqu'au final l'antenne synthétique est plus petite qu'en mode StripMap.

Pour obtenir un effet inverse que celui du mode SpotLight, on note que le squint varie d'une valeur négative en début d'acquisition à une valeur positive en fin d'acquisition –ce qui diminue la dimension de l'antenne synthétique– alors que pour le mode SpotLight, le squint varie d'une valeur positive en début d'acquisition à une valeur négative en fin d'acquisition –ce qui augmente la dimension de l'antenne synthétique–.

5. A la différence des modes SpotLight, il n'est pas possible d'effectuer ce dépointage mécaniquement : ceci explique pourquoi ce mode est spécifique aux antennes à focalisation électronique.

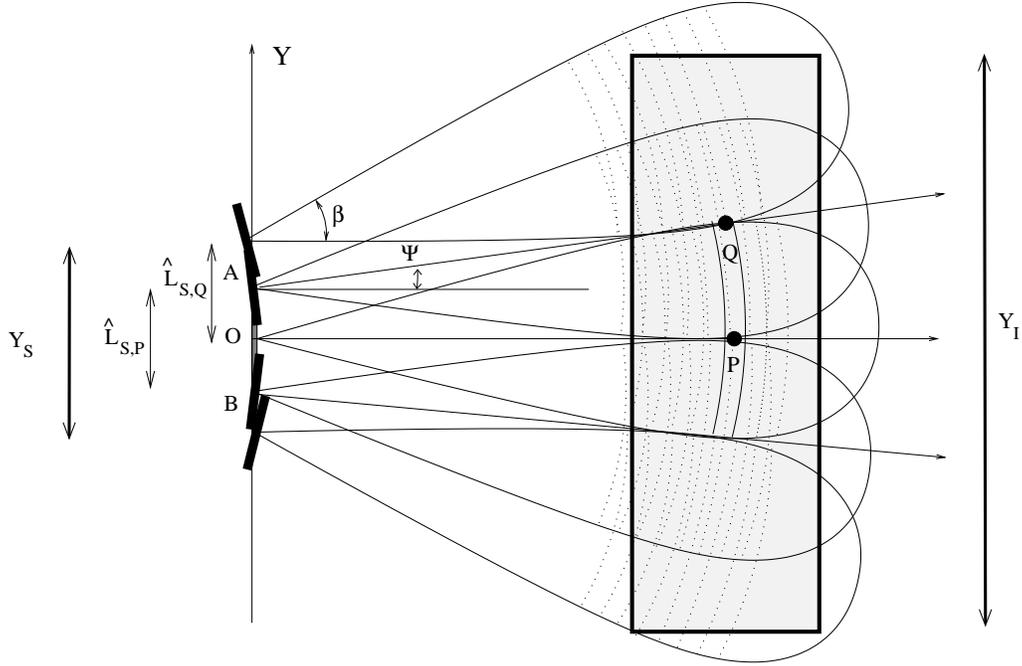


FIGURE 6.12 – Acquisition d’une portion de scène en mode ScanSar/TopSar. Sur ce dessin, au centre de la scène, le point P requiert un dépointage de $\pm 7^\circ$ (voir figure 6.11). L’acquisition d’un point suivant, Q , sera effectué avec un dépointage entre 7° et 14° . Au final, l’étendue azimutale de la zone imagée (Y_I) est supérieure à la distance couverte par l’antenne physique requise pour synthétiser cette zone (Y_S) : la résolution est donc moins bonne qu’en mode StripMap. Il est intéressant de comparer cette figure avec celle correspondant au mode SpotLight (figure 6.4).

Analysons maintenant le contenu fréquentiel d’une image ScanSar/TopSar. En première approximation, tout se passe comme si on disposait d’une antenne physique de dimension \hat{L} telle que :

$$\hat{L} = \frac{\delta y}{\delta y} L$$

et de résolution

$$\frac{\hat{L}}{2}$$

La largeur spectrale azimutale est alors :

$$\widehat{BW}_y = \frac{2}{\hat{L}} = BW_y \frac{\hat{L}_S}{L_S}$$

Comme on pouvait s’y attendre, la largeur spectrale azimutale diminue dans les mêmes proportions que la dimension de l’antenne synthétique.

La figure 6.14 montre un cas d’école où le satellite dépointe son antenne régulièrement depuis des valeurs négatives à des valeurs positives. Au final, comme pour les acquisitions SpotLight, le spectre occupe une portion de couronne, la localisation du spectre dans cette couronne correspondant à une localisation dans l’image. Notons que pour certains capteurs, le satellite dépointe l’antenne régulièrement depuis des valeurs positives à des valeurs négatives.

6.5 Mode ScanSar/TopSar de Sentinel-1 : exemple

Si l’on tente de résumer la philosophie du mode TopSar standard IW de Sentinel, on peut affirmer qu’il permet d’acquérir en une seule passe de satellite trois images correspondant à 3 incidences locales

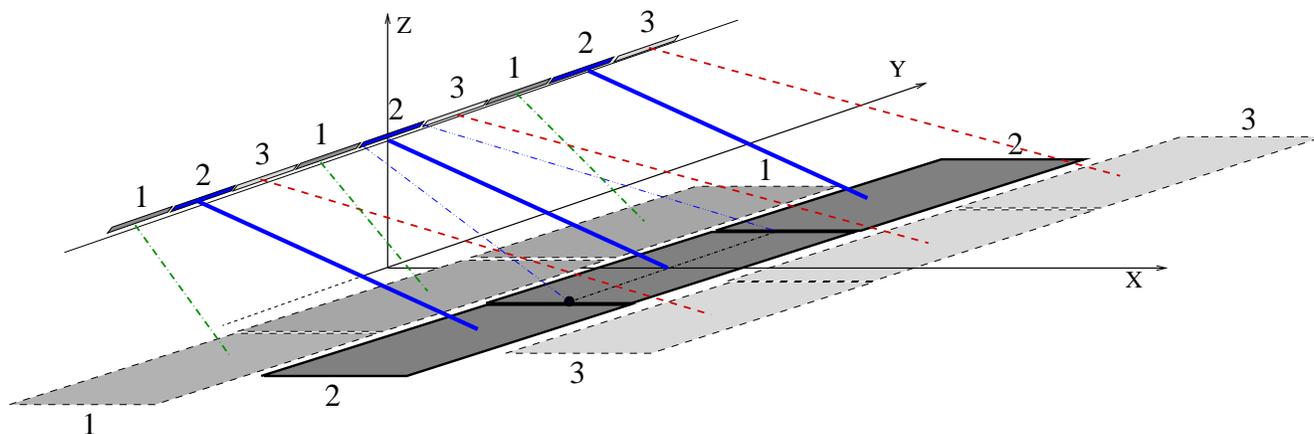


FIGURE 6.13 – Acquisition en mode ScanSAR/TopSAR. Le capteur a ici trois valeurs d'incidence possible : θ_1 , θ_2 et θ_3 . Pour une incidence donnée, le capteur acquiert un certain nombre de lignes permettant de reconstruire une image de taille donnée (par exemple, pour Sentinel, 1500 lignes). Ensuite, les paramètres d'antenne sont modifiés pour acquérir les lignes permettant de reconstruire l'image pour une autre valeur d'incidence locale. La figure illustre un cas d'école : la focalisation s'effectue séquentiellement pour des modes successifs d'incidence 1 (θ_1), 2 (θ_2) et 3 (θ_3). Par rapport au mode StripMap : l'antenne synthétique est réduite d'un facteur 3 grâce au squint, la résolution ScanSar est multipliée par un facteur 3 et la zone imagée a une étendue azimutale multipliée par 3. Pour une incidence donnée, tout est fait pour que les bandes puissent être raccordées selon l'axe azimut. Pour une fauchée donnée, tout est fait pour que les bandes puissent être raccordées selon l'axe distance.

différentes. Comme le dépointage de l'antenne est limité (de l'ordre du degré), le mode Topsar va opérer successivement sur une certaine dimension de scène (de l'ordre de 22 km), ce qui fait que l'image fournie est composée d'un certain nombre de *Bursts* d'environ 1500 lignes (pour une scène standard, il y en a environ 8, ce qui donne une extension azimutale de l'ordre de 180 km).

Plaçons nous dans la bande du milieu, où l'incidence est de l'ordre de 39° . Le satellite se trouve alors à une distance de 900 km de la scène. A partir de la représentation simplifiée de la figure 6.15, on note que le dépointage de l'antenne varie entre $-7.3/900$ et $7.3/900$ (soit -0.46° et 0.46°), c'est à dire à une vitesse de l'ordre du degré par seconde (donc deux fois plus élevée que les acquisitions SpotLight). Cette valeur correspond bien au champ *azimuthSteeringRate* du fichier de métaparamètres (qui est donné en degré par seconde).

Si on analyse le spectre sur un burst, on peut remarquer qu'il effectue un décalage de 2π sur environ 140 pixels (figure 6.16, 157)⁶.

Plus de détails sur les acquisitions Sentinel-1 sont donnés en annexe (C.1.10, page 245).

6. On peut appréhender cette valeur à partir de la phase d'une image Sentinel comme la figure C.3 de l'annexe C.

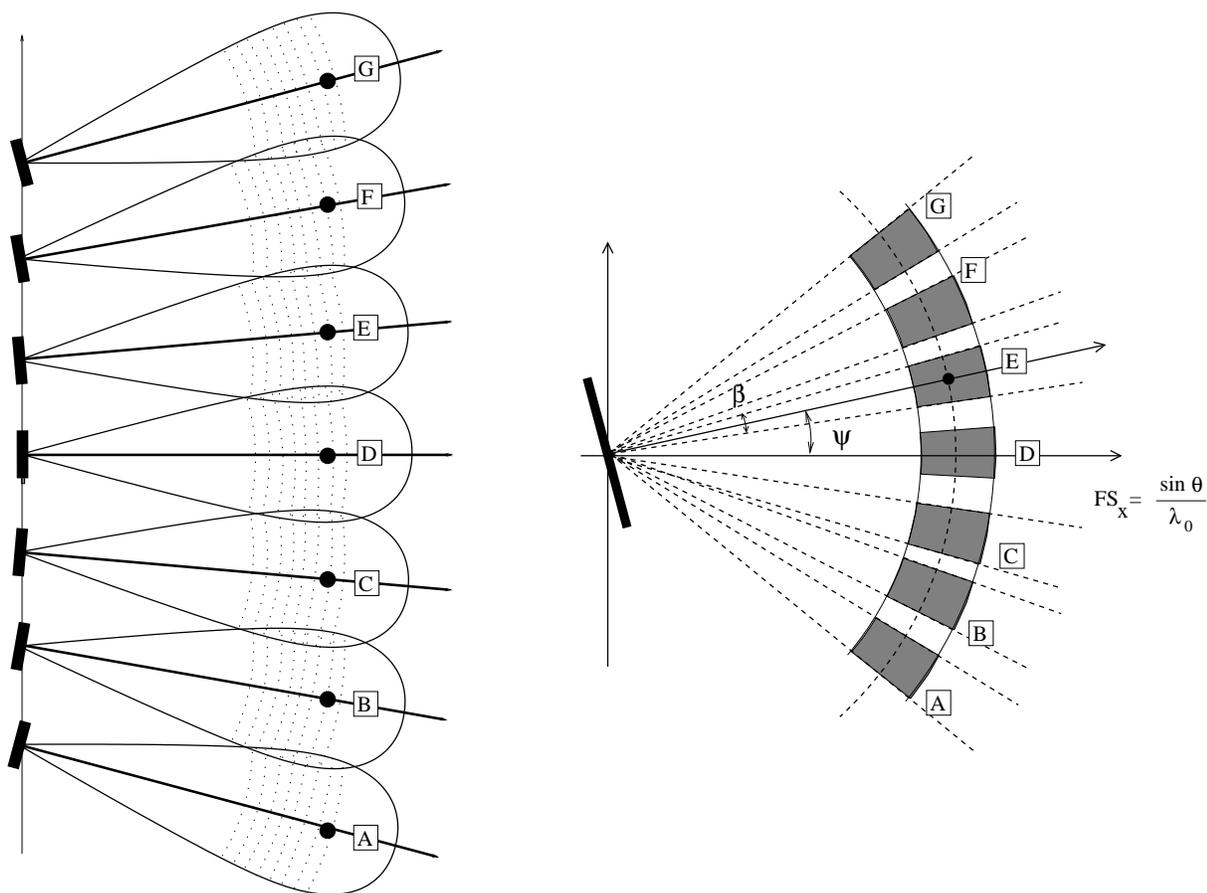


FIGURE 6.14 – Acquisition ScanSar/TopSar en mode ascendant : l’antenne effectue ses acquisitions depuis le point A jusqu’au point G grâce à un dépointage Ψ qui varie continuellement de la valeur Ψ_A à la valeur Ψ_G . Le spectre du système d’acquisition est supposé avoir une forme rectangulaire : on l’observe effectivement pour un squint nul (cas du point D). Comme chacun des points A à G correspond à une valeur de squint différente, l’information “Image” est localisée selon des angles différents. Si l’on compare avec le mode SpotLight (voir figure 6.7), le centre du spectre local se positionne depuis les fréquences négatives (début de l’acquisition, Ψ négatif) jusqu’au fréquences positives (fin d’acquisition, Ψ positif) : ceci s’explique par le fait que les points A à C sont observés alors que le satellite s’éloigne de ces points alors que les points E à G sont observés alors que le satellite s’approche de ces points. Attention : pour la lisibilité de cette figure, les angles de droite ne correspondent pas avec ceux de gauche.

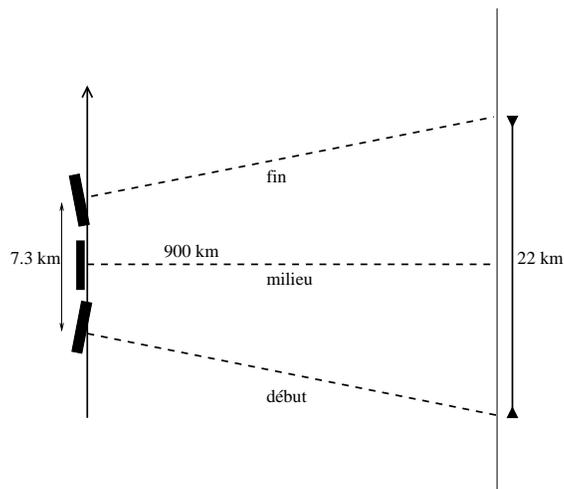


FIGURE 6.15 – Représentation simplifiée du concept “Topsar” de Sentinel-1. Le long de 7.3 km d’orbite (parcourue sur une durée d’à peu près une seconde), l’antenne acquiert des données sur une zone de la Terre d’environ 22 km. Pour la bande centrale d’une acquisition IWb, la distance est alors de 900 km environ.

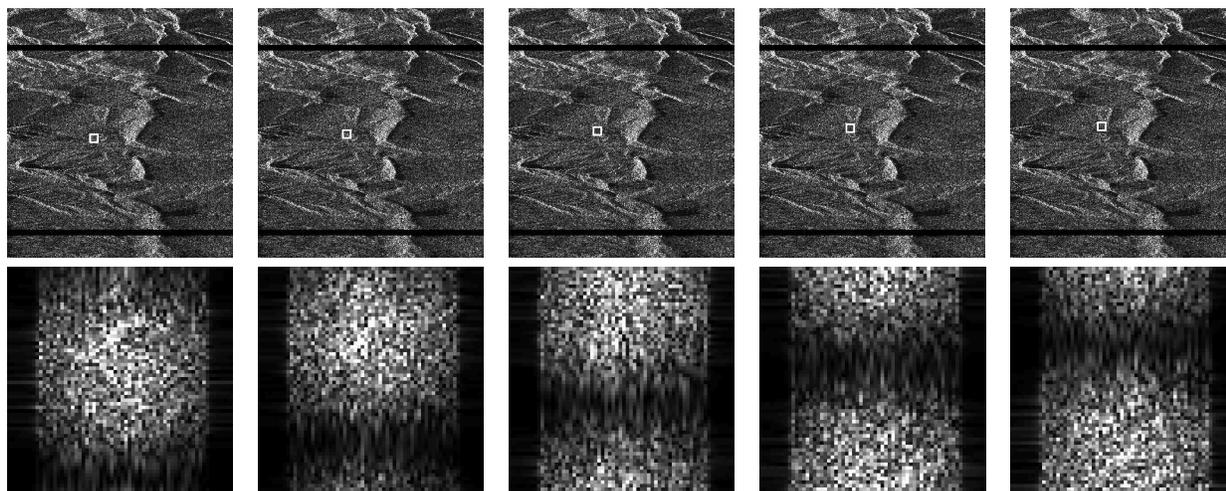


FIGURE 6.16 – Exemple de spectres Sentinel (mode TopSar) calculés sur une fenêtre 64x64. La translation verticale entre la première et la dernière fenêtre est de l’ordre de la centaine de pixels : comme le spectre se replie environ une dizaine de fois sur le *burst* (1500 lignes), on observe dans ce cas presque une rotation complète du spectre selon l’azimut.

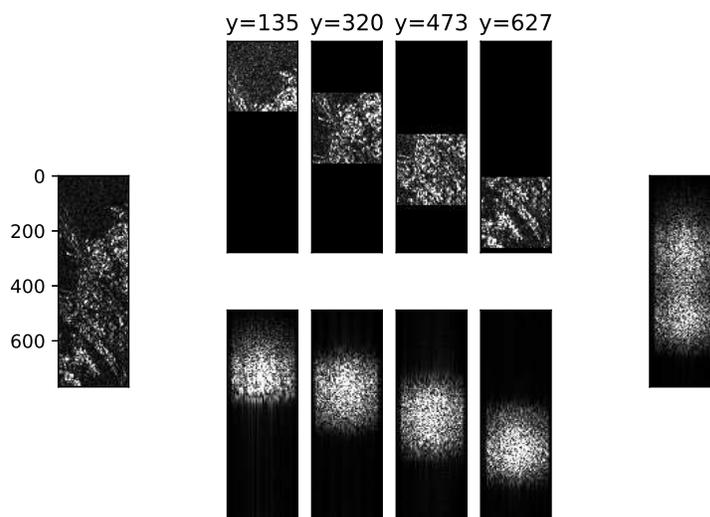


FIGURE 6.17 – A gauche : image Sentinel (256×768) suréchantillonnée d'un facteur 3 en azimut. A droite : spectre de cette image qui occupe presque la totalité de la fenêtre fréquentielle selon l'azimut. A partir de l'image initiale on a sélectionné des vignettes 256×256 (masquage par des zéros en dehors de la sélection) et, sous chaque vignette, on associe son spectre. L'occupation spectrale de chaque vignette répond bien à ce que l'on attend d'une image suréchantillonnée d'un facteur 3 puisque le spectre occupe à peu près le tiers du domaine spectral. Ce qui est plus surprenant est la localisation des spectres dans la fenêtre spectrale qui est associée à la localisation de l'imagette dans l'image initiale. En réalité, ce positionnement variable reflète l'angle de squint associé au centre de chaque imagette.

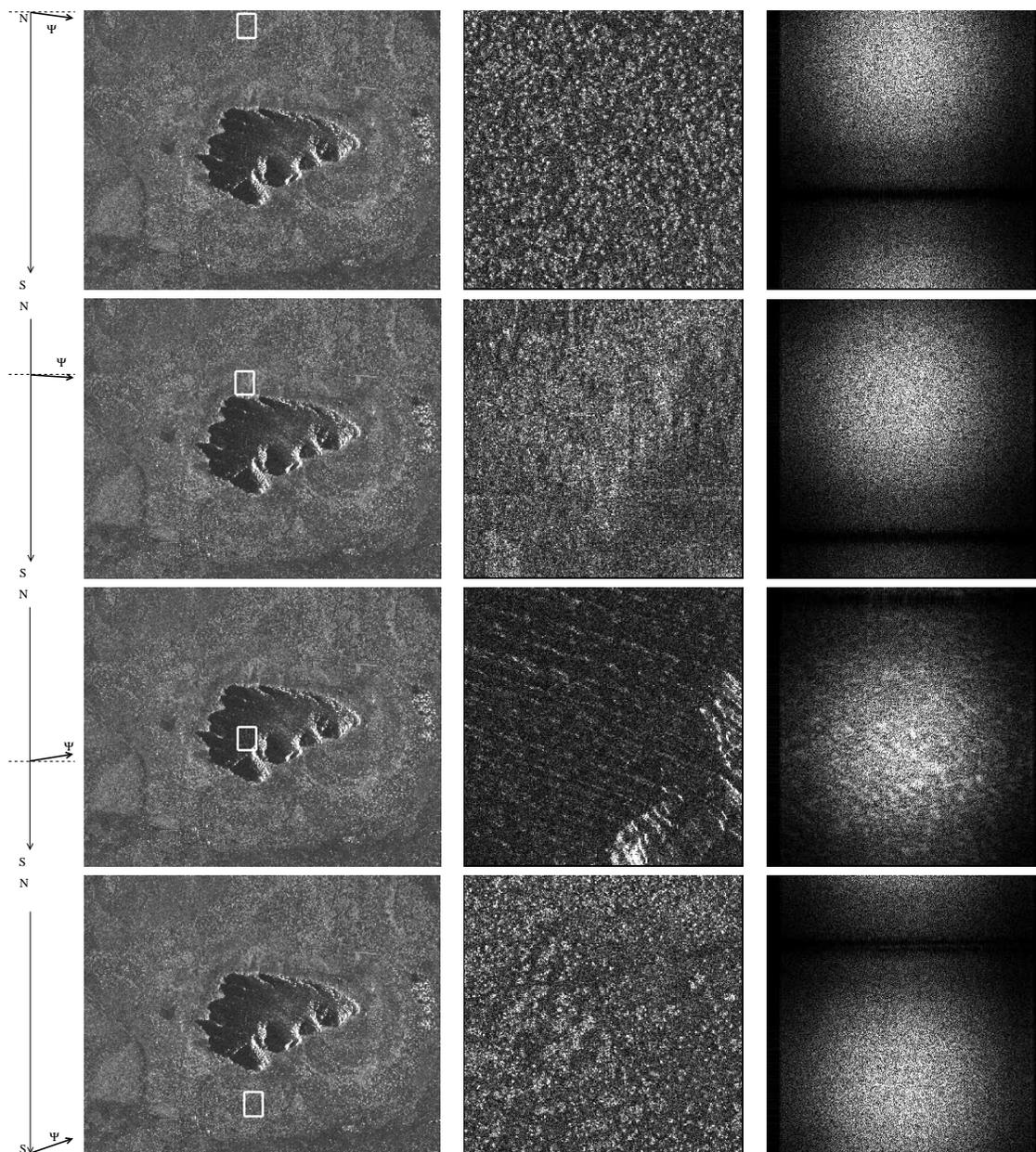


FIGURE 6.18 – TSX Australie (site d’Uluru, ©Airbus), mode SpotLight_HS (pixel à peu près carré), passe descendante (les données sont chronologiques : la vignette de la première ligne d’images correspond à l’origine temporelle de cet exemple). Le capteur balaye la zone en partant du Nord vers le Sud. Il est donc d’abord en rapprochement, puis en éloignement. Le Doppler que l’on peut mesurer sur la porteuse est donc positif (au Nord), puis négatif (au Sud). Ce Doppler a donc le même comportement que la rampe de phase liée au dépointage de l’antenne et dont on observe l’effet sur le spectre de l’image.

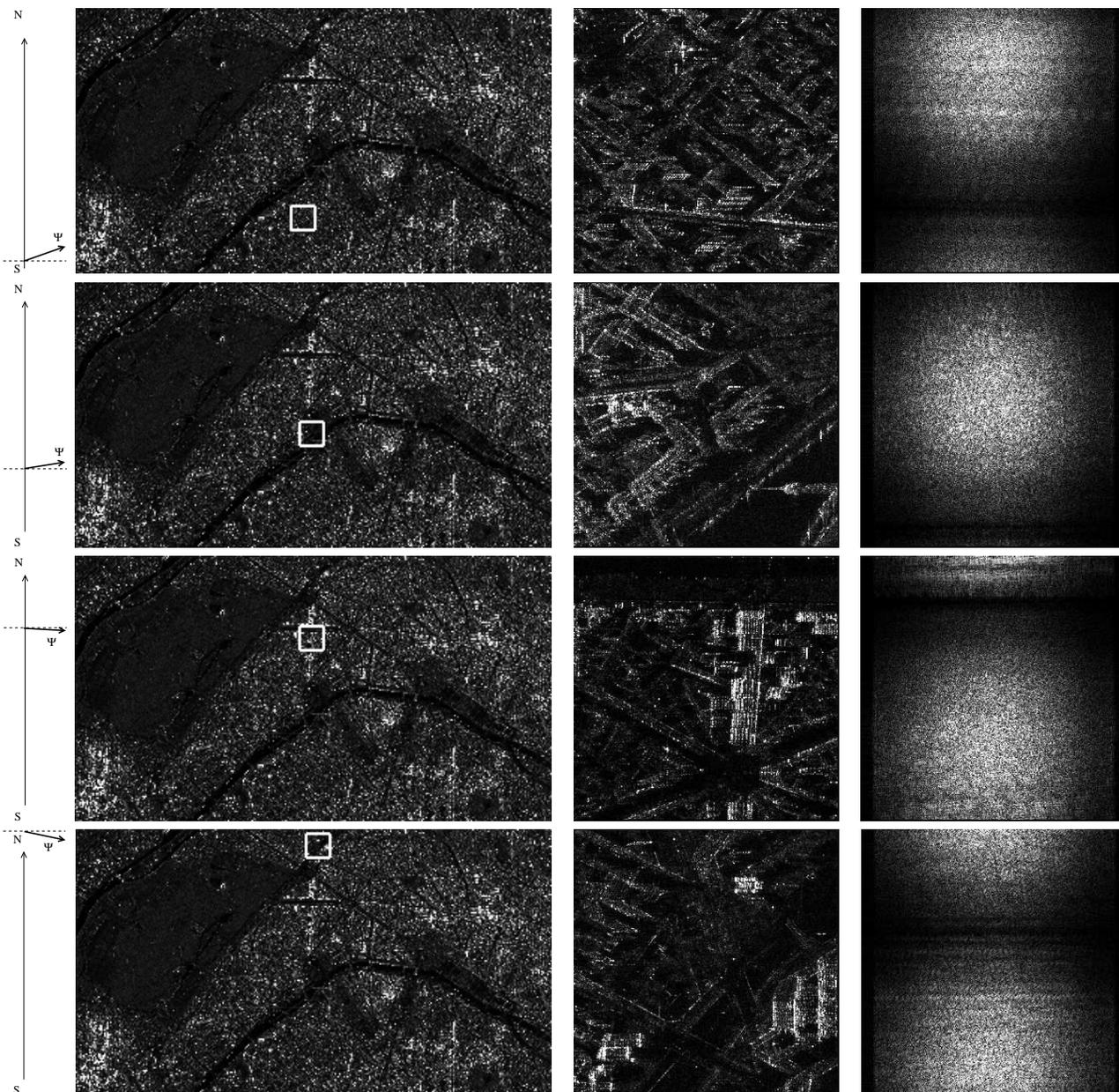


FIGURE 6.19 – TSX Paris, mode SpotLight_HS (pixel à peu près carré), passe ascendante (les données sont chronologiques : la vignette de la première ligne d'images correspond à l'origine temporelle de cet exemple). Le capteur balaye la zone en partant du Sud vers le Nord. Il est donc d'abord en rapprochement, puis en éloignement. Le Doppler que l'on peut mesurer sur la porteuse est donc positif (au Sud), puis négatif (au Nord). Ce Doppler a donc le même comportement que la rampe de phase liée au dépointage de l'antenne et dont on observe l'effet sur le spectre de l'image.

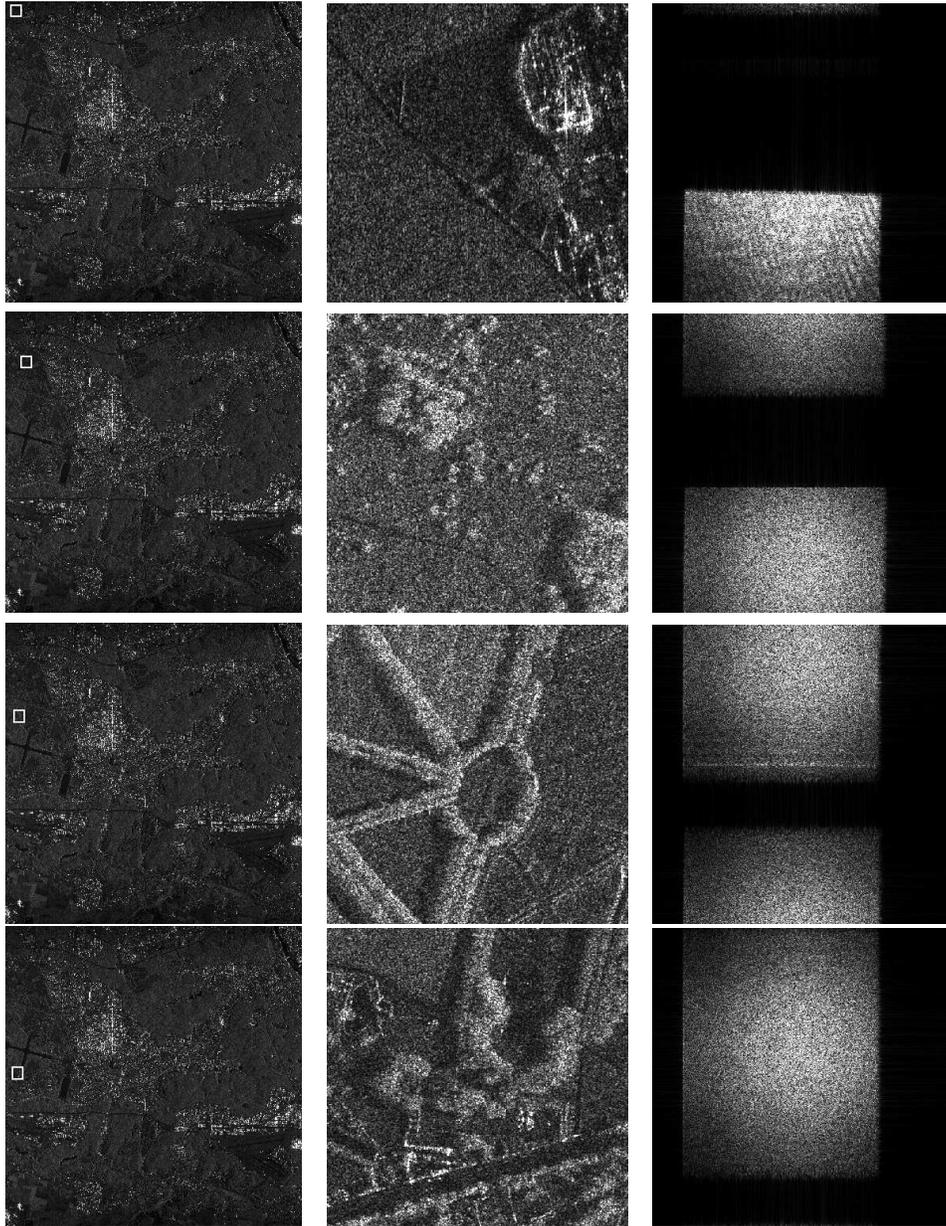


FIGURE 6.20 – Image CSK sur Versailles, mode *enhanced SpotLight* (pixel à peu près carré), passe descendante (les données sont chronologiques : la vignette de la première ligne d’images correspond à l’origine temporelle de cet exemple). La dimension en azimuth de la scène fournie par l’ASI est plus grande que la dimension théorique requise par la valeur maximale du squint sur CSK. Si, au milieu (temporel) de cette acquisition (vignettes inférieures), le squint est à peu près nul et le spectre est centré dans la fenêtre des fréquences, au début temporel de cette scène, le squint n’a pas pu avoir la valeur théorique souhaitée et la reconstruction s’effectue à partir d’un nombre limité de lignes : la résolution azimuthale est donc moins bonne (ce qui conduit à un spectre limité en azimuth).

Chapitre 7

Réponse d'une scène réelle en illumination cohérente : modèles de cibles et chatoiement

7.1 Résolution d'un RSO

7.1.1 Résolution et dimensions des pixels de l'image

Nous avons vu que la résolution d'un système RSO s'établit en analysant l'acquisition selon deux principes physiques fondamentalement différents :

- selon l'axe distance, c'est en étudiant le principe de l'écholocalisation que l'on établit la relation donnant la résolution. On obtient ainsi, le long de l'axe distance, la valeur de la résolution en distance¹ :

$$\delta r = \frac{c}{2BW}$$

qui ne dépend que de la bande passante BW du signal émis.

On en déduit la résolution sol δx dans le cas où le sol est plan et où l'onde a une incidence locale θ :

$$\delta x = \frac{c}{2BW \sin \theta}$$

- selon l'axe azimut, c'est en étudiant les lois d'antenne que l'on établit la relation donnant la résolution. On obtient ainsi la relation fondamentale des antennes synthétiques (relation 4.22) :

$$\delta y_S = \frac{L}{2}$$

qui ne dépend que de L , la dimension de l'antenne physique.

Pour que Shannon soit vérifié, rappelons l'image doit être acquise avec un léger suréchantillonnage, ce qui donne :

- en distance, la relation que doit vérifier la fréquence d'échantillonnage du signal reçu :

$$F_{\text{ech}} \geq BW$$

ce qui conduira à l'échantillonnage sol Δx :

$$\Delta x \leq \delta x$$

- en azimut, une condition sur la PRF connaissant la vitesse du satellite V_S :

$$\Delta y = \frac{V_S}{\text{PRF}} \leq \delta y$$

C'est la raison pour laquelle la transformée de Fourier d'une image RSO fait apparaître des marges autour de la partie utile (voir par exemple, au chapitre 5, les transformées de Fourier d'images ERS-1 et ERS-2 –figure 5.1–).

1. relation 3.12 si on analyse le *chirp*, relation 2.7 si l'on suppose l'émission d'un sinus cardinal

7.1.2 Résolution et réponse sol

L'étude des systèmes RSO satellitaires montre qu'en première approximation la réponse impulsionnelle de ces systèmes (PSF) est une fonction séparable des deux variables décrivant ces systèmes. Cette PSF s'exprime selon la géométrie dans laquelle on souhaite se placer :

- Si on se place en géométrie radar, on considère l'axe perpendiculaire à la direction azimutale. Pour tout point situé sur cet axe à la position r , l'expression de la PSF est donnée par la relation 2.21 :

$$PSF(r, y) \sim \cos\left(2\pi\frac{2r}{\lambda_0}\right) \text{Sinc}\left(BW\frac{2r}{c}\right) \text{Sinc}\left(\frac{2y}{L}\right)$$

- Si on se place en géométrie sol, en se plaçant perpendiculairement à la direction azimutale, tout point situé sur cet axe à la position x a pour PSF l'expression suivante (relation 2.25) :

$$PSF_{\text{sol}}(x, y) \sim \cos\left(2\pi\frac{2x \sin \theta}{\lambda_0}\right) \text{Sinc}\left(\frac{x 2BW \sin \theta}{c}\right) \text{Sinc}\left(\frac{2y}{L}\right)$$

Dans ce chapitre, on va principalement analyser les caractéristiques de la PSF selon l'axe distance, ce qui est aisé à mener puisque cette PSF est séparable. On obtient ainsi le signal $s_r(r)$ en géométrie radar :

$$s_r(r) = \cos\left(4\pi\frac{r}{\lambda_0}\right) \frac{\sin\left(\pi\frac{2BW r}{c}\right)}{\pi\frac{2BW r}{c}}$$

et $s_x(x)$ en géométrie sol :

$$s_x(x) = \cos\left(4\pi\frac{x}{\lambda_{\text{sol}}}\right) \frac{\sin\left(\pi\frac{2BW \sin(\theta) x}{c}\right)}{\pi\frac{2BW \sin(\theta) x}{c}}$$

avec (relation 2.27) :

$$\lambda_{\text{sol}} = \frac{\lambda_0}{\sin \theta}$$

Ces relations reflètent bien un mécanisme physique de construction de l'image par interaction d'une onde sur le sol, sans rien présager des modalités d'échantillonnage de la dite image. C'est la raison pour laquelle tous les raisonnements de ce chapitre portent principalement sur les résolutions en distance et en azimut et non sur les pas d'échantillonnage.

Jusqu'à présent dans ce document, nous n'avons considéré qu'un cas d'école très simple : le sol rétrodiffuse dans la mesure où des cibles canoniques sont disposées sur celui-ci. Cette approche avait servi à la définition de la résolution².

Dans ce chapitre, nous allons d'abord considérer des cas autres que la cible isolée : surfaces élémentaires, plaques, combinaison de plaques. Pour ces cas spécifiques, on a un certain nombre de cas appelés cibles canoniques et pour lesquelles les outils des théoriciens ont permis des calculs analytiques aboutis. Puis nous considérerons la situation antinomique de la cible unique : le sol est constitué d'un très grand nombre de diffuseurs élémentaires ponctuels dont la disposition sur le sol s'apparente à un processus aléatoire. Le signal reçu est alors le résultat d'une somme cohérente de tous ces signaux rétrodiffusés et chaque pixel de l'image peut se concevoir comme la réalisation d'un processus aléatoire. C'est ce principe qui montre que des zones apparaissant comme homogènes sur une image optique sont représentées avec un aspect granuleux sur l'image radar correspondante : on parle alors de *chatoiement* ou *speckle*.

7.2 La rétrodiffusion de l'onde radar : le concept de l'antenne sol

7.2.1 Définition de l'empreinte sol ES

Le signal radar émis a donc la forme donnée par la relation 2.8 en représentation temporelle ou la relation 2.15 en représentation distance.

En un point du sol, l'onde possède donc une limitation tant en distance qu'en azimut : la PSF 2-D marque le sol comme une empreinte : on parle alors d'**empreinte sol**, terminologie déjà rencontrée au chapitre 2 (paragraphe 2.3.6). La forme de cette empreinte sol est très particulière puisque :

2. c'est à dire les capacités à un système de séparer –résoudre– deux cibles ponctuelles identiques.

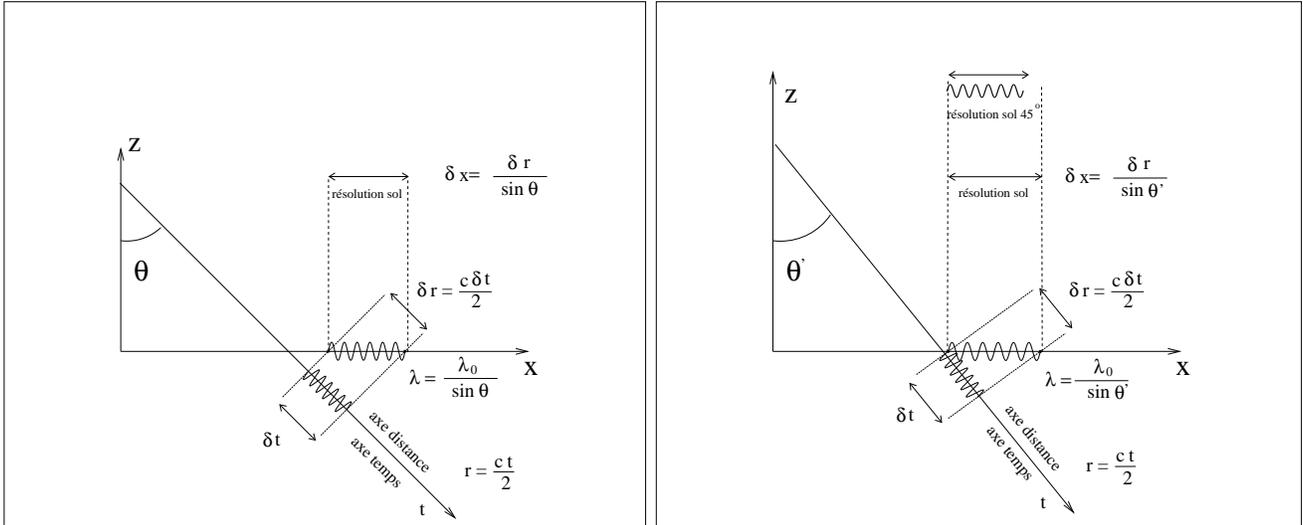


FIGURE 7.1 – Deux exemples d’une même onde, ayant 6 arches de sinusoïde dans la cellule de résolution. A gauche, l’incidence θ est de 45° . A droite, l’incidence θ' est de 36° : comme on a reporté sur cette figure la résolution sol pour l’incidence de 45° , on peut remarquer que là où il y a 6 arches de sinusoïdes au sol (cas 45°), on pourrait en compter 7 (cas 36°). Outre le fait que la cellule de résolution est plus grande pour l’incidence 45° que pour l’incidence 36° , on observe aussi que la longueur d’onde au sol est elle aussi plus grande : l’interaction avec les objets sur le sol pourra en être fortement modifiée, en particulier sur des zones de chatoiement comme nous le verrons dans le modèle du phaseur de Goodman (paragraphe 7.3.2).

- ce sont les caractéristiques du signal temporel émis qui donnent l’allure en distance de la PSF, la porteuse modulant cette allure.
 - ce sont les lois d’antenne synthétique qui donnent l’allure en azimut de la PSF.
- L’exemple donné figure 2.9 est repris ici (figure 7.2 gauche).

7.2.2 Définition de l’antenne sol

Considérons l’empreinte sol et supposons que les caractéristiques du sol provoquent l’apparition d’une rétrodiffusion instantannée sur chaque point du sol.

Localement, les diffuseurs présents sur le sol sont à l’origine de rétrodiffusion. Si on “voit” l’empreinte sol comme une loi de phase imposée par l’onde incidente, le sol va rétrodiffuser et fonctionner comme une antenne dont la loi de phase est dictée par l’onde incidence ainsi que par les rétrodiffuseurs : c’est le concept d’antenne sol (déjà rencontré au paragraphe 2.3.7).

Si on considère une résolution temporelle δt (liée à la bande BW), la résolution en distance est alors δr avec³ :

$$\delta r = \frac{c\delta t}{2} = \frac{c}{2BW}$$

ce qui donne la dimension L_{AS} de l’antenne sol (relation 2.26) :

$$L_{AS} = \delta x = \frac{\delta r}{\sin \theta} = \frac{c}{2BW \sin \theta} \quad (7.1)$$

C’est sur cette distance (L_{AS}) que l’on peut établir le NOCR (Nombre d’Oscillations dans la Cellule de Résolution), page 54).

7.2.3 Rétrodiffusion du sol dans le cas d’un sol lisse

Considérons un sol “lisse” infini, c’est à dire que ses aspérités sont beaucoup plus petites que la longueur d’onde (il est d’usage de prendre comme seuil la valeur $\lambda/10$). Dans ce cas, on peut supposer

3. relation 3.12 si on analyse le *chirp*, relation 2.7 si l’on suppose l’émission d’un sinus cardinal

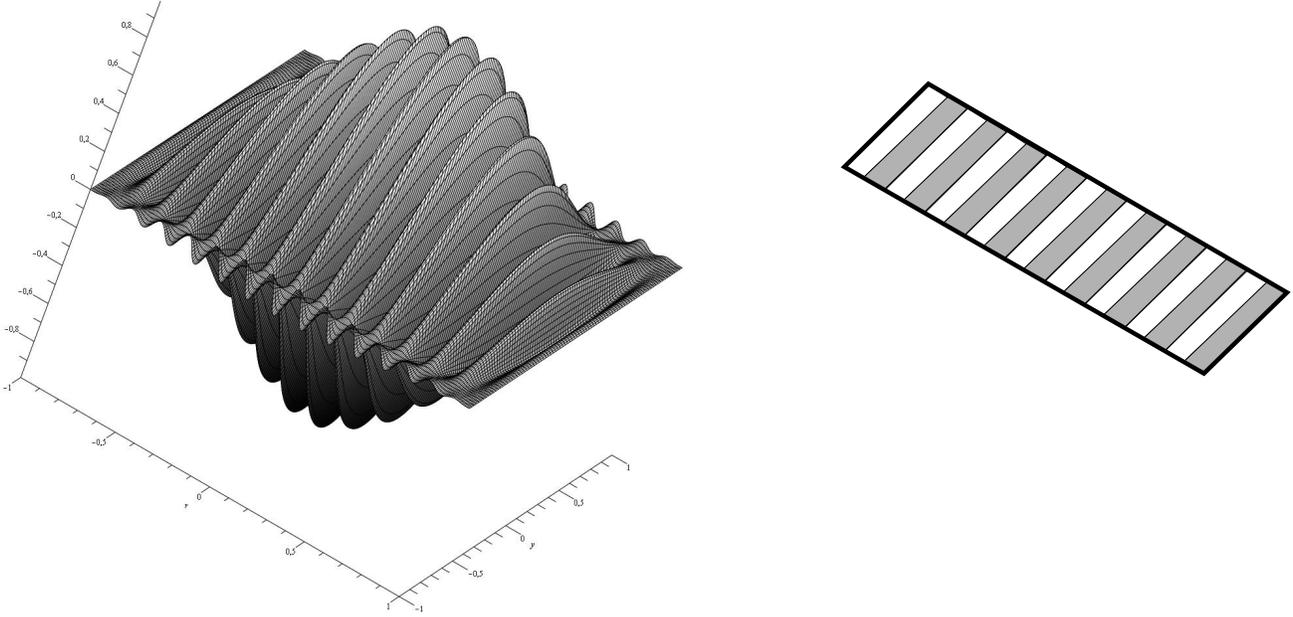


FIGURE 7.2 – A gauche : PSF 2-D d'un capteur RSO (figure 2.9). Dans cet exemple, l'onde effectue environ une douzaine d'oscillations (en distance) dans la cellule de résolution. Pour une cible placée au centre de cette cellule de résolution, tout se passe comme si l'état ondulatoire de la cellule de résolution était exactement celui de cette PSF-2D. La cellule de résolution peut alors se voir comme une antenne sol dont la loi de phase est donné par cet état ondulatoire spécifique à la géométrie du système. A droite : antenne à focalisation électronique dont la loi de phase présente une dizaine d'oscillations (NOCR ~ 10) entre 0 et 2π (on a représenté les zones de phase entre π et 2π en blanc, et les zones de phase entre 0 et π en noir). En reprenant l'analyse du paragraphe 4.7 dédié aux facultés de dépointage des antennes à focalisation électronique, on peut prédire que l'antenne sol sera dépointée.

que tous les diffuseurs au sol ont la même loi de déphasage, ce qui fait que l'antenne sol a comme seule loi de phase celle dictée par l'onde incidente.

Supposons que l'onde ait une incidence θ . Etablissons la relation donnant la rétrodiffusion de l'antenne sol dans une direction θ' . Le principe de Huyghens (voir paragraphe 4.1.4, dans le cas de signaux complexes : ceci permet de bénéficier des propriétés des sommes des puissances de l'unité), que l'on restreint à une sommation selon l'axe distance, permet d'écrire (en prenant une rétrodiffusion $a(x)$ réelle et unitaire en tout point de l'antenne sol) :

$$U(\theta, \theta') = \int_{L_{AS}} a(x) e^{-2j\pi \frac{x \sin \theta}{\lambda}} e^{-2j\pi \frac{x \sin \theta'}{\lambda}} dx = \int_{L_{AS}} e^{-2j\pi \frac{x(\sin \theta + \sin \theta')}{\lambda}} dx \quad (7.2)$$

Dès lors que le NOCR est suffisamment grand, l'intégrale n'a de valeur significative que pour la direction θ' telle que :

$$\theta' = -\theta$$

On retrouve les lois de Snell-Descartes propres à la réflexion sur un miroir : la diffusion est alors dite spéculaire.

Si le NOCR est suffisamment petit, on montre que :

$$U(\theta, \theta') = C$$

C étant une constante. La cible est alors omnidirectionnelle.

L'antenne sol peut être caractérisée par un diagramme d'antenne dont le lobe principal est pointé dans la direction du rayon spéculaire, et les secondaires que l'on peut observer seront d'autant plus marqués que le NOCR est petit.

7.2.4 Autres réflecteurs canoniques : notion de Surface Equivalente Radar (SER) ou RCS (*Radar Cross Section*)

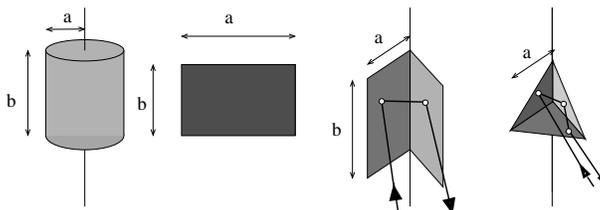


FIGURE 7.3 – Cibles canoniques : cylindre, plaque, dièdre (2 réflexions), trièdre (3 réflexions). Dans le cas du trièdre, l'onde rétrodiffusée est émise exactement dans la même direction que l'onde émise.

On peut affirmer que tout objet réagit à une onde radar selon le matériau qui le compose et selon sa forme. Pour quantifier cette rétrodiffusion, on introduit la SER (Surface Equivalente Radar, ou RCS –*Radar Cross Section*) qui est le rapport entre l'énergie reflétée dans la direction du radar par une cible et celle d'une sphère lisse de 1 m^2 émettant de manière égale dans toutes les directions.

Le tableau 7.1 (dont les valeurs proviennent de [14]) donne la SER pour des cibles canoniques (voir figure 7.3). Pour ces cibles, les surfaces sont considérées comme localement planes : la rétrodiffusion est alors soumise aux seules lois de Snell-Descartes.

Géométrie	SER	directivité OY	directivité OZ
Sphère de rayon a	πa^2	omnidirectionnelle	
Cylindre de rayon a et de hauteur b	$\frac{2\pi ab^2}{\lambda}$		
Plaque de côtés a et b	$\frac{4\pi a^2 b^2}{\lambda^2}$	$\frac{\lambda}{2a}$	$\frac{\lambda}{2b}$
Dièdre (2 plaques de côtés a et b)	$\frac{8\pi a^2 b^2}{\lambda^2}$	$\sim 40^\circ$	$\frac{\lambda}{2b}$
Trièdre (3 plaques de côtés a)	$\frac{4\pi a^4}{3\lambda^2}$	$\sim 40^\circ$	$\sim 40^\circ$

TABLE 7.1 – Exemples de SER (valeurs maximales) de cibles canoniques (d'après [14]), illustrées figure 7.3.

Le cas du trièdre est un exemple de cible dont la rétrodiffusion est globalement isotrope. Un exemple, le coin cube (*corner reflector*), en est donné figure 7.4.

Il faut aussi signaler une cible canonique très particulière, la **sphère de Luneberg**, dont l'indice varie à l'intérieur de la sphère selon la relation :

$$n(r) = \sqrt{2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}$$

avec R le rayon de la sphère.

On montre que tout rayon incident est réémis exactement dans la direction de la source. L'ordre de grandeur de la SER est plusieurs centaines de fois la surface de la sphère et le lobe de directivité est de l'ordre de 60° . La firme LUN'TECH (France) en possède les droits d'exploitation et de commercialisation.



FIGURE 7.4 – Cible canonique, cas du trièdre : *Corner reflector* expérimental placé sur la rive droite du glacier d’Argentière (expérimentations du projet EFIDIR en 2011 lors d’acquisitions Terrasar-X). Le côté du coin cube fait environ 40cm.

7.3 Cas d’un grand nombre de réflecteurs canoniques ponctuels : le chatoiement (*speckle*)

7.3.1 Origine du chatoiement

Nous allons maintenant considérer, en lieu et place du sol lisse, un certain nombre N de cibles ponctuelles de coefficient de rétrodiffusion a_i , positionnées aléatoirement sur l’antenne sol en x_i . On supposera que la dimension de ces cibles est suffisamment petite pour ne pas modifier le trajet aller-retour entre l’antenne et la cible⁴. L’intégrale de Huyghens s’écrit alors (expression 7.2 sous forme discrète) :

$$S(\theta, \theta') = \sum_{i=1}^N a_i e^{-2j\pi \frac{x_i \sin \theta}{\lambda}} e^{-2j\pi \frac{x_i \sin \theta'}{\lambda}} = \sum_{i=1}^N a_i e^{-2j\pi \frac{x_i (\sin \theta + \sin \theta')}{\lambda}}$$

Les positions x_i et les amplitude a_i étant aléatoires, on ne peut retrouver les lois de Snell-Descartes⁵. Le diagramme de l’antenne sol n’est pas calculable et, pour des raisons d’entropie, on peut affirmer qu’aucune direction n’est privilégiée dans ce diagramme.

De manière évidente, si on modifie le tirage des positions des cibles, le résultat de la somme discrète sera différente. Ceci explique pourquoi, sur une zone a priori homogène (champ agricole), l’aspect d’une image radar est hétérogène puisque pour chaque pixel on considère un tirage différent des cibles élémentaires.

7.3.2 Le chatoiement de Goodman

En configuration monostatique (même antenne pour l’émission et la réception), la contribution des cibles s’écrit :

$$S_\theta = \sum_{i=1}^N a_i e^{-4j\pi \frac{x_i \sin \theta}{\lambda}} \quad (7.3)$$

Dans cette expression, on peut remarquer que le terme dans l’exponentielle complexe est un multiple d’une grandeur issue d’un tirage aléatoire (x_i). En considérant pour chaque cible i la grandeur φ_i telle que :

$$\varphi_i = -4\pi \frac{x_i \sin \theta}{\lambda}$$

on peut affirmer que φ_i est une variable aléatoire et que, si l’on connaissait la loi des x_i , les φ_i suivent la même loi que les x_i (à une constante près). Aussi il est d’usage d’étudier la construction du chatoiement par le biais de l’expression suivante, équivalente à l’expression 7.3 :

$$S_\theta = \sum_{i=1}^N a_i e^{j\varphi_i} \quad (7.4)$$

4. On peut aisément prendre en compte ce facteur : cela revient à rajouter un terme de phase propre à chaque cible, mais cela alourdirait les expressions.

5. En revanche, si on distribue de manière régulière les cibles dans l’antenne sol avec un pas constant, on retrouvera les lois de Snell-Descartes. Dans ce cas, on parle plutôt de réseau de Bragg, comme en cristallographie.

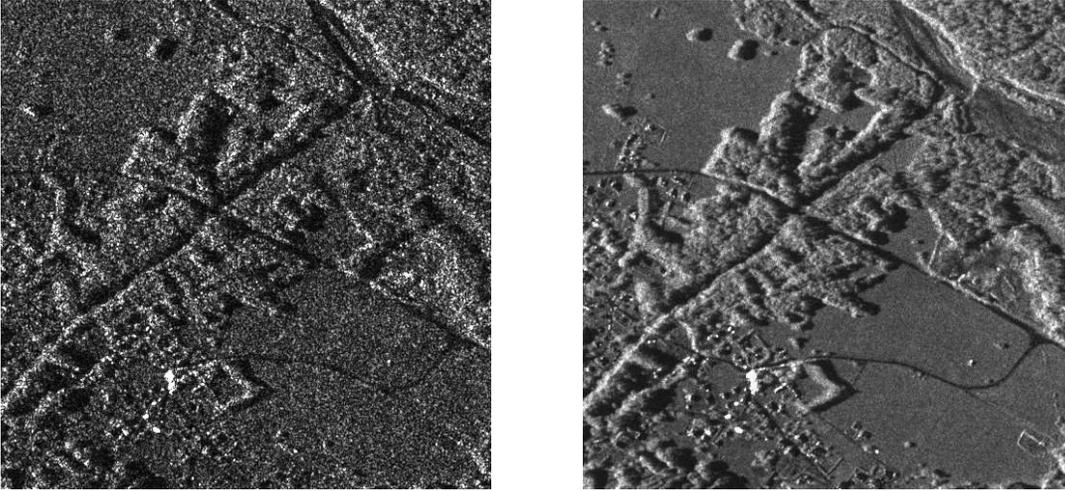


FIGURE 7.5 – A gauche, image RSO sur du parcellaire agricole (image Terrasar-X) : le chatoiement est omniprésent sur des parcelles a priori homogènes. A droite, image RSO de la même zone obtenue par filtrage multitemporel d’une pile de 20 images : cette image représente la réponse du sol à l’illumination radar en absence de chatoiement. Sur cette image “idéale”, les zones homogènes ont une réponse homogène.

La relation 7.4 correspond à la définition du phaseur de Goodman [4], dont les propriétés sont essentiellement liées à ce terme de phase dépendant de chaque cible⁶. Pour ce phaseur, Goodman montre que, pour un nombre de cibles suffisamment grand (ceci pour pouvoir appliquer le théorème central limite), on obtient pour une image cohérente les propriétés suivantes :

- pour tout pixel, amplitude et phase sont des processus aléatoires de sorte qu’en tout point (m, n) de l’image on a la valeur du pixel $s(m, n)$ qui s’exprime comme :

$$s(m, n) = A(m, n) e^{j\varphi(m, n)} = A_i(m, n) \cos(\varphi(m, n)) + j A_q(m, n) \sin(\varphi(m, n))$$

parties réelle et imaginaire de l’amplitude étant notées A_i (pour *in phase*) et A_q (pour *in quadrature*).

- $\varphi(m, n)$ et $A(m, n)$ sont des processus indépendants
- la phase $\varphi(m, n)$ est équidistribuée sur $[0, 2\pi[$
- parties réelle A_i et imaginaire A_q sont des processus gaussiens circulaires centrés indépendants suivant la même loi paramétrée par R :

$$P(A_i) = \frac{1}{\sqrt{\pi R}} e^{-\frac{A_i^2}{R}}$$

$$P(A_q) = \frac{1}{\sqrt{\pi R}} e^{-\frac{A_q^2}{R}}$$

- l’intensité $I(m, n)$ de chaque pixel suit une loi exponentielle décroissante (cas particulier de la loi Gamma). Connaissant la variance $\tilde{\sigma}$ de l’amplitude des phaseurs :

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{E[a_n^2]}{2}}$$

on a alors :

$$p_I(I) = \frac{1}{\mu_I} e^{-\frac{I}{\mu_I}} \quad (7.5)$$

avec $\mu_I = 2\tilde{\sigma}^2$.

- On en déduit que l’amplitude $A(m, n)$ de chaque pixel suit une loi de Rayleigh (qui est un cas particulier de la loi de Nakagami) :

$$p_A(A) = \frac{2A}{\mu_A^2} e^{-\frac{A^2}{\mu_A^2}} \quad (7.6)$$

6. Les propriétés du chatoiement peuvent aussi se déduire de phaseurs de même amplitude : $a_i = a\forall i$.

avec $\mu_A = \sqrt{2}\tilde{\sigma}$

Une illustration de ces deux lois est donnée figure 7.6.

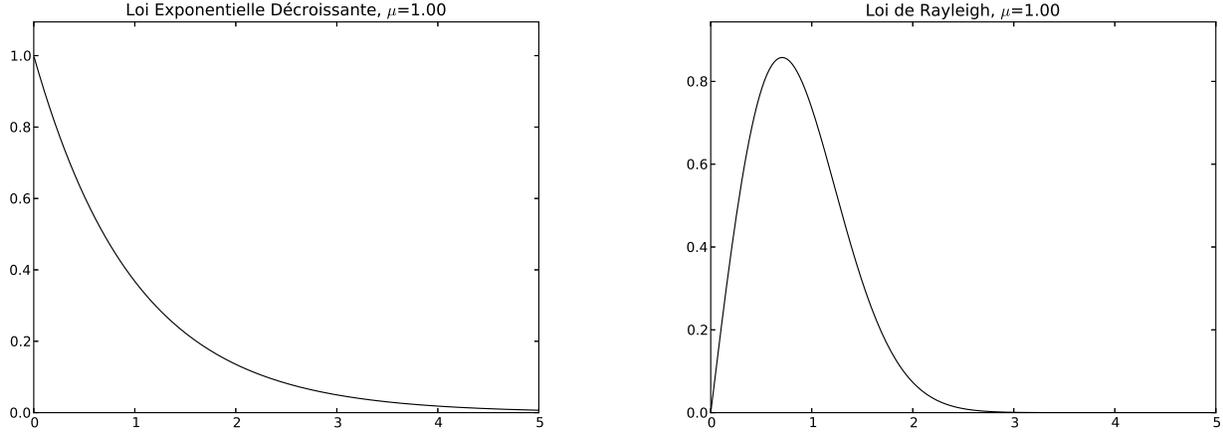


FIGURE 7.6 – Loi Exponentielle Décroissante (à gauche) et loi de Rayleigh (à droite)

Voilà pourquoi une image radar d’une zone a priori homogène apparaît fortement hétérogène. L’analyse du chatoiement nécessite des outils statistiques dédiés car il n’entre pas dans la catégorie des bruits additifs mais dans la catégorie des bruits multiplicatifs⁷ : l’étude de ces deux lois (exponentielle décroissante et Rayleigh) ainsi que des outils fondés sur les log-statistiques sont abordés avec plus en détail par exemple dans le document [10].

7.3.3 Les effets de l’incidence locale sur le chatoiement

Le tirage de chatoiement dépend de l’incidence locale θ . Considérons une valeur $\theta' = \theta + \delta\theta$. Un développement limité donne pour de petites valeurs de $\delta\theta$:

$$\sin \theta' = \sin \theta + \delta\theta \cos \theta$$

de sorte que la contribution des cibles s’écrit

$$\begin{aligned} S_{\theta'} &= a \sum_{i=1}^N e^{-4j\pi \frac{x_i \sin \theta'}{\lambda}} \\ &= a \sum_{i=1}^N e^{-4j\pi \frac{x_i (\sin \theta + \delta\theta \cos \theta)}{\lambda}} \\ &= a \sum_{i=1}^N e^{-4j\pi \frac{x_i \sin \theta}{\lambda}} e^{-4j\pi \frac{x_i \delta\theta \cos \theta}{\lambda}} \end{aligned} \quad (7.7)$$

Dans cette dernière relation, en faisant $\delta\theta = 0$, on retrouve bien évidemment la relation S_{θ} (équation 7.3). Ensuite, pour de très petites variations $\delta\theta$, on peut s’attendre à ce que les effets liés au terme en $\delta\theta$ soient faibles sur la somme discrète. Plus précisément, considérons le terme lié à $\delta\theta$:

$$e^{-4j\pi \frac{x_i \delta\theta \cos \theta}{\lambda}}$$

Si sur tout le long de l’antenne sol ce terme reste positif (c’est à dire le déphasage lié à ce terme appartient à $[-\pi/2; \pi/2]$), alors la sommation donnera un résultat d’autant plus proche de S_{θ} que $\delta\theta$ est petit. Cette condition, appliquée aux extrémités de l’antenne sol, peut alors s’écrire :

$$4\pi \frac{L_{AS} \delta\theta \cos \theta}{\lambda} \leq \pi$$

7. Il est d’usage de parler de “bruit de chatoiement”, mais puisque sa construction est parfaitement déterministe –équation 7.4–, on ne peut le voir stricto sensu comme un bruit.

c'est à dire

$$\delta\theta \leq \frac{\lambda}{4L_{AS} \cos\theta}$$

et en reprenant l'expression de l'antenne sol (relation 7.1)

$$L_{AS} = \delta x = \frac{\delta r}{\sin\theta} = \frac{c}{2BW \sin\theta}$$

on obtient

$$\delta\theta \leq \frac{\lambda BW \tan\theta}{2c} = \frac{BW \tan\theta}{2f_0}$$

On peut remarquer que l'on trouve une expression présentant une forte ressemblance avec la relation 5.6 qui avait servie à établir les conditions pour que deux spectres n'aient aucune partie en commun : pour obtenir exactement la relation 5.6, il suffit de faire comme hypothèse que le déphasage appartient à $[-\pi; \pi]$ et on peut alors affirmer que le tirage du chatolement avec une incidente θ n'a alors rien de commun avec un tirage de chatolement avec une incidente θ' .

7.4 Divers effets liés à l'acquisition de données RSO

7.4.1 Les effets liés à la polarimétrie (cas monostatique)

Modélisation de la rétrodiffusion

On supposera dans ce paragraphe que c'est la même antenne qui émet et qui reçoit (cas monostatique) : le référentiel polarimétrique en est énormément simplifié.

Les cibles sont en règle générale sensibles à la polarisation de l'onde émise, et de plus elles peuvent rétrodiffuser selon des polarisations spécifiques.

Pour modéliser le plus simplement possible ces phénomènes, il faut considérer que l'onde émise est représenté par un vecteur champ électrique $\vec{\mathbf{E}}_e$ dont l'orientation peut se décomposer selon une direction horizontale vis à vis du sol (composante H) et une autre direction (orthogonale au vecteur d'onde et à la composante H) appelée direction verticale (composante V).

$$\vec{\mathbf{E}}_e = \begin{pmatrix} E_{e,h} \\ E_{e,v} \end{pmatrix}$$

L'onde rétrodiffusée peut elle aussi se décomposer selon ces deux mêmes directions, ce qui fait que l'antenne reçoit une onde représenté par un vecteur champ électrique $\vec{\mathbf{E}}_r$ qui se décompose sous la forme :

$$\vec{\mathbf{E}}_r = \begin{pmatrix} E_{r,h} \\ E_{r,v} \end{pmatrix}$$

En supposant un modèle linéaire sous jacent pour la rétrodiffusion, on relie $\vec{\mathbf{E}}_e$ et $\vec{\mathbf{E}}_r$ par une matrice appelée matrice de Sinclair

$$\begin{pmatrix} E_{r,h} \\ E_{r,v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{i,h} \\ E_{i,v} \end{pmatrix} = \mathbf{S} \vec{\mathbf{E}}_{in} \quad (7.8)$$

Le traitement des données polarimétriques peut se faire [8] :

— en étudiant le vecteur

$$\begin{pmatrix} S_{hh} \\ \sqrt{2}S_{hv} \\ S_{vv} \end{pmatrix}$$

ce qui conduit à étudier la matrice de covariance,

— en étudiant le vecteur

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} S_{hh} + S_{vv} \\ S_{hh} - S_{vv} \\ 2S_{hv} \end{pmatrix}$$

ce qui conduit à étudier la matrice de cohérence.

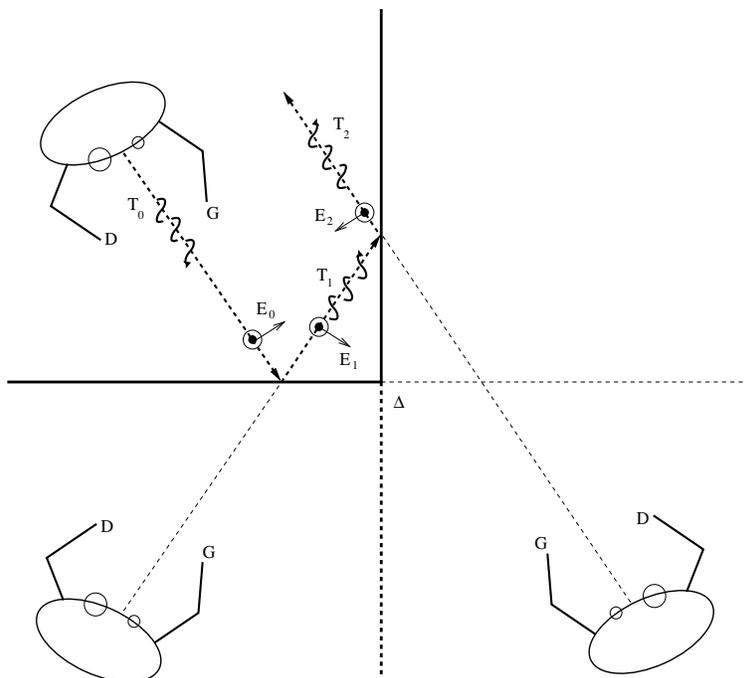


FIGURE 7.7 – L’observateur, doté d’un tire-bouchon à la main droite se regarde dans un dièdre composé de deux miroirs, tous deux à la verticale. Il se voit alors dans la bonne orientation (les pieds vers le bas) et tournant son tire bouchon (qu’il tient de sa main droite) “dans le bon sens” dans son référentiel propre.

Matrice de Sinclair dans le cas du dièdre (double réflexion)

Nous allons étudier un cas en optique (qui se modélise à l’aide de matrices de Sinclair puisque la lumière est une onde) qui est celui d’un observateur se regardant dans un dièdre composé de deux miroirs à 90° .

- Le premier cas est celui de la figure 7.7 : deux miroirs sont posés dans l’angle d’une pièce (ils sont tous les deux verticaux). Dans le cas de l’analyse d’un reflet dans un miroir unique, l’observateur a constaté que s’il tient un tire-bouchon de sa main droite, son image le tient avec la main qui est à sa gauche. Dans le cas de double réflexion, l’observateur se retrouve identique à lui même à une rotation de 180° près : les pieds en bas et la tête en haut, et avec un tire-bouchon dans sa main droite. La composante est alors inchangée et la matrice de Sinclair devrait faire apparaître une valeur $+1$.
- Le second cas est celui de la figure 7.8 : deux miroirs sont placés à angle droit l’un par rapport à l’autre, et l’un des miroirs est horizontal (le miroir est posé sur le sol : cette configuration est peu courante dans la vie de tous les jours). Dans le cas de l’analyse d’un reflet dans un miroir unique placé au sol, l’observateur a constaté qu’il s’observe la tête en bas, et de plus s’il tient un tire-bouchon de sa main droite, son image le tient avec la main qui est à sa gauche. Dans le cas de cette double réflexion, l’observateur se retrouve les pieds en haut et la tête en bas, et avec un tire-bouchon dans sa main droite. La composante est géométriquement inversée la matrice de Sinclair devrait faire apparaître une valeur -1 .

Ces deux observations expliquent pourquoi la matrice de Sinclair dans ces deux cas s’écrit :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- le cas à 45° est plus complexe, car peu courant : c’est celui de la cible expérimentale de la figure 7.9. On peut montrer qu’un observateur vertical se verra à l’horizontale après les deux réflexions sur chacune des plaques, et que de même un observateur horizontal se verra à la verticale. La matrice de Sinclair s’écrit alors :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Les bon auteurs (voir par exemple [8]) donnent la matrice de Sinclair pour un dièdre orienté d'un angle Ψ :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos 2\Psi & \sin 2\Psi \\ \sin 2\Psi & -\cos 2\Psi \end{pmatrix}$$

Pour les valeurs de Ψ égales à 0 et $\pi/2$, on retrouve les comportements analysés sur les figures 7.7 et 7.8. Pour $\Psi = \pi/4$ (orientation à 45°), on retrouve le corner dépolarisant de la figure 7.9.

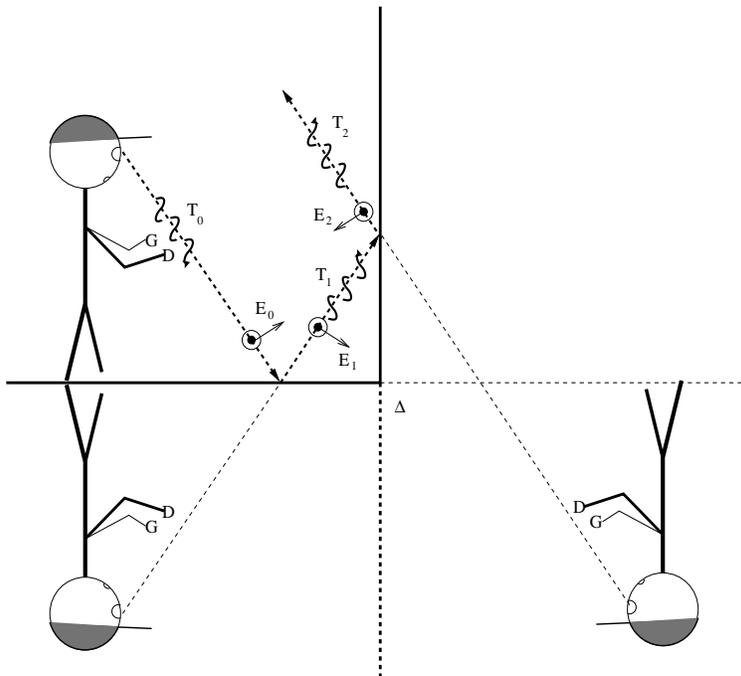


FIGURE 7.8 – L’observateur se regarde dans un dièdre composé de deux miroirs, le premier à l’horizontale, le second à la verticale. Il se voit alors la tête en bas, pivoté de 180° et tournant son tire bouchon “dans le bon sens” dans son référentiel propre. Cependant, l’observateur note que le tire bouchon tourne dans le mauvais sens dans son propre référentiel.

7.4.2 Les effets liés à l’orientation dans une scène

L’ESA emploie le terme de *flushing crops* pour désigner cet effet extrêmement brutal. On l’observe effectivement sur des scènes agricoles, mais surtout en milieu urbain.

La figure 7.10 montre un quartier de San Francisco imagé par le capteur SIR-C en bande C : les rues de ce quartier étant presque parallèle à la trajectoire du capteur, les immeubles ont alors la réponse d’un dièdre (voir tableau 7.1) qui a une SER élevée associée à une directivité très étroite : il faut effectivement un excellent alignement des rues sur la trace du satellite pour voir apparaître ce type de phénomène.

7.4.3 Les ambiguïtés

La formulation de la synthèse selon l’approche temporelle a montré qu’il fallait appliquer des retards sur les acquisitions pour reconstruire l’image en un point donné. En particulier, on pouvait interpréter ces retards comme des déphasages et on avait alors (relation 4.31) :

$$\delta\varphi_{y,n} = 2\pi \frac{(n\Delta y)^2}{2\lambda R} \text{ modulo } 2\pi$$

On pouvait envisager alors que la partie centrale de l’antenne synthétique (définie comme ayant une dimension telle que le point à imager soit à la distance de Fresnel de cette antenne centrale) n’ait aucune correction (relation 4.32) :

$$\delta\varphi_{y,n} = 0 \text{ modulo } 2\pi$$



FIGURE 7.9 – Cibles canoniques. Dièdre dépolarisant en test à Argentièrre lors des expérimentations du projet EFIDIR (acquisitions d’images Terrasar-X en mode *Quad Pol* du 24/04/2010).

ce qui revient à avoir une antenne synthétique plate.

Cette antenne synthétique plate a pour seule hypothèse que la différence de marche entre deux éléments de l’antenne synthétique soit zéro modulo λ . Cela signifie que cette antenne a des lobes secondaires dès lors que le dépointage soit tel que cette différence de marche soit un multiple de λ . La figure 7.11 en donne un exemple : entre deux éléments de l’antenne synthétique, la différence de marche est exactement égale à λ . Dans ce cas, la sommation est “en phase”. Le dépointage est alors :

$$\delta\Psi = \frac{\lambda}{\Delta y}$$

et l’antenne synthétique est capable d’imager dans cette direction. La position par rapport au point dans l’axe de l’antenne est alors :

$$y_A = \frac{\lambda R}{\Delta y}$$

Ces effets sont appelés *ambiguïtés en azimut*.

Dans le cas du capteur SIR-C en bande L (1.275 GHz, $\lambda=23.9$ cm, $L=12$ m, $\theta=50^\circ$, à 225 km d’altitude), on a une distance d’environ 350 km. Le premier secondaire apparaît alors à une distance d’environ 10 km. Cette énergie est bien évidemment plus faible puisque l’on sait que le secondaire du sinus cardinal est à -13 dB (l’approche temporelle donne la position exacte et montre que seulement le tiers de l’antenne peut imager dans cette direction, voir la figure 4.7).

7.5 Les effets de l’échantillonnage

7.5.1 Cas monodimensionnel : le sinus cardinal et son échantillonnage

Nous avons déjà rencontré la fonction sinus cardinal (relation 2.1) :

$$\text{Sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

dont la transformée de Fourier s’écrit (relation 2.3) :

$$\mathcal{F}[\text{Sinc}](f) = \begin{cases} 1 & \text{si } f \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le spectre est égal à 1 dans une fenêtre autour de l’origine des fréquences, et à 0 ailleurs : à ce spectre parfaitement localisé en fréquence est donc associé un signal, le sinus cardinal, dont le support est infini et dont la décroissance est lente (voir figure 2.1).



FIGURE 7.10 – Image de San Francisco prise par le capteur SIR-C en bande C. L’orientation d’un quartier exactement parallèlement à la visée du radar provoque une surbrillance locale extrêmement importante.

Considérons maintenant un signal échantillonné de longueur N . Si son spectre discret est en tout point égal à l’unité, on sait que ce spectre correspond à un signal ponctuel $\delta_0(n)$ (Dirac discret) puisque l’on a :

$$\text{TFD}[\delta_0](k) = 1 \quad \forall k \in N$$

Ce signal est donc un réflecteur ponctuel (“point brillant”) en ce sens qu’il est nul partout, excepté à l’origine. Remarquons maintenant que pour des valeurs entières la définition du sinus cardinal canonique permet d’écrire :

$$\text{Sinc}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \in \mathbb{Z}^* \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

On peut donc associer notre point brillant à un sinus cardinal⁸ dont on ne prendrait les valeurs qu’en des points entiers : cette opération donne alors des valeurs nulles excepté à l’origine.

Pour un point brillant situé à une position n quelconque, correspondant à un Dirac discret en n , on sait alors que sa TFD s’écrit :

$$\text{TFD}[\delta_n](k) = e^{-2j\pi \frac{nk}{N}} \quad \forall k \in N \quad (7.9)$$

Or un réflecteur ponctuel n’a aucune raison de se positionner exactement sur un pas d’échantillonnage : il se trouve le plus souvent positionné en un point x avec $x \in \mathbb{R}, x \notin \mathbb{Z}$. Dans ce cas, les zéros du sinus cardinal ne coïncideront plus avec les positions de l’échantillonnage. Pour trouver l’allure discrète de sa réponse impulsionnelle, il suffit de prendre la Transformée de Fourier Discrète Inverse de la relation 7.9 pour une valeur de n non entière et on obtient ainsi les valeurs du sinus cardinal discret.

De même, à cause de diverses opérations de filtrage analogique (à bord) et de traitement d’antenne, le spectre d’une image RSO ne remplit jamais la totalité de la fenêtre spectrale, aussi bien selon l’axe des distance que l’axe des azimuts (voir par exemple le spectre des images ERS, figure 5.1 page 112). Si l’on définit un paramètre γ correspondant à l’occupation du spectre dans la fenêtre fréquentielle :

$$\gamma = \frac{1}{F_{\text{réduite}}} \quad (7.10)$$

$F_{\text{réduite}}$ représentant une fréquence réduite spécifique à l’échantillonnage (et donc supérieure ou égale à 1 pour vérifier le critère de Shannon), le spectre du signal “point brillant” $s_{PB}(n)$ s’écrit alors (la fréquence

8. Pour les spécialistes, il faudrait dans cet univers discret considérer la fonction discrète “sinus cardinal discret” pour lequel on remplace le terme du dénominateur πx par la fonction $\sin(\pi x)$.

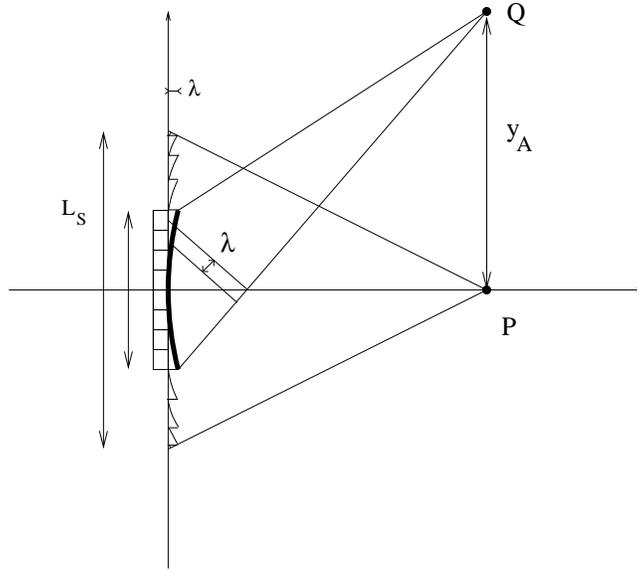


FIGURE 7.11 – Pour un signal quasi monochromatique, l’antenne courbe peut être remplacée par une antenne dite de Fresnel. Les différences de trajet entre un point de l’antenne et le point P sont alors traitées modulo λ (voir figure 4.16).

nulle étant à l’origine) :

$$\text{TFD}[s_{PB}](k) = \begin{cases} 1 & \forall k \in \left[0, \frac{\gamma N}{2}\right] \\ 0 & \forall k \in \left[\frac{\gamma N}{2}, N - \frac{\gamma N}{2}\right] \\ 1 & \forall k \in \left[N - \frac{\gamma N}{2}, N - 1\right] \end{cases}$$

La version continue du signal correspondant à ce spectre discret correspond au sinus cardinal :

$$\frac{\sin(\pi\gamma x)}{\pi\gamma x}$$

dont les zéros sont positionnées pour les valeurs de x telles que :

$$x = \frac{p}{\gamma} \quad p \in \mathbb{Z}^*$$

Les valeurs de ce signal sur les positions d’échantillonnages (x entier) sont donc non nulles.

Divers cas sont illustrés dans ce document :

- La figure 7.13 montre les effets du décalage subpixelique d’un réflecteur ponctuel pour une valeur δx comprise entre 0 et 0.5 . On remarque que pour $\delta x = 0$, seul le pic du sinus cardinal est représenté dans l’univers discret (réflecteur ponctuel situé exactement sur la grille d’échantillonnage). On note aussi que pour $\delta x = 0.5$, le réflecteur ponctuel “bave” de manière identique à droite et à gauche. On remarque enfin que les effets donnent des valeurs décroissantes à gauche et à droite du maximum.
- La figure 7.14 montre les effets liés à un spectre du point brillant n’occupant pas la totalité de l’espace de Fourier. On remarque qu’aux positions correspondant à des valeurs d’échantillonnage (les valeurs entières de la position) le signal correspondant au point brillant est non nul. On peut noter aussi qu’il n’y a aucune raison à ce que les échantillons aient une valeur strictement décroissante de part et d’autres de la position du pixel brillant.
- La figure 7.15 associe les deux mécanismes en illustrant un décalage de la représentation d’un pixel brillant dans le cas d’un suréchantillonnage de 1.33 ($\gamma=0.6$). On peut remarquer que les effets liés au suréchantillonnage donnent des valeurs ne suivant aucune règle (pas de décroissance de part et d’autre du maximum par exemple) facile à interpréter et à comprendre.

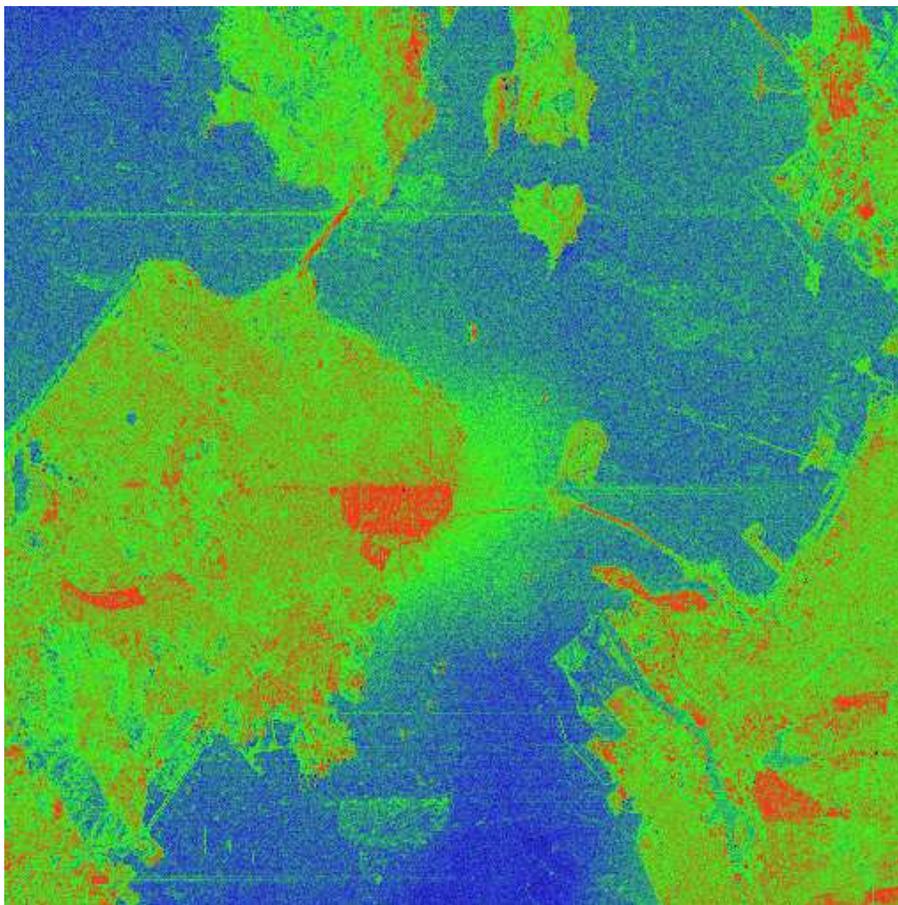


FIGURE 7.12 – Image (pseudo couleur) de San Francisco prise par le capteur SIR-C en bande L (à comparer avec l’acquisition en bande C prise lors de la même mission figure 7.10). L’orientation d’un quartier exactement parallèlement à la visée du radar provoque une surbrillance locale extrêmement importante (identique à l’acquisition en bande C). En modifiant la table de couleur de sorte à privilégier les faibles niveaux, on voit apparaître dans la mer la structure de ce quartier, verticalement de part et d’autre de ce quartier. La distance entre l’endroit réel et son fantôme est d’environ 9.2 km (d’après le Géoportail de l’IGN), ce qui est en accord avec le diagramme d’antenne.

7.5.2 Cas bidimensionnel : spectre et point brillant

Dans le cas bidimensionnel, l’aspect d’un sinus cardinal 2D va dépendre à la fois du décalage sub-pixellique en distance et du décalage subpixellique en azimut. La figure 7.16 illustre les effets d’un recalage au $1/4$ de pixel sur un pixel brillant réel (image Terrasar-X).

Décalage subpixelique du réflecteur ponctuel

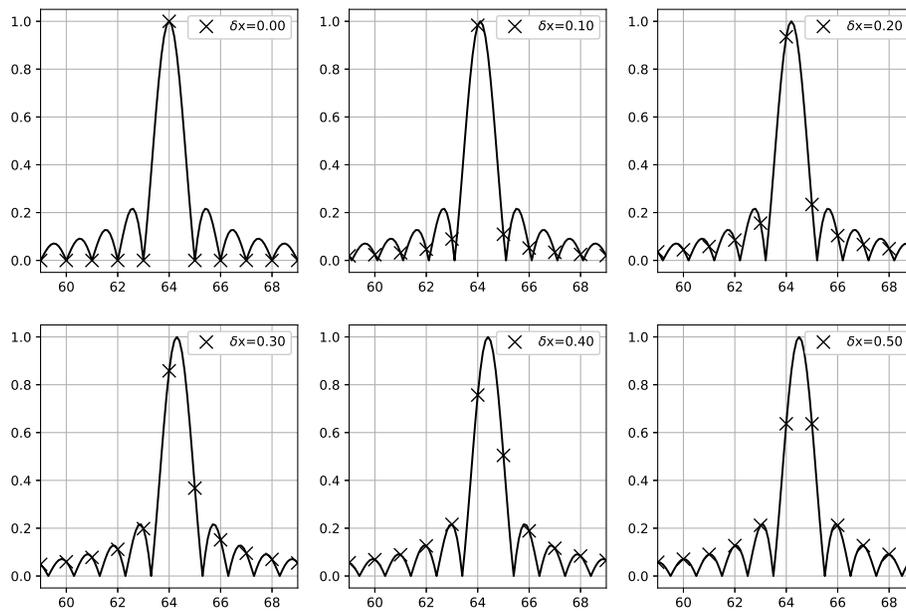


FIGURE 7.13 – Point brillant situé en $n = 64$. Effets d’un décalage variant entre 0 (pas de décalage) et un demi-pixel. Dans le cas du décalage nul, on observe que l’échantillonnage sélectionne des valeurs nulles du sinus cardinal, excepté au point où se situe le point brillant. En revanche, dans le pire cas (décalage d’un demi pixel), le maximum est atteint en deux points, et les secondaires coïncident exactement avec les secondaires du sinus cardinal : le point brillant est ainsi représenté par un grand nombre d’échantillons et “bave” longtemps sur ses voisins (décroissance en $1/x$).

Suréchantillonnage d'une réflexion ponctuelle

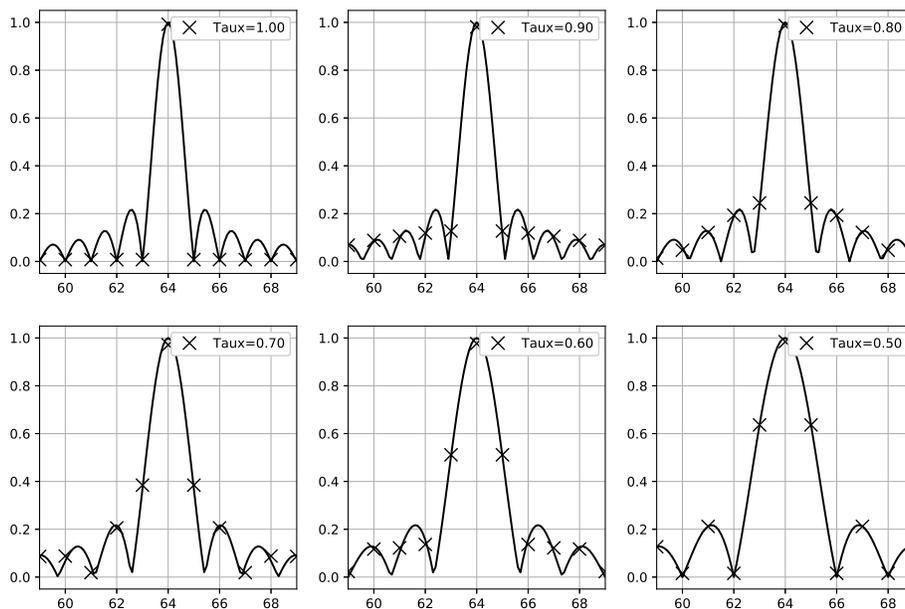


FIGURE 7.14 – Effets du taux de suréchantillonnage (paramètre γ de l'expression 7.10). Plus γ est faible, plus le suréchantillonnage est important et plus les secondaires deviennent observables.

Taux Spectre = 0,60

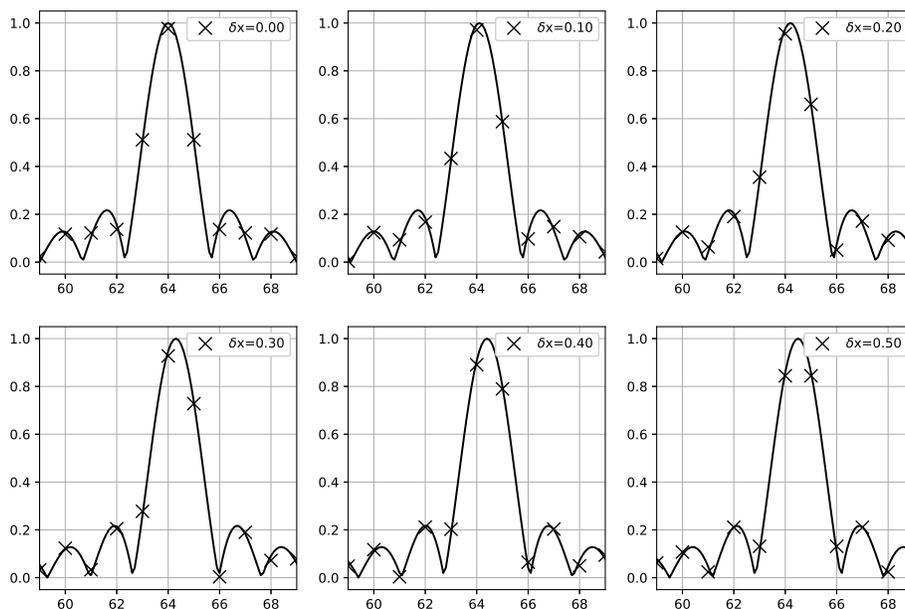


FIGURE 7.15 – Effets d'un décalage pour un taux d'échantillonnage de 60%. En associant ainsi un décalage et un suréchantillonnage, l'allure d'un point brillant s'écarte notablement de ce l'on pensait attendre a priori d'un signal représenté en continu par un sinus cardinal.

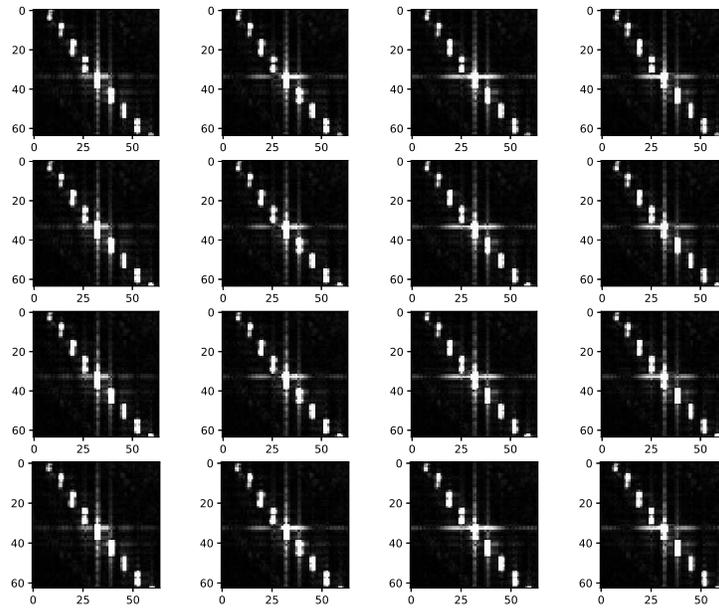


FIGURE 7.16 – Effets d'un décalage par étape de 0.25 pixel sur un point brillant d'une image Terrasar-X (barrage de Roselend).

Chapitre 8

Le relief : ses effets et sa mesure (interférométrie et radargrammétrie)

8.1 Introduction

L'imagerie RSO possède deux caractéristiques essentielles : la visée est latérale, ce qui conduit l'incidence locale de l'onde incidente à n'être jamais nulle, et c'est un système mesurant un temps de vol, grandeur que l'on convertit en distance en supposant la célérité des ondes électromagnétiques constante.

Concernant le premier point, nous avons vu qu'il existe une grande similitude de principe entre le pushbroom optique et l'acquisition RSO (paragraphe 1.3, figure 1.6), la différence étant que le capteur optique visait à la verticale. Dans ce cas particulier et historique (c'est par exemple le mode d'acquisition des Landsat depuis 1970), l'image optique ainsi acquise est insensible au sursol (immeubles par exemple) et au relief. Dès que la visée optique n'est plus verticale, relief et sursol modifient l'image, d'autant plus que l'angle de dépointage est élevé. Par une simple analyse géométrique, nous verrons les effets de l'incidence sur l'acquisition d'une image RSO en présence de sursol et de relief. Les principes appliqués étant très similaires à la géométrie des systèmes optiques, on parle souvent de **radagrammétrie** par analogie avec la photogrammétrie (fondée sur la stéréoscopie).

Le second point est le fait que les données RSO sont des mesures de temps de vol : c'est la raison fondamentale pour laquelle les données les plus complètes fournies par les agences spatiales sont des images complexes, chaque pixel étant défini par une amplitude et une phase. Cette phase est d'utilisation délicate car on ne la connaît que modulo 2π et que dans une cellule de résolution elle "tourne" très rapidement (voir la figure 2.9 illustrant le NOCR –Nombre d'Oscillation par Cellule de Résolution–). Cependant, même si elle est délicate à utiliser, elle est potentiellement porteuse d'une information importante car, pour les systèmes quasi monochromatiques, il y a un lien fort entre déphasage et retard. Comme un radar mesure un temps de vol et transforme cette grandeur en distance, on peut affirmer que toute variation de phase peut se traduire en variation de distance : c'est le principe des laser, appareils qui permettent des expériences comparant ces phases et qui sont le fondement de l'interférométrie. Grâce à la phase fournie en chaque pixel, nous verrons qu'il est possible d'utiliser l'interférométrie radar pour étudier sursol et relief.

Ce chapitre va commencer par l'étude de cas simples locaux (immeubles de formes diverses) mettant en évidence deux effets incontournables de l'imagerie RSO : le **repliement**, dû au fait que l'onde radar impacte d'abord le sommet d'un immeuble avant d'impacter sa base, et les **ombres**, effet de masquage d'une zone par un objet quelconque ne permettant pas la propagation des ondes électromagnétiques. Ceci permettra de mettre en place ensuite les techniques de radargrammétrie applicables sur une scène et permettant de calculer une élévation à partir d'une paire d'images. Enfin, l'interférométrie sera étudiée dans le cadre des satellites actuels ("seconde génération") pour lesquels la localisation de l'image sur le sol terrestre n'est plus un problème en soi.

8.2 Géométrie d'acquisition d'un RSO satellitaire

Dans tout ce chapitre, on se placera dans l'hypothèse de la Terre plane. Si l'on doit prendre en compte la courbure de la Terre, il faudra alors utiliser les expressions formulées en annexe B.

8.2.1 Hypothèse de Terre plane et de sol plat (Terre plate)

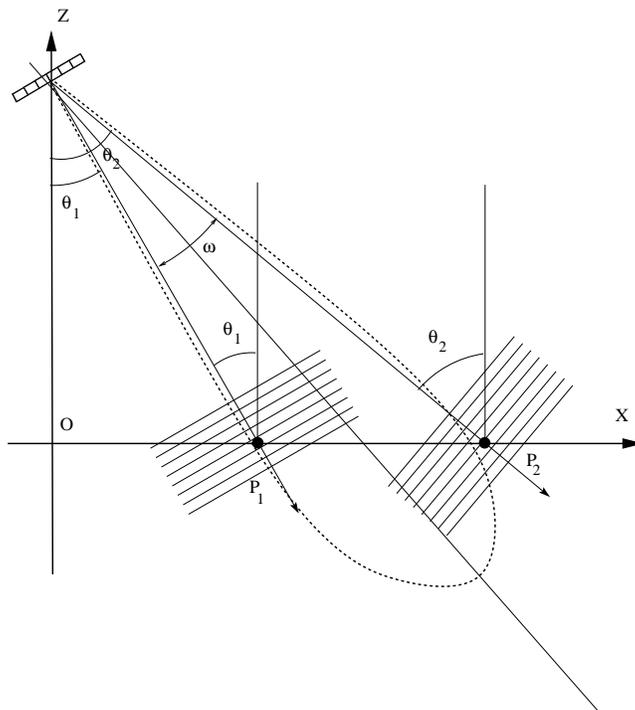


FIGURE 8.1 – Cas d'une Terre plane et d'un sol plat (Terre plate) : le lobe principal de l'antenne intersecte la Terre en un segment $P_1 P_2$ qui définit la fauchée sol. Le point le plus proche, P_1 , est souvent appelé point proximal (*near range*), le point le plus éloigné, P_2 , point distal (*far range*). L'angle d'incidence varie donc entre deux valeurs θ_1 et θ_2 telles que $\theta_1 < \theta_2$. Au voisinage des points P_1 et P_2 , on peut supposer que l'onde est plane.

Un capteur RSO acquiert un signal temporel dont la géométrie d'acquisition est dictée par le pointage de l'antenne. Les rayons qui correspondent au lobe principal de l'antenne intersectent le sol de la Terre : en ces points l'incidence locale est simplement dictée par l'angle d'émission et la rotondité de la Terre (figure B.1 de l'annexe B).

Si l'on fait l'hypothèse de Terre plane, on se retrouve dans la configuration de la figure 1.1 (décrivant le lobe principal et les lobes secondaires d'une antenne). Le lobe principal intersecte donc la Terre (figure 8.1), définissant ainsi un segment $P_1 P_2$, la *fauchée*, en dehors duquel on considère que la rétrodiffusion est négligeable (les effets des lobes secondaires ont été analysés au paragraphe 7.4.3). Le rayon OP_1 est appelé *rayon proximal* et le point P_1 *near range* : en ce point, l'incidence locale est θ_1 . Le rayon OP_2 est appelé *rayon distal* et le point P_2 *far range* : en ce point, l'incidence locale est θ_2 . Entre ces deux points, l'onde émise intersecte la Terre avec une incidence θ telle que $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$.

Etant donnée ce type d'acquisition, la dimension de la case sol Δx est donnée en fonction de la dimension de la case temps (Δt , c'est à dire le pas d'échantillonnage) et de l'incidence locale par la relation 1.5 :

$$\Delta x = \frac{c\Delta t}{2 \sin \theta}$$

On note que tout le long de la fauchée, la case sol varie entre Δx_1 et Δx_2 :

$$\Delta x_1 = \frac{c\Delta t}{2 \sin \theta_1} \quad \Delta x_2 = \frac{c\Delta t}{2 \sin \theta_2} \quad (8.1)$$

avec

$$\theta_2 > \theta_1 \Leftrightarrow \Delta x_2 < \Delta x_1$$

Le tableau 8.1 propose quelques illustrations numériques représentatives du problème. Rappelons qu'une amélioration de la résolution en distance passe en général par une diminution de la fauchée.

	Bande MHz (<i>BW</i>)	F_{ech} MHz	fauchée	θ moy	θ min	θ max	résolution min	résolution max	case sol min	case sol max
ERS	15.55	18.96	105 km	23°	19.7°	26.2°	23.4 m	17.9 m	19.2 m	14.7 m
TSX SM	100	110	33.0 km	39.2°	37.0°	41.4°	2.27 m	2.06 m	2.06 m	1.87 m
TSX SL-HS	300	330	8.9 km	35.0°	34.4°	35.7°	0.80 m	0.77 m	0.73 m	0.71 m

TABLE 8.1 – Exemples de dimension de la case sol le long de la fauchée. Les calculs ont été menés avec l'hypothèse de Terre plane. Pour le capteur Terrasar-X, les valeurs numériques sont tirées d'exemples classiques d'image StripMap (SM) et SpotLight (SL-HS).

Toute analyse sur une scène complète doit prendre en compte ces variations d'incidence locale¹, on peut néanmoins sur une analyse locale considérer cette variation comme négligeable vis à vis d'autres aspects, comme la pente locale.

8.2.2 Les effets de la pente locale sur la case sol

En présence de relief, le sol de la Terre n'est pas plat, et on définit une pente locale vis à vis de l'horizontale, notée α . Dans ce modèle, nous supposons que l'on peut se ramener (une fois de plus) à un problème bidimensionnel : la géométrie pouvant s'exprimer uniquement en fonction de la direction de fauchée (axe OX), et de l'axe vertical local (OZ), le plan ainsi défini incluant l'axe distance (OX').

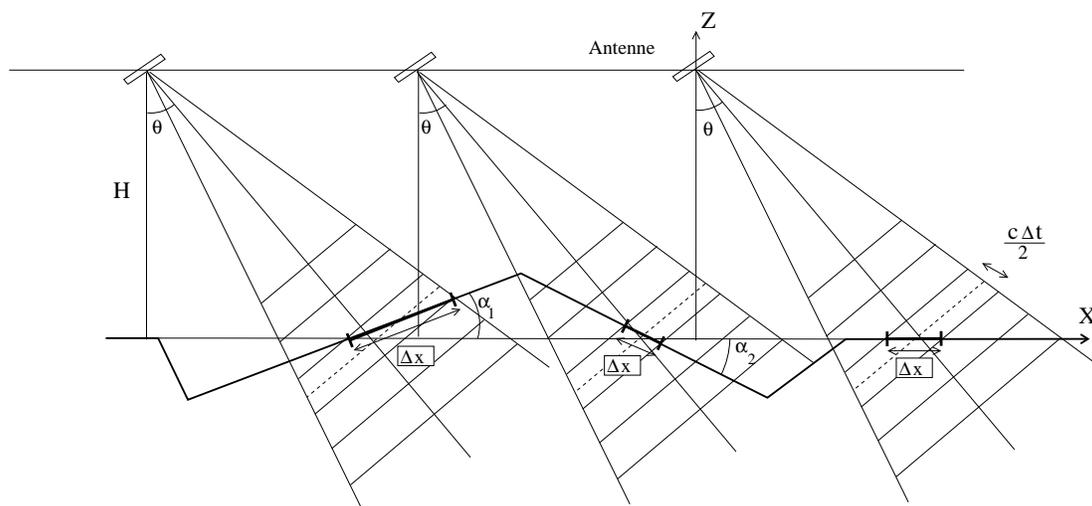


FIGURE 8.2 – Etude du relief, hypothèse de Terre plane : l'angle d'émission depuis l'antenne est identique à l'angle d'incidence au sol en l'absence de relief. Cas de droite : géométrie d'acquisition dans le cas du sol plat. Cas de gauche : pente dont la valeur α_1 s'oriente face au capteur. La case sol est alors plus grande que dans le cas "sol plat". Cas du milieu : pente dont la valeur α_2 s'oriente dans la direction opposée au capteur. La case sol est alors plus petite que dans le cas "sol plat".

1. Notons que pour une image acquises par un système RSO aéroporté, l'incidence locale peut varier par exemple entre 15° et 60°.

Il est facile de montrer la relation donnant la case sol en fonction de l'angle d'incidence et de la pente locale α :

$$\Delta x = \frac{c\Delta t}{2 \sin(\theta - \alpha)} \quad (8.2)$$

Si l'on étudie la variation de la case sol en fonction de la pente locale, on observe sur la figure 8.2 deux comportements possibles :

- α positif : la pente s'oriente de sorte à pouvoir devenir perpendiculaire à la visée,
- α est négatif : la pente s'oriente de sorte à pouvoir devenir parallèle à la visée.

Etudions maintenant les deux cas extrêmes suivants, illustrés figure 8.3 :

- α positif et $\alpha = \theta$. Dans ce cas, le radar illumine le sol comme si celui-ci était perpendiculaire à la visée, comme dans le cas d'un radar altimétrique (voir figure 1.3 page 16). Tous les points ayant cette valeur de pente $\alpha = \theta$ répondent dans la même case temps et leurs échos seront mélangés : en pratique, cela se traduit par une valeur de pixel intense et une absence de localisation des cibles, toutes confondues dans la même case distance.
- α négatif et $\alpha = \theta - \pi/2$. Dans ce cas la visée radar est parallèle au sol. La case sol est égale à la case distance (on a au passage la plus petite case distance possible et la meilleure résolution possible). Cependant, tout objet en sursol masquera l'onde et aucune rétrodiffusion ne sera possible passé cet objet en sursol.

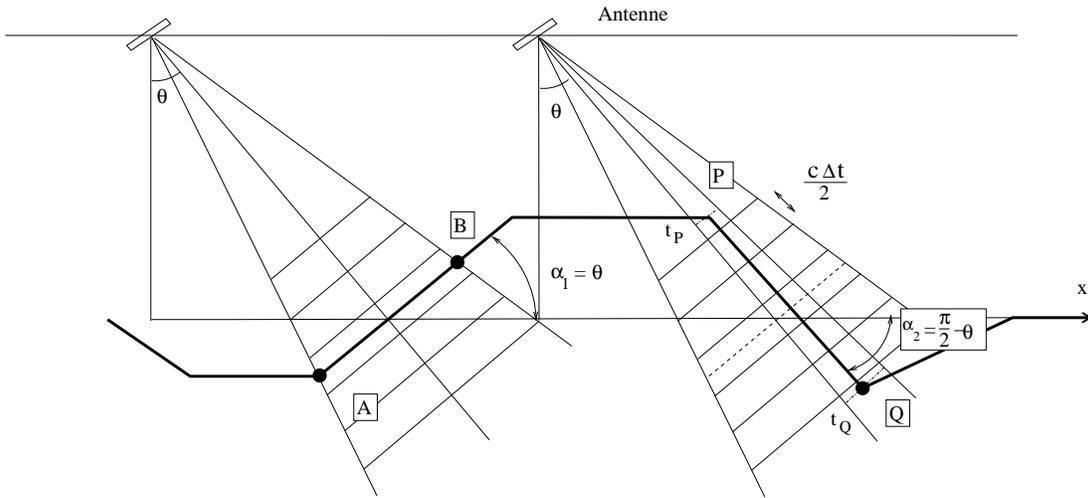


FIGURE 8.3 – Conditions limites en présence de relief. Cas de gauche (cas $\alpha_1 = \theta$), on observe que tous les points entre A et B partagent la même case temps : le système ne peut donc imaginer ce segment AB puisque tous les diffuseurs appartenant à ce segment auront leur réponse dans la même case temps. Cas de droite, (cas $\alpha_2 = \theta - \pi/2$), on observe que les points situés au sol entre les points P et Q sont pour ainsi dire effleurés par l'onde : ils ne produiront pas d'échos visibles sur l'image.

8.2.3 Ombres et repliements

Reprenons la relation 8.2 qui, pour une incidence donnée θ , exprime la variation de la case sol en fonction de la pente locale α :

$$\Delta x = \frac{c\Delta t}{2 \sin(\theta - \alpha)}$$

et regardons ce qu'il advient sur l'image lorsque $\alpha > \theta$ ou $\alpha < \theta - \pi/2$.

Formellement, cette relation demeure valide, mais le processus de construction de l'image est fondamentalement modifiée, comme nous pouvons le voir sur la figure 8.4 :

- Si $\alpha > \theta$, on observe un mécanisme de repliement (*layover*). En effet, on voit sur la figure 8.4 (cas de gauche) que la case temps qui illumine le point le point C situé au sommet de la partie en pente illumine aussi le point A situé sur une partie plate : les deux échos sont alors confondus. On peut remarquer aussi que tout point appartenant au segment est confondu sur l'image avec un point du segment BC.

- Si $\alpha < \theta - \pi/2$, on observe un mécanisme d'ombrage. En effet, on voit sur la figure 8.4 (cas de droite) que le rayon² issu de l'antenne qui passe au point P ne touchera le sol qu'au point R : tous les points du sol situés sur le segment PQ et le segment QR ne sont donc pas illuminés par le radar puisqu'ils sont dans le secteur l'ombre causé par la surélévation du point P vis à vis du point Q . Sur l'acquisition radar, aucun signal ne sera reçu entre les instants t_P et les instants t_R , ce qui se traduira par une zone sombre sur laquelle ne sera éventuellement observable que du bruit (bruit thermique, effets d'ambiguïtés,...).

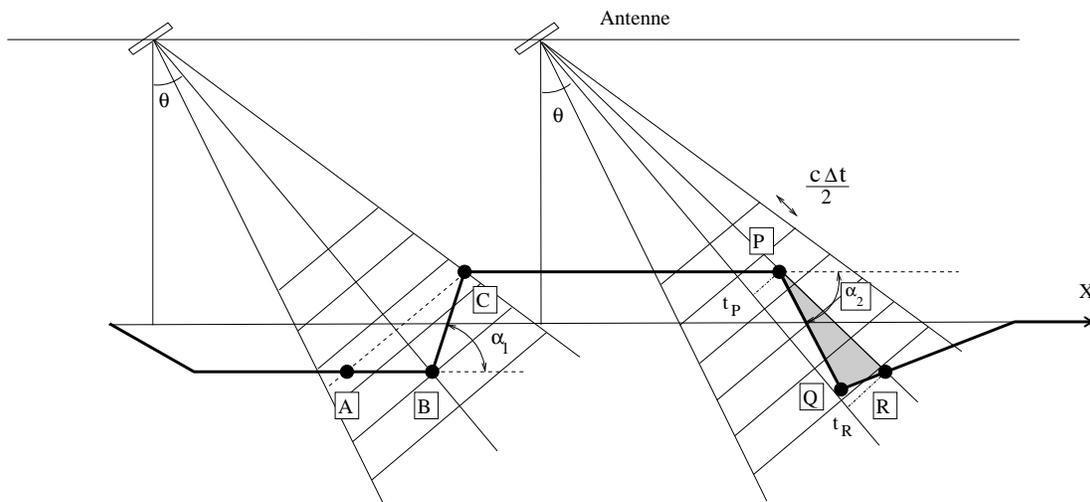


FIGURE 8.4 – Ombre et repliement en présence de relief. Cas de gauche (cas $\alpha_1 > \theta$), on observe que les points A et C partagent la même case temps : c'est le phénomène de repliement (*outlier*). Cas de droite, (cas $\alpha_2 < \theta - \pi/2$), on observe que les points situés au sol sur les segments PQ et QR ne sont jamais illuminés par le radar : on a un phénomène d'ombrage et l'image résultante sera noire sur une zone entre le pixel correspondant au point P et le pixel correspondant au point R .

8.2.4 Relief et radiométrie : les effets du relief sur l'empreinte sol

Considérons le cas où le radar illumine une zone homogène (champs, forêt) : l'image aura les caractéristiques d'une acquisition d'imagerie cohérente, c'est à dire sera marquée par le phénomène de chatoiement. La valeur moyenne sur cette zone sera néanmoins un indicateur fiable du phénomène de rétrodiffusion de la zone imagée si cette zone est suffisamment grande.

Un paramètre essentiel du chatoiement est le nombre de rétrodiffuseurs élémentaires, qui, dans le modèle idéal de Goodman, doit tendre vers l'infini. Dans les systèmes imageurs actuels, étant donnée la dimension de la cellule de résolution, on peut toujours considérer que ce nombre est très grand et que le chatoiement est pleinement développé. Néanmoins, si la dimension de cette cellule de résolution change, les caractéristiques du chatoiement vont alors varier puisque le chatoiement est lié au nombre de cibles élémentaires et ce nombre est d'autant plus grand que l'empreinte sol, c'est à dire la cellule de résolution en géométrie sol, est grande. En présence d'une pente locale, l'empreinte sol dépend de l'incidence locale et s'écrit :

$$\delta X = \frac{c\delta t}{2} \sin(\theta - \alpha)$$

En présence de chatoiement pleinement développé, si on attribue, pour une incidence locale donnée θ , une valeur du nombre de cibles élémentaires $N = N_\theta$, le nombre de cibles élémentaires va varier selon la pente locale α et on a :

$$N_\alpha = N_{\theta,\alpha} = N_\theta \frac{\sin(\theta - \alpha)}{\sin(\theta)}$$

et en supposant que le résultat d'un sommeur à la Goodman ait une amplitude proportionnelle à la racine carrée du nombre de cible élémentaire, on en déduit une loi de variation de la valeur d'un pixel $p(x, y)$

2. qui se propage en ligne droite : on pourra supposer que la diffraction en P est négligeable.

correspondant à une zone de pente α :

$$p(x, y) \sim \sqrt{\sin(\theta - \alpha)}$$

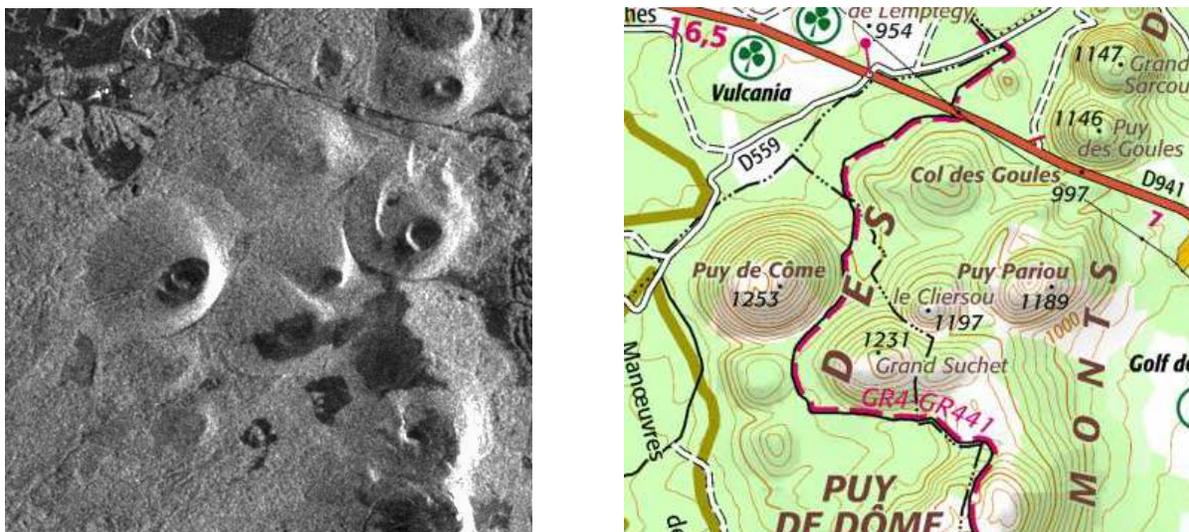


FIGURE 8.5 – A gauche : image Sentinel1 (moyenne géométrique d’une pile multitemporelle), acquisition descendante (le capteur est à droite sur l’image) sur la zone des Puys. L’incidence locale est 38.9° . A droite : carte IGN (©Geoportail). La trace du satellite fait un angle d’environ 14.3° par rapport au Nord géographique. On voit combien l’apparence des flancs Est des volcans est beaucoup plus brillante que celle de la face Ouest et que, dans le même temps, la taille apparente de ces flancs est réduite à l’Est. Sur la carte, on peut noter que ces volcans sont (presque) parfaitement tronconiques.

8.3 Les effets du sursol

Dans ce document, le “sursol” correspond à des constructions faites par l’homme : immeubles, tours, pylones, ... dont les effets s’ajoutent éventuellement à la variation d’altitude locale³.

Dans ce paragraphe, on simplifiera la représentation des immeubles en supposant que ce sont globalement des parallépipèdes rectangles, dont la description se réduit à une base et une hauteur. Ce type de sursol présente donc d’une part des surfaces (toits) et des façades susceptibles de générer des échos.

Pour simplifier l’analyse, on considère que l’incidence locale ne varie pas entre la base et le sommet du sursol (hypothèse tout à fait réaliste pour de l’imagerie satellitaire, mais discutable pour les RSO aéroportés).

8.3.1 La Tour Eiffel et le repliement

La Tour Eiffel est un bon exemple de sursol puisque elle présente une base carrée, un sommet à 300m d’altitude (320m en prenant en compte l’antenne), et une structure métallique génératrice d’échos radar.

Le phénomène de repliement évoqué au paragraphe 8.2.3 joue alors un rôle majeur. En effet, considérons la base de la Tour Eiffel (point C' sur la figure 8.6) et considérons le sommet de la Tour Eiffel (point C sur la figure 8.6). Ce point C sera confondu sur l’image avec le point C' au sol, et on a la relation :

$$\frac{CC'}{AC'} = \tan \theta$$

Pour retrouver l’altitude de la Tour Eiffel, deux démarches sont possibles :

3. La distinction apparaît clairement lorsque l’on parle de MNT (Modèle Numérique de Terrain, qui correspond au relief) ou de MNE (Modèle Numérique d’élévation) qui inclut relief et sursol.

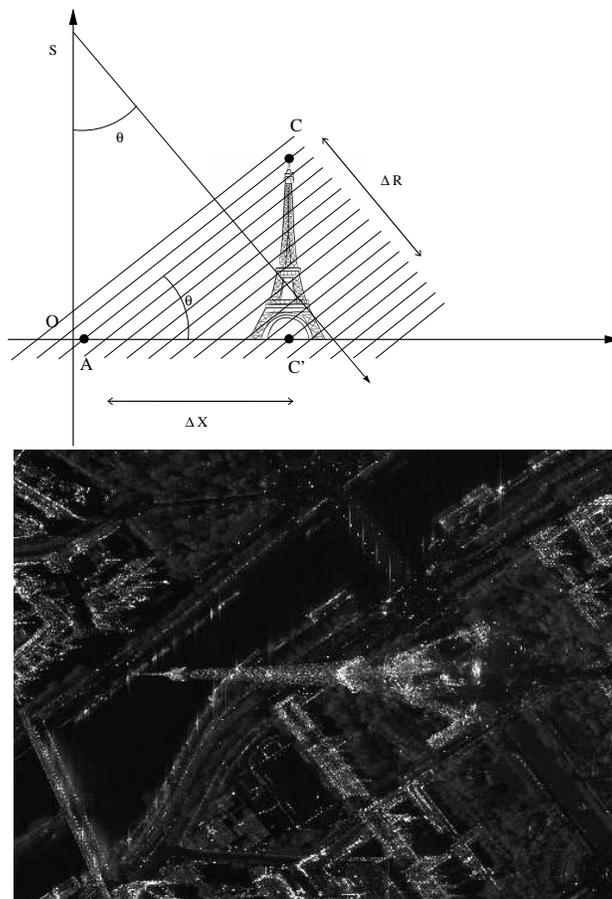


FIGURE 8.6 – Exemple de sursol (la tour Eiffel) illuminé par une onde radar (représentée par ses cases distances) sur une zone que l'on supposera d'altitude constante. Le radar est à gauche de la figure. Le premier point illuminé par l'onde radar correspond au sommet de la Tour Eiffel (point C) : il sera confondu sur l'image avec des points correspondant à l'altitude nominale (point A). Si l'on est capable sur l'image de repérer le centre de la base de la Tour Eiffel (point C'), la relation 8.3 s'applique : ici on trouve grossièrement $AC' \sim 500$ pixels, soit une distance sol de 400 m (il est difficile de pointer exactement la base de la Tour Eiffel). Connaissant l'incidence locale $\theta = 34.69^\circ$, on trouve alors environ 340m.

- une démarche dans laquelle on se place en géométrie sol : si on connaît sur l'image la positions du point sol A confondu avec le sommet de la Tour Eiffel ainsi que le point correspondant à la base de la Tour Eiffel (point C'), et en notant $AC' = \Delta X$, on en déduit l'altitude h de la Tour Eiffel (figure 8.6) :

$$\boxed{h = \Delta X \tan \theta} \quad (8.3)$$

à condition bien entendu que $\theta \neq 0$.

- une démarche dans laquelle on se place en géométrie image : si on mesure la distance (temps de vol) entre le sommet et la base de la Tour Eiffel (ΔR sur la figure 8.6), on en déduit l'altitude de la Tour Eiffel :

$$h = \frac{\Delta R}{\cos \theta}$$

Notons que cette relation est vérifiée pour $\theta = 0$, c'est à dire avec un radar en configuration d'altimètre.

Si on connaît l'altitude de la Tour Eiffel h , on peut en déduire la zone de l'image sur laquelle la rétrodiffusion de la Tour Eiffel affectera la rétrodiffusion du sol (puisque à tout point du sol situé sur le segment AC' il y a un point de la tour appartenant à la même case distance) :

$$AC' = \frac{h}{\tan \theta} \quad (8.4)$$

d'ombrage :

$$AD = AC' + C'D$$

ce qui donne

$$\begin{aligned} AD &= \frac{h}{\tan \theta} + h \tan \theta \\ &= h \left(\frac{1}{\tan \theta} + \tan \theta \right) \end{aligned}$$

ce qui donne au final :

$$\boxed{AD = \frac{2h}{\sin 2\theta}} \quad (8.5)$$

Si on connaît cette zone d'influence de la Tour Eiffel, notée AD , on peut en déduire son altitude h :

$$\boxed{h = AD \frac{\sin 2\theta}{2}} \quad (8.6)$$

L'exemple de la figure 8.7 donne un résultat tout à fait satisfaisant, sachant que la zone de rétrodiffusion plus faible derrière la Tour Eiffel est difficile à mesurer avec précision.

8.3.2 Les immeubles et les effets de façades

Les immeubles ont une réponse spécifique à l'illumination radar. En effet, plusieurs sources de rétrodiffusion sont à analyser sur ce type d'objet :

- Les échos (trajets directs) en provenance du toit se confondent avec des échos en provenance du sol, ceci étant dû au phénomène de repliement (figure 8.8).
- Les échos (directs) en provenance de la façade (par exemple des structures comme les balcons) se confondent avec le sol (voir l'illustration figure 8.8 et le cas réel de la tour Mirabeau figure 8.16). Pour un immeuble de hauteur h , la zone de façade s'observe sur l'image sur une longueur $L_{\text{façade}}$:

$$L_{\text{façade}} = \frac{h}{\tan \theta}$$

- Les échos rétrodiffusés par la façade peuvent aussi se réfléchir sur le sol (figure 8.9) : on parle de "double rebond" et tous les signaux ainsi obtenus se confondent exactement avec l'écho correspondant au bord du toit et à celui correspondant à la base de l'immeuble. En effet, on a pour le trajet correspondant à la base de l'immeuble :

$$d_C = 2C_1C_2 = 2OC_2 \sin \theta$$

et pour le trajet $B_1 \rightarrow B_2 \rightarrow B_3 \rightarrow B_4$:

$$\begin{aligned} d_B &= B_1B_2 + B_2B_3 + B_3B_4 = 2B_1B_2 + B_2B_3 = 2OB_3 \sin \theta + B_3C_2 \cos \theta + B_2C_2 \sin \theta \\ &= 2OB_3 \sin \theta + B_3C_2 \cos \theta + \frac{B_3C_2}{\tan \theta} \sin \theta \\ &= 2OB_3 \sin \theta + 2B_3C_2 \sin \theta = 2OC_2 \sin \theta = d_C \end{aligned}$$

A cause de ce phénomène de double rebond, c'est toute la façade qui apparaît dans la même case temps : on voit alors sur l'image un pixel extrêmement brillant. De plus, si l'immeuble a une orientation alignée à peu près parallèlement avec la trajectoire du satellite, on observera une ligne brillante sur l'image. Notons au passage que tout point de la façade est illuminé deux fois –le trajet direct et le trajet avec rebond sur le sol–, ce qui renforce l'importance du double rebond.

- enfin, pour mémoire, il apparaît une zone d'ombre en arrière de l'immeuble (figure 8.10). Connaissant sa hauteur h , son étendue en distance (BC sur la figure) s'écrit :

$$\Delta_{\text{ombre}} = \frac{h}{\cos \theta}$$

ce qui masque sur le sol une longueur ($B''C$ sur la figure)

$$L_{\text{ombre}} = h \tan \theta$$

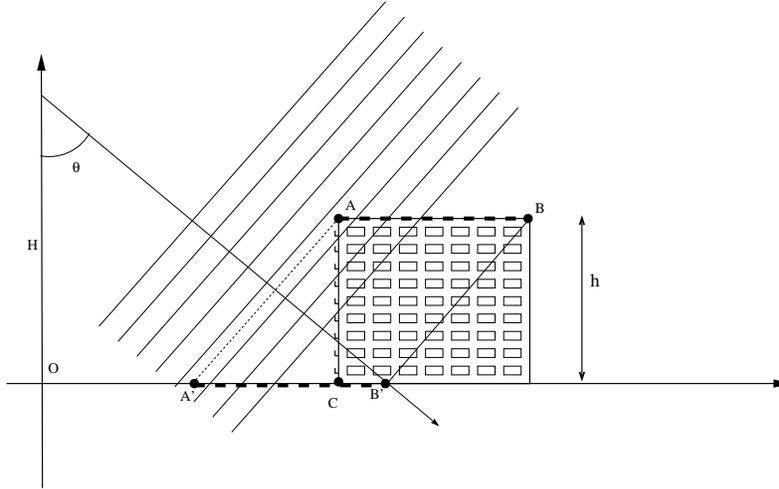


FIGURE 8.8 – Exemple de sursol : effet des toits et des objets de façades en trajets directs. Le point A du toit le plus proche du satellite est imagé dans la même case distance que le point A' du sol. De même, le point B du toit le plus éloigné du satellite est imagé dans la même case distance que le point B' du sol (ce dernier n'étant bien évidemment pas visible dans le cas de cette figure puisqu'il est "sous" l'immeuble). Les objets de façade (balcons), situés entre les points A et C rétrodiffusent et leurs échos se confondent avec les rétrodiffuseurs au sol situés entre les points A et C .

En résumé, l'observation d'un immeuble de hauteur h sur une image radar sera marquée par trois phénomènes souvent gênant :

- le repliement de la toiture en avant de l'immeuble, le premier point de la toiture étant confondu au sol avec un point au sol distant de la base de l'immeuble de la valeur :

$$L_{\text{facade}} = \frac{h}{\tan \theta}$$

- un effet marqué du double rebond, localisé exactement à la base de l'immeuble : le point sur l'image correspondant à la base a alors une très forte intensité puisqu'il représente l'écho de la base et aussi tous les échos de la façade.
- une ombre dont l'étendue au sol est donnée par la relation

$$L_{\text{ombre}} = h \tan \theta$$

Cette ombre est très souvent difficile à observer en sa totalité en milieu urbain.

Il est intéressant de remarquer que ces deux effets ont un comportement gênant qui s'avère être comparable pour $\theta = 45^\circ$ puisque, pour $\theta=45^\circ$, on a :

$$\tan \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$L_{\text{facade}, \theta=45^\circ} = L_{\text{ombre}, \theta=45^\circ}$$

- pour $\theta < 45^\circ$, les zones ombrées seront moindres, mais le repliement sera plus marqué ;
- pour $\theta > 45^\circ$, les zones ombrées seront plus importantes, mais les effets du repliement apparaîtront sur une zone plus petite.

On peut noter aussi que pour une valeur θ donnée, en considérant $\theta' = \pi/2 - \theta$, les effets s'inversent puisque :

$$\tan(\pi/2 - \theta) = \frac{1}{\tan \theta}$$

La figure 8.12 donne l'étendue au sol des zones perturbées par l'effet d'ombre et celui de repliement, ainsi que la somme de ces deux étendues qui vérifie la relation (voir la relation 8.5) :

$$L_{\text{facade}} + L_{\text{toiture}} = \frac{2h}{\sin 2\theta}$$

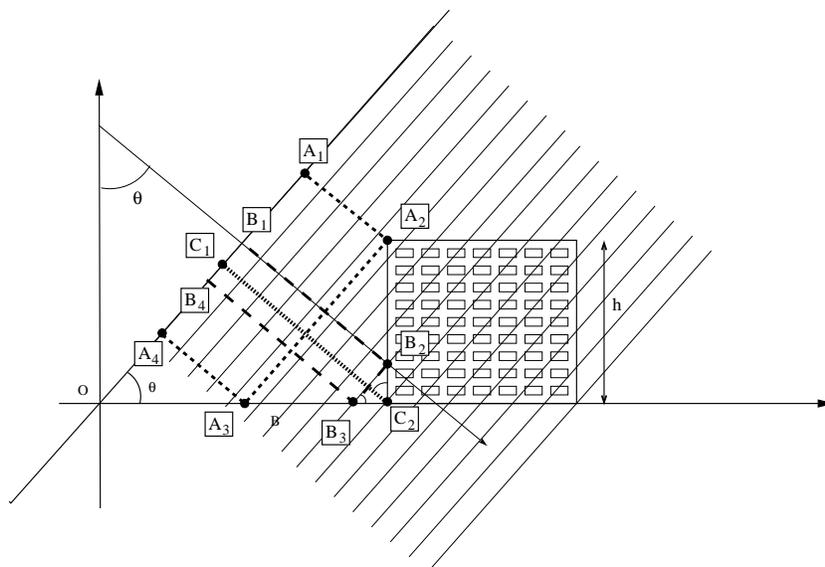


FIGURE 8.9 – Exemple de sursol : effets de façade en double rebonds. Les trajets $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow A_4$, $B_1 \rightarrow B_2 \rightarrow B_3 \rightarrow B_4$ et $C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow C_3 \rightarrow C_4$ ayant même longueur, tous les points correspondant sur la façade (et sur le sol) apparaissent dans le même pixel, ce qui rend le nombre de diffuseurs élémentaires très grand et la sommation cohérente élevée.

à laquelle il faudrait rajouter les effets du toit proprement dit si l'on veut avoir une idée de l'emprise d'un immeuble sur une image. On peut ainsi noter que pour une incidence de 45° , la zone perturbée est minimale.

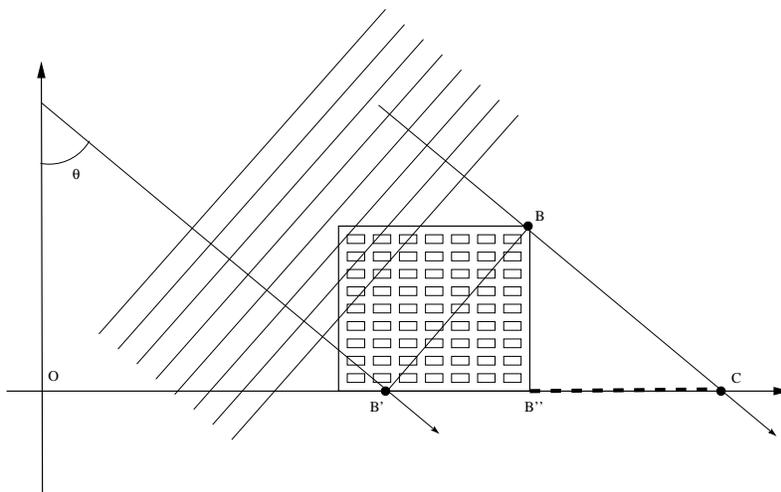


FIGURE 8.10 – Exemple de sursol : effet d’ombre. Le rayon BC n’intersecte aucune zone échogène puisque l’immeuble masque le sol (segment $B''C$).

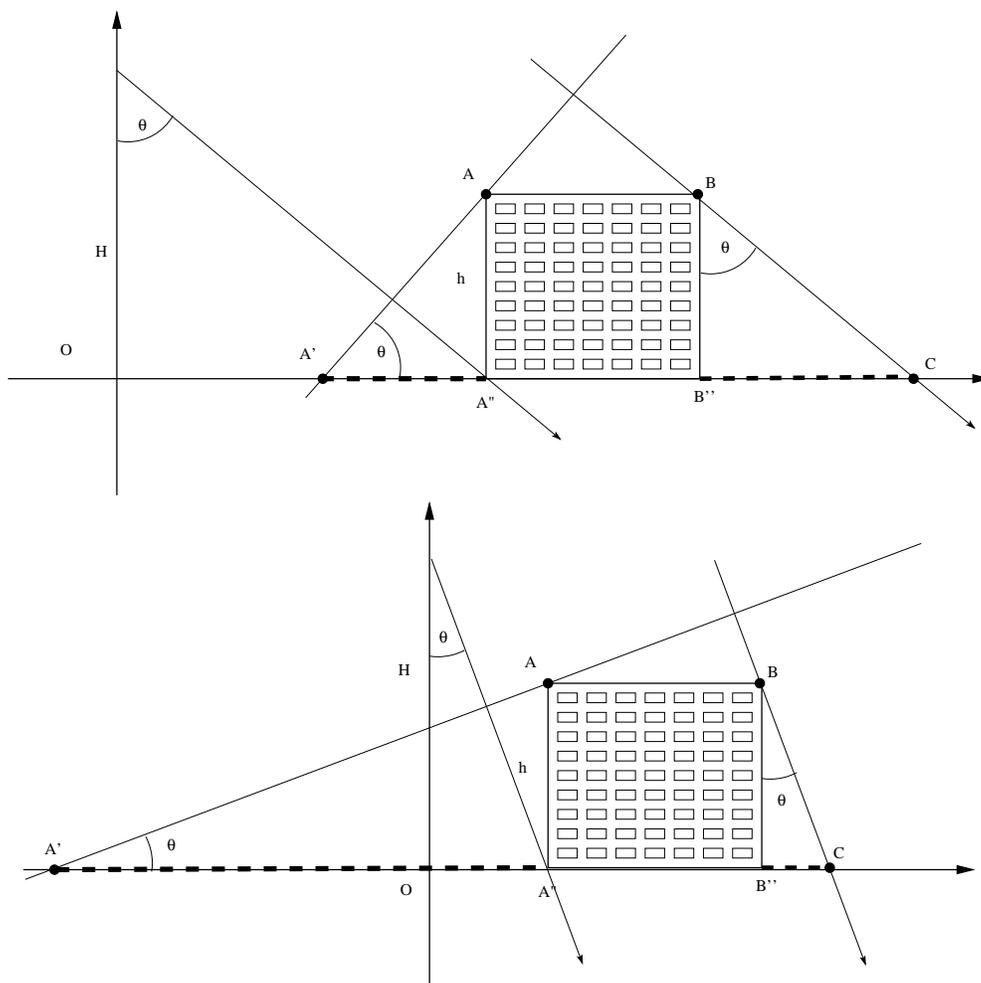


FIGURE 8.11 – Récapitulatif des effets de façade et d’ombre causés par un immeuble de hauteur h . En haut, l’incidence locale est environ 49° . En bas, l’incidence locale est environ 20° .

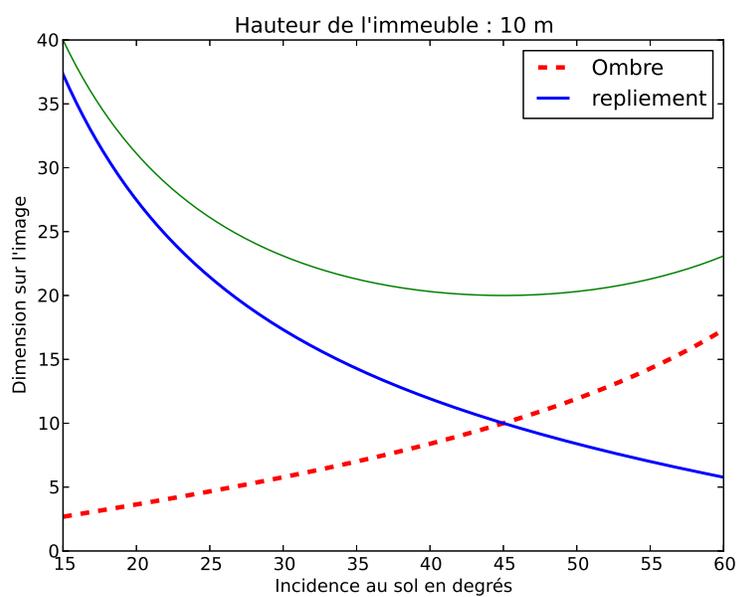


FIGURE 8.12 – Etendue au sol des effets de façade et d’ombre pour un immeuble de 10m de haut en fonction de l’incidence au sol locale θ . La courbe supérieure correspond à la somme des deux effets (zone d’influence, à laquelle il faut ajouter la dimension du toit). On peut noter que pour un angle de 45° , les effets ont exactement la même valeur : un immeuble de 10m de haut aura sur l’image une ombre de 10m et un repliement de 10m.

Cas réel : l'hôtel Lutetia

L'hôtel Lutetia à Paris est un immeuble en bordure du boulevard Raspail. Il fait 20 m de haut, respectant ainsi le critère de hauteur maximale imposé par les normes haussmanniennes (le boulevard Raspail faisant 28 m de large). Sa façade fait environ 15m de large. La figure 8.13 montre d'une part une image radar (Terrasar-X) et d'autre part les mécanismes de rétrodiffusion sur sa façade.

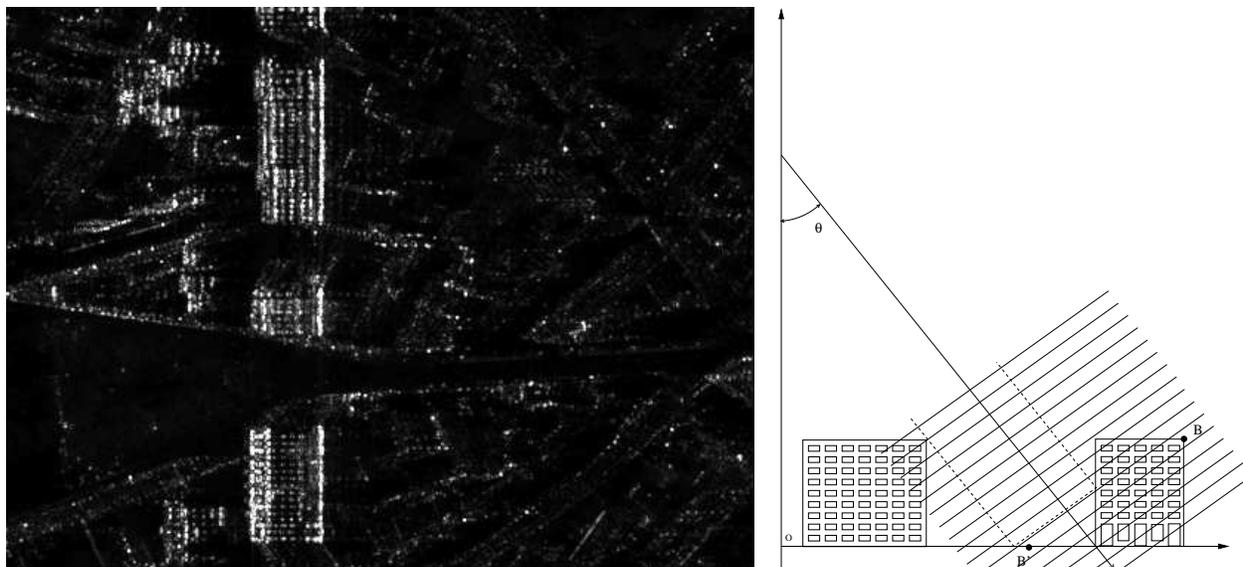


FIGURE 8.13 – Moyenne multitemporelle d'images Terrasar-X (SpotLight HS) en passe ascendante sur Paris intra-muros au niveau de l'intersection du boulevard Raspail avec la rue de Sèvres. Le boulevard Raspail (environ 28 m de large) étant exactement orienté parallèlement à la trace du satellite Terrasar-X, les immeubles situés à l'est de ce boulevard (donc à droite sur l'image) ont une réponse particulièrement importante et l'effet dièdre y est bien visible. En particulier, l'hôtel Lutetia (en bas sur l'image) a 20 m de hauteur (ainsi que son vis-à-vis) et l'on distingue très bien sa façade dont le rez de chaussée est très spécifique (sa hauteur sous plafond est double de celle des étages). L'effet dièdre est bien marqué car le radar illumine la totalité de la façade. La toiture est exceptionnellement apparente sur l'image radar : ceci est dû à sa structure particulièrement encombrée d'éléments divers (chiens assis, cheminées, soupirails, ...).

Cas réel : canyon urbain dans Boulogne Billancourt

La rue de Billancourt à Boulogne Billancourt est à peu près orientée parallèlement à la trace du satellite Terrasar-X. Comme elle est étroite (à peu près 11m de large), elle offre une configuration canyon urbain (figure 8.15). Ce cas apparaît dès lors que la façade ne peut être vue par effet dièdre, c'est à dire lorsque la largeur L de la rue et la hauteur h de l'immeuble du coté opposé de la rue vérifient la relation :

$$L \leq h \tan \theta \quad (8.7)$$

Dans ce cas, on ne peut observer sur l'image la ligne caractéristique de l'effet dièdre. De plus, la façade n'est que partiellement observable sur l'image.

Sur la figure 8.15 est détaillé un trajet correspondant à 4 rebonds de l'onde sur les façades ou sur la rue. Dans ce cas, le signal réémis en direction du satellite est fortement affaibli par ce nombre important de rétrodiffusions, chacune des rétrodiffusions étant liée à une certaine perte énergétique.



FIGURE 8.14 – Moyenne multitemporelle d’images Terrasar-X (SpotLight HS) en passe ascendante au niveau de la rue de Billancourt (le grand axe routier est-ouest de la ville de Boulogne Billancourt), d’incidence $\theta = 34.31^\circ$: le capteur est à gauche de l’image. L’image fait un angle de 13.74° avec le Nord géographique. A droite, image aérienne du Géoportail de l’IGN (orientée Nord-Sud). On remarque que l’on observe l’effet dièdre sur l’immeuble d’angle situé rue de Billancourt juste en face du square. Pour les immeubles situés au sud de ce square, on note l’effet de canyon urbain : en pratique, le radar ne peut illuminer la base de l’immeuble à cause des immeubles situés à l’Ouest et le phénomène de double rebond ne peut s’observer sur l’image.

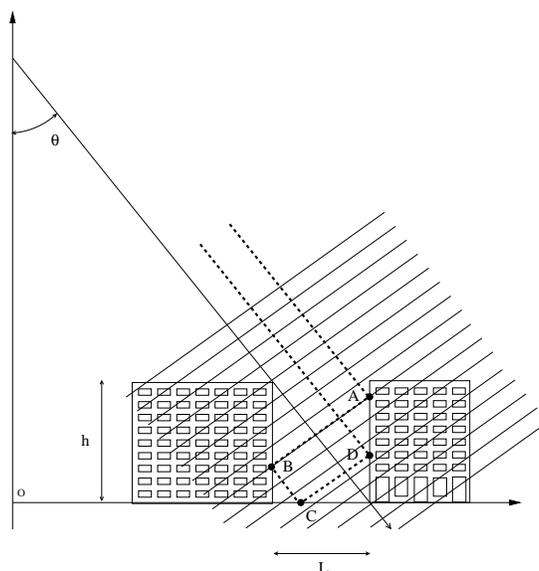


FIGURE 8.15 – Exemple de “canyon urbain” : la largeur L de la rue et la hauteur h des immeubles ne vérifient pas la relation $L/h \geq \tan \theta$. Dans ce cas aucune onde correspondant à un double rebond ne peut atteindre le radar du satellite : seuls certains quadruple rebonds pourront contribuer au signal reçu.

Cas réel : la tour Mirabeau (Paris)

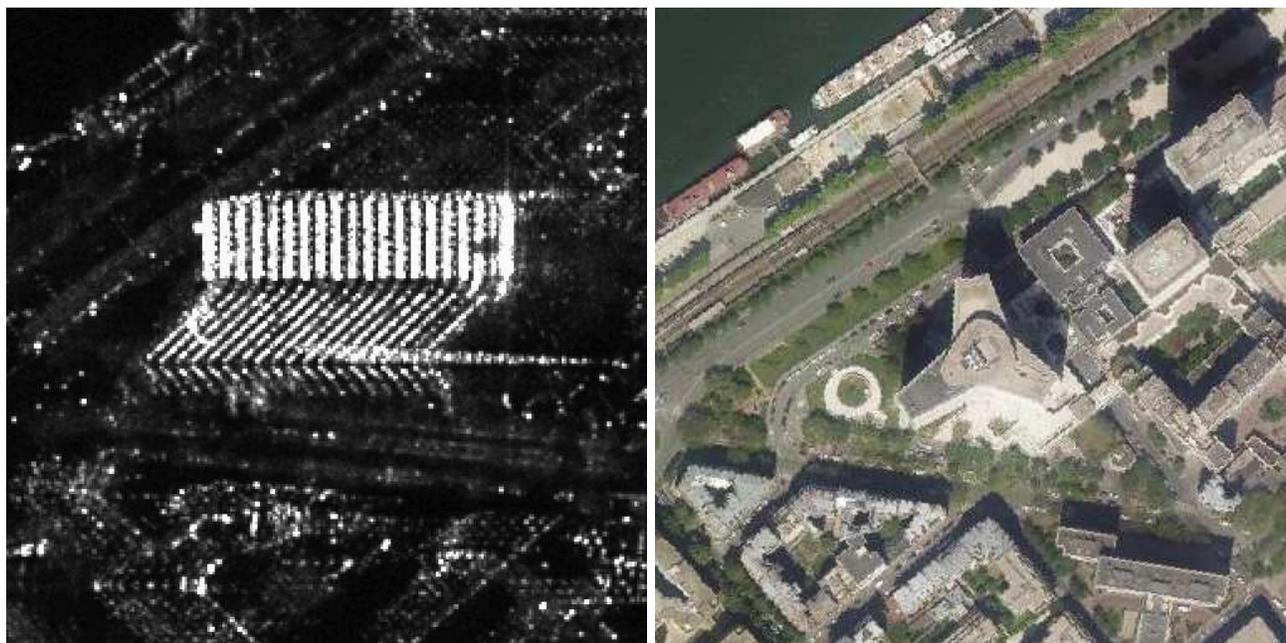


FIGURE 8.16 – Moyenne multitemporelle d’images Terrasar-X (SpotLight HS) en passe ascendante imageant la tour Mirabeau (au niveau du pont Mirabeau à Paris) avec une incidence $\theta = 34.69^\circ$: le capteur est à gauche de l’image (la géométrie d’acquisition est la même que celle des illustrations figures 8.8 et 8.9). Les dimensions du pixel au sol sont de 80 cm en distance et 86 cm en azimut. A droite, donnée optique du Géoportail de l’IGN, tournée d’un angle de 13.74° (direction de la trace du satellite par rapport au Nord géographique).

L’exemple de la tour Mirabeau sur les quais de Seine à Paris est un cas d’école pour l’étude des effets de façades. En effet, les acquisitions Terrasar-X s’effectuent sur cet immeuble en passe ascendante et la façade est presque parfaitement parallèle à la trace du satellite. De plus, étant situé en bord de Seine, aucun obstacle ne gêne le double rebond. La figure 8.16 gauche correspond à l’apparence de cet immeuble sur une moyenne géométrique de 20 images Terrasar-X acquises sur cet immeuble. On y voit très nettement le changement de radiométrie lié aux fenêtres de chaque étage.

A partir de l’analyse du repliement observé sur la figure 8.16 gauche, on mesure 125 pixels de décalage entre la base de l’immeuble (ici à droite) et le sommet de l’immeuble (à gauche, puisque, le satellite visant “à droite” en passe ascendante, les points en sursol sont positionnés à gauche de leur vraie position, voir par exemple la figure 1.17).

Connaissant la dimension sol du pixel (ici $\Delta x = 80$ cm), et en appliquant la relation 8.3 :

$$h = \Delta x \tan \theta$$

avec $PB = n\Delta x$, et $\theta = 34.69^\circ$, on trouve $h = 69m$, c’est à dire une hauteur très proche de sa hauteur officielle (70m).

Il faut noter que la base de cet immeuble est assez particulier et qu’il n’y a pas une ligne nette correspondant à la base de l’immeuble et au double rebond sur la façade.

8.3.3 Objets complexes : les pyramides

Les pyramides⁴ sont aussi d’intéressants cas d’école. Objet géométrique de pente locale constante, elles permettent d’analyser qualitativement et quantitativement les effets de relief, de repliement et d’ombre.

4. Les structures tronconiques comme certains volcans sont aussi des objets très intéressant à analyser.

Pour une pyramide de pente α , et connaissant sa hauteur h (au sens de l'altitude), la hauteur h_t (au sens mathématique) d'un des cotés (qui sont des triangles isocèles) se déduit de la relation :

$$h_t = \frac{h}{\sin \alpha}$$

Sur la figure 8.17, cette distance h_t correspond aux segments PS et SE .

Si l'on considère des pyramides de base carrée B_P , on a aussi :

$$B_P = \frac{2h}{\tan \alpha}$$

Sur la figure 8.17, cette distance B_P correspond au segment PE ⁵.

Sur la figure 8.17, on observe une pyramide dont la pente est $\alpha = 25^\circ$ avec un radar d'incidence θ variable et de case distance Δr .

- Au milieu, l'incidence est $\theta = 45^\circ$: c'est le cas le plus simple à analyser car il permet de voir sans artefacts les faces gauche et droite de la pyramide puisque, vis à vis de l'angle d'incidence, la pente est suffisamment faible pour ne générer ni repliement ni ombre. Néanmoins, les effets de la visée latérale se font sentir car chaque coté a une dimension différente sur l'image.

Pour le coté faisant face au radar, on a une étendue sur l'image Dx_P égale à

$$Dx_P = h_t \sin(\theta - \alpha)$$

et, pour le coté opposé au radar, on a une étendue sur l'image Dx_E égale à :

$$Dx_E = h_t \cos(\pi/2 - \theta - \alpha) = h_t \sin(\theta + \alpha)$$

Dans les deux cas, on vérifie que $0 < \theta - \alpha < \theta + \alpha < \pi/2$: il n'y a donc pas d'artefact.

L'étendue totale sur l'image correspond alors à :

$$\begin{aligned} D &= Dx_P + Dx_E \\ &= h_t (\sin(\theta - \alpha) + \sin(\theta + \alpha)) \\ &= 2h_t \sin \theta \cos \alpha \end{aligned}$$

Dans ce cas, la pyramide est visible sur une étendue totale correspondant au segment sol PE , et on a de manière triviale :

$$PE = 2h \cos \alpha = \frac{2h}{\tan \alpha}$$

valeur qui ne dépend que des paramètres de la pyramide (hauteur h et pente α).

- En haut, l'incidence $\theta = 20^\circ$. Etant donnée la pente locale $\alpha = 25^\circ$, on a donc $\theta - \alpha < 0$ et on observe un mécanisme de repliement : le sommet S de la pyramide apparaît sur l'image avant le point P situé à la base de la pyramide .

Pour le coté de la pyramide opposé à la pente, on a comme précédemment :

$$Dx_E = h_t \cos(\pi/2 - \theta - \alpha) = h_t \sin(\theta + \alpha)$$

et cette valeur correspond à l'étendue de la pyramide sur l'image.

Le coté de la pyramide faisant face au radar sera imagé en partie sur la zone correspondant au coté opposé. L'étendue sur l'image de cette zone est, comme précédemment (mais au signe près) :

$$Dx_P = h_t \sin(\alpha - \theta)$$

- En bas, l'incidence $\theta = 65^\circ$ est suffisamment grande pour générer un phénomène d'ombre. Pour le coté faisant face au radar, on retrouve une étendue sur l'image dont la formulation est identique au premier cas (pas de phénomène de repliement)

$$Dx_P = h_t \sin(\theta - \alpha)$$

En revanche, puisque on a :

$$\alpha \geq \frac{\pi}{2} - \theta$$

on voit apparaître une ombre dont l'étendue a pour valeur

$$Dx_O = \frac{h}{\sin \theta}$$

qui ne dépend que de l'altitude h de la pyramide et de l'incidence locale θ .

5. Ces lettres ont été choisies intentionnellement : P pour Proche, E pour Eloigné.

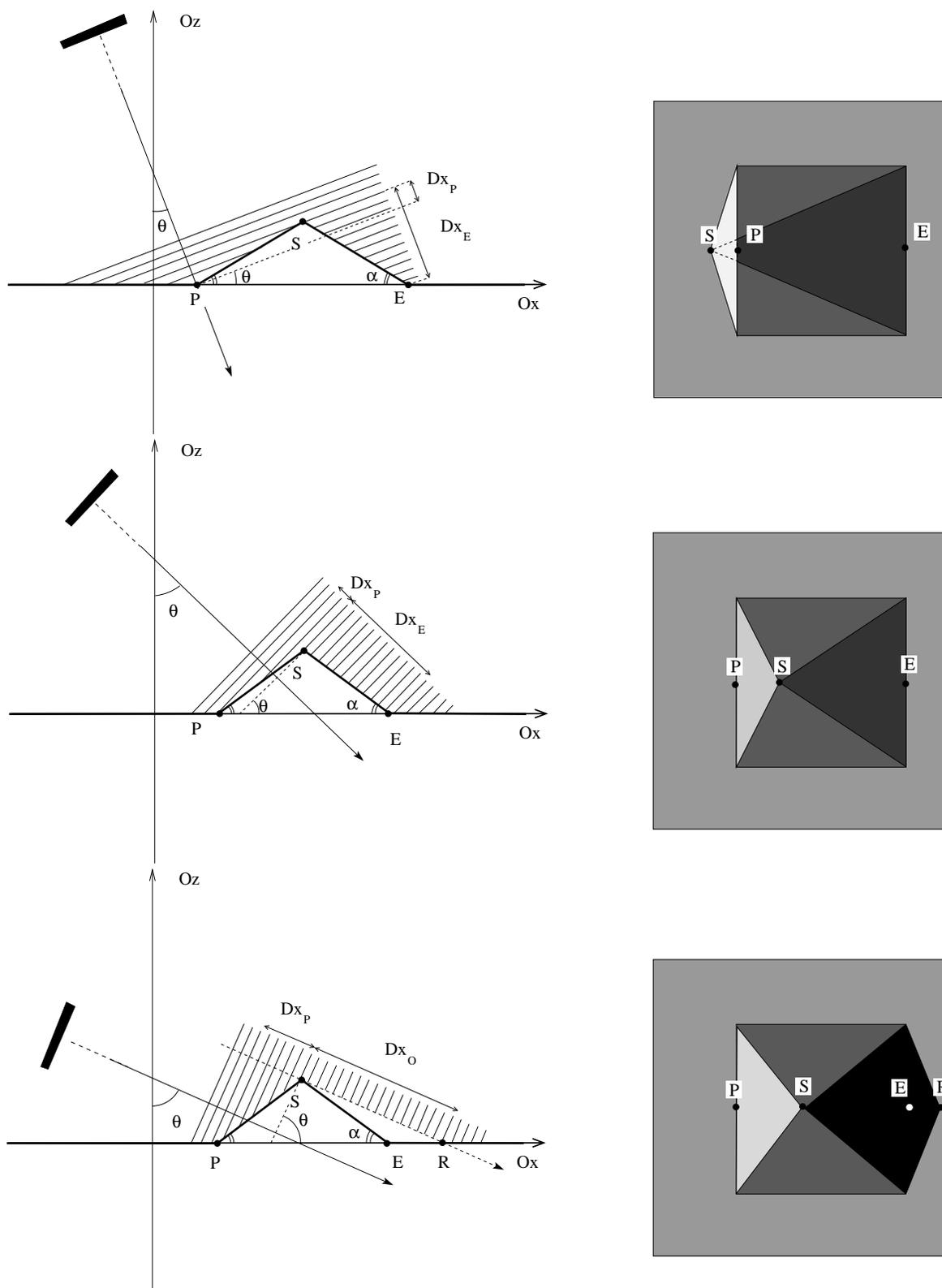


FIGURE 8.17 – En haut : pour une incidence radar faible, le coté de la pyramide face au radar est replié sur le sol. Au milieu : pour une incidence idéale, on voit sans artefact sur l'image radar à la fois le coté faisant face au radar et celui opposé au radar. Cependant la face orientée vers le capteur sera imagée avec une faible résolution et aura une forte rétrodiffusion, tandis que le coté opposé aura une bien meilleure résolution, mais une rétrodiffusion faible. En bas : pour une incidence trop grande, le coté opposé au radar est dans l'ombre.

8.4 Radargrammétrie : analyse bistatique

L'analyse précédente a permis d'étudier un objet donné reconnaissable sur une image RSO unique. Si l'on dispose de deux images acquises selon des géométries différentes, nous allons voir que l'utilisation de ces deux images permettent de connaître en théorie l'altitude du sursol. Ceci nous conduira à un certain nombre de relations établies sur une petite zone : l'emprise du sursol considéré. Sur cette zone, on fait toujours l'hypothèse que les caractéristiques des acquisitions prises séparément restent constantes (pour un capteur donné, on garde la même incidence locale sur la zone).

Pour mieux comprendre l'origine d'un certain nombre de formules, les images ont été au préalable mises dans une même géométrie : il y aura donc une image maître, inchangée par rapport à la donnée initiale, et une image esclave recalée de sorte qu'en présence d'une Terre plate (c'est à dire sans sursol ni relief), les pixels coïncident exactement. ceci permet de s'affranchir de paramètres d'acquisitions forcément différents (angle vis à vis du Nord, FRI différente, échantillonnage temporel différent, ...). Sous cette hypothèse, une mesure de position relative entre les deux images (distance pixellique) peut se traduire exactement par une distance sol en mètre : ceci rendra possible de donner quantitativement une valeur de l'altitude dès lors que l'hypothèse de Terre plate ne sera plus vérifiée.

Dans ce paragraphe, les différences entre images s'observent en comparant l'amplitude des données : la démarche est donc analogue à celle menée en photogrammétrie pour des images optiques.

8.4.1 Analyse de la géométrie des acquisitions (même type de passe)

Considérons une zone acquise par le même capteur avec les mêmes paramètres d'acquisition (même fréquence centrale, même bande BW et même fréquence d'échantillonnage), à l'exception de l'incidence qui peut prendre des valeurs différentes.

Sur la figure 8.18, on observe la Tour Eiffel imagée par le capteur CSK (visée descendante) selon trois valeurs d'incidence différentes : 36° , 43° et 58° . Comme les paramètres d'acquisition sont les mêmes, on a la même dimension de pixel selon l'azimut (70 cm, valeur imposée par la FRI) mais ce n'est pas le cas pour la case sol puisqu'elle dépend de l'incidence (relation 1.7) : on trouve les valeurs de 58 cm, 55 cm et 50 cm.

On voit clairement, sur les vignettes supérieures de la figure 8.18, que la case sol diffère entre les trois acquisitions, ce qui fait que les sélections d'images CSK (qui ont le même nombre de pixels) n'ont pas la même emprise sol et ne sont pas directement superposables. De plus, l'orientation des images par rapport au Nord diffère puisque les acquisitions n'ont pas été effectuées à partir du même point en orbite (voir paragraphe 1.6.2).

Toute tentative d'utilisation de deux images acquises avec des incidences différentes requiert une étape de rééchantillonnage mettant dans la même géométrie ce jeu d'images et en choisissant une image particulière qui sera l'image "maître".

Supposons maintenant que nous avons deux images acquises avec des incidences différentes θ_1 et θ_2 , la seconde ayant été rééchantillonnée dans la géométrie de la première (figure 8.19) : dans ce cas, les cases sol correspondant à des objets de même altitude se superposent. Soit une cible C située en altitude : elle correspond alors à un point A sur le sol plat pour l'acquisition selon θ_1 , et à un point B sur le sol plat pour l'acquisition selon θ_2 . La valeur AB est alors accessible par mesure sur l'image.

Il est aisé de trouver la relation entre l'altitude h et cette distance AB . En effet, on a :

$$\begin{aligned} AC' &= \frac{h}{\tan(\theta_1)} \\ BC' &= \frac{h}{\tan(\theta_2)} \end{aligned}$$

et on en déduit :

$$\begin{aligned} AB + BC' &= \frac{h}{\tan(\theta_1)} \\ AB + \frac{h}{\tan(\theta_2)} &= \frac{h}{\tan(\theta_1)} \end{aligned}$$

d'où :

$$AB = \frac{h}{\tan(\theta_1)} - \frac{h}{\tan(\theta_2)}$$

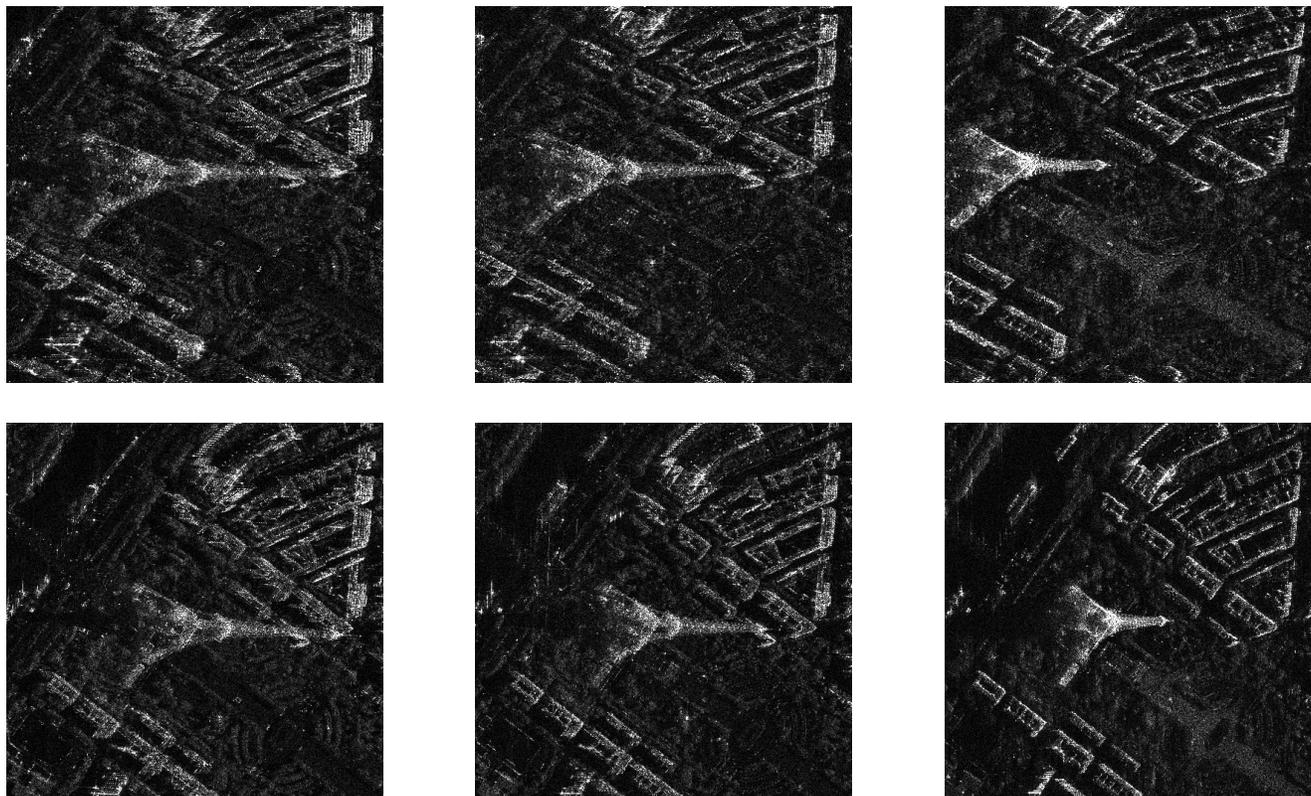


FIGURE 8.18 – En haut : trois acquisitions de la Tour Eiffel par le capteur CSK (passe descendante, visée à droite : le capteur est à droite sur les imagettes) selon trois incidences locales différentes (à gauche 36° , au milieu 43° et à droite 58°) dans leur géométrie d'origine (ligne du haut). Il faut noter une diminution de la dimension du pixel quand l'incidence locale augmente, ainsi qu'une diminution de l'effet de repliement. Comme ces acquisitions ont été obtenues à partir de positions différentes sur l'orbite, on note aussi une très légère variation de l'orientation selon le Nord (voir la figure 1.19). En bas : les trois images ont été recalées dans une même géométrie (celle de la première image, incidence 36° : cela signifie que le jeu de ces trois images recalées partagent la même case sol en tout point de l'image). Les points au sol sont alors superposables et c'est sur ce jeu d'images prérecalées que l'on pourra estimer la hauteur de la Tour Eiffel.

$$= h \frac{\tan(\theta_2) - \tan(\theta_1)}{\tan(\theta_1) \tan(\theta_2)}$$

ce qui donne au final

$$AB = h \frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1) \sin(\theta_2)} \quad (8.8)$$

Ceci montre que la disparité sera d'autant plus élevée que les écarts angulaires seront grands.

On peut projeter cette grandeur sur l'axe distance/temps du premier capteur, ce qui donne une différence de trajet δ :

$$\delta = AB \sin(\theta_1) = h \frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_2)} \quad (8.9)$$

La relation 8.8 permet de retrouver h si on connaît le décalage AB sur l'image :

$$h = AB \frac{\sin(\theta_1) \sin(\theta_2)}{\sin(\theta_1 - \theta_2)} \quad (8.10)$$

Cette relation est à la base de toute étude sur les effets du relief étudiés sur deux images pour lesquelles l'incidence locale est différente. Il faut cependant bien se rappeler que deux conditions sont exigées pour sa mise en œuvre :

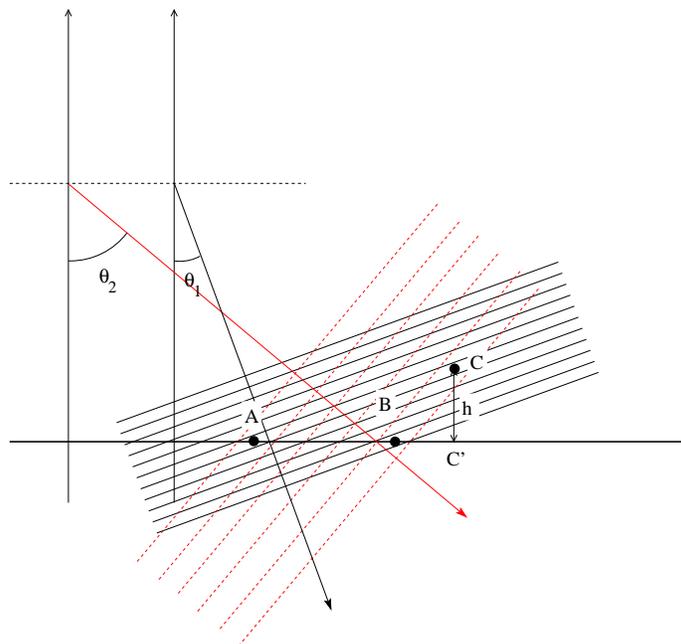


FIGURE 8.19 – Configuration avec deux acquisitions selon deux incidences différentes (θ_1 et θ_2) après étape de recalage de l’image “esclave” sur l’image “maître” : les pixels ont alors la même dimension sous l’hypothèse de sol plat. Un point C situé en altitude sera confondu avec le point A , situé à altitude nulle, sur l’image correspondant à l’incidence θ_1 et avec le point B , situé à altitude nulle, sur l’image correspondant à l’incidence θ_2 . Les deux satellites ont la même altitude.

- Les deux images doivent être parfaitement superposables en absence de tout relief (ou sursol), comme l’illustre la figure 8.19 : une des deux images a été rééchantillonnée de sorte que le pixel sol soit le même pour les deux images.
 - Les deux images doivent avoir un pixel identique, clairement identifié sur les deux images, à partir duquel des mesures de différence d’altitude pourront être menées à bien. Vu la nature même de l’image radar, faite –en première approximation– de chatoiement et de points brillants, cette identification est en général très délicate car d’une part une cible ponctuelle donnant un pixel brillant clairement identifiable sur la première image peut changer totalement d’aspect sur la seconde, et d’autre part le chatoiement des deux images soit comparable, hormis dans le cas où la différence d’angle de visée est très petite, ce qui donne des spectres partageant la même zone dans l’espace de Fourier (voir la figure 5.7) : ce point sera approfondi au paragraphe 8.5 de ce chapitre.
- Dans ces conditions, il est alors possible d’estimer sur l’image la distance AB . Si l’on mesure sur l’image un décalage de p pixels (p pouvant être non entier), on obtient la valeur de la différence d’altitude h :

$$h = p \Delta x \frac{\sin(\theta_1) \sin(\theta_2)}{\sin(\theta_1 - \theta_2)} \quad (8.11)$$

Reprenons notre cas d’école : la Tour Eiffel. Le recalage de deux données est représenté figure 8.20. Dans l’exemple de la figure 8.18, on trouve, entre incidences (mesurées au niveau de la Tour Eiffel), les décalages pixelliques pour un point que l’on espère être exactement le même sur les 3 images et situé sur le troisième étage de la Tour Eiffel, qui sont les suivants :

	43.46 °	58.82 °
36.56 °	144	355
43.46 °		211

ce qui donne, connaissant la dimension “sol” des pixels en distance (59 cm) et en appliquant la relation 8.11, les altitudes de ce point de la Tour Eiffel

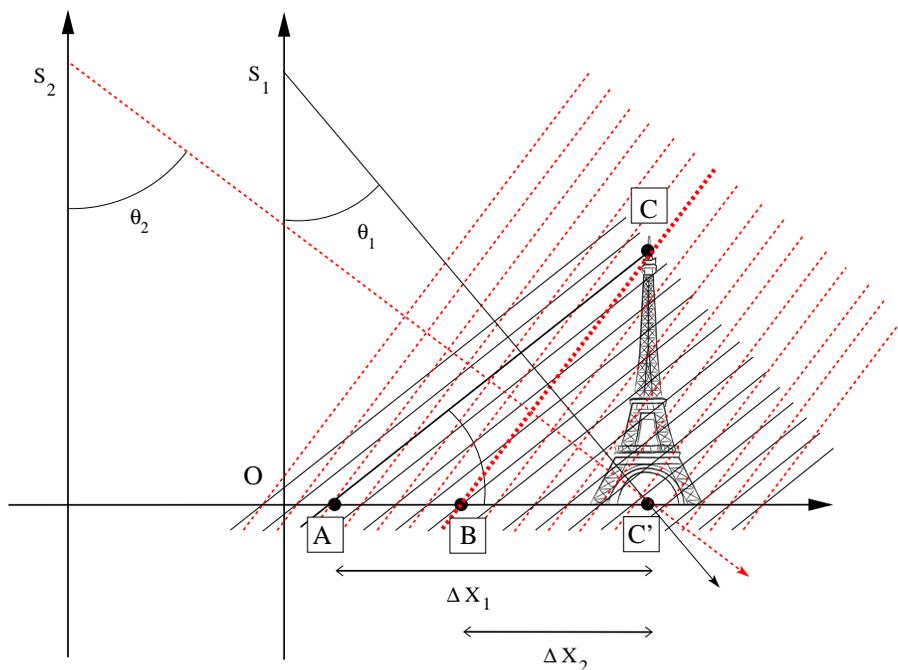


FIGURE 8.20 – Exemple de sursol (la tour Eiffel) illuminé par deux ondes radar (représentée par leurs cases distances) d'incidence θ_1 et θ_2 sur une zone que l'on supposera d'altitude constante. Le premier point illuminé par l'onde radar correspond au sommet de la Tour Eiffel (point C) : il sera confondu sur l'image avec des points correspondant à l'altitude nominale (point A pour l'onde d'incidence θ_1 et point B pour l'onde d'incidence θ_2).

	43.46 °	58.82 °
36.56 °	288.	280.
43.46 °		275.

résultat somme toute raisonnable car il est difficile de trouver sur ces trois images un pixel effectivement situé au pied de la Tour Eiffel permettant de définir une origine d'altitude correcte.

Remarquons enfin que l'expression de l'altitude h en fonction de la différence de trajet δ s'écrit (à partir de 8.9) :

$$h = \delta \frac{\sin(\theta_2)}{\sin(\theta_1 - \theta_2)} \quad (8.12)$$

8.4.2 Analyse de la géométrie des acquisitions (passes différentes)

Nous allons maintenant regarder la Tour Eiffel selon une passe ascendante ($\theta_1 = 37.97^\circ$) et une passe descendante ($\theta_2 = 36.35^\circ$). En fait, un calcul similaire à celui ayant conduit à l'établissement de la formule 8.10 permet d'établir une relation donnant le décalage AB observable sur l'image :

$$AB = h \frac{\sin(\theta_1 + \theta_2)}{\sin(\theta_1) \sin(\theta_2)}$$

ainsi que l'altitude h :

$$h = AB \frac{\sin(\theta_1) \sin(\theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (8.13)$$

mais, en toute rigueur, cette formule ne serait valable que si les traces étaient effectivement parallèles, ce qui n'est pas le cas (voir le paragraphe 1.6).

La figure 8.21 illustre bien ce problème puisque la Tour Eiffel n'a pas la même orientation en passe ascendante qu'en passe descendante. En effet, à cause de l'inclinaison de l'orbite (97.86° pour CSK), l'inclinaison de la trace sur Paris (latitude 48.8°) est égale à environ 11.98° (formule 1.25). Aussi, on

observe bien un dépointage de la Tour Eiffel d'environ 24° sur l'image de gauche, l'image de droite étant la donnée initiale (l'axe horizontal est perpendiculaire à la trace, donc fait un angle d'environ 12° par rapport à la direction Est-Ouest).

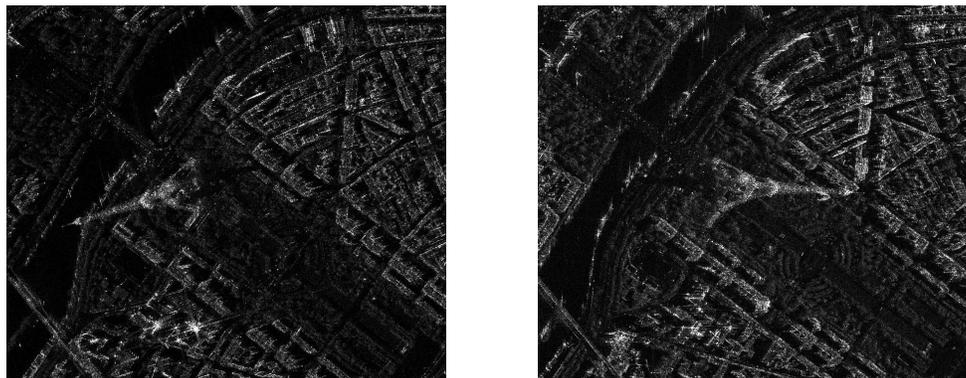


FIGURE 8.21 – Deux acquisitions de la Tour Eiffel par le capteur CSK selon deux incidences locales différentes et selon deux passes différentes : à droite, image maître, passe descendante, incidence 37.97° , à gauche, passe ascendante, incidence 36.35° , après recalage dans la même géométrie de la passe ascendante. Si les points au sol sont effectivement recalés et orientés de manière similaire, ce n'est pas le cas du sursol. On remarque en particulier que si la direction de la Tour Eiffel pointe en direction du capteur descendant (à droite) et apparaît horizontale (par construction), elle pointe en direction du capteur ascendant (à gauche) et n'apparaît plus horizontale. Cet effet est dû à l'inclinaison de l'orbite (97.86° pour CSK), qui donne une inclinaison de la trace égale sur Paris (latitude 48.8°) à environ $\pm 11.98^\circ$ (formule 1.25). On observe bien un dépointage de la Tour Eiffel d'environ 24° sur l'image de gauche (esclave), l'image maître (droite) étant restée dans son orientation propre.

8.4.3 Bases optique et radar

En stéréoscopie (optique), on appelle **base**, notée B la distance entre les deux objectifs. En imagerie satellitaire optique, l'effet stéréoscopique est obtenu par le passage du même satellite sur une même zone selon des angles de visée différents⁶. Les satellites effectuant des visées stéréoscopiques sont à peu près à la même altitude, notée H : le critère utilisé est alors le rapport B/A (avec ici $H=A$). Pour un point au sol correspondant à une visée à la verticale, on a une approximation de l'écart angulaire ε sous lequel un objet au sol observe les deux satellites⁷ :

$$\varepsilon = \frac{B}{H}$$

L'univers du radar opère en visée latérale. Dans le cas où les acquisitions sont du même type (passe ascendante ou passe descendante), on définit la **base orthogonale** (voir figure 8.22) de sorte que, connaissant la distance R entre la cible et le capteur "maître", on ait :

$$\theta = \text{Arcsin} \left(\frac{B_{ortho}}{R} \right)$$

ce qui donne au premier ordre (ce sera en général tout à fait valide pour les données acquises selon le même type de passes : toutes ascendantes ou toutes descendantes) :

$$\delta\theta = \frac{B_{ortho}}{R}$$

c'est à dire

$$B_{ortho} = R\delta\theta \tag{8.14}$$

6. soit en effectuant une seconde acquisition à une autre date, soit en associant visée avant et visée arrière.

7. Rappelons au passage que l'approximation $\sin\theta \sim \theta$ reste à peu près valable pour des angles autour de 30° puisque $\sin 30^\circ = 0.5$ et que 30° représente à peine plus qu' $1/2$ radian.

En effectuant un développement limité de la relation 8.10 obtenue dans le cadre général de la radargrammétrie, on obtient :

$$h = \frac{AB (\sin \theta_1)^2}{\delta \theta} = \frac{AB H (\sin \theta_1)^2}{B_{ortho} \cos \theta_1} \quad (8.15)$$

c'est à dire

$$\boxed{h = AB \frac{H (\sin \theta_1)^2}{B_{ortho} \cos \theta_1}} \quad (8.16)$$

Ce cas est celui de l'interférométrie : du fait des très faibles valeurs du décalage AB , il ne peut être abordé avec des images d'amplitude, mais nous verrons que le fait d'avoir la phase en tout pixel permet de traiter ce cas.

En mode interférométrique, il est d'usage de donner les bases orthogonales. Pour un satellite visant un point par exemple à 800 km et pour une acquisition d'une paire d'image avec une base orthogonale de 100m, on obtient un B/R d'environ $0.125 \cdot 10^{-3}$, ce qui est étrangement petit pour des traiteurs d'images optiques. Si l'on remarque de plus que le déplacement AB s'écrit :

$$AB = h \frac{B_{ortho} \cos \theta_1}{H (\sin \theta_1)^2}$$

on voit qu'il devient d'autant plus petit que la base orthogonale est petite et conduit finalement à des valeurs de déplacement sur l'image esclave largement subpixeliques. Il n'est alors pas possible d'opérer sur les images d'amplitude : le fait que les données RSO soient des valeurs complexes va permettre d'utiliser la phase des pixels et donc de reconstruire le relief grâce aux techniques d'interférométrie, point abordé au prochain paragraphe.

8.4.4 Bilan sur la radargrammétrie

Recherchant des différences pixeliques entre images, la radargrammétrie se place dans le cadre des grandes bases, analysé au paragraphe 8.4.3. Une fois les images remises dans la même géométrie (hypothèse de sol plat), les cases sols sont alors identiques et tout point présentant une altitude h n'aura pas la même case selon l'incidence de l'acquisition (voir figure 8.19).

Pour des acquisition de même type (ascendant ou descendant) et pour retrouver l'altitude h d'un point donné, la formule à appliquer est la relation 8.10 :

$$h = AB \frac{\sin(\theta_1) \sin(\theta_2)}{\sin(\theta_1 \pm \theta_2)}$$

AB étant le décalage sol (le signe sur l'angle θ_2 étant le - si les deux passes sont du même type, le + dans le cas contraire). Si on ne connaît que le décalage en pixels n d'un point d'une image, et en notant Δx le pas d'échantillonnage sol, on en déduit :

$$h = n \Delta x \frac{\sin(\theta_1) \sin(\theta_2)}{\sin(\theta_1 \pm \theta_2)} \quad (8.17)$$

Le cas de passes de types opposés donne donc des changement de positions plus importants que dans le cas où les passes sont de même type. Si on compare les figures 8.19 et 8.23, on observe effectivement cette différence.

La mise en œuvre de la radargrammétrie est délicate : en effet, si l'on compare les spectres de l'image (figure 8.24), la différence d'incidence se traduit par des spectres sans recouvrement. Dans ce cas, sur des zones où le chatolement est pleinement développé, chaque cellule de résolution sur l'image peut être vue comme une réalisation d'un tirage aléatoire. Pour une même cellule de résolution, si les spectres n'ont rien en commun, la réponse du sol correspond à des tirages différents, tant en amplitude qu'en phase. On ne pourra alors corrélérer les données complexes : on pourra seulement corrélérer les amplitudes. Comme en stéréoscopie optique, la corrélation en amplitude requiert des discontinuités (comme des bords). A la différence des données optiques, les zones de l'image correspondant à des surfaces homogènes n'ont pas une amplitude constante : le corrélateur en amplitude donnera alors un résultat moins précis et moins bien localisé.

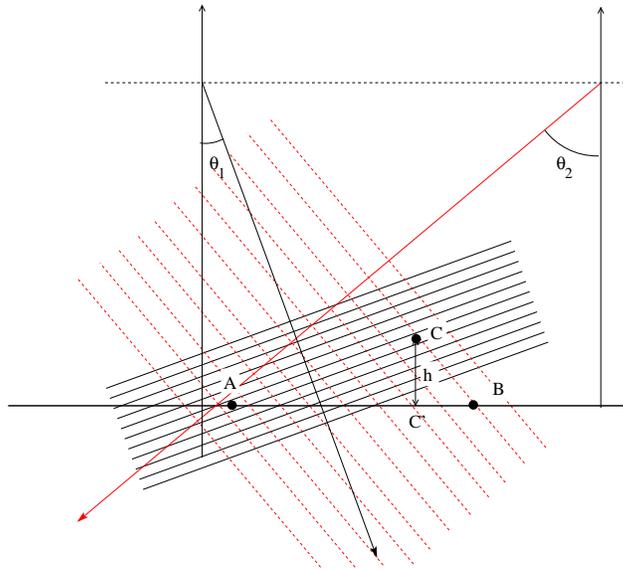


FIGURE 8.23 – Configuration avec deux acquisitions selon deux incidences différentes (θ_1 et θ_2) et de type opposé (ascendant et descendant) après étape de recalage de l’image “esclave” sur l’image “maître” : les pixels ont alors la même dimension sous l’hypothèse de sol plat. Un point C situé à l’altitude h sera confondu avec le point A , situé à altitude nulle, sur l’image correspondant à l’incidence θ_1 et avec le point B , situé à altitude nulle, sur l’image correspondant à l’incidence θ_2 . Les deux satellites ont la même altitude.

Un dernier point, et non des moindres, réside dans la dépendance de la rétrodiffusion en fonction de la pente locale : la dimension du pixel sol étant directement lié à la pente locale α par la relation 8.2

$$\Delta x = \frac{c\Delta t}{2 \sin(\theta - \alpha)}$$

le pixel a une apparence d’autant plus brillante qu’il contient plus de cibles élémentaires, c’est à dire qu’il correspond à une surface locale plus grande. Il est alors requis d’apparier une zone brillante avec une zone sombre pour effectuer des techniques radargrammétriques sur des passes de types différents.

La figure 8.25 montre la difficulté d’apparier ce type de données.

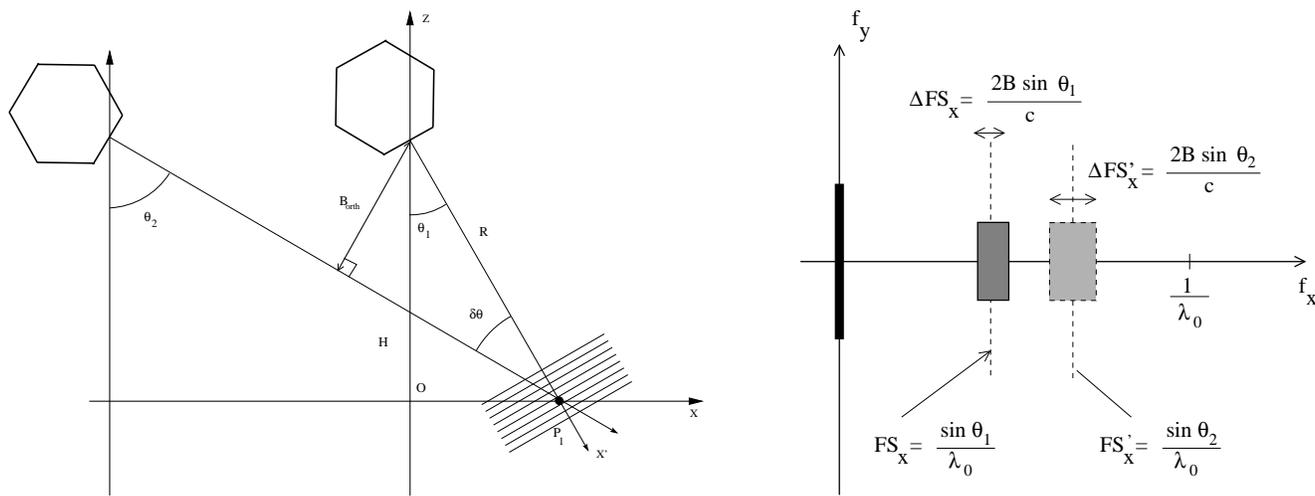


FIGURE 8.24 – A gauche : deux acquisitions correspondant à deux positions différentes de l’antenne. L’incidence locale en un point donné P varie selon l’acquisition (θ_1 et θ_2). A droite : les valeurs des deux angles d’incidence locale θ_1 et θ_2 sont suffisamment différents que les spectres ne se recouvrent pas (le signal étant réel, la partie négative du spectre n’a pas été représenté ici).

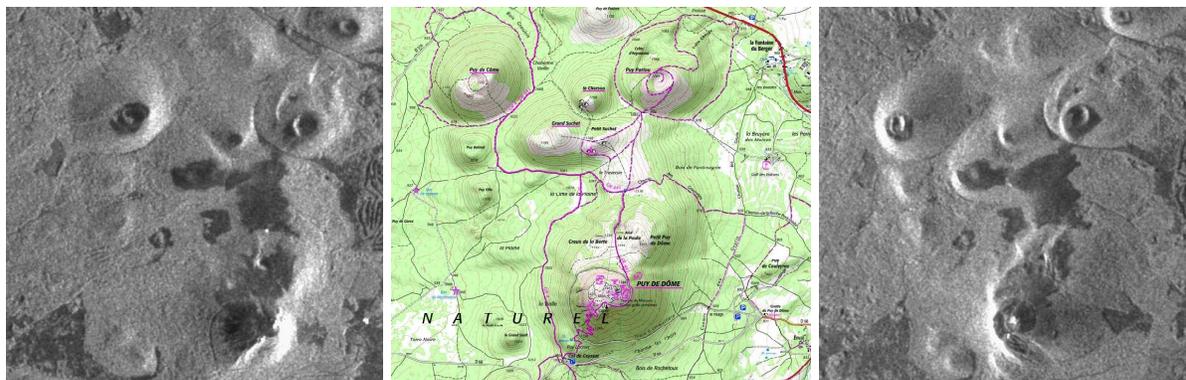


FIGURE 8.25 – Parc des Puy. Au centre carte IGN (©Geoportail) avec, en bas le Puy de Dôme, en haut à gauche le puy de Côme et en haut à droite le puy de Pariou avec ses deux cratères emboîtés. A gauche image Sentinel-1 (moyenne géométrique) en passe descendante, incidence locale 39.0° . A droite image Sentinel-1 (moyenne géométrique) en passe ascendante, incidence locale 38.8° . Les données Sentinel-1 (GRD) ont été réorientées dans le repère géographique.

8.5 Acquisitions bistatiques avec de petites bases : Interférométrie

(ATTENTION : il peut manquer, en apparence, un facteur 2 par rapport aux formules “classiques” d’interférométrie qui sont dédiées à l’interférométrie bi-passe : celle-ci requiert la prise en compte de deux aller-retours)

Nous avons vu que la radargrammétrie est un traitement sur les images au cours duquel on recherche une disparité au sens classique du terme entre deux images (c’est à dire le décalage permettant d’apparier deux images sur un motif donné). Cette technique n’est en rien spécifique à l’imagerie radar : les données image utilisées sont d’ailleurs des images en amplitude⁸.

Or les images RSO sont intrinsèquement construites sur les principes de l’écholocalisation : le temps du trajet aller-retour, même s’il n’est pas directement accessible pour des raisons technologiques (absence de convertisseur A/N opérant dans la gamme des 20 GHz pour des images en bande X), se traduit malgré tout dans le terme de phase des données SLC. La phase étant liée à une translation (en monochromatique, un retard est assimilable à un déphasage), toute comparaison de phase permet alors d’avoir une information sur un décalage des données.

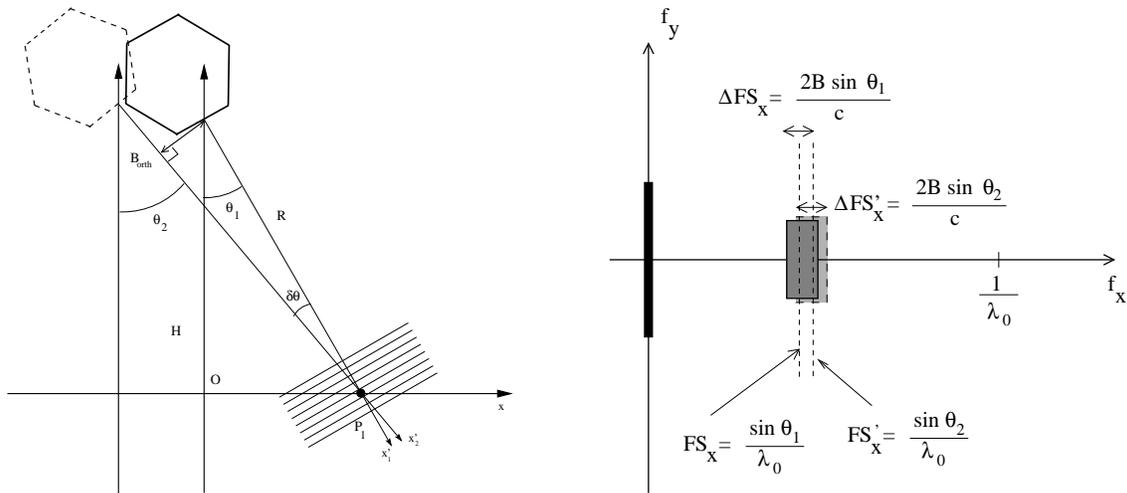


FIGURE 8.26 – A gauche : deux acquisitions correspondant à deux positions différentes de l’antenne. L’incidence locale en un point donné P varie selon l’acquisition (θ_1 et θ_2). A droite : les valeurs des deux angles d’incidence locale θ_1 et θ_2 sont telles que les spectres se recouvrent largement (le signal étant réel, la partie négative du spectre n’a pas été représenté ici).

Le cadre de l’interférométrie est essentiellement celui des petites bases⁹, analysé au paragraphe 8.4.3, et qui se caractérise par le fait que la différence de trajets entre deux acquisitions est suffisamment faible pour que l’on reste dans la même case distance. Intuitivement, la radargrammétrie n’est alors d’aucun secours puisque les disparités sont subpixelliques et que le bruit de chatoiement empêche toute évaluation. Reste alors l’analyse de la phase qui va permettre, toute chose étant égale par ailleurs, de trouver des différences liées au relief ainsi qu’à d’autres types de causes (mouvement du sol, effets de variations troposphériques, ...).

8.5.1 Géométrie et conditions requises en acquisition interférométrique

En interférométrie, les deux images sont acquises de sorte que la différence de trajets soit très petite vis à vis de la résolution en distance. Dans ce cas, la différence de phase des pixels de ces deux images permet d’analyser cette différence de trajets. Cependant, les géométries d’acquisition étant très légèrement différentes, les deux antennes peuvent présenter soit une légère différence angulaire au niveau du sol –ce que traduit le concept de base orthogonale–, soit avoir un léger squint, soit les deux à la fois. Nous avons vu les effets de ces différences de géométrie sur les spectres des images (voir par exemple la figure 8.24,

8. Certains utilisateurs changent parfois la dynamique en passant en échelle logarithmique

9. En clair, si les bases ne sont pas suffisamment petites, on ne peut faire d’interférométrie. La notion de “suffisamment petite” est un point essentiel qui passera par la définition de concepts spécifiques comme la notion de base critique déjà rencontrée au paragraphe 5.3.4

–reprise en 8.26– pour les écarts d’incidence, et la figure 6.6 pour les écarts de dépointage) : les spectres ne se superposent plus. Ceci pose problème en imagerie radar pour deux raisons :

- pour une cible ponctuelle, rien ne garantit qu’elle soit omnidirectionnelle et sa rétrodiffusion peut ne pas être isotrope. Toute variation sur l’orientation de l’onde incidente peut modifier le signal de rétrodiffusion.
- en présence de chatolement, le signal reçu est une somme cohérente d’un grand nombre de rétrodiffusion, cette somme dépendant fortement de la position des cibles dans la cellule de résolution. Toute variation sur l’orientation de l’onde incidente entraîne une variation de la position relative des cibles élémentaires dans la cellule de résolution : si ces variations sont trop importantes, cela conduira à une modification radicale du résultat de sommation et on aura un autre tirage (indépendant) de chatolement.

Aussi, pour pouvoir utiliser correctement la phase, les spectres doivent se superposer le plus possible. Si l’on est capable de mesurer le taux de recouvrement des spectres, on dispose alors d’une grandeur essentielle, appelée *cohérence* et notée en général D , comprise entre 0 et 1. La qualité d’un interférogramme est alors directement liée à cette grandeur D .

La superposition des spectres pose au final deux conditions sur l’acquisition :

- L’écart angulaire sur les incidences doit être le plus faible possible.
- L’écart entre les valeurs de dépointage (*squint*) doit aussi être le plus faible possible.

Conditions sur le spectre en distance (angle d’incidence)

L’écart angulaire sur les incidences doit être très faible pour que les spectres se recouvrent le plus possible (voir figure 8.26). La condition de recouvrement a été vue au paragraphe 5.3.4, et, connaissant la bande passante BW du système, la base critique s’exprime sous la forme (relations 5.8 et 5.10)

$$B_{critique} = R \tan \theta \frac{2 BW}{f_0} = \frac{\lambda_0 R}{\delta x \cos \theta}$$

(notons que cette expression utilise la résolution δx , à ne pas confondre avec la dimension du pixel Δx).

Notons que l’on peut donner une expression de la base critique en déduisant la distance de l’altitude H du satellite et en faisant l’approximation que la Terre est plane : on a alors $H = R \cos \theta$, d’où la relation :

$$B_{critique} = H \sin \theta \frac{2 BW}{f_0} = \frac{\lambda_0 H}{\delta x (\cos \theta)^2}$$

La figure 8.27 montre la dépendance de la base critique en fonction de l’incidence (l’altitude H du satellite restant constante).

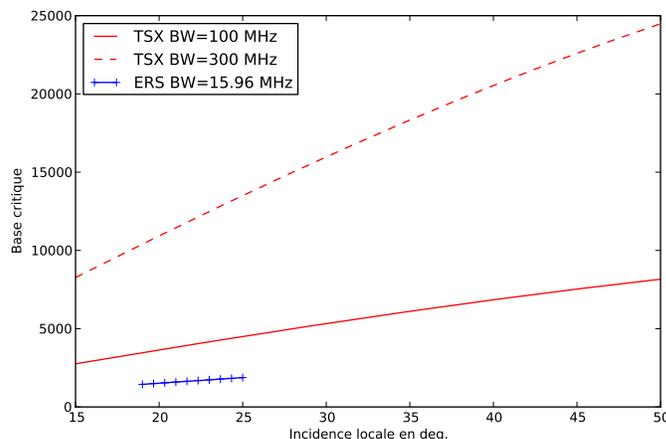


FIGURE 8.27 – Exemples de bases critiques. Cas d’ERS et de TSX (avec deux valeurs de bandes passantes)

En présence d’une base orthogonale B_{ortho} (et en l’absence de squint), on en déduit alors la valeur de

la cohérence D :

$$D = \frac{B_{critique} - B_{ortho}}{B_{critique}} \quad (8.18)$$

Aussi les agences spatiales doivent maintenir les orbites de leur satellites à l'intérieur d'un "tube" de rayon notablement plus petit que la base critique pour garantir une cohérence la plus proche possible de l'unité¹⁰. On peut remarquer que :

- plus la bande passante est élevée, plus la base critique est grande : les tubes d'images haute résolution sont moins contraints que les tubes d'images basse résolution.
- plus la longueur d'onde est grande, plus la base critique est grande : les tubes en bande L sont moins contraints que les tubes en bande X.

Remarquons enfin que la relation donnant la base critique peut se réécrire en fonction du NOCR relation 2.24 :

$$\text{NOCR} = \frac{f_0}{2BW}$$

ce qui donne :

$$B_{critique} = \frac{H \sin \theta}{\text{NOCR}}$$

Cette relation propose une interprétation assez simple et permettant des comparaisons entre satellites : plus grand est le NOCR, plus petite est la base critique (donc les bases critiques de TSX sont beaucoup plus grandes que les bases critiques d'ERS).

Conditions sur le spectre en azimut (angle de *squint*)

Le *squint* entre les deux acquisitions doit aussi être très faible pour que les spectres se recouvrent selon la direction azimutale (voir figure 8.28). Pour que les spectres soient contigus et sans recouvrement, on doit avoir un *squint* Ψ égal à (voir figure 8.28) :

$$\Psi_{critique} = \frac{\frac{2}{L}}{\frac{\sin \theta}{\lambda_0}} = \frac{2\lambda_0}{L \sin \theta} = \frac{\lambda_0}{\delta y \sin \theta}$$

(notons que cette expression utilise la résolution δy , à ne pas confondre avec la dimension du pixel Δy).

On en déduit alors la valeur de la cohérence D :

$$D = \frac{\Psi_{critique} - \Psi}{\Psi_{critique}} \quad (8.19)$$

On observe les mêmes effets que précédemment :

- plus la résolution est bonne (et donc petite), plus le *squint* critique est grand : les *squints* d'images haute résolution sont moins contraints que les *squints* d'images basse résolution.
- plus la longueur d'onde est grande, plus le *squint* critique est grand : les *squints* en bande L sont moins contraints que les *squints* en bande X.

Cohérence théorique

La valeur de la cohérence théorique est alors directement liée aux surfaces communes des deux spectres. En prenant en compte les deux effets (base critique –relation 5.8– et *squint* –relation 5.14–), on a :

$$D = \frac{\Psi_{critique} - \Psi}{\Psi_{critique}} \frac{B_{critique} - B_{ortho}}{B_{critique}} \quad (8.20)$$

On peut aussi ne traiter que des angles critiques (relations 5.9 et 5.14) :

$$D = \frac{\Psi_{critique} - \Psi}{\Psi_{critique}} \frac{\delta \theta_{critique} - \delta \theta}{\delta \theta_{critique}}$$

10. mais sans atteindre pour autant celle-ci : l'interférométrie requiert deux mesures selon deux points de vue légèrement différents.

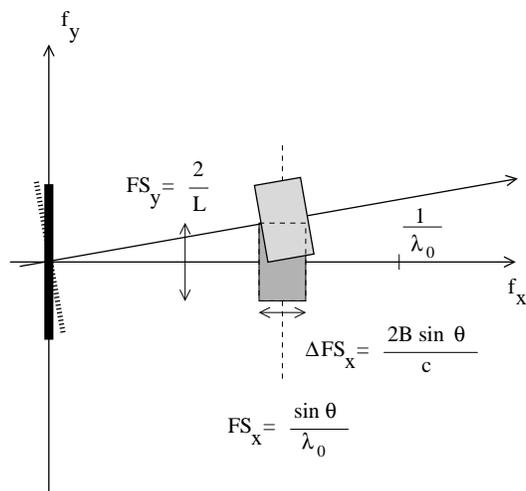


FIGURE 8.28 – En présence d'un léger squint pour la seconde acquisition (la première ayant été acquise avec un squint nul), les deux spectres ne se recouvrent alors que partiellement.

8.5.2 La reconstruction des hauteurs et des altitudes en interférométrie

En l'absence de relief, puisque les deux images ont été placées dans la même configuration sol, aucune différence de marche n'est observable. En revanche, pour un point C situé en altitude, il y aura une très légère différence de marche entre les deux acquisitions (figure 8.29). Cette différence de marche est très petite puisque le décalage d'angle d'incidence $\delta\theta$ est suffisamment petit pour que la rétrodiffusion du point C se projette dans la même case sol : nous allons voir que l'échelle de cette différence de marche est de l'ordre du centimètre et s'exprime linéairement en fonction de l'altitude du point visé.

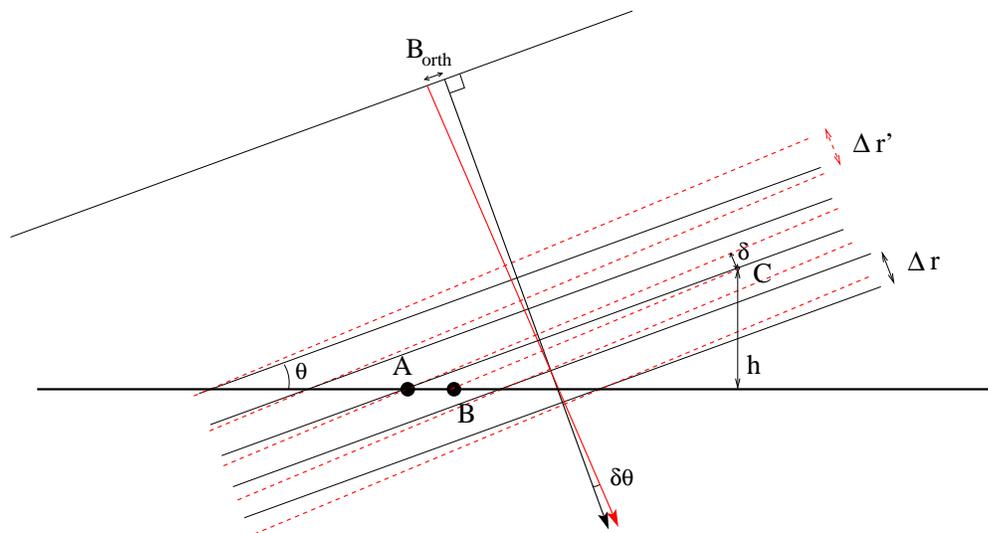


FIGURE 8.29 – Configuration avec deux acquisitions en mode interférométrique : la différence d'angle d'incidence est très faible et le point C se projette sur deux points sol très proches et qui sont dans la même case sol (comparez avec la figure 8.23). Comme précédemment, pour que les deux données coïncident sur le sol plat, un léger rééchantillonnage a été effectué sur la donnée esclave (rouge pointillé) de sorte que la case distance (et la case temps) soit légèrement modifiée pour que les cases sols soient identiques.

Pour cela considérons la figure 8.29, pour laquelle une image esclave a été recalée sur une image maître de sorte que les cases sols coïncident parfaitement. Sur l'image maître, les points A (sur le sol plan) et C (d'altitude h), sont sur la même case temps. En revanche, sur l'image esclave, il apparaît une petite différence de trajet δ . Un raisonnement géométrique simple permet d'écrire (avec R la distance des points

au satellite) :

$$\frac{B_{ortho}}{R} = \frac{\delta}{AC} = \frac{\delta \sin \theta}{h}$$

d'où la différence de marche :

$$\delta = \frac{B_{ortho}}{R \sin \theta} h$$

et l'altitude en fonction du décalage en distance :

$$\boxed{h = \frac{R \sin \theta}{B_{ortho}} \delta} \quad (8.21)$$

que l'on peut réécrire en prenant en compte l'altitude du satellite plutôt que la distance entre le satellite et le sol :

$$\boxed{h = \frac{H \tan \theta}{B_{ortho}} \delta} \quad (8.22)$$

Notons que cette altitude h varie linéairement avec δ .

Remarquons que l'on peut retrouver cette dernière relation à partir d'une des relations fondamentales de la radargrammétrie (relation 8.12)

$$h = \delta \frac{\sin(\theta_2)}{\sin(\theta_1 - \theta_2)}$$

appliqué au cas d'une petite différence d'angle ($\theta_2 = \theta_1 + \delta\theta$) :

$$h = \delta \frac{\sin(\theta)}{\delta\theta}$$

sachant que $R = B_{ortho} \delta\theta$.

En prenant en compte l'altitude du satellite H , on peut aussi écrire :

$$\delta = \frac{B_{ortho}}{H \tan \theta} h$$

d'où :

$$h = \frac{H \tan \theta}{B_{ortho}} \delta \quad (8.23)$$

c'est à dire la relation 8.22.

8.5.3 Mesure des différences de marche par analyse de la phase

La mise en œuvre des relations donnant l'altitude en un point requiert la connaissance d'une différence de marche très petite, bien inférieure à la dimension de la case distance. Il semble en apparence impossible de la mesurer à partir des données comme on le ferait en stéréoscopie optique puisque le décalage subpixelique est très petit (centième, voire millième de pixel). C'est là où la phase du signal joue un rôle essentiel puisqu'une différence de marche peut se modéliser comme un retard, et se mesure alors comme un déphasage $\Delta\varphi$ connu à 2π près. Pour un signal monochromatique, toute translation d'une valeur égale à la longueur d'onde donne un déphasage de 2π . En supposant notre signal radar quasi monochromatique¹¹, on peut donner le déphasage en fonction de l'altitude du point étudié :

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = 2\pi \frac{B_{ortho}}{\lambda R \sin \theta} h \quad (8.24)$$

Comme la phase n'est mesurable que sur $[0; 2\pi]$, il faut qu'entre deux pixels elle ne tourne au maximum que de π pour pouvoir appliquer la relation 8.24 de manière biunivoque. Dans ce cas, on peut assimiler déphasage et différence de marche : il est alors possible de mesurer des différences de marche très petites en comparaison de celles requises en radargrammétrie (ou en stéréoscopie optique).

Pour pouvoir interpréter la phase à des fins de mesure, il faut qu'entre deux mesures la phase ne tourne au maximum que de π . Ceci revient à dire qu'il faut qu'entre deux pixels voisins il n'y ait pas

¹¹. ce point a été évoqué en introduction à ce document et se justifie par une bande passante petite par rapport à la fréquence de la porteuse.

de différence d'altitude supérieure à une valeur donnée h_{amb} , appelée **altitude d'ambiguïté** et vérifiant la relation :

$$\Delta\varphi = \pi \leftrightarrow \frac{B_{ortho} h_{amb}}{\lambda R \sin \theta} = \frac{1}{2}$$

D'où :

$$h_{amb} = \frac{\lambda R \sin \theta}{2B_{ortho}}$$

relation que l'on peut aussi exprimer en fonction de l'altitude du satellite :

$$h_{amb} = \frac{\lambda H \tan \theta}{2B_{ortho}}$$

Cette relation est une limitation intrinsèque de l'interférométrie et conditionne la valeur de la base orthogonale qui doit être choisie en fonction du relief local. Sous cette hypothèse, il est alors possible d'étudier l'image de la phase : on observe alors des **franges d'interférence** qui représente, comme en interférométrie optique, les différences de trajet selon le capteur considéré¹².

S'il est possible sur un objet décrit par une sone de l'image de décompter un certain nombre de franges p (une frange correspondant à une rotation de 2π de la phase), on obtient l'élévation de cet objet par la relation :

$$h = 2p h_{amb} \quad (8.25)$$

et on remarque que pour une altitude donnée, il y aura d'autant plus de **franges d'élévation** que l'altitude d'ambiguïté est petite (c'est à dire si la base orthogonale est grande).

En pratique, si l'on dispose de deux images SLC (*Single Look Complex*), chaque pixel complexe se décrit en amplitude et en phase :

$$Z = Ae^{j\varphi}$$

et le déphasage entre deux valeurs Z_1 et Z_2 s'obtient par un produit hermitien :

$$Z_1 Z_2^* = A_1 A_2 e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

On peut noter au passage un vrai problème de traitement du signal : tout produit se traduit dans le plan de Fourier par une convolution, ce qui risque d'étaler le spectre au delà des frontières de Shannon : c'est pourquoi, si l'on souhaite obtenir les résultats les plus fiables possibles, il faut travailler sur des images rééchantillonnées d'un facteur 2.

8.5.4 Les exigences de recalage d'images en précision interférométrique

Supposons que les deux images requises pour effectuer une mesure d'interférométrie soient acquises avec exactement le même pas temporel Δt , lié à la fréquence d'échantillonnage (figure 8.22). Les deux incidences locales sont notées θ et $\theta + \delta\theta$. Les cases sol Δx_1 et Δx_2 s'expriment comme des fonctions de l'incidence locale (relation 1.5, Δr est la case distance) :

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= \frac{\Delta r}{\sin \theta} \\ \Delta x_2 &= \frac{\Delta r}{\sin (\theta + \delta\theta)} \end{aligned}$$

et on notera $\Delta x \sim \Delta x_1 \sim \Delta x_2$.

Il y a donc une différence de case sol ΔCS qui, pour des différences d'angle d'incidence faibles, peut s'exprimer en fonction de la base orthogonale (relation 8.14). En effet, on a (puisque $\delta\theta$ est petit) :

$$\begin{aligned} \Delta CS &= \frac{\Delta r}{\sin \theta} - \frac{\Delta r}{\sin (\theta + \delta\theta)} \\ &\simeq \frac{\Delta r \delta\theta \cos \theta}{(\sin \theta)^2} \end{aligned}$$

12. on peut faire une analogie entre deux trous d'Young et deux satellites.

et puisque l'on a par définition :

$$\delta\theta = \frac{B_{ortho}}{R}$$

on peut écrire :

$$\begin{aligned} \Delta CS &\simeq \frac{\Delta r B_{ortho} \cos \theta}{R (\sin \theta)^2} \\ &\simeq \frac{B_{ortho} \Delta r}{H \tan^2 \theta} \end{aligned} \quad (8.26)$$

$$\simeq \frac{B_{ortho} \cos^2 \theta}{H \sin \theta} \Delta x \quad (8.27)$$

H étant l'altitude du premier satellite (figure 8.30).

À première vue cette différence est très petite, l'erreur relative vis à vis de la case sol s'exprimant comme :

$$\frac{\Delta CS}{\Delta x} = \frac{B_{ortho} \cos^2 \theta}{H \sin \theta}$$

Par exemple, pour $B_{ortho} = 100\text{m}$, $H = 500\text{ km}$, $\theta = 45^\circ$, on trouve :

$$\frac{\Delta CS}{\Delta x} \sim 1.4 \cdot 10^{-4}$$

ce qui signifie que pour une case sol de 1m, l'erreur est de 0.14 mm et semble en apparence négligeable. Or il n'en est rien car le long de la fauchée, cette erreur va se cumuler et, dans le cas de notre exemple, au bout d'environ 7000 pixels le décalage sera pratiquement de 1m, donc de 1 pixel environ pour une donnée TSX SpotLight. Cet écart serait d'ailleurs observable par une simple corrélation d'amplitude telle qu'elle serait effectuée en radargrammétrie : seulement il ne correspond en rien à une différence d'altitude et n'est en fait qu'un artéfact lié à une utilisation de deux images non recalées.

Il est une autre manière de constater les effets de ce décalage : dans un cadre monochromatique (onde de longueur d'onde λ), toute translation peut être assimilée à un déphasage. Si on translate une image d'une fraction de pixel δx , cela se traduit par une rotation de phase d'une fraction d'angle $\delta\varphi$ donnée par :

$$\delta\varphi = \frac{\delta x}{\lambda}$$

Une méconnaissance de la géométrie d'acquisition, même minime, génère tout au long de la fauchée un régime de différence de marche, qui se traduit sur l'interférogramme par un régime de franges appelées *franges orbitales* (ou *franges de terrain plat*)¹³. Il est important de connaître cette terminologie de franges orbitales, même si ce concept est inutile pour les capteurs actuels. En effet, la (presque) parfaite connaissance des paramètres orbitaux des satellites modernes permet un recalage des données idéal qui fait que toute différence de trajet n'est dû qu'à une non modélisation des altitudes (absence de MNT lors du recalage) où à d'autres paramètres spécifiques (variation de l'indice, modification du sol). Pour les satellites de première génération, l'imprécision des paramètres orbitaux ne permettait pas ce recalage fin des données.

La figure 8.30 montre que sur le sol, entre les points A et B, l'imprécision du recalage conduit à une non superposition des cases sol : ce léger décalage se traduit par un décalage en case temps, c'est à dire par un léger déphasage qui se matérialise en franges orbitales.

8.5.5 Exemple de construction et d'interprétation d'interférogrammes

Exemple d'interférogramme en milieu urbain : la tour Mirabeau à Paris

La tour Mirabeau à Paris est un immeuble en front de Seine dont les 18 étages sont parfaitement observables sur une image Terrasar-X (figure 8.31 gauche, obtenue par une moyenne géométrique sur une pile temporelle de 20 images).

Ce cas de figure pourrait tout à fait s'étudier sous l'angle du positionnement du sommet de l'immeuble en direction du capteur vis à vis de la base de l'immeuble : dans le cas de la tour Mirabeau, cette

13. Les opticiens parlent parfois de franges d'appareil.

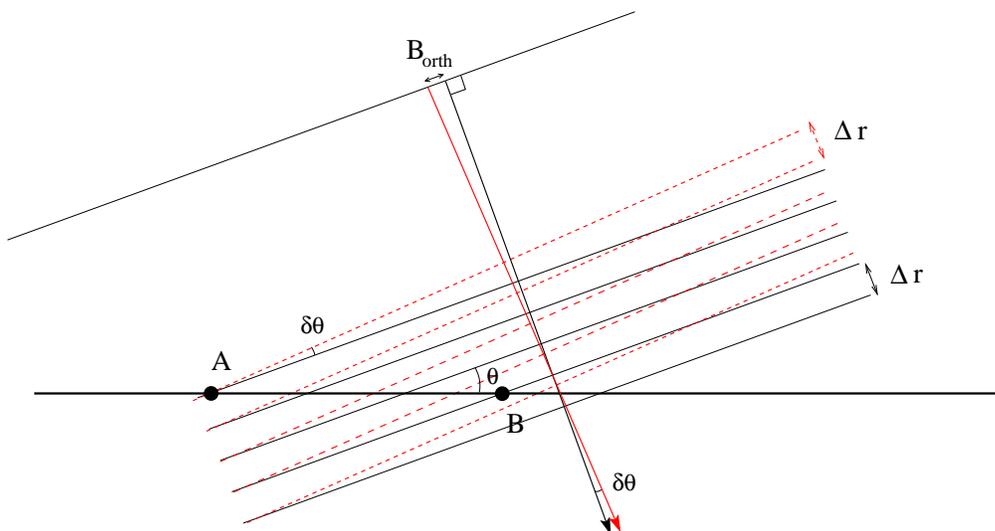


FIGURE 8.30 – Configuration avec deux acquisitions en mode interférométrique. Les deux images sont restées dans leur référentiel d’acquisition et les cases sols ne sont pas exactement concordantes. On observera sur l’interférogramme un régime de franges parallèles à la direction azimutale qui illustre cet effet de placement des antennes sur leurs orbites : on parle alors de **franges orbitales**.

analyse peut se faire car on observe sur l’image à la fois le sommet et la base de l’immeuble¹⁴. A partir de l’étude du repliement sur la figure 8.31 gauche, on mesure en effet 125 pixels¹⁵ de décalage entre la base de l’immeuble (ici à droite) et le sommet de l’immeuble (à gauche, puisque le satellite vise “à droite” et acquiert en passe ascendante, voir par exemple la figure 1.17).

Nous avons déjà vu au paragraphe 8.3.2 que connaissant la dimension sol du pixel (ici $\Delta x = 80$ cm), et en appliquant la relation 8.3 :

$$h = \Delta X \tan \theta$$

avec $\Delta X = n\Delta x$, et $\theta = 34.69^\circ$, et puisque l’on a l’estimation $n = 125$, on trouve $h = 69$ m, c’est à dire une hauteur très proche de sa hauteur officielle (70m).

L’interférogramme (figure 8.31 droite) se construit très simplement à partir d’une paire d’images SLC (acquises en configuration interférométrique et recalées sub-pixelliquement). Pour tout pixel (i, j) , on a la valeur complexe de ce pixel sur l’image maître $I_m(i, j)$ ainsi que sur l’image esclave $I_s(i, j)$. Le déphasage entre ces deux valeurs s’obtient par un simple produit hermitien :

$$I_m(i, j) I_s^*(i, j)$$

et on parle d’interférogramme monovue (en ce sens que cette grandeur n’est pas moyennée sur un voisinage).

L’affichage de la phase de ce produit hermitien (figure 8.31 droite) montre l’existence d’environ 6 franges. La relation 8.25 permet de déduire que l’altitude de la tour Mirabeau est d’environ 69m, en concordance avec sa hauteur officielle de 70m (18 étages).

A noter que l’interférogramme de la figure 8.31 est en réalité un interférogramme “multivue”, obtenu par un traitement spécifique en vue d’en supprimer une partie du bruit, facilitant la lisibilité des franges (cette étape sera analysée au paragraphe 8.5.6).

14. Ceci est dû au fait que l’immeuble est en bord de Seine et que l’acquisition en passe montante et visée à droite donne une configuration où la façade de l’immeuble est vue en son intégralité.

15. L’exemple ici travaille en pixellique, d’où une précision métrique pour le résultat.

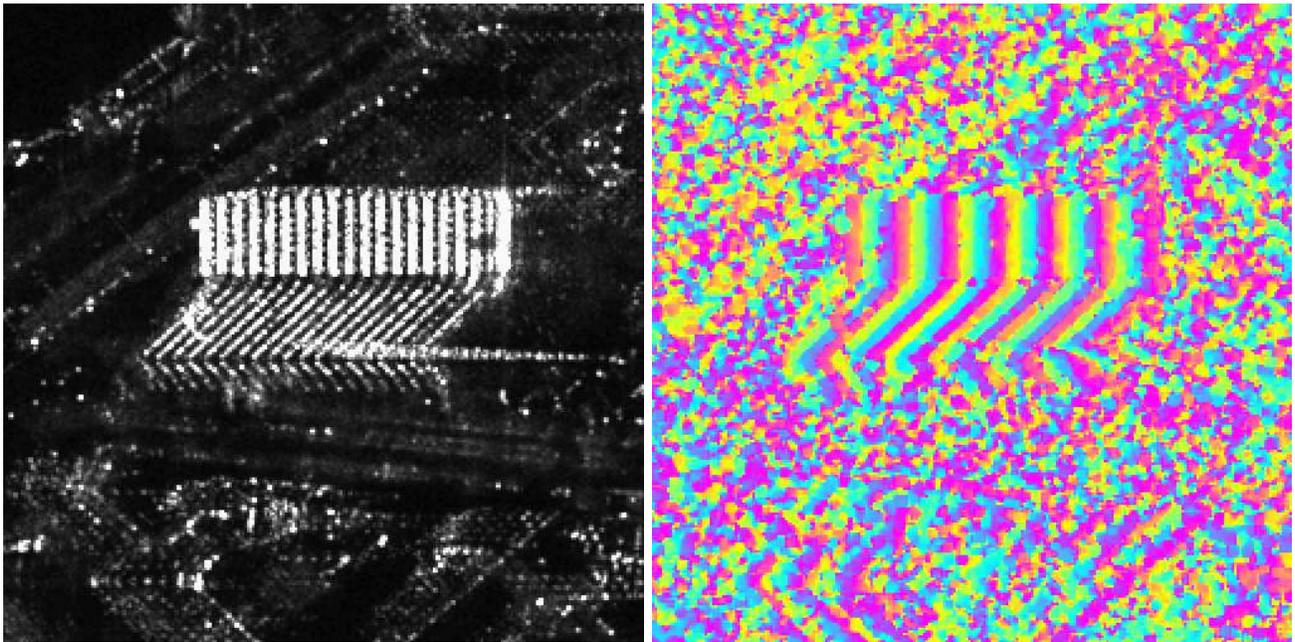


FIGURE 8.31 – Interférogramme construit à partir de deux images Terrasar-X (SpotLight HS) en passe ascendante acquises les 15 novembre 2010 et 26 novembre 2010 sur la Tour Mirabeau (au niveau du pont Mirabeau à Paris), avec $\theta = 34.69^\circ$ et $B = 473$ m. Le satellite maître se trouve environ à 615 km du centre de la scène. Les dimensions du pixel au sol sont de 80 cm en distance et 86 cm en azimuth. Sur la façade de la tour Mirabeau, on décompte à peu près 6 franges sur l'interférogramme. La relation 8.25 permet de déduire que l'altitude de la tour Mirabeau est d'environ 69m, en concordance avec sa hauteur officielle de 70m (18 étages).

Exemple d'interférogramme en zone de relief : le grand canyon du Colorado

L'exemple suivant propose l'analyse de l'interférogramme construit à partir d'une paire d'images Terrasar-X acquise sur le grand canyon du Colorado¹⁶. Sur la zone analysée (2048×2048), l'incidence est $\theta = 38.89^\circ$ et la dimension du pixel est de 1.84 m (azimut) et 2.16 m (case sol). La base orthogonale est de 46.5 m : la cohérence théorique D est donc très bonne (de l'ordre de 0.99). La construction de l'interférogramme passe par une étape de recalage sub-pixellique, ce qui conduit directement à étudier le produit hermitien entre les deux images et à en étudier la phase.

Il existe un MNT de cette zone, distribué par CGIAR-CSI (figure 8.32, image en haut à droite). On peut remarquer une grande similitude entre ce MNT et les franges topographiques obtenues avec la paire d'images TSX (figure 8.32, image en bas à droite).

Exemple d'interférogramme en zone de relief sans recalage subpixellique préalable

Si dans l'exemple précédent, on utilise les données fournies sans recalage subpixellique préalable, l'interférogramme reflète les deux mécanismes que sont les effets du relief et les effets d'un recalage imprécis. Sur la figure 8.32, image en bas à gauche, on a représenté le produit hermitien et on décompte grossièrement environ 16 franges orbitales qui s'ajoutent au régime des franges topographiques : l'interprétation de cet interférogramme est alors très difficile à décrypter puisqu'il ne présente aucune ressemblance avec le MNT SRTM.

En s'inspirant du calcul mené au paragraphe 8.5.4, on peut estimer la différence de case sol (relation 8.27) :

$$\Delta CS = \frac{B_{ortho} \cos^2 \theta}{H \sin \theta} \Delta x \sim 0.19 \text{mm}$$

Au bout de 2048 pixels, le décalage sera de 0.391 m : la case sol étant de 2.16 m, il ne reste plus que 84% de pixel commun, ce qui en apparence ne perturbe guère la construction du produit hermitien (cela devient à dégrader la cohérence à une valeur de l'ordre de 0.84 tout en restant dans des valeurs tolérables). En revanche, si l'on projette cette valeur en distance, on a :

$$\delta R = \Delta CS \sin \theta \sim 0.2425 \text{m}$$

Connaissant la longueur d'onde (3.11 cm), on a :

$$\frac{\delta R}{\lambda} \simeq 7.80$$

ce qui revient à dire que la phase a effectué 7.80 tours (un tour de phase = 2π). Comme ce calcul n'a pris en compte qu'un simple trajet, et que la construction de cet interférogramme est effectué dans le cadre des données multi-passes (deux acquisitions à 11 jours d'intervalle), il faut rajouter un facteur 2 pour prendre en compte ces effets géométriques tant à l'aller qu'au retour des signaux radar de l'image esclave. On doit alors observer environ 15.6 franges, ce que montre bien l'estimation menée figure 8.32.

16. Ce jeu d'images fait partie des données libres distribuées par Airbus Industrie.

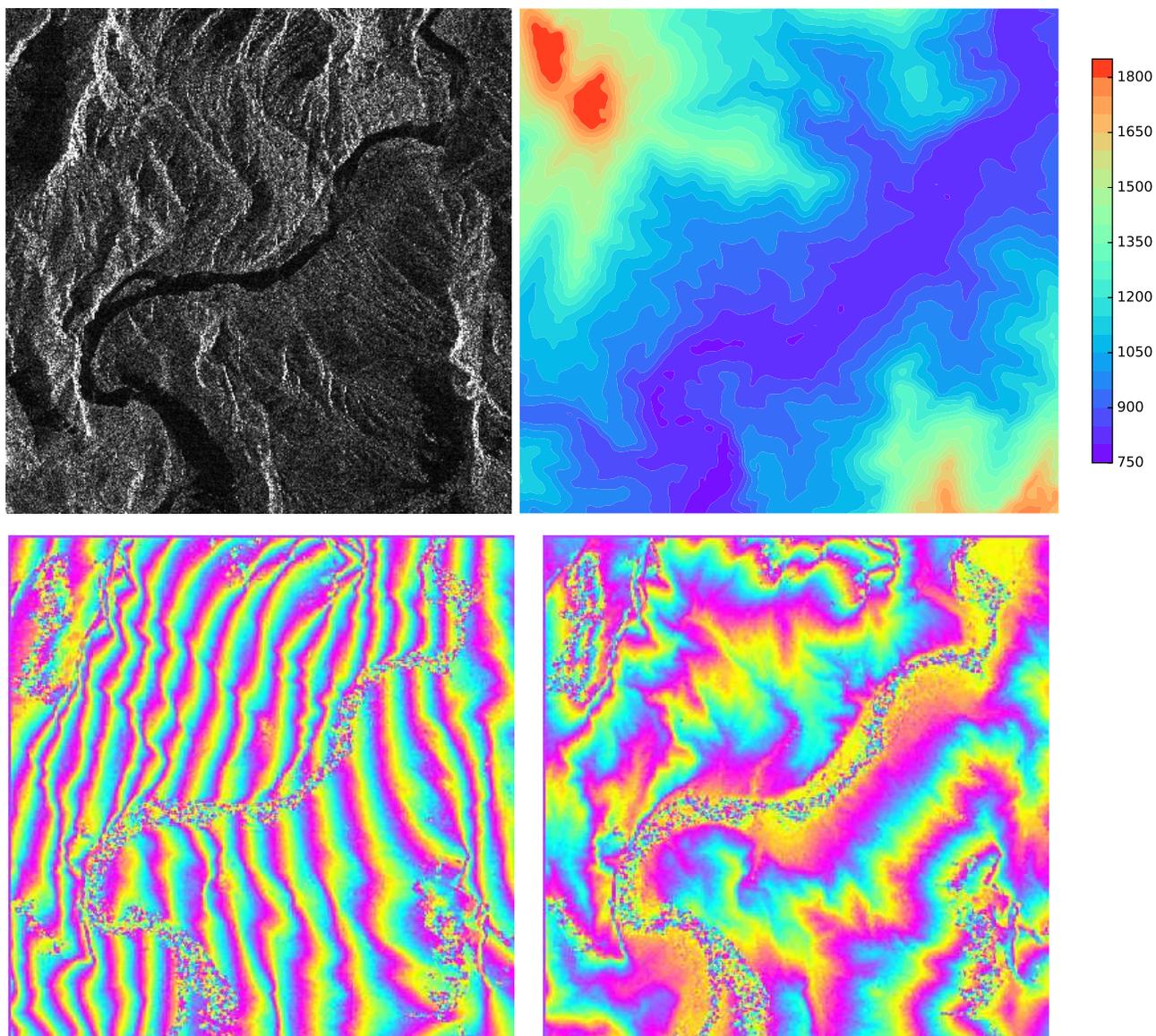


FIGURE 8.32 – Interférogramme construit à partir de deux images Terrasar-X en passe descendante acquises les 10 mars et 21 mars 2008 sur le grand canyon du Colorado, avec $\theta = 38.89^\circ$ et $B = 46.5$ m. Le satellite maître se trouve environ à 645 km du centre de la scène. Sur l'interférogramme (en bas à droite), on dénombre environ 2 franges topographiques entre le fond du canyon et le plateau, ce qui correspond à une différence d'altitude d'environ 680 m. C'est bien l'ordre de grandeur que l'on trouve sur le MNT SRTM fourni par CGIAR-CSI (en haut à droite). En bas à gauche, le même interférogramme construit à partir de la paire d'images non recalées : on observe environ 16 franges orbitales qui rendent très difficile la lecture directe des franges topographiques puisqu'elles se superposent à ce régime de franges orbitales.

8.5.6 Interférogramme multivues et cohérence interférométrique

Le simple produit hermitien entre deux images en configuration interférométrique (l'image esclave I_s ayant été recalée dans la géométrie de l'image maître I_m en précision subpixelique) s'écrit

$$I_m(i, j) I_s^*(i, j)$$

et donne en général une image de phase très bruitée. Aussi il est d'usage de calculer l'interférogramme multivue, ce qui consiste en réalité à une simple opération de moyennage normalisé de données complexes dans un voisinage $\mathcal{V}(i, j)$ pour tout pixel (i, j)

$$\frac{\sum_{(i', j') \in \mathcal{V}(i, j)} I_m(i', j') I_s^*(i', j')}{\sqrt{\sum_{(i', j') \in \mathcal{V}(i, j)} I_m(i', j') I_m^*(i', j')} \sqrt{\sum_{(i', j') \in \mathcal{V}(i, j)} I_s(i', j') I_s^*(i', j')}} = d(i, j) e^{j\varphi(i, j)} \quad (8.28)$$

Il est aisé de voir que $d(i, j) \in [0, 1]$ est un indicateur quantitatif de la qualité de l'interférogramme multivue : on l'appelle cohérence empirique et c'est un estimateur de la cohérence D (relation 8.20)¹⁷ :

$$d \leftrightarrow D = \frac{\Psi_{critique} - \Psi}{\Psi_{critique}} \frac{B_{critique} - B_{ortho}}{B_{critique}}$$

Sans entrer dans une analyse des propriétés statistiques de la phase empirique et de la cohérence empirique, on pourra néanmoins observer que les franges ainsi obtenues avec la phase empirique sont d'autant plus nettes que la cohérence empirique est forte. La figure 8.35 montre bien ces propriétés : en particulier, le fleuve au fond du grand canyon demeure intrinsèquement incohérent car sa surface n'a rien de similaire entre les deux acquisitions¹⁸ : l'analyse de la phase en ces pixels de cohérence faible montre qu'elle est aléatoire, alors que les franges topographiques sont d'autant plus nettes que la cohérence empirique est forte.

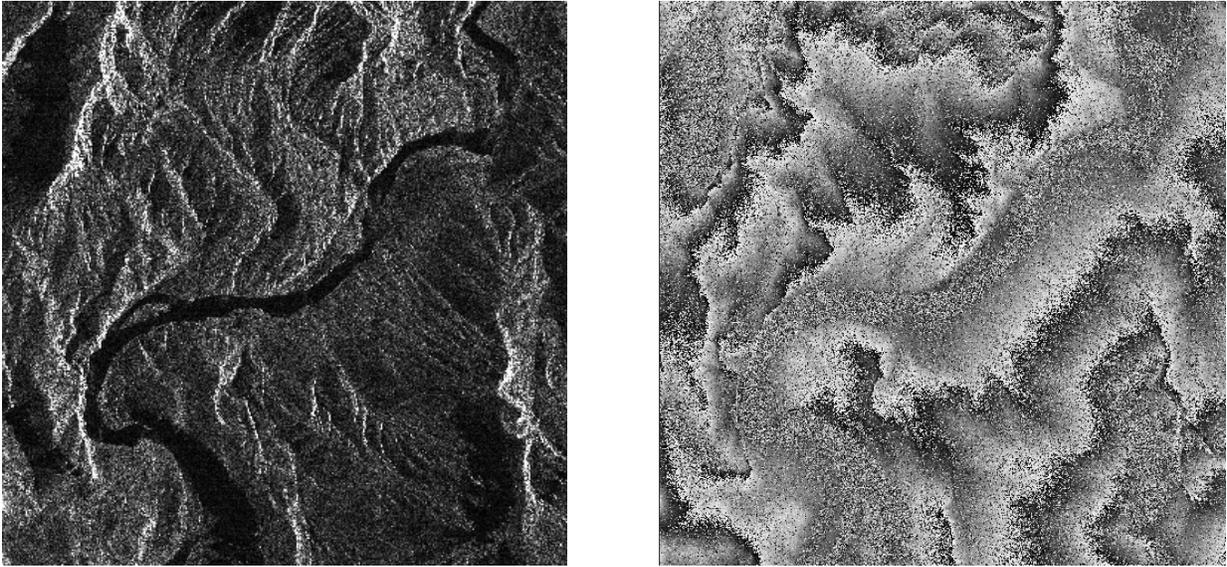


FIGURE 8.33 – Interférogramme monovue du grand canyon du Colorado (voir figure 8.32).

17. La modélisation statistique de l'interférogramme fait l'objet de l'annexe I.

18. "On ne se baigne jamais deux fois dans le même fleuve", Héraclite

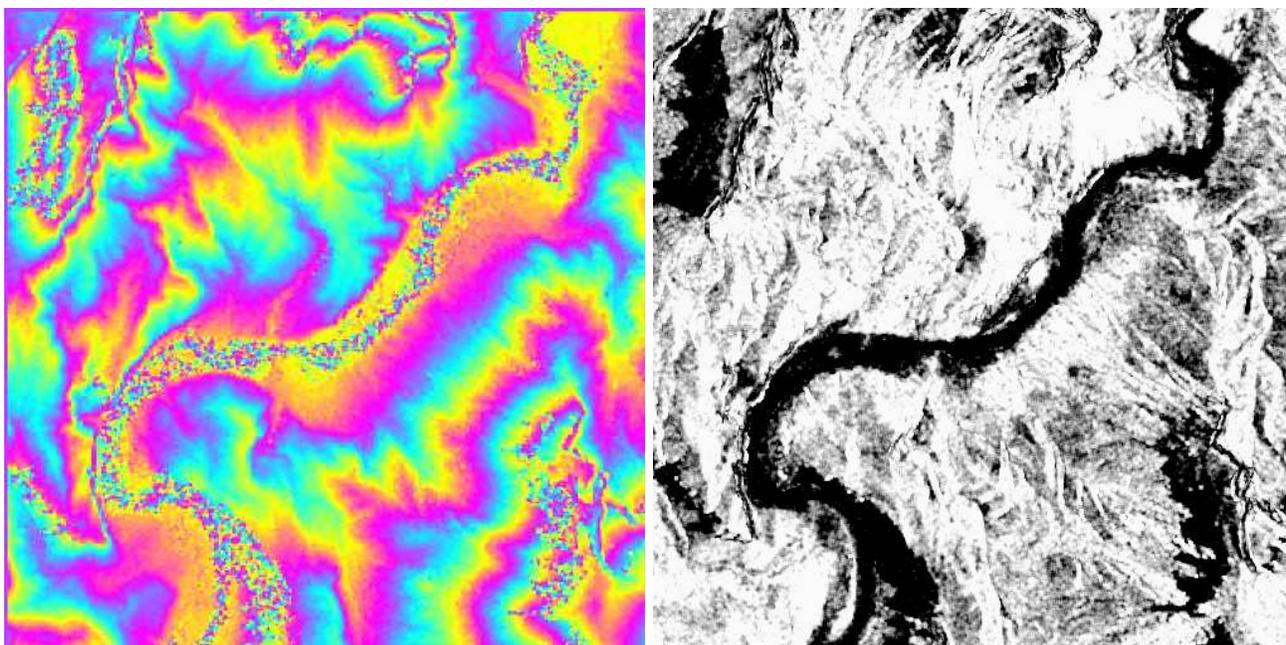


FIGURE 8.34 – Interférogramme multivue (fenêtre 12×12) du grand canyon du Colorado (voir figure 8.32). A gauche, interférogramme; à droite, image de cohérence.

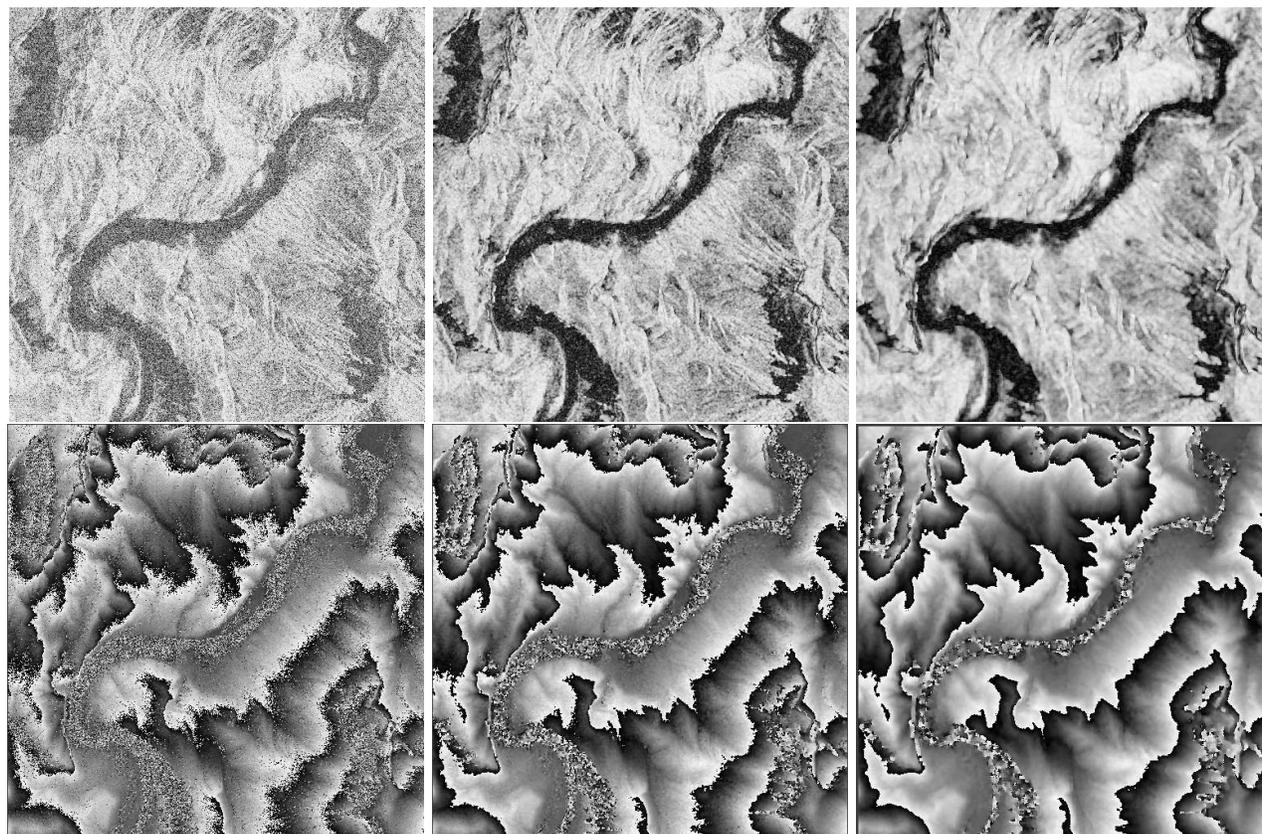


FIGURE 8.35 – Interférogrammes multivues : de gauche à droite $L = 9$, $L = 81$ et $L = 324$ (18×18). En haut : les cohérences. En bas : l'interférogramme (phase).

8.5.7 Reconstruction de la topographie : comparaison d'interférogrammes d'origine différente

Nous allons maintenant montrer un cas d'école : celui de la comparaison de deux interférogrammes obtenus avec des paires d'images acquises par deux capteurs différents (Terrasar-X et Cosmo-Skymed) dont les caractéristiques sont données dans le tableau suivant :

Capteur			Dimension pixels		Résolution	
	θ	R	Δx	Δy	δx	δy
Terrasar-X	44.66°	698 km	1.94 m	1.98 m	2.19 m	2.54 m
Cosmo-Skymed	34.11°	745 km	2.10 m	2.07 m	2.61 m	2.45 m

On va tout d'abord générer les images recalées (tant TSX que CSK) sur la première image TSX qui sera l'image maître. Après recalage, on se retrouve bien dans la configuration géométrique de la figure 8.19 pour laquelle, en sol plat, les pixels se superposent¹⁹. Une comparaison entre une image TSX et une image CSK est donnée figure 8.36.

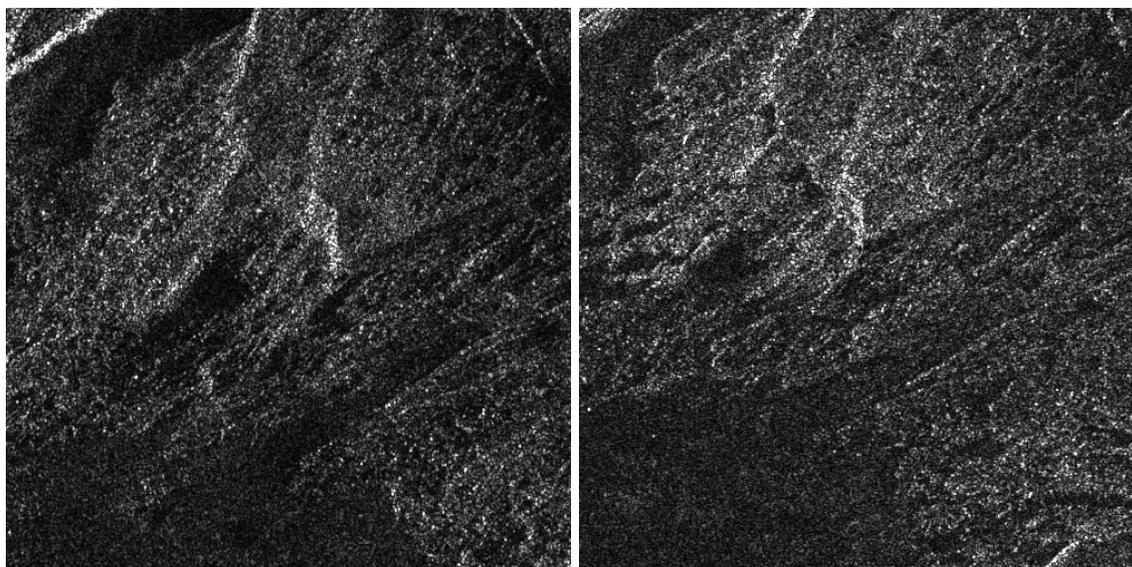


FIGURE 8.36 – Images d'amplitude (dimension 512x512) sur la rive gauche du glacier d'Argentière. L'image Cosmo-Skymed à droite (incidence $\theta = 34.11^\circ$) a été recalée dans la même géométrie que l'image Terrasar-X à gauche (incidence $\theta = 44.66^\circ$). La géométrie "sol plat" est celle de l'image Terrasar-X (les dimensions du pixel au sol sont de 1.94 m en distance et 1.98 m en azimut).

Les caractéristiques des configurations interférométrique sont données dans le tableau suivant.

Capteur	B_{orth}	θ	R	Δh par frange
Terrasar-X	177 m	44.66°	698 km	43.09
Cosmo-Skymed	322m	34.11°	745 km	20.27

Ces valeurs montrent que, sur les interférogrammes, pour une frange Terrasar-X, on aura 2.13 franges Cosmo-Skymed.

La figure 8.37 montre à gauche un interférogramme obtenu avec une paire d'images Terrasar-X (base orthogonale=177m, incidence locale 44.66°) et à droite un interférogramme obtenu avec une paire d'images Cosmo-Skymed (base orthogonale=322m, incidence locale 34.11°).

¹⁹. L'image Terrasar-X a été choisie comme référence car sa résolution en distance est meilleure que l'image Cosmo-Skymed. Ceci conduit à un léger suréchantillonnage de l'image CSK. Le contraire aurait probablement donné quelques effets de repliement.

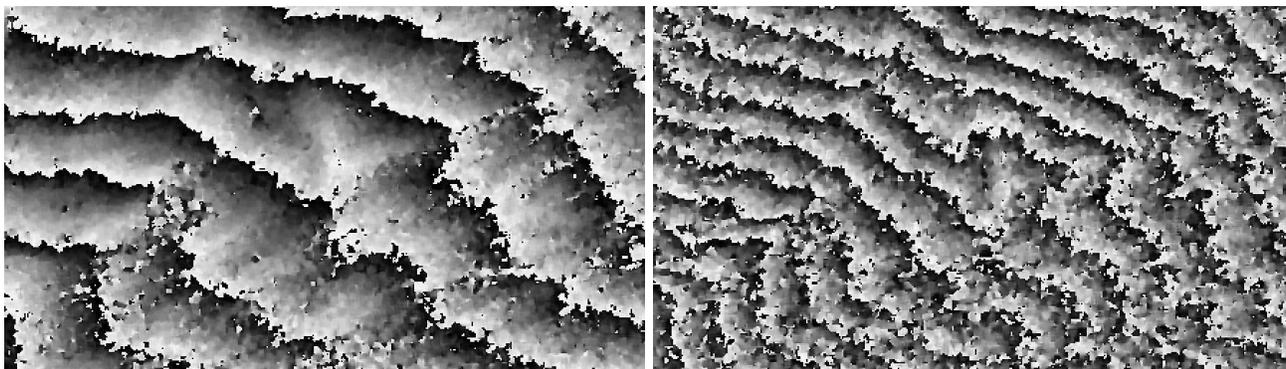


FIGURE 8.37 – Zoom sur deux interférogrammes 16-vues (dimension 256x128), correspondant à peu près au centre des données de la figure 8.36) sur la rive gauche du glacier d’Argentière. A gauche : Interférogramme obtenu avec une paire d’images TSX en configuration interférométrique ($B_{orth}=177\text{m}$). A droite : Interférogramme obtenu avec une paire d’images CSK en configuration interférométrique ($B_{orth}=322\text{m}$). Le calcul montre que pour une frange Terrasar-X, on a 2.13 franges Cosmo-Skymed. C’est bien ce que l’on observe grossièrement sur cet extrait sur lequel le décalage radargrammétrique n’est pas trop marqué.

8.6 Conclusions

Relief et sursol sur une image radar ont une influence très forte sur les acquisitions radar à cause du principe de visée latérale des systèmes radar. Très schématiquement, on peut retenir que tous les effets sont facilement compréhensibles et modélisables par de simples relations de géométrie, à ceci près :

- si les acquisitions s’effectuent à des incidences différentes, seules les images d’amplitude peuvent être utilisées : la problématique est tout à fait comparable à celle rencontrée en imagerie optique. Les mesures sont alors de l’ordre de la taille du pixel.
- si les incidences sont suffisamment proches, les différences géométriques sur les images en amplitude sont beaucoup trop faibles pour pouvoir être exploitées. En revanche, la phase des images peut être traitée, permettant des mesures de l’ordre de la longueur d’onde.

Signalons aussi qu’une orientation bien choisie permet une meilleure lisibilité d’une image d’une zone de fort relief (voir l’annexe A, figure A.1).

Enfin, notons que ce chapitre n’a pu aborder des points essentiels de la radargrammétrie et de l’interférométrie comme :

- la prise en compte de l’altitude des satellites (pour effectuer par exemple des calculs de radargrammétrie entre CSK $-h=619\text{km}-$ et TSX $-h=514\text{km}-$).
- les effets des variations de la troposphère : celle-ci peut varier localement entre deux acquisitions et provoquer des **franges troposphériques**
- les effets des variations de l’ionosphère : celle-ci peut varier localement entre deux acquisitions et provoquer des **franges ionosphériques**, d’autant plus marquées que la longueur de l’antenne synthétique est grande (ces effets se manifestent sur les données ALOS en bande L).

Chapitre 9

Cibles en mouvement

9.1 Bilan sur la synthèse d'ouverture

Nous avons vu que le principe de la synthèse d'ouverture consistait à recueillir un grand nombre d'échos radar le long de la trajectoire du satellite et à traiter ensuite ces données pour focaliser a posteriori l'antenne. Tout se passe alors comme si l'antenne synthétique avait une courbure sphérique de sorte qu'un point P donné demeure dans la même case temps pour la totalité du jeu de données utilisé pour la synthèse, c'est à dire pour les données acquises pour les positions du satellite telles que P soit dans le lobe principal de l'antenne physique (figure 9.1).

Ce principe suppose que soit vérifiées deux hypothèses :

- la cible est immobile,
- la rétrodiffusion de la cible est isotrope.

Le critère d'immobilité pour la cible s'analyse sur la durée des acquisitions nécessaires pour reconstruire le point P . Si le satellite a une vitesse V_S , cette durée T_I (qui est le temps d'intégration) s'écrit :

$$T_I = \frac{L_S}{V_S}$$

A partir des valeurs typiques des vitesses des satellites (tableau 1.5), et des dimensions d'antenne synthétique (par exemple le tableau 1.4), on peut noter que cette durée d'intégration est globalement à l'échelle de la seconde.

9.2 Cibles en mouvement : approche phénoménologique

Si une cible s'avère être en mouvement lors de l'acquisition des données, il semble peu probable que le processus de synthèse –qui consiste essentiellement à calculer avec précision un ajustement temporel des données avec une précision bien inférieure à une fraction de longueur d'onde– continue à pouvoir être appliqué avec succès, c'est à dire à donner une représentation ponctuelle de la cible avec le meilleur Rapport Signal à Bruit possible.

Nous allons voir que la direction de déplacement de la cible conduit à deux effets possibles :

- si la cible se déplace perpendiculairement à la trajectoire du capteur, le processus de focalisation sera conservé¹, mais la cible sera mal localisée d'autant plus que sa vitesse est grande ;
- si la cible se déplace parallèlement à la trajectoire du capteur, le processus de focalisation perdra de son efficacité et la cible sera floutée d'autant plus que la vitesse de la cible est grande.

9.2.1 Cible en mouvement uniforme parallèlement à la direction de visée

Supposons donc que la cible se déplace parallèlement à la direction de visée, c'est à dire perpendiculairement par rapport à la trajectoire du capteur. Aux trois instants t_1 , t_2 et t_3 correspondant à trois positions du capteur, la cible occupera les positions P_1 , P_2 et P_3 . Supposons que la synthèse soit faite en supposant que la cible est au CPA à l'instant t_2 : à cette position correspond alors une valeur de case

1. dans la mesure où la cible reste dans la zone de profondeur de champ, voir paragraphe 4.3.3

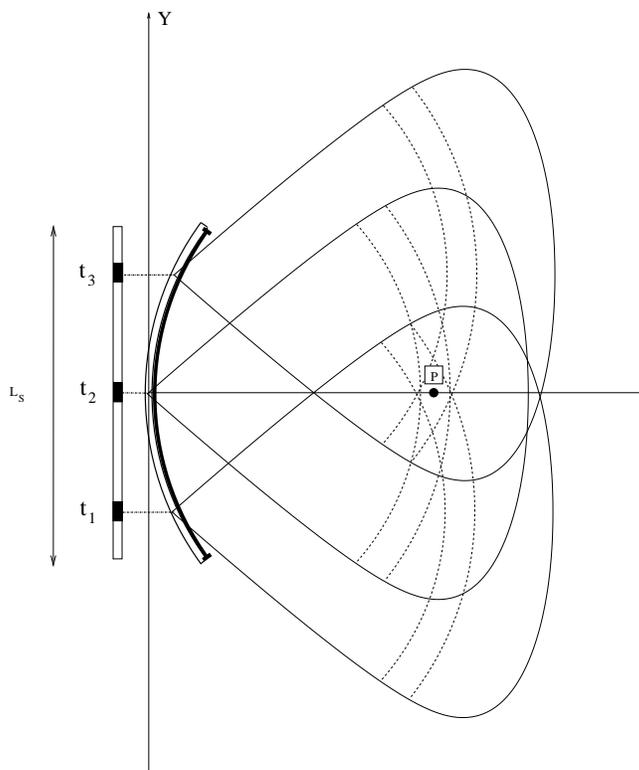


FIGURE 9.1 – Les principes de l’antenne synthétique : une cible au sol est illuminée par le radar tant que l’antenne physique est positionnée sur la zone de l’antenne synthétique de longueur L_S . La synthèse consiste à ajuster les temps de vol pour que la sommation cohérente soit de type constructif pour le point P : tout revient à ajuster ces temps de vol de sorte que tout se passe comme si l’antenne synthétique avait une courbure sphérique pour viser le point P. On vérifie sur la figure que le point P apparaît bien dans la même case temps pour les trois instants t_1 , t_2 et t_3 après ajustement de la longueur des trajets. L’hypothèse majeure de la synthèse RSO est que durant toute la durée de l’acquisition nécessaire pour la reconstruction du point P, la cible demeure immobile à une fraction de longueur d’onde près.

temps qui devra être la même tout au long de l’antenne synthétique. Comme la cible est en mouvement, elle ne sera pas alors dans la bonne case, comme le montre la figure 9.2 (à gauche). La synthèse ne fonctionnera pas pour cette cible avec l’hypothèse de courbure du front d’onde calculée pour un point P positionné sur l’axe distance à l’instant t_2 .

En revanche il est possible de trouver une position du satellite telle que l’antenne synthétique centrée en ce point observe le point P dans une case temps unique. La figure 9.2 (à droite) montre le cas où la cible se rapproche du satellite et où les trois positions d’antenne (en t_1 , t_2 et t_3) sont associées à trois positions de la cible (P_1 , P_2 et P_3) telles qu’elle occupe la même case distance dans les trois cas.

Cette délocalisation s’effectuera selon des valeurs positives ou négatives de la position en azimut selon que la cible est en rapprochement ou en éloignement (la figure 9.3 compare ces deux cas).

9.2.2 Cible en mouvement uniforme parallèlement à la trajectoire du satellite

Un tout autre phénomène apparaît si la cible se déplace parallèlement à la trajectoire du satellite. Comme l’illustre la figure 9.4 (gauche), au cours de son mouvement, la cible va changer de position au sein de la case temps de référence (celle du passage au CPA, qui conditionne la construction de l’antenne synthétique). Or, dès que ce déplacement excède $\lambda/2$, la focalisation conduira à des mécanismes d’interférence destructifs et, de ce fait, la focalisation sera mauvaise : l’amplitude finale ne sera pas celle de la cible immobile.

Sur la figure 9.4 (gauche), à trois instants t_1 , t_2 et t_3 , la cible est positionnée en P_1 , P_2 et P_3 et l’instant t_2 est choisi de telle sorte que la cible soit au CPA pour cette position de référence. A cet instant t_2 correspond une case temps de référence. Sur cet exemple, on peut remarquer que pour les instants t_1

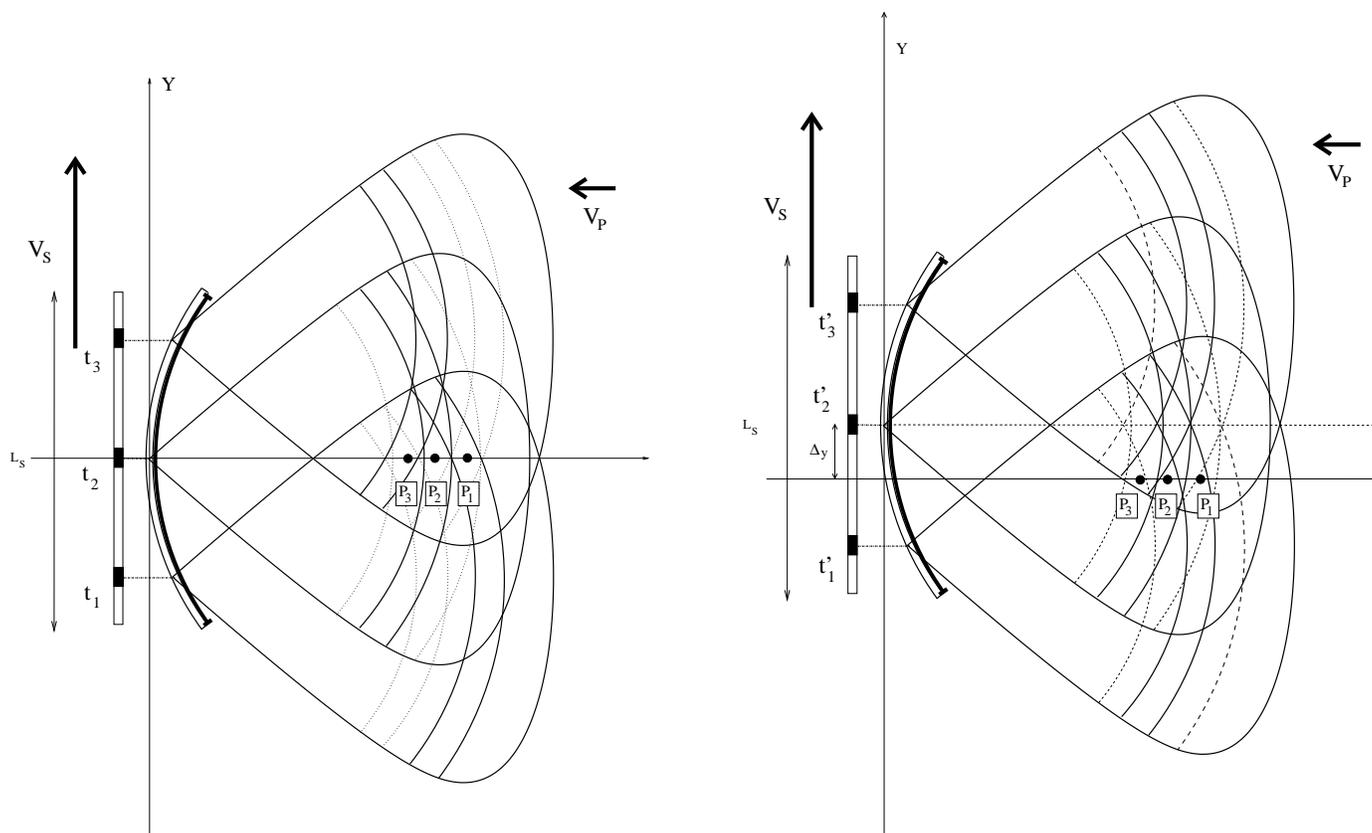


FIGURE 9.2 – A gauche : Cible P en mouvement, se rapprochant de l'antenne selon une vitesse perpendiculaire à la trajectoire du satellite : l'antenne synthétique a une courbure calculée pour la position en P_2 de la cible et pour à l'instant t_2 . On observe alors qu'à l'instant t_1 la cible se trouve dans une case distance différente plus éloignée et à l'instant t_3 dans une case distance différente plus rapprochée. La sommation cohérente n'aura alors aucun effet constructif et la cible ne sera pas visible sur l'image à la position prévue. A droite : On considère les positions de l'antenne aux instants t'_1 , t'_2 et t'_3 de sorte que les positions P_1 , P_2 et P_3 soient dans une même case temps : dans ce cas, la sommation cohérente sera constructive. La "bonne" case temps ainsi calculée, la cible sera reconstruite sur l'image à la distance correspondant à la position de P à l'instant t'_2 : ce sera la même case temps que dans le cas où la cible était immobile, mais la position selon OY sera décalée d'une valeur Δy dépendant de la vitesse de la cible.

et t_3 , la cible entre et sort de la case temps de référence. Il semble alors évident que le mécanisme de focalisation est très imparfait de sorte que l'amplitude de la cible ainsi obtenue est plus faible que celle obtenue quand la cible est immobile.

Un second phénomène va aussi apparaître : il y aura plusieurs positions de l'antenne synthétique pour lesquelles la cible sera visible au CPA (un exemple est donné figure 9.4 droite). Même mal focalisée, la cible apparaîtra au final dans plusieurs pixels de l'image, pour des valeurs en distance correspondant à la "bonne" case temps mais pour diverses valeurs en azimuth puisqu'elle est en partie focalisable pour plusieurs positions de l'antenne synthétique.

9.3 Cibles en mouvement : approche quantitative

9.3.1 Cible en mouvement uniforme selon la direction de visée : approche quantitative

Pour quantifier cet effet lié au Doppler de la cible, il faut se souvenir que la synthèse se formalise lorsque l'on a une cible immobile : il suffit donc de mener le raisonnement dans le référentiel de la cible (P est alors immobile) et d'établir quelle est la vitesse du satellite dans ce référentiel. Si dans le référentiel

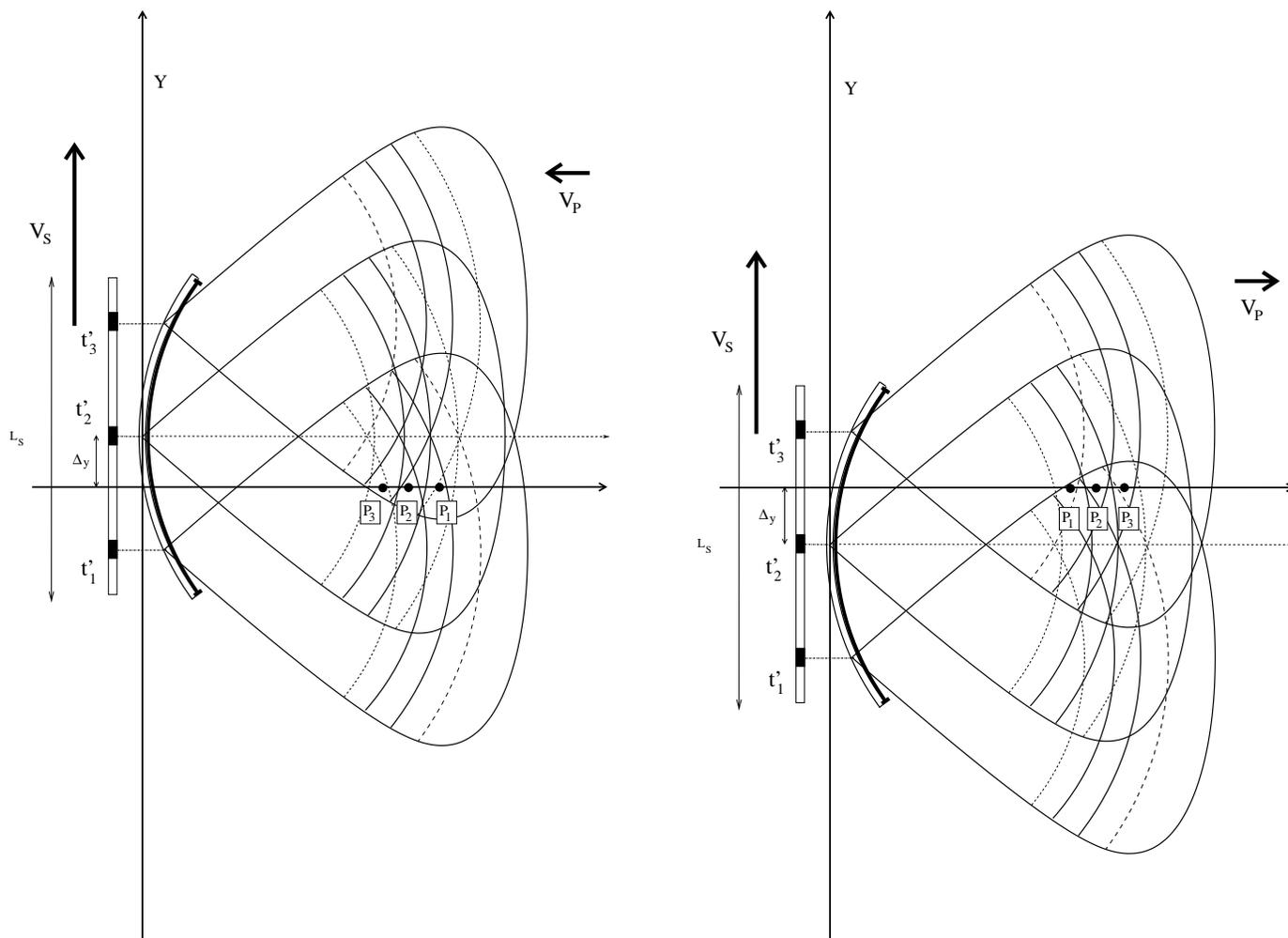


FIGURE 9.3 – Comparaison du cas où la cible P est en mouvement avec une vitesse “en rapprochement” (à gauche), avec le cas où la cible P est en mouvement avec une vitesse “en éloignement”. Dans le premier cas la cible sera confondue avec une autre cible située au dessus du point P ; dans le second cas la cible sera confondue avec une autre cible située au dessous du point P.

lié à la Terre le satellite a une vitesse \vec{V}_S et la cible a une vitesse \vec{V}_P , dans le référentiel lié à la cible, le satellite a une vitesse \vec{V}'_S telle que

$$\vec{V}'_S = \vec{V}_S - \vec{V}_P$$

Le satellite a alors une trajectoire dont la direction n'est plus perpendiculaire à la visée de l'antenne (figure 9.5).

La cible P, dans le référentiel de la cible, sera dans l'axe du radar pour la position telle que :

$$\frac{OS}{R} = \frac{V_P}{V_S}$$

les approximations utilisées étant justifiées en radar satellitaire. On a donc un décalage selon OY :

$$y_P = \frac{R V_P}{V_S}$$

Si l'image a été échantillonnée avec un pas Δy , le décalage en pixel est donné par :

$$\Delta n = \frac{OS}{\Delta y} = \frac{R V_P}{V_S \Delta y}$$

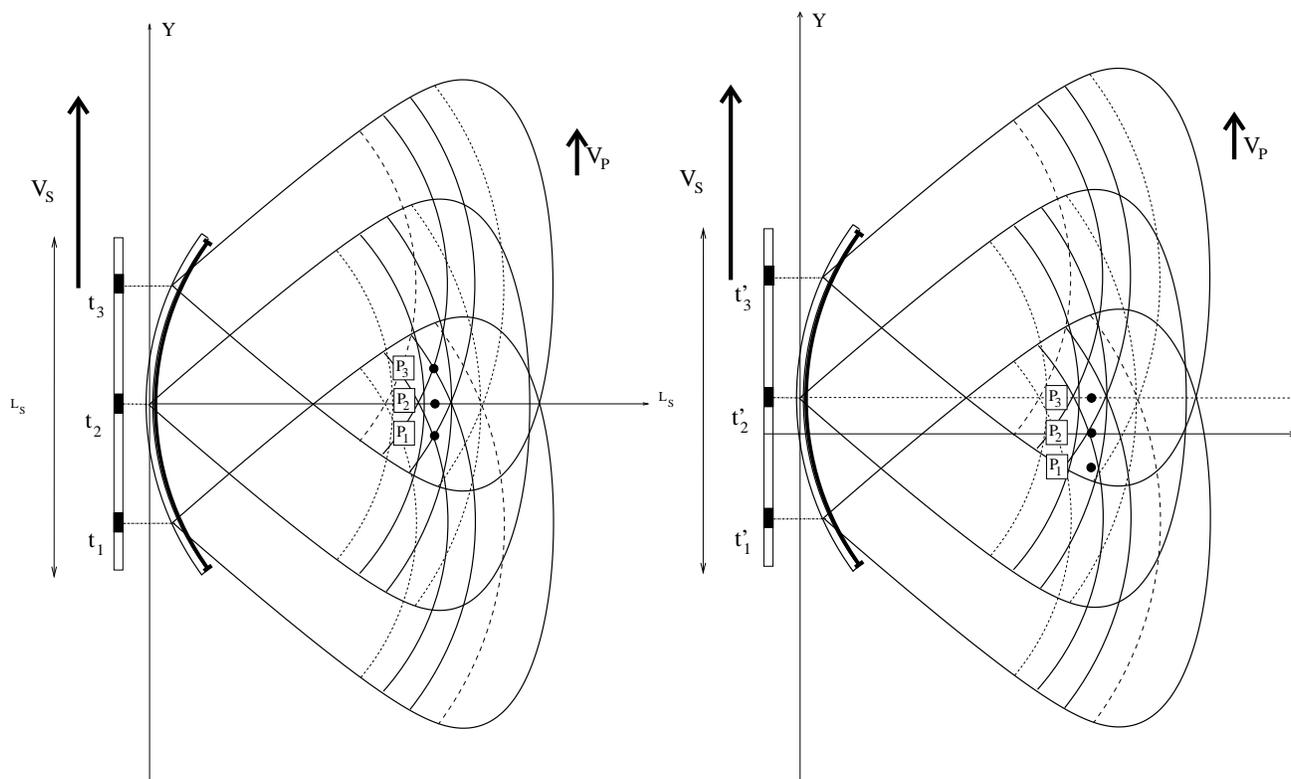


FIGURE 9.4 – Cible P en mouvement, avec une vitesse parallèle à la trajectoire du satellite. A gauche : la cible est reconstruite alors qu'elle est au CPA de l'antenne synthétique établie pour un point P immobile, c'est à dire au point P₂ à l'instant t₂. Puisque la courbure de l'antenne synthétique est calculée pour la position P₂, on note qu'aux instants t₁ et t₃, la cible mobile se trouvait aux points P₁ et P₃ de sorte que ces points ne sont pas exactement dans la même case temps que le point P₂. La focalisation ne sera pas parfaitement constructive et la valeur calculée n'aura pas la valeur de RSB idéale et apparaîtra moins brillante sur l'image. A droite : la cible se trouve en un point P₃ à l'instant t₃. Cette position peut être choisie comme CPA pour une autre position de l'antenne synthétique et même si la focalisation est imparfaite (le même phénomène de défocalisation qu'en P₂ pouvant être observé), on aura sur l'image un point brillant. Au final, non seulement le point sera moins brillant, mais il apparaîtra aussi flou puisqu'il "bavera" sur plusieurs pixels orientés parallèlement à la trajectoire du satellite.

Réciproquement, si l'on connaît le décalage azimuthal en pixel d'une cible identifiée comme une cible en mouvement (comme la péniche sur l'avenue de New York de la figure 9.6), on peut en déduire sa vitesse :

$$V_P = \Delta n \frac{V_S \Delta y}{R}$$

La quantité $\frac{V_S}{R}$ est à peu près du même ordre de grandeur pour les satellites actuels, environ 10^{-2} . En revanche, le facteur Δy est lié à l'échantillonnage (de l'ordre de 5m pour ERS, 1m pour TSX SpotLight). Si l'on cherche la vitesse de la cible telle que le décalage soit de 1 pixel en azimuth, on obtient pour ERS :

$$V_{P,1} \sim 5 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

et pour TSX :

$$V_{P,1} \sim 10^{-2} \text{ m/s}$$

Ces valeurs sont surprenantes pour ceux qui traitent des images construites par des systèmes aéroportés. C'est la distance de plusieurs centaines de kilomètres entre capteur et cible qui provoque cette sorte d'effet de démultiplication et qui fait que tout mouvement de quelques centimètres par seconde défocalise l'image RSO satellitaire.

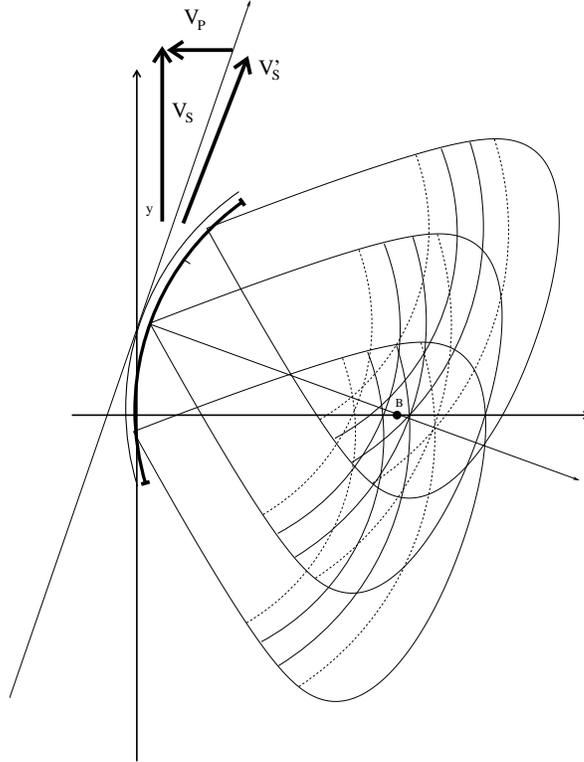


FIGURE 9.5 – Cible P en mouvement uniforme, se rapprochant de l’antenne selon une vitesse \vec{V}_P perpendiculaire à la trajectoire du satellite, qui se déplace à la vitesse \vec{V}_S . On se place dans le référentiel de la cible : tout se passe comme si le satellite avait une vitesse $\vec{V}'_S = \vec{V}_S - \vec{V}_P$ et si l’acquisition était faite avec un dépointage Ψ lié aux vitesses du satellite et du point.

9.3.2 Cible en mouvement uniforme parallèlement à la trajectoire du satellite : approche quantitative

Une manière d’analyser les effets d’un mouvement uniforme parallèlement à la trajectoire du satellite est de calculer la durée durant laquelle la cible peut être vue par une antenne synthétique. Dans le cas d’une cible immobile, nous considérons que cette durée est égale au temps d’intégration :

$$T_I = \frac{L_S}{V_S}$$

V_S étant la vitesse du satellite (de l’ordre de 7 km/s).

Si la cible est en mouvement parallèlement au satellite avec une vitesse v_c , la durée pendant laquelle la cible est visible depuis le satellite est alors :

$$T_{I,v} = \frac{L_S}{V_S - v_c}$$

Pour une vitesse non nulle de la cible, celle-ci se déplacera durant ce temps de visibilité et aura au final une position modifiée d’une valeur δy :

$$\delta y = v_c \frac{L_S}{V_S - v_c}$$

et la cible va “baver” sur l’image selon l’axe azimut.

Cependant, en comparant avec le temps d’intégration T_I , on pourrait en déduire les deux observations suivantes, qui s’appuie principalement sur des raisonnements de type entropique (c’est à dire simplement fondé sur l’information disponible) :

- si $T_{I,v} > T_I$, c’est à dire la cible et le satellite vont dans la même direction, alors on obtient plus d’information sur la cible puisqu’elle reste plus longtemps dans le lobe d’antenne. On pourrait

- envisager une modification de la synthèse pour prendre en compte v_c qui donnera une meilleure résolution de la cible ;
- si $T_{I,v} < T_I$, c'est à dire la cible et le satellite vont en direction opposée, alors on obtient moins d'information sur la cible puisqu'elle reste moins longtemps dans le lobe d'antenne. On pourrait envisager une modification de la synthèse pour prendre en compte v_c qui donnera au final une moins bonne résolution de la cible.

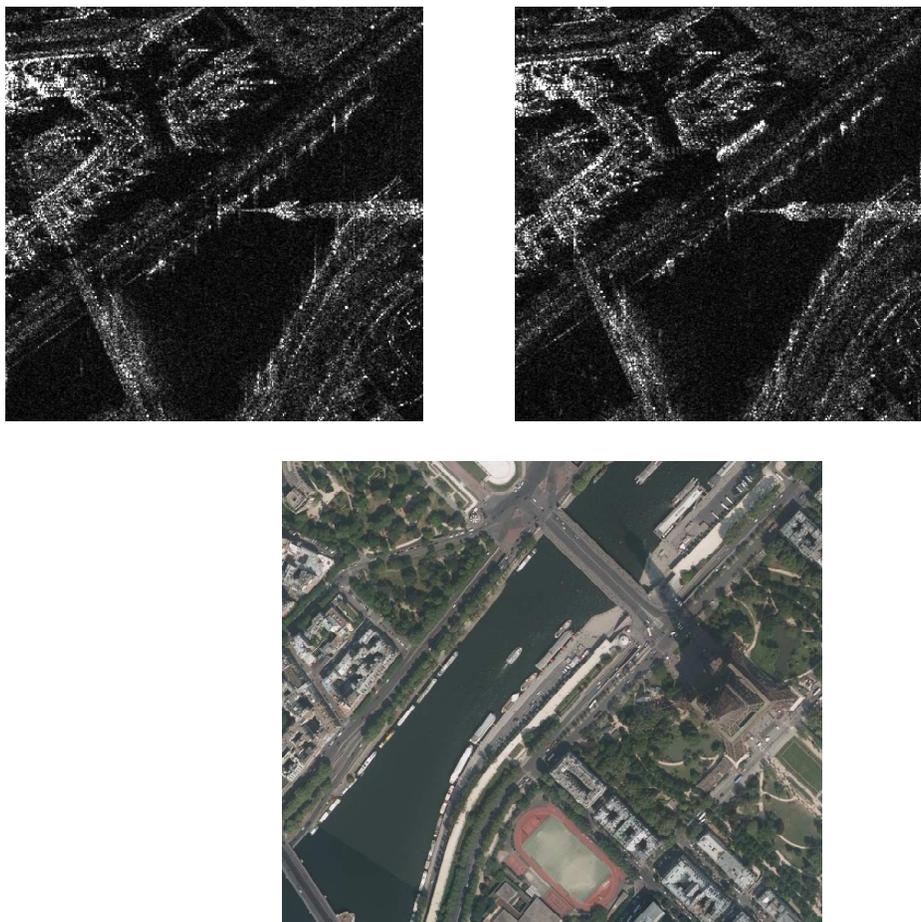


FIGURE 9.6 – Imagerie (512x512) Terrasar-X SpotLight-HS acquises en passe ascendante vers 17h34 près de la Tour Eiffel (pour les effets de repliement de la Tour Eiffel, voir la figure 8.6 page 187). La direction de visée correspond à l’horizontale de la feuille. La dimension du pixel est de 87 cm en azimuth (OY) et 80 cm selon OX (pixel “sol”). L’incidence locale est de 34.6° et la distance entre le satellite et la zone est de 615 km. On observe sur l’image de droite (légèrement au dessus du sommet de la Tour Eiffel, au milieu de l’avenue de New York) une péniche à environ 130 pixels du milieu de la Seine, soit environ 100 m (valeur confortée par une analyse sur Geoportail). Le dépointage est donc de l’ordre de $0.16 \cdot 10^{-3}$ radian. Si l’on approxime la vitesse du satellite au sol par la valeur 7 km/s, on a comme ordre de grandeur de la vitesse de la péniche 1 m/s, ce qui semble tout à fait réaliste.

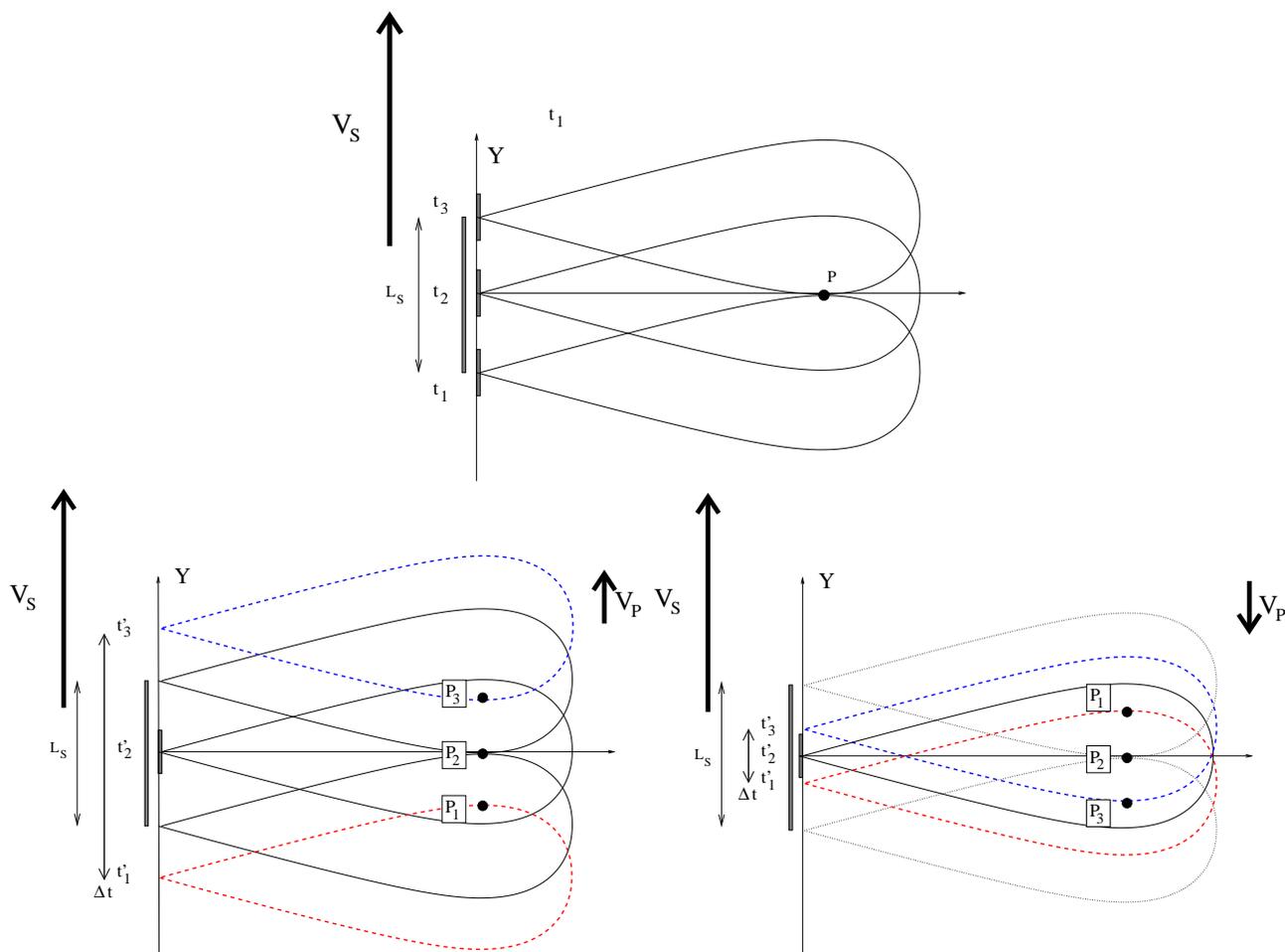


FIGURE 9.7 – En haut : construction de l’antenne synthétique pour un point P immobile. La longueur L_S se calcule grâce à la première position de l’antenne physique (t_1) telle que le point P entre dans le lobe d’antenne et la dernière position de l’antenne physique (t_3) telle que le point P sorte du lobe d’antenne. La synthèse fait que sur l’image un seul point apparaisse, qui correspond à l’instant t_2 (passage au CPA). En bas, à gauche : la cible se déplace avec une vitesse parallèle à la vitesse du satellite et dans la même direction. L’instant t'_1 correspond à la première position de l’antenne physique telle que le point P entre dans le lobe d’antenne et l’instant t'_3 à la dernière position de l’antenne physique telle que le point P sorte du lobe d’antenne. Tous les points de l’image reconstruits à partir de CPA correspondant aux instants entre t'_1 et t'_3 seront influencés par la présence de la cible mobile. Les vitesses étant dans la même direction, l’intervalle de temps est grand et la cible pourra apparaître comme un long trait. En bas, à droite : la cible se déplace avec une vitesse parallèle à la vitesse du satellite et dans la direction opposée à celle du satellite. L’instant t'_1 correspond à la première position de l’antenne physique telle que le point P entre dans le lobe d’antenne et l’instant t'_3 à la dernière position de l’antenne physique telle que le point P sorte du lobe d’antenne. Tous les points de l’image reconstruits à partir de CPA correspondant aux instants entre t'_1 et t'_3 seront influencés par la présence de la cible mobile. Les vitesses étant dans des directions opposées, l’intervalle de temps est petit et la cible pourra apparaître comme un petit trait.

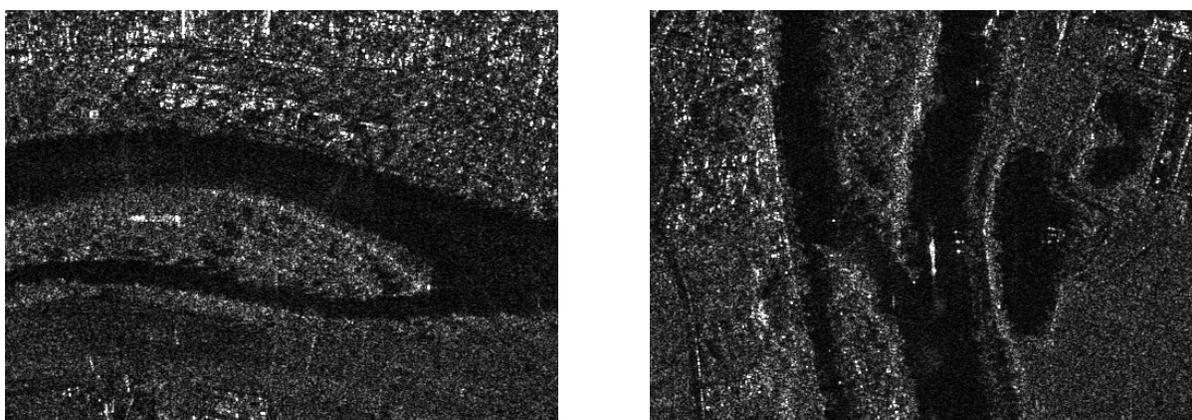


FIGURE 9.8 – Imagettes (512x512) Cosmo-Skymed StripMap (HIMAGE-SCS-B) acquises sur la Seine en aval de Paris (18h07). La dimension du pixel est de 2.25 m en azimuth et 2.10 m selon OX (pixel “sol”). La direction de visée correspond à l’horizontale de la feuille. L’incidence locale est d’environ 30° et la distance entre le satellite et la zone est d’environ 700 km. Sur l’image de gauche, on voit une péniche au milieu de l’île : il y a bonne focalisation, mais mauvais positionnement puisque les vitesses de la péniche et du satellite sont orthogonales. Sur l’image de droite, la péniche circule bien au milieu de la Seine à peu près parallèlement au satellite : on peut noter une défocalisation se traduisant par une dégradation de l’aspect de la péniche. Cependant, il n’y a pas migration notable de pixel : le temps d’intégration étant de l’ordre de la seconde, la péniche s’est déplacée de quelques mètres, donc un ou deux pixels, alors que sa longueur (90 m) fait qu’elle s’étend sur près de 40 pixels.

Annexe A

L’affichage des images RSO

A.1 Orientation des images par rapport à un référentiel géographique

Nous avons vu que les agences spatiales adoptaient des protocoles d’archivage différents :

A.1.1 Images brutes

- les images “brutes” (RAW) sont toujours archivées dans le référentiel de l’acquisition, c’est à dire :
 - Pour les colonnes :
 - le premier pixel de la ligne correspond au premier écho arrivé,
 - le dernier pixel de la ligne correspond au dernier écho arrivé.
 - Pour les lignes :
 - la première ligne correspond à la première ligne acquise
 - la dernière ligne correspond à la dernière ligne acquise

Si l’on considère le mode d’acquisition le plus standard, on aura selon la passe à changer le tableau pour lui donner une orientation géographique

- Pour les passes ascendantes, il faut retourner le tableau selon la verticale car la première ligne correspond au Sud et la dernière ligne au Nord. En revanche les colonnes sont dans le bon ordre géographique (l’Ouest à gauche et l’Est à droite du tableau). Une fois réorienté, le capteur est à gauche et vise de gauche à droite.
- pour les passes descendantes, il faut retourner le tableau selon l’horizontale car le premier pixel correspond à l’Est et le dernier pixel à l’Ouest. En revanche, les lignes sont dans le bon ordre géographique (le Nord en haut et le Sud en bas). Une fois réorienté, le capteur est à droite et vise de droite à gauche.

A.1.2 Images SLC

Une fois la synthèse effectuée, les données sont fournies par les agences spatiales sous forme d’images en complexe. En général, chaque pixel est représenté par deux valeurs : la partie réelle et la partie imaginaire, qui peuvent être codées en 8 bits signés, 16 bits signés, en demi-float¹, voire en float.

La géométrie est en général celle des données brutes : elle peut aussi être précisée dans les métaparamètres.

L’affichage requiert le calcul de la moyenne μ et de l’écart type σ : un “bon” choix est de seuiller l’image à afficher par la valeur :

$$\mu + 3\sigma$$

Si l’on veut privilégier les cibles brillantes, on peut choisir la valeur suivante :

$$\mu + 7\sigma$$

1. le cas de Terrasar-X en mode tandem

A.2 Affichage en présence de relief

L'œil est sensible à l'orientation de l'éclairage : c'est l'effet horizon qui mène un photo interprète à mieux analyser une image si le clair est en haut et le sombre est en bas.

L'affichage classique des images RSO se fait dans le référentiel du capteur : la verticale image correspond à la direction du satellite.

La figure A.1 montre la facilité d'interprétation que peut apporter un affichage avec le satellite en haut de l'image en présence d'un fort relief. Tout se passe comme si on voyait la vallée de Chamonix au coucher de soleil.

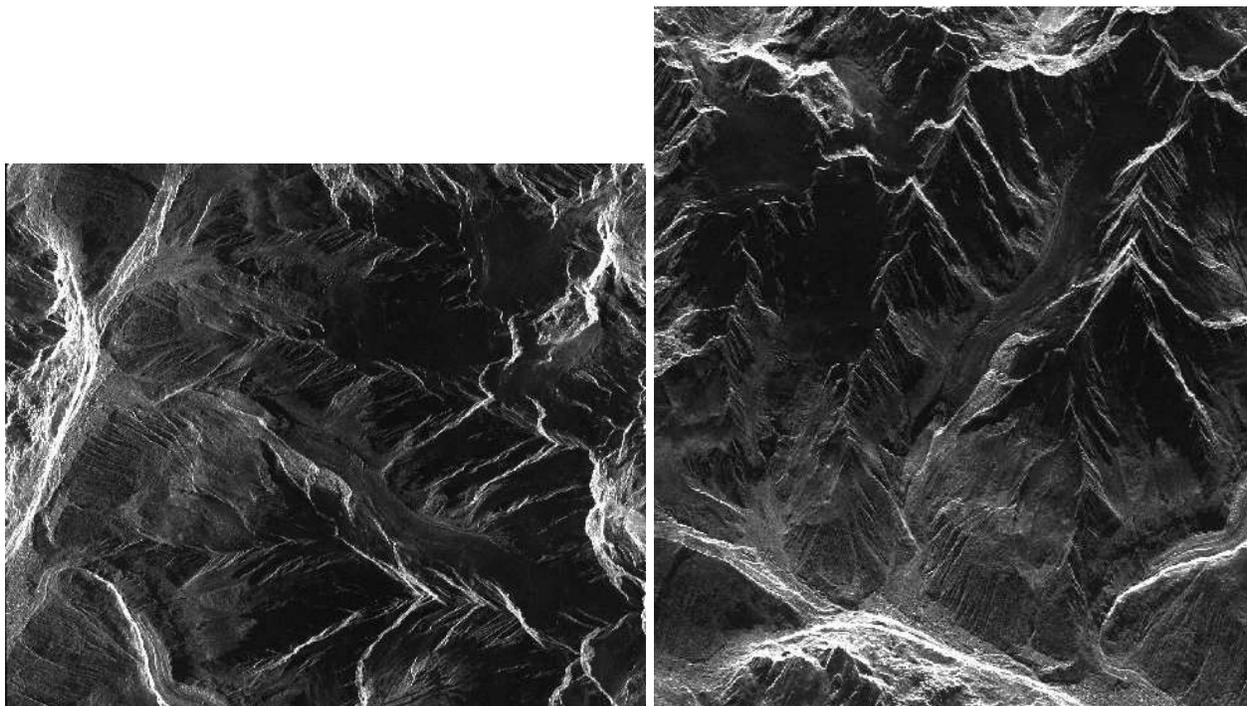


FIGURE A.1 – A gauche : image TSX, passe ascendante, sur la vallée de Chamonix (glacier d'Argentière). Les lignes ont été inversées (droite-gauche) pour que l'image soit facilement lisible vis à vis d'un repère géographique (rose des vents). Le radar est à droite. A droite : l'image a été pivotée de 90° de sorte que le radar illumine depuis le haut de la figure. La lisibilité du relief est est énormément améliorée, même si la géographie est changée (le Nord est à peu près à droite).

Annexe B

Rotondité de la Terre et géométrie des acquisitions

Cette annexe consiste en un rappel de quelques formules bien connues du monde de la télédétection et très utiles dans un modèle de Terre sphérique.

B.1 Terre sphérique

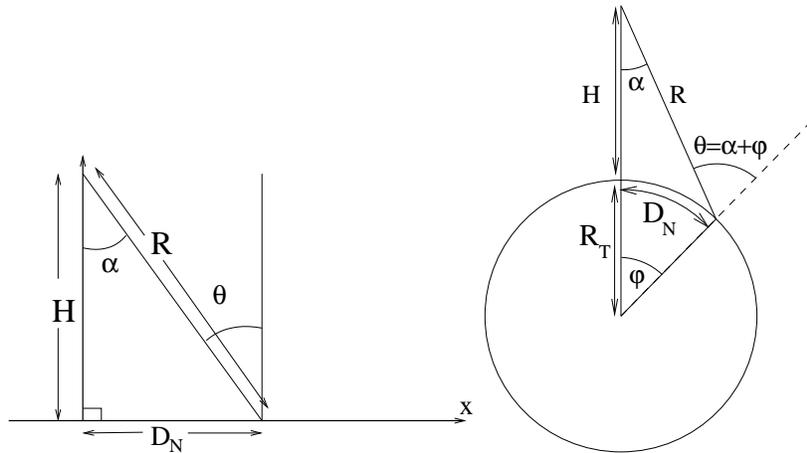


FIGURE B.1 – A gauche : Hypothèse de Terre plane. L'angle de visée est égal à l'angle d'incidence. A droite : hypothèse de Terre sphérique. θ est l'angle d'incidence et diffère de l'angle de visée α . Dans le cas de la Terre sphérique, l'angle ancillaire φ joue un rôle important dans les formules et dans leurs interprétations.

Soit un satellite dont l'altitude est H . Dans le cas de la Terre (ou de tout autre planète à peu près sphérique) en se plaçant au centre de la Terre, on peut définir le point visé par l'angle φ formé par la direction du satellite et la direction du point au sol. La visée depuis le satellite se fait avec un angle α , l'angle d'incidence au point visé est θ et R est la distance entre le capteur et le point visé. Sous l'hypothèse d'une Terre parfaitement sphérique, et en utilisant la relation liant les angles et les cotés dans un triangle :

$$\frac{\sin(\widehat{ABC})}{AC} = \frac{\sin(\widehat{BCA})}{BA} = \frac{\sin(\widehat{CAB})}{BC}$$

on peut écrire :

$$\frac{\sin \alpha}{R_T} = \frac{\sin \theta}{R_T + H} = \frac{\sin \varphi}{R}$$

θ	$h = 400$ km	$h = 600$ km	$h = 800$ km
0	0.00	0.00	0.00
5	32.930	47.978	62.189
10	66.323	96.603	125.180
15	100.667	146.552	189.815
20	136.505	198.574	257.014
25	174.464	253.528	327.826
30	215.305	312.440	403.487
35	259.982	376.576	485.503
40	309.730	447.546	575.753
45	366.197	527.446	676.636

TABLE B.1 – Distance au nadir D_N en fonction de l’angle d’incidence au sol θ et de l’altitude h du satellite (formule B.5).

On montre alors aisément les relations (voir figure B.1) pour une altitude donnée h :

$$\varphi = \text{Arcsin} \left(\frac{(R_T + H) \sin \alpha}{R_T} \right) - \alpha \quad (\text{B.1})$$

$$\varphi = \theta - \alpha = \theta - \text{Arcsin} \left(\frac{R_T \sin \theta}{R_T + H} \right) \quad (\text{B.2})$$

$$\alpha = \text{Arctan} \left(\frac{R_T \sin \varphi}{R_T + H - R_T \cos \varphi} \right) \quad (\text{B.3})$$

$$\alpha = \text{Arcsin} \left(\frac{R_T \sin(\alpha + \varphi)}{R_T + H} \right) = \text{Arcsin} \left(\frac{R_T \sin(\theta)}{R_T + H} \right) \quad (\text{B.4})$$

L’expression B.4 donne l’angle de visée α en fonction de l’angle d’incidence au sol $\theta = \alpha + \varphi$.

L’angle φ a une interprétation intéressante si l’on se place sur la sphère terrestre puisque la grandeur D_N :

$$D_N = R_T \varphi$$

représente la distance au nadir pour un observateur se déplaçant sur la sphère terrestre.

Si l’on connaît l’angle d’incidence θ , on peut alors écrire l’expression de la distance au nadir D_N :

$$D_N = R_T \left(\theta - \text{Arcsin} \left(\frac{R_T \sin \theta}{R_T + H} \right) \right) \quad (\text{B.5})$$

Le tableau B.1 donne quelques valeurs utilisables pour analyser les satellites de télédétection : c’est la raison pour laquelle on se place au niveau de l’observateur (angle d’incidence θ) et non au niveau du capteur (angle de visée α).

Enfin, on peut lier la distance R entre le satellite et le point de la Terre considéré avec l’altitude du satellite et l’incidence locale :

$$R = \frac{(R_T + H) \sin \varphi}{\sin \theta} = \frac{R_T + H}{\sin \theta} \sin \left(\theta - \text{Arcsin} \left(\frac{R_T \sin \theta}{R_T + H} \right) \right) \quad (\text{B.6})$$

B.2 Application à l’imagerie des pôles

Prenons l’exemple de Terrasar-X. Son orbite est inclinée à 97.45° , ce qui signifie que sa trace atteint au mieux le parallèle N82.55°, donc un angle par rapport à l’axe de rotation de la Terre de 7.45° , c’est à dire 0.13 radians. On en déduit que Terrasar-X s’approche donc au plus près à 828 km du Pôle Nord.

Son incidence maximale étant de 55° , en utilisant la relation B.2, on voit qu’il peut imager jusqu’à une distance de 635 km de sa trace : en “visant à droite”, il ne rate le Pôle Nord que d’environ 200 km. On peut donc affirmer en première approximation qu’il couvre la (presque) totalité de l’hémisphère Nord, ceci se faisant au détriment de l’hémisphère Sud.

En utilisant la possibilité de viser à gauche, Terrasar-X ne ratera le Pôle Sud que d’environ 200 km.

H (km)	20.°	25.°	30.°	35.°	40.°	45.°	50.°
514.000	511.482	509.893	507.755	504.915	501.145	496.101	489.262
619.000	615.410	613.149	610.117	606.103	600.795	593.735	584.232
693.000	688.552	685.757	682.015	677.071	670.553	661.916	650.346
780.000	774.442	770.956	766.299	760.160	752.095	741.452	727.273

TABLE B.2 – Altitudes équivalentes requises pour l’hypothèse de Terre Plane pour différentes incidences et pour différentes altitudes de satellites.

L’imagerie des pôles est possible avec Radarsat car son altitude est notoirement plus élevée que celle de Terrasar-X (798 km), ce qui compense le fait que l’inclinaison de son orbite soit plus élevée (98.58°). De plus, si l’incidence maximale en utilisation normale est de 49°, il existe des modes spéciaux qui opèrent au delà de cette valeur (voir la figure 1.23 : les incidences sont alors ajustables entre 49° et 60°).

Radarsat passe au mieux à 953 km du pôle. Pour une incidence à 60°, on montre qu’il est capable de viser un point à 1076 km de la trace : le pôle Nord est donc à la portée de son radar.

Pour pouvoir imager le pôle Sud, l’agence spatiale canadienne a basculé le satellite Radarsat-1 de 180° pour qu’il vise “à gauche” : ce fut l’objet de l’expérimentation antarctique (voir le paragraphe C.1.6 de l’annexe C).

B.3 Terre sphérique et Terre plane

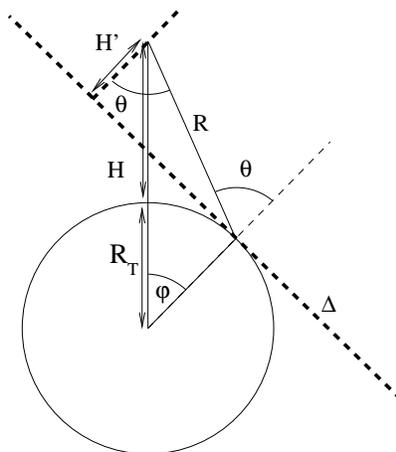


FIGURE B.2 – Pour une incidence locale θ , il est toujours possible de considérer le plan tangent à la Terre représenté par la droite Δ . Par rapport à ce plan, le satellite a une altitude H' et le modèle terrestre est celui d’une Terre plane.

Si on se cantonne à une zone d’étude réduite, il est toujours possible d’assimiler localement la Terre à son plan tangent (figure B.2). Dans ce nouveau référentiel, le satellite a une altitude H' donnée par la relation :

$$H' = R \cos \theta$$

En utilisant la relation B.6, on peut écrire une relation donnant H' en fonction de H et de θ :

$$H' = \frac{(R_T + H) \sin \varphi}{\sin \theta} = \frac{R_T + H}{\sin \theta} \sin \left(\theta - \text{Arcsin} \left(\frac{R_T \sin \theta}{R_T + H} \right) \right) \cos \theta$$

Des exemples de valeurs correspondant à des satellites usuels et des incidences usuelles sont données tableau B.2.

Annexe C

Les données

Les archives permettent de traiter des données “historiques” non sans mal car les métaparamètres des anciennes données (ERS, Radarsat-1, ...) sont le plus souvent difficiles d'accès. Aussi la première partie de cette annexe est dédiée à certaines particularités de capteurs dont la connaissance peut être nécessaire dans le traitement des images RSO. La seconde partie traite des spécificités de certains formats de données rencontrés en imagerie satellitaire. Enfin, en troisième partie, l'aspect de la calibration des données est abordé.

On trouve sur le WEB des documentations assez fournies de la part des agences spatiales et concernant les détails des formats.

C.1 Spécificités de quelques capteurs

C.1.1 ALOS-1 et ALOS-2

Satellite	Début-Fin	altitude (km)	Nombre d'orbites par jour	cycle (jours)	inclinaison de l'orbite	nœud ascendant	bande radar	λ_0 (cm)	f_0 (GHz)		BW_{\max} (MHz)
ALOS	2006-2011	692	14+27/46	46	98.2°	18h30	L	23.6	1.27	FP	28
ALOS-2	2014-	628	14 + 11/14	14	97.8°	12h00	L	22.9	1.26*	FP	84

Les différents modes d'acquisition d'ALOS-2 sont décrits figure 1.28

Format des données

Les données fournies sont, entre autre, des fichiers spécifiés par leur en tête :

- IMG- : la donnée image, l'en-tête est suivie par l'indication de polarisation. L'image est au format CEOS.
- LED- : le fichier “leader” dans lequel on trouve quasiment toutes les informations nécessaires pour traiter l'image, dont les “state vectors” (au nombre de 3 seulement).
- TRL- : le quicklook, au format CEOS.

Il y a aussi des informations précieuses dans le fichier *workreport*.

C.1.2 Cosmo Skymed

Généralités

Satellite	Début-Fin	altitude (km)	Nombre d'orbites par jour	cycle (jours)	inclinaison de l'orbite	nœud ascendant	bande radar	λ_0 (cm)	f_0 (GHz)		BW_{\max} (MHz)
CSK 1	2007-	619	14+13/16	16	97.86°	18h00	X	3.12	9.600	M	400
CSK 2	2007-	619	14+13/16	16	97.86°	18h00	X	3.12	9.600	M	400
CSK 3	2008-	619	14+13/16	16	97.86°	18h00	X	3.12	9.600	M	400
CSK 4	2010-	619	14+13/16	16	97.86°	18h00	X	3.12	9.600	M	400

Les 4 CSK sont sur la même orbite. Ils permettent d’acquérir des données à 1 jour, 4 jours et 8 jours. Bien évidemment, ce choix peut être modifié (il avait été envisagé de mettre les capteurs “à 90°”, ce qui donne alors un cycle de 4 jours).

L’antenne CSK permet un très grand nombre de possibilités d’acquisition. En effet, l’antenne présente une configuration originale en 5 panneaux (selon le sens de la trace), le tout ayant une dimension de 5,7m x 1,4m. Chaque panneau est composé (comme sur les Radarsat et Envisat) de 8 éléments permettant une focalisation électronique, ce qui permet de faire varier l’angle d’incidence (de 20° à 60°). L’originalité des CSK réside dans le pilotage séparé des panneaux (ce qui n’était pas prévu par exemple pour Radarsat) qui conduit au concept de “multi faisceaux”. On dispose ainsi de 14 modes possibles, dont voici quelques exemples (pour un panneau, 1 signifie que la sous antenne reçoit, 0 signifie que l’on ne prend pas en compte les données venant de cette sous antenne) :

- standard : 11111
- Split Antenna SPAN2a : 10001
- Split Antenna SPAN3a : 10101

On peut aussi diviser l’antenne en deux grandes antennes horizontales (“vertical split antenna”, mode SPAN 2V).

Une fois choisi le mode d’acquisition par l’utilisateur (voir le paragraphe 1.8.4, les données sont disponibles sous quatre niveaux de traitement :

- 1A : ce sont les données SLC en géométrie d’acquisition (le pixel “sol” a une dimension variable en distance).
- 1B : ce sont des données multivues (donc en amplitude) en géométrie sol (le pixel “sol” a une dimension fixe en distance).
- 1C : la projection se fait sur un ellipsoïde de référence (GEC : *Geocoded Ellipsoid Corrected*).
- 1D : un MNT de référence est choisi (GTC : *Geocoded Terrain Corrected*)

Format des données

Les données sont en général au format HDF5 (voir le paragraphe C.2.2), le fichier .h5 contenant l’image, un quicklook et incluant les métaparamètres de l’acquisition.

Les données RAW sont codées sur 8 bits et sont fournies avec une LUT (champ “Analog Signal Reconstruction Levels”).

C.1.3 ENVISAT

Satellite	Début-Fin	altitude (km)	Nombre d’orbites par jour	cycle (jours)	inclinaison de l’orbite	nœud ascendant	bande radar	λ_0 (cm)	f_0 (GHz)		BW_{\max} (MHz)
ENVISAT	2002-2012	780	14+11/35	35	98.55°	22h00	C	5.62	5.331	VV	16

Lors de la conception de ce satellite embarquant 14 expériences scientifiques, il a été noté une incompatibilité de fréquences utilisables entre l’ASAR prévu et une autre expériences. Aussi la fréquence centrale de l’ASAR a été fixée à 5.331 GHz au lieu des 5.300 GHz d’ERS. Etant données les bandes utilisées (15.55 MHz pour ERS, 16 MHz pour ENVISAT), l’interférométrie ERS/ENVISAT a été impossible, ce qui empêche d’exploiter au mieux les données d’archive ERS avec celles d’ENVISAT.

L’antenne à focalisation électronique permet de faire varier l’incidence locale. ENVISAT propose 7 modes standards d’acquisition, dont les valeurs d’incidence moyenne sont les suivantes :

ENVISAT	
IS1	19
IS2	23.8
IS3	28.7
IS4	33.6
IS5	37.6
IS6	40.0
IS7	43.9

Notons qu'en octobre 2010 (du 22 octobre au 26 octobre), l'altitude d'ENVISAT a été légèrement modifiée, passant à 782.4 km. Le cycle est passé à 30 jours (431 orbites par cycle). Aucune correction orbitale¹ n'était envisagée sur ce nouveau mode (appelée "Phase E3"), ce qui interdisait toute application interférométrique, hormis autour des latitudes 38°N et 38°S.

Tout contact a été perdu avec ENVISAT le 8 avril 2012.

C.1.4 ERS/AMI

Caractéristiques globales

Satellite	Début-Fin	altitude (km)	Nombre d'orbites par jour	cycle (jours)	inclinaison de l'orbite	nœud ascendant	bande radar	λ_0 (cm)	f_0 (GHz)		BW_{\max} (MHz)
ERS-1	1991-2000	780	14+11/35	35	98.55°	22h30	C	5.66	5.300	VV	15.55
ERS-2	1995-2011	780	14+11/35	35	98.55°	22h30	C	5.66	5.300	VV	15.55

Le capteur AMI (*Active Microwave Instrument*) d'ERS ne disposant pas en particulier de focalisation électronique permettant de faire varier l'angle d'émission (impensable dans les années 80), l'ESA a défini des "Phases" permettant de tester diverses configurations d'expérimentations (modification du cycle, voire de l'incidence). Ces tests ont porté entre autre sur une réorientation du système pour obtenir un angle d'émission proche de 35 ° (Roll-Tilt Mode) et sur un changement d'orbite pour permettre des survols à 3 jours (pour des zones déterminées couvrant à peu près 10% de la planète).

	Phases	Début	Fin	Couverture (jours)	Altitude (km)	Inclinaison	Orbites
A	"Commissioning"	25/07/1991	10/12/1991	3	785	98.516°	43
B	Ice	28/12/1991	1/04/1992	3	785	98.516°	43
R	Roll Tilt	2/04/1992	14/04/1992	35	782	98.543°	501
C	Multidiscipline	14/04/1992	23/12/1993	35	782	98.543°	501
D	Ice	23/12/1993	10/04/1994	3	785	98.516°	43
E	Geodetic	10/04/1994	28/09/1994	168	770	98.491°	2411
F	Geodetic	28/09/1994	21/03/1995	168	770	98.491°	2411
G	Multidiscipline	21/03/1995	20/03/2000	35	782	98.543°	501

Les données ERS-2 correspondent à la phase G d'ERS-1.

La distribution de scènes ERS (100km×100km) se faisait sous différents formats :

- les données brutes (RAW) ; en pratique elles sont codées en 8 bits, seuls 5 bits sont utiles (valeurs entre -16. et 15.)
- les données Single Look Complex (SLC). Ces données étant trop volumineuses pour les moyens courants des années 1990, chaque scène était découpée en 4 quarts de scène, chaque quart de scène étant archivé sur une bande magnétique (donc 4 bandes magnétiques par scène SLC)
- les données PRI (Precision Images) en géométrie radar : grâce à un moyennage multivue (le "nombre de vues équivalent" étant de 2.82), le pixel est carré (12.5m×12.5m en général mais on peut rencontrer d'autres valeurs pour les phases A à C). La valeur moyenne des scènes PRI a été fixée pour s'accomoder au mieux de l'archivage de ce type de données sur 16 bits (*Unsigned Short*) : il faut signaler que cette normalisation a été modifiée courant 1992, ce qui peut poser problème dans des traitements multitemporels.
- des données géoréférencées (GEC), dont la qualité intrinsèque était dictée par les MNT utilisables sur la Terre.

Le format initial était le CEOS avec 4 fichiers : le fichier "dat" contient l'image. Un autre format spécifique à l'ESA a été utilisé depuis.

1. Auparavant, 25 kg d'hydrazine était consommé par an pour ces corrections orbitales, ENVISAT en emportait au départ 300 kg.

Le pilotage “en lacet” des ERS et les conséquences de la défaillance d’un gyroscope sur ERS-2 en février 2000

La géométrie d’acquisition a été amplement décrite chez les “bons auteurs”. La figure C.1 donne des précisions sur les appellations des angles.

Il est généralement admis que les squints d’ERS-1 et ERS-2 diffèrent d’une valeur quasiment constante de l’ordre de 250/1679 en fréquence relative.

Le pilotage fin d’ERS-2 a cessé en février 2000 suite à la perte d’un gyroscope. Un mode dégradé a néanmoins été trouvé pour un pilotage grossier de la plateforme dans lequel il n’était plus possible de faire systématiquement des acquisitions en mode interférométrique.

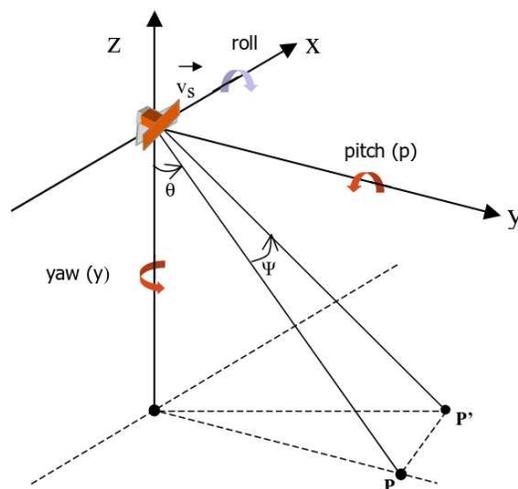


FIGURE C.1 – Géométrie de la plateforme ERS et ses degrés de pilotage.

C.1.5 JERS

Satellite	Début-Fin	altitude (km)	Nombre d'orbites par jour	cycle (jours)	inclinaison de l'orbite	nœud ascendant	bande radar	λ_0 (cm)	f_0 (GHz)		BW_{\max} (MHz)
JERS	1992-1998	568	14+43/44	44	98°	22h45	L	23.5	1.275	HH	15

Suite à un problème de déploiement d’antenne, la puissance d’émission de JERS a été réduite à 25 % de sa valeur nominale. Ceci explique que le $NE\sigma_0^2$ n’était que de 18 dB.

Le JAXA a un serveur ftp sur lequel on peut récupérer des données JERS :

- ftp ://ftp.eorc.jaxa.jp/cdroms/
- ftp ://ftp.eorc.jaxa.jp/pub/ALOS-2/1501sample/010_fuji/

La FRI peut dépendre de nombreux facteurs et peut donc varier d’une acquisition à l’autre. On peut noter une valeur classique : 1555 Hz.

Format des données

Les données fournies sont, entre autre, des fichiers spécifiés par leur en tête :

- IMG- : la donnée image, l’en-tête est suivie par l’indication de polarisation. L’image est au format CEOS.
- LED- : le fichier “leader” dans lequel on trouve quasiment toutes les informations nécessaires pour traiter l’image, dont les “state vectors” (au nombre de 3 seulement).
- TRL- : le quicklook, au format CEOS.

Il y a aussi des informations précieuses dans le fichier *workreport*.

C.1.6 Radarsat-1

Satellite	Début-Fin	altitude (km)	Nombre d'orbites par jour	cycle (jours)	inclinaison de l'orbite	nœud ascendant	bande radar	λ_0 (cm)	f_0 (GHz)		BW_{max} (MHz)
RADARSAT-1	1995-2013	798	14+7/24	24	98.58°	18h00	C	5.66	5.300	HH	30

Caractéristiques des images

Le capteur Radarsat a donc été le premier système à focalisation électronique en orbite.

Les produits disponibles (par choix spécifiques d'angle d'incidence et d'autres paramètres) sont regroupés dans le tableau suivant (voir aussi la figure 1.23) :

Mode	Elévation x Azimut (m x m)	Nombre de vues	Fauchée (km)	incidence (degrés)
Standard	25 x 28	4	100	S1 : 22 S2 : 27 S3 : 33 S4 : 36 S5 : 39 S6 : 44 S7 : 47
Wide - 1	48-30 x 28	4	165	20 - 31
Wide - 2	32-25 x 28	4	150	31 - 39
Fine resolution	11-9 x 9	1	45	37 - 48
ScanSAR narrow	50 x 50	2 - 4	305	20 - 40
ScanSAR wide	100 x 100	4 - 8	510	20 - 49
Extended (H)	22-19 x 28	4	75	50 - 60
Extended (L)	63-28 x 28	4	170	10 - 23

La bande passante est variable, soit pour s'adapter à l'incidence locale : 11.58 MHz (S3 à S7) et 17.28 MHz (S1 et S2), soit selon le mode : 30 MHz (mode "Fine").

Les angles d'incidence pour le mode *Fine* (bande passante de 30 MHz) sont les suivants :

Radarsat-1 mode <i>Fine</i>	
F1N	36.4-39.5
F1	36.8-39.9
F1F	37.2-40.3
F2N	38.9-41.8
F2	39.3-42.1
F2F	39.5-42.5
F3N	41.1-43.7
F3	41.5-44.0
F3F	41.8-44.3
F4N	43.2-45.5
F4	43.5-45.8
F4F	43.8-46.1
F5N	45.0-47.3
F5	45.3-47.5
F5F	45.6-47.8

En mode *Fine*, la résolution est de l'ordre de 8m x 8m.

Expérimentations sur l'Antarctique

Le satellite Radarsat, dont l'antenne vise à droite, a été conçu pour permettre un retournement du satellite à 180° permettant une visée "à gauche" et d'observer le continent antarctique. Ce mode imageur a été mis en application du 12 septembre 1997 au 4 novembre 1997 et a permis une première cartographie

de ce continent. Il faut noter que ce retournement s'est avéré extrêmement périlleux et a failli causer la perte du satellite. Aussi la seconde opération en mode antarctique prévue a été annulée.

Format des données

Les données RADARSAT-1 sont au format CEOS.

C.1.7 Radarsat-2

Généralités

Satellite	Début-Fin	altitude (km)	Nombre d'orbites par jour	cycle (jours)	inclinaison de l'orbite	nœud ascendant	bande radar	λ_0 (cm)	f_0 (GHz)		BW_{\max} (MHz)
RADARSAT-2	2007	798	14+7/24	24	98.6°	18h00	C	5.55	5.405	FP	100

Les différentes modalités d'acquisition sont regroupées figure 1.26, certaines étant reprises dans le tableau suivant :

Mode	Fauchée	angle d'incidence	Nombre de visées	Résolution
Standard	100 km	20-50	1x4	25 m x 28 m
Large	150 km	20-45	1x4	25 m x 28 m
Faible incidence	170 km	10-20	1x4	40 m x 28 m
Incidence élevée	70 km	50-60	1x4	20 m x 28 m
Fin	50 km	37-48	1x1	10 m x 9 m
ScanSAR large	500 km	20-50	4x2	100 m x 100 m
ScanSAR étroit	300 km	20-46	2x2	50 m x 50 m
Standard, quadruple polarisation	25 km	20-41	1x4	25 m x 28 m
Fin, quadruple polarisation	25 km	30-41	1	11 m x 9 m
Fin à triple visée	50 km	30-50	3x1	11 m x 9 m
Ultra-fin large	20 km	30-40	1	3 m x 3 m
Ultra-fin étroit	10 km	30-40	1	3 m x 3 m

Radarsat-2 permet des acquisitions aussi bien en visée à droite qu'en visée à gauche.

Format des données

Les données, qui sont toujours géoréférencées (même les SLC), peuvent être fournies sous deux formats :

- l'image en Geotiff (éventuellement dans sa variante BigTiff) associée à un fichier xml (description dans le document RN-TP-51-273),
- l'image en NITF2 associée à un fichier xml (description dans le document RN-TP-52-8207).

La grille de points géoréférencés fournie par l'archivage en Geotiff est le plus souvent réduite à 4 points.

C.1.8 RISAT-1

Satellite	Début-Fin	altitude (km)	Nombre d'orbites par jour	cycle (jours)	inclinaison de l'orbite	nœud ascendant	bande radar	λ_0 (cm)	f_0 (GHz)		BW_{\max} (MHz)
RISAT-1	2012	536	15+2/25	25	97.55°	6h18	C	5.61	5.350	FP*	225

Plusieurs résolutions et fauchées sont offertes par ce capteur, certaines étant reprises dans le tableau suivant :

CRS	<i>Coarse Resolution Scan SAR</i>	50 m	240 km	
MRS	<i>Medium Resolution ScanSAR</i>	25 m	120 km	
FRS2	<i>Fine Resolution StripMap</i>	9-12 m	30 km	quad-pol
FRS1	<i>Fine Resolution StripMap</i>	3-6 m	30 km	

A côté d'une modalité *full polar*, une polarisation circulaire est possible.

C.1.9 Sandia

Sandia National Laboratories met en accès libre sur son site un certain nombre d'images en résolutions décimétriques à métriques dans diverses bandes :

<https://www.sandia.gov/radar/complex-data/index.html>

On peut les utiliser pour toute publication à condition d'en citer les origines ('Courtesy of Sandia National Laboratories, Radar ISR')

C.1.10 Sentinel-1

Satellite	Début-Fin	altitude (km)	Nombre d'orbites par jour	cycle (jours)	inclinaison de l'orbite	nœud ascendant	bande radar	λ_0 (cm)	f_0 (GHz)		BW_{\max} (MHz)
Sentinel-1A	2014	693	14+ 7/12	12	98.18°	18h00	C	5.55	5.405	DP	100
Sentinel-1B	2016	693	14+ 7/12	12	98.18°	18h00	C	5.55	5.405	DP	100

Généralités

Les acquisitions Sentinel sont effectuées, pour une zone géographique donnée, selon une modalité unique décidée par Copernicus. Les quatre modes d'acquisition possibles sont donné dans la tableau suivant (voir aussi la figure 1.27) :

			polarisation	incidence	fauchée
StripMap mode	StripMap	S1	Dual	19.7° à 26.1°	70 km
		S2		26.0° à 32.0°	70 km
		S3		31.2° à 36.7°	70 km
		S4 _a		36.4° à 41.3°	70 km
		S4 _b		36.6° à 41.5°	70 km
		S5		41.3° à 45.1°	70 km
Interferometric Wideswath mode	Topsar	IWa	Dual	19.5° à 35.5°	216 km
		IWb	Dual	32.0° à 45.1°	216 km
Extrawideswath mode	Topsar	EW	Dual	19.8° à 46.8°	410 km
Wave mode	stripmap	WM	HH ou VV	23°	Vignette 20kmx20km

Le mode dualpol est soit (HH-HV), soit (VV-VH).

l'ESA diffuse les données brutes.

Sentinel-1A et Sentinel-1B sont placés sur la même orbite (cycle de 12 jours) avec un positionnement relatif assurant une couverture à 6 jours.

Les acquisitions IW-SLC

L'objectif de la synthèse est d'avoir trois bandes avec le même pas d'échantillonnage en distance pour les 3 bandes ainsi que le même pas d'échantillonnage en azimut pour les 3 bandes³. On peut noter qu'il existe deux modalités IW : IWa et IWb.

	Bande 1	Bande 2	Bande 3	pas distance	pas azimut
IWa	22.6°	27.9°	32.9°	2.05	20.0
IWb	34.5°	39.2°	43.2°	3.25	20.4

La dimension de la couverture globale est de 216 km dans les deux cas. Les FRI et BW sont différentes pour chacune des bandes (l'objectif étant d'avoir à peu près la même résolution sur la totalité de l'image).

3. Le mode EW, *extra wide*, consiste en 4 bandes, ce qui permet une fauchée de 400 km, mais avec une résolution azimutale de l'ordre de 100m.

Les images IW-SLC

Ce sont les données SLC synthétisées par l’ESA, et fournies sous forme de .tiff (format geotif) dans le répertoire `measurement`. Chaque image (le plus souvent, il y en a 6 : trois bandes – les *slices* –, chacune en une ou deux polarisations) a une taille de l’ordre du gigaoctet. A chaque image est associée dans le répertoire `annotation` un fichier .xml avec les paramètres de l’image.

Dans une slice, il y a un certain nombre de *bursts* (par exemple 9) composés généralement d’environ 1500 lignes. L’acquisition en topsar modifie le dépointage tout le long de l’acquisition d’un burst : un simple affichage de la phase d’un burst permet d’observer qu’il y a 11 rotations de phase pour un simple burst (ce point sera analysé en détail au paragraphe C.1.10).

Les paramètres des bursts sont donnés dans l’onglet `swathTiming` du fichier .xml :

- Cet onglet commence par le nombre de lignes et de colonnes de chaque burst.
- Le sous onglet `burstList` fournit le nombre de bursts.
- Ensuite chaque burst est décrit par un certain nombre de champs :
 - des informations temporelles permettant de remonter à un pseudo instant sur l’orbite correspondant à une ligne de pseudo acquisition,
 - l’offset du bursts dans le fichier .tif,
 - une liste de valeur donnant pour chaque ligne la position du premier pixel “valide” (la valeur -1 désignant une ligne sans données exploitables),
 - une liste de valeur donnant pour chaque ligne la position du dernier pixel “valide” (la valeur -1 désignant une ligne sans données exploitables) ;

Le pilotage du mode Topsar est décrit par le champ `azimuthSteeringRate` dans l’onglet `generalAnnotation`, sous onglet `productInformation`.

Le décryptage d’une image Sentinel Topsar

Nous allons étudier une vignette 2048x2048 d’une image Sentinel1/Topsar acquise sur le grand lac salé (N41.10.54, W112.49.10).

Deramping et steering angle

Voici quelques valeurs des fichiers xml d’une image Sentinel1A sur Montpellier :

mode (incidence au centre)	steering rate (milliradian/pixel)	FRI	nligne	ncol
IW1 (33.7)	1.590	1717	1498	21953
IW2 (39.1)	0.980	1451	1510	25812
IW3 (43.7)	1.3974	1685	1515	24882

C.1.11 Terrasar-X

Satellite	Début-Fin	altitude (km)	Nombre d’orbites par jour	cycle (jours)	inclinaison de l’orbite	nœud ascendant	bande radar	λ_0 (cm)	f_0 (GHz)		BW_{\max} (MHz)
TerraSAR-X	2007-	514	15+2/11	11	97.45°	18h00	X	3.11	9.65	DP	300
Tandem-X	2010-	514	15+2/11	11	97.45°	18h00	X	3.11	9.65	DP	300
PAZ	2018-	514	15+2/11	11	97.45°	18h00	X	3.11	9.65	DP	300

Données usuelles

TSX acquiert des données selon diverses modalités (voir figure 1.24), dont on peut retenir les quatre plus usitées :

- StripMap (SM) : la bande passante est en général de 100 MHz. Le pixel est globalement carré (2m×2m). La fauchée fait 30km.
- SpotLight (SL) : la bande passante atteint 300 MHz. Entre le début de l’acquisition et la fin de l’acquisition, l’antenne pivote de $\pm 2.45^\circ$. La résolution sol est submétrique (par exemple 80cm×80cm dans le mode HRS “High Resolution SpotLight”). La fauchée fait 10km. La zone, confinée, fait 10km×10km (mode SL) et 10km×5km (mode HRS)

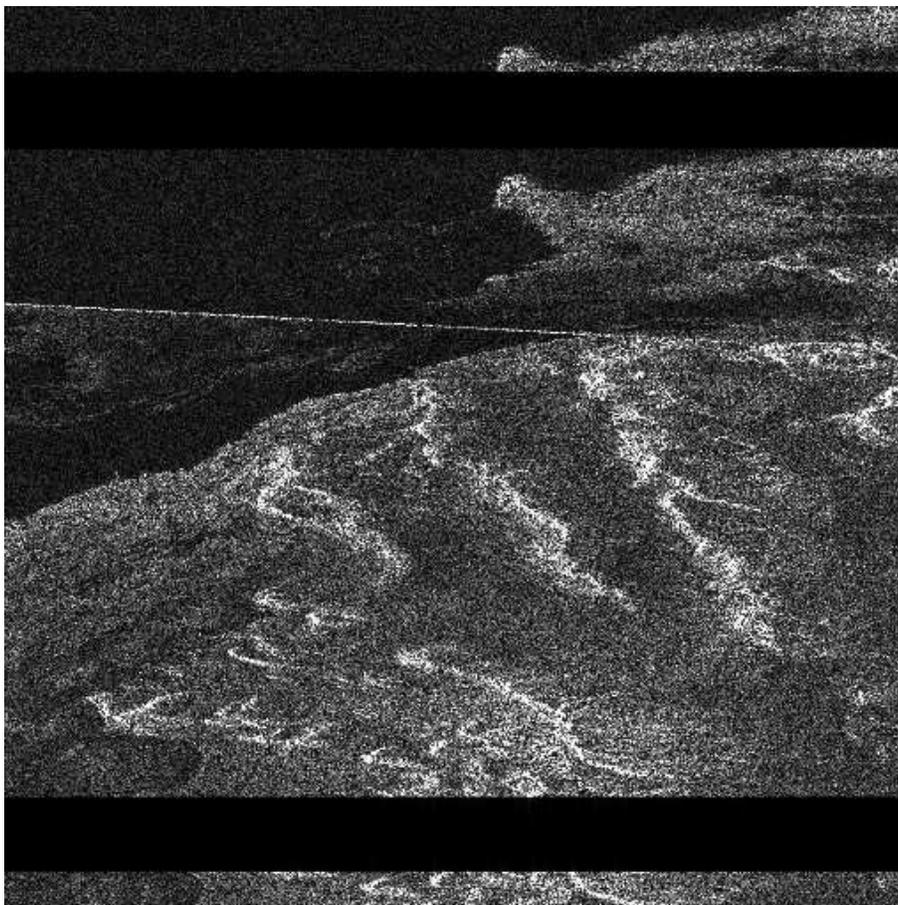


FIGURE C.2 – Vignette 2048x2048 d’une image Sentinel1/Topsar acquise sur le grand lac salé (N41.10.54, W112.49.10). L’affichage est en amplitude. Chaque burst fait 1636 lignes, un certain nombre de lignes en début et fin ne sont pas significatives (parties sombres : cette information est donnée dans le fichier .xml).

- Staring SpotLight (HS) : la bande passante est de 300 MHz et l’antenne pivote de $\pm 2.45^\circ$ pour garder la zone d’étude dans le lobe principal de l’antenne. La zone acquise est de l’ordre de $7.5\text{km} \times 2.5\text{km}$ (incidence de 20°) et de l’ordre de $4\text{km} \times 3.7\text{km}$ (incidence de 60°).
- ScanSAR (SC) : la fauchée atteint 100 km grâce à l’acquisition de 4 bandes adjacentes. La résolution est de l’ordre de 18m.
- ScanSAR (WS) : la fauchée atteint 270 km grâce à l’acquisition de 6 bandes adjacentes. La résolution est de l’ordre de 40m.

Le DLR ne diffuse pas les données brutes.

Polarisation

Le capteur TSX acquiert nominaleme nt des images en polarisation simple (HH ou VV) et double (HH/HV ou VV/VH : alternativement, l’antenne émet la polarisation choisie et l’antenne reçoit l’une des deux polarisations). Entre le 11 avril et le 13 mai 2010, un mode expérimental quad-pol a été expérimenté pendant plusieurs semaines : pour cela l’antenne émet alternativement les deux polarisations et, en réception, l’antenne est découpée en deux sous antennes recevant simultanément la première la polarisation H, la seconde la polarisation V. Une autre expérimentation quad-pol, mettant en jeu TSX et TDX, s’est déroulée entre 2014 et 2015.

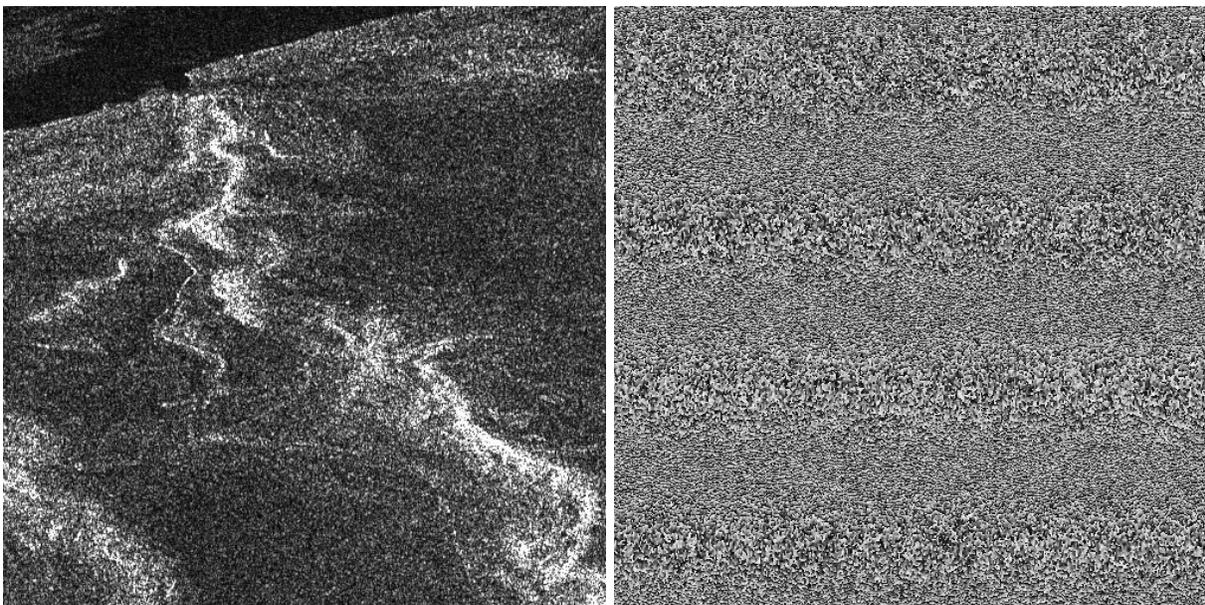


FIGURE C.3 – Vignette 512x512 d’une image Sentinel1/Topsar acquise sur le grand lac salé (N41.10.54, W112.49.10) : en amplitude (à gauche) et en phase (à droite). On voit nettement sur l’image de phase que celle-ci a un comportement global qui possède un critère répétitif en azimuth : on observe en effet des linéaments horizontaux dont l’apparition est périodique selon l’axe vertical (azimut). Sur cette vignette 512x512, la périodicité est de l’ordre de 140 pixels et on note 11 plages au sein d’un même burst. Cette analyse est à rapprocher de l’analyse du spectre de vignettes de petite taille (fenetre 64x64) effectuée figure 6.16 page 157.

Tandem-X et la construction d’un MNT mondial

Tandem-X (pour TerraSAR-X add-on for Digital Elevation Measurements) a été lancé en 2010 pour opérer en constellation avec TSX : il est sur la même orbite que ce dernier, et vogue de conserve à quelques centaines de mètres.

L’objectif était de construire un MNT mondial de niveau DTED 3 (résolution des données à 12m, précision des latitudes à 2m). Pour cela un grand nombre d’acquisitions ont été effectuées entre 2010 et 2015 : Airbus commercialise depuis ce MNT sous le nom “WorldDEM”.

Enfin, il faut souligner le pragmatisme du DLR face à l’afflux de données lors de la mission Tandem : le volume de données à acquérir ayant de facto doublé (il faut deux images pour appliquer des techniques interférométriques), plutôt que de doubler le nombre de stations sols usuelles, le DLR a utilisé la station GARS située en Antarctique et sous utilisée. Les données transmises au sol par Tandem-X sont alors extraites et renvoyées par bateau sur disque dur : procédure pouvant prendre de une à douze semaines, mais sans influence réelle sur le déroulement de cette mission qui a duré plusieurs années[2].

PAZ

Ce troisième capteur quasiment identique à TSX a été lancé le 22 février 2018. Il survole la Terre exactement un jour après le passage de TSX/TDX.

Format des données : les données .cos

Les données Terrasar-X SLC sont fournies dans un format DLR : le format COSAR (COmplex SAR), d’extension .cos.

Ce format permet d’archiver éventuellement plusieurs bursts les uns après les autres. Les deux premières lignes donnent un certain nombre de métaparamètres. Les données sont ensuite archivées en balayage video. Le codage des grandeurs est en format Intel (small endian).

Chaque pixel complexe est représenté par deux “signed short” (exceptées les données Tandem qui sont en demi-float).

Chaque ligne contient deux métaparamètres, puis les données images : ceci explique pourquoi il faut théoriquement ne prendre qu'un morceau des lignes pour récupérer l'image.

Le fichier démarre par un certain nombre de valeurs clés, codées par des entiers, et qui représentera en pratique quatre lignes. Sur la première ligne on trouve :

- le nombre d'octets du burst courant (pour les données SLC standard : StripMap, SpotLight, StaringSpotLight, il n'y a qu'un seul burst)
- le RSRI (Range Sample Relative Index)
- le nombre de pixels par ligne (données image)
- le nombre de lignes
- l'index de burst
- RTNB : la longueur en octet d'une ligne (c'est à dire les deux métaparamètres de la ligne + les données image)
- le nombre total d'octets pour le premier burst

Suivront des informations sur la version et des indications de format pour le format Tandem qui archive les données en demi-float.

Le format COSAR permet aussi d'accéder à des données qui ne remplissent par obligatoirement l'intérieur d'un rectangle. Pour cela :

- Chaque ligne commence par deux métaparamètres qui indiquent pour chaque ligne l'indice de début et l'indice de fin des données "vraies" (les autres valeurs n'étant pas représentatives).
- Les lignes 2 à 4 donnent, pour chaque colonne l'indice de début et l'indice de fin des données "vraies" (les autres valeurs n'étant pas représentatives).

C.2 Les différents formats génériques des images

C.2.1 Le format CEOS

C'est le plus ancien des formats : dans un fichier sont archivées d'abord des paramètres divers à des positions bien précises. Puis l'image sans compression, en "balayage video".

Les tous premiers octets sont des ASCII permettant d'informer sur le type de données (par exemple CEOS-SAR-CCT).

C.2.2 Le format HDF5

Le format HDF (*Hierarchical Data Format*) permet d'archiver des données hétérogènes en les structurant en ensemble de données dans une structure hiérarchique arborescente opérant comme un système de fichier : tout objet archivé a donc un chemin analogue à celui d'un fichier dans un répertoire.

Aussi les données satellitaires ainsi archivées sont fournies dans un fichier HDF unique dans lequel on trouve aussi bien des métaparamètres que des images (image, quicklook, ...).

Les données CSK sont fournies dans ce format, ainsi que les Sentinel-1 si on le spécifie.

C.2.3 Les Tif

Les Tif complexes

Même si à l'origine le format tif n'était pas destiné en priorité à des données complexes, la structure de ce type de fichier s'est avérée très souple pour les gérer. En fonction de la valeur du tag 339, on a ainsi plusieurs cas possibles :

Tag 339	
1	'uint'
2	'int'
3	'float'
4	'void'
5	'complex int'
6	'complex'

Cependant, on peut noter que les complexes en 'short' ne sont pas spécifiquement couverts : ils sont traditionnellement archivés avec ce tag 339 à la valeur 5, à l'utilisateur de décider, en fonction du nombre

de bits par pixel (tag 258), s'il s'agit de short (2 octets) ou d'entiers sur 4 ou 8 octets. De même les complexes en double seront archivés avec ce tag 339 à la valeur 6.

Les GeoTiff

Certaines données sont fournies en Geotiff : ce sont des fichiers d'extension .tif (voire .tiff, reconnus en pratique par leur *magic number*, ce *magic number* donnant au passage la plateforme d'archivage –big endian ou small endian– des données).

A ce fichier tif standard, se rajoute un certain nombre de TAG spécifiques à ce format :

- 33550 : Geo-TIFF Tag ModelPixelScaleTag, qui donne simplement un triplet de valeurs (en double) (scalex, scaley, scalez). Il faudra l'associer à un unique point de géoréférencement fourni par le tag 33922.
- 33922 : ModelTiepointTag, qui donne la grille de points de géoréférencement sous forme de sextuplet avec la position dans l'image (I, J, K) et la valeur correspondant au modèle (X, Y, Z) :

$$I, J, K, X, Y, Z$$

- 34264 : ModelTransformationTag. Ce sont 16 valeurs (en double précision) : $(a, b, c, d, \dots, m, n, o, p)$ telles que le modèle (qui peut être un modèle 3-D) s'exprime selon les coordonnées image par la relation :

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ J \\ K \\ 1 \end{pmatrix}$$

Dans le cas des "Baseline Geotiff", le modèle est sous la forme :

$$\begin{pmatrix} a & b & 0 & d \\ e & f & 0 & h \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- 34735 : GeoKeyDirectoryTag. Ce tag introduit une zone avec des tags, ceux ci pouvant s'avérer redondant avec les précédents. On trouve par exemple dans les données Radarsat-2 les champs suivants :

1024	Système de coordonnées
1025	Valeur : RasterPixelIsPoint ou RasterPixelIsArea
1026	Description ASCII du système de référence
2048	GeographicTypeGeoKey
2049	GeogCitationGeoKey
2050	GeogGeodeticDatumGeoKey
2052	GeogLinearUnitsGeoKey
2054	Valeur : GeogCitationGeoKey ou GeogAngularUnitSizeGeoKey
2056	GeogEllipsoidGeoKey
2057	GeogSemiMajorAxisGeoKey
2058	GeogSemiMinorAxisGeoKey

- 34736 : ParamsTag, qui donne des informations sur la Terre (rayon aux pôles, rayon à l'équateur et inverse de l'aplatissement). En fait, ce paramètre remplace éventuellement le choix de référentiel géodésique (WGS84, GRS80, ...).
- 34737 : GeoAsciiParamsTag. On peut y trouver dans le cas de données UTM :
 - le code de la zone (par exemple PCS_WGS84_UTM_zone_54N)
 - l'origine de l'image en coordonnées UTM
 - le facteur d'échelle pour passer des positions pixels aux positions UTM

C.3 La calibration des données

C.3.1 Les metaparamètres

Les données issues du fichier image sont parfois appelées DN (*Digital Number*). Ces valeurs ont été normalisées pour pouvoir être codées dans le format de l'image (16 bits, demi-float, ...). Pour avoir la

vraie valeur rétrodiffusée (c'est à dire obtenir le RB –Radar Brightness–, noté aussi β^0 , le Beta naught), un facteur multiplicatif est fourni dans les métaparamètres.

Pour Terrasar-X, le facteur de calibration k_S pour ajuster le RB se trouve dans le champ `calFactor` :

```
<calibrationConstant layerIndex="1">
<polLayer>HH</polLayer>
<beamID>spot_039</beamID>
<DRAoffset>SRA</DRAoffset>
<calFactor>1.14298956103584199E-05</calFactor>
</calibrationConstant>
```

Attention, ce facteur peut changer d'un faisceau à l'autre (cas de données polarimétriques par exemple).

Le RB, noté β^0 , est alors donné par la formule :

$$\beta^0 = k_S |DN|^2$$

Dans la fauchée, la rétrodiffusion varie car la distance varie (atténuation dite géométrique) et l'incidence locale varie (on a un angle d'émission qui varie au sein de la fauchée, ce qui fait que l'incidence locale varie aussi, d'autant que la rotondité de la Terre a aussi un rôle dans le processus). Pour obtenir le `sigma naught`, noté σ^0 , on applique indifféremment les formules :

$$\begin{aligned} \sigma^0 &= \left(k_S |DN|^2 - NEBN \right) \sin \theta_{loc} \\ &= \beta^0 \sin \theta_{loc} - NESZ \end{aligned}$$

dans lesquelles on a :

- `NEBN`, Noise Equivalent Beta Naught : qui dépend de la position dans la fauchée (donnée par le temps "rapide" τ) et du temps (lent, qui correspond à la position de l'antenne le long de l'orbite). Il est donné par exemple pour Terrasar-X dans le champ `noiseEstimate` sous forme d'un polynôme de degré 7 (mais en fait cette valeur est paramétrable) en distance :

$$NEBN(\tau) = k_S \sum_{i=0}^7 \gamma_i (\tau - \tau_{start})^i$$

- `NESZ`, Noise Equivalent Sigma Zero, qui se déduit par la relation :

$$NESZ = NEBN \sin \theta_{loc}$$

C.3.2 Traitement de piles d'image sans metainformation

Soit une pile de N images, chacune composée de M pixels. Une image I_n est donc composé de pixels, notés $x_{ij,n}$.

Ces images souffrent d'un problème de calibration : on a donc à chercher un gain λ_n spécifique à chaque image, en posant la contrainte $\lambda_1 = 1$.

Considérons une position sur la scène : elle est caractérisée par les indices (i, j) des pixels de la pile d'images. On a donc en cette position un ensemble de N valeurs : $(x_{ij,1}, x_{ij,2}, x_{ij,3}, \dots, x_{ij,N})$.

En fait ces N valeurs $x_{ij,n}$ correspondent à une mesure entachée d'un problème de gain : la réalité physique est en fait décrite par un ensemble de N valeurs $y_{ij,n}$ telles que :

$$x_{ij,n} = \lambda_n y_{ij,n}$$

Sur une scène naturelle, et en présence de chatoiement pleinement développé, on peut supposer que, pour une position (i, j) , les valeurs $(y_{ij,1}, y_{ij,2}, y_{ij,3}, \dots, y_{ij,N})$ suivent une loi de Rayleigh dont le paramètre μ_{ij} ne dépend que de la position (i, j) . On a donc :

$$p_y(y_{ij,n}) = \frac{2}{\mu_{ij}} \left(\frac{y_{ij,n}}{\mu_{ij}} \right) e^{-\left(\frac{y_{ij,n}}{\mu_{ij}} \right)^2}.$$

On en déduit la probabilité de tirer les valeurs $(x_{ij,1}, x_{ij,2}, x_{ij,3}, \dots, x_{ij,N})$:

$$p(x_{ij,n}) = \frac{2}{\lambda_n \mu_{ij}} \left(\frac{x_{ij,n}}{\lambda_n \mu_{ij}} \right) e^{-\left(\frac{x_{ij,n}}{\lambda_n \mu_{ij}} \right)^2}.$$

Avec les N images, en un pixel donné, on peut calculer la log-vraisemblance de ce tirage de N valeurs :

$$\mathcal{V} = \sum_{n=1}^N \log(p(x_{ij,n}))$$

et on cherche les μ_{ij} maximisant cette log-vraisemblance, ce qui, après un calcul classique, donne :

$$\mu_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{x_{ij,n}^2}{\lambda_n^2}$$

Pour connaître les λ_n , il suffit de maximiser la log-vraisemblance pour une image donnée n :

$$\lambda_n = \frac{1}{M} \sum_{i,j} \frac{x_{ij,n}}{\mu_{ij}}$$

En pratique, cette méthode, très séduisante sur le plan théorique, peut poser quelques problèmes.

Annexe D

Les capteurs militaires

Doté de capacité spécifique (missions de jour et de nuit, image à travers les nuages, . . .), les systèmes RSO font bien évidemment partie de la panoplie des capteurs dédiés au renseignement militaire. Faute de connaître les caractéristiques de ces capteurs, il est cependant possible d’avoir des informations sur l’existence même de ce type de capteur pour des nations capables de mettre (ou faire mettre) en orbite leurs satellites de renseignement militaire. Notons que s’il a été possible d’avoir une image d’un satellite très secret comme le Lacrosse par le biais de l’ISAR¹, certains satellites actuels sont devenus furtifs, ce qui exclut de connaître par exemple leur position et leur heure et jour de passage.

- L’ASI exploite les 4 CSK pour des applications militaires (la constellation CSK est un système “dual”). Bien que ne disposant pas de satellites radar militaires, la France dispose ainsi de données radar par le biais de l’accord de Turin (29/01/2001).
- L’Allemagne possède une constellation de 5 capteurs Sar-Lupe, lancés entre 2006 et 2008. Ils sont placés sur 3 orbites différentes. La France peut disposer de ces données dans le cadre de l’accord de Schwerin (septembre 2004).
- Les USA ont lancé, entre 1988 et 2005, 5 satellites de type Lacrosse (le dernier étant aussi dénommé Onyx). Ont fait suite les Topaz (3 actuellement en orbite).
- Le Japon est doté des IGS (*Information Gathering Satellite*) : lancés entre 2003 et 2015, 5 sont en orbites.
- La Chine possède 8 Yaogan embarquant des radar.
- Israël a un capteur Tecsar (Ofeq-8) : le RISAT-2 indien en serait une copie.
- La Russie a mis en orbite un capteur en bande S : le Kondor-1 (2013). L’antenne se déploie comme dans le cas du capteur RISAT-2.

1. *Inverse SAR* : le capteur est immobile et l’objet bouge

Annexe E

Les projets récents et futurs

E.1 Les systèmes RSO et l’attribution des fréquences par la WRC

Les “World Radiocommunication Conferences” (WRC) règlementent l’usage du spectre radioélectrique, tant au niveau d’un territoire (utilisation pour des postes de radio ou pour les portables par exemple) qu’au niveau spatial (liaison Terre-satellites par exemple).

La WRC-2015, qui s’est déroulée à Genève, du 2 au 27 novembre 2015, a explicitement réservé une bande de 1.2 GHz entre 9.2 GHz et 10.4 GHz pour les besoins de la télédétection. Cette décision ouvre de grandes perspectives puisque, appliquant la relation 2.7, on obtient la résolution en distance :

$$\delta r = \frac{c}{2BW} = 12.5\text{cm}$$

ce qui donnera une résolution sol meilleure que 20 cm pour une incidence de l’ordre de 45°. L’enjeu technologique est de taille car cela nécessite entre autres un convertisseur A/N de fréquence d’échantillonnage de l’ordre de 1.5 GHz, encore inaccessible en technologies satellitaires.

Remarquons que le mode Staring Spotlight de Terrasar-X donne une résolution de 18 cm en azimuth : l’antenne synthétique a alors une dimension de l’ordre de 60 km. La technologie actuelle est déjà en place pour avoir des pixels sol carrés à cette résolution.

E.2 SAOCOM

Deux satellites SAOCOM 1A et SAOCOM 1B (Satélite Argentino de Observación COm Microondas), développés en partenariat avec la Belgique et l’Italie, devaient être lancés dès 2010. Le premier a été mis sur orbite le 8 octobre 2018 et le second est programmé courant 2019. Ce sont des capteurs en bande L (1.275 GHz), full-polar, placés sur une orbite similaire à Cosmo-Skymed : le cycle est de 16 jours (donc 8 jours avec deux satellites). Leur exploitation sera commune avec les CSK. L’antenne a pour dimension 10m×3.5m; la bande est de 45 MHz. L’incidence varie de 20° à 50°. La résolution est de 10m×10m en stripmap (fauchée de 20 km en quadpol, 40 km en single ou dual pol), 50m×50m en “topsar wide” single ou dual pol (fauchée de 350 km), 100m×100m en “topsar wide” quadpol (fauchée de 220 km).

E.3 Constellation Radarsat

En mai 2019, l’ASC devrait mettre en orbite trois imageurs RSO identiques en bande C (5.405 GHz, bande passante de 100 MHz), permettant une couverture journalière du Canada, ainsi qu’un cycle de 4 jours pour les applications interférométriques. La fauchée est légèrement élargie (l’incidence dans les modes les plus usuels variant entre 19° et 52°). Le système est *full polar* et permet aussi des acquisitions en *Compact Polarimetry*. L’altitude est entre 586 km et 615 km. Chaque système effectue $14 + \frac{11}{12}$ orbites par jour, ce qui donne un cycle de 4 jours avec les 3 satellites. Le nœud ascendants est à 18h.

E.4 Biomass

Prévu pour les années 2020 par l'ESA, cet imageur en bande P (435 MHz, $\lambda = 69$ cm) aura pour mission :

- de fournir une cartographie globale bi-annuelle de la biomasse et de la hauteur des forêts pour améliorer les estimations de stocks de carbone terrestre ;
- de quantifier la réduction annuelle de biomasse pour estimer les émissions de carbone dues à la déforestation ainsi que l'accroissement de biomasse (au bout de 5 ans) pour améliorer les estimations du puits de carbone.

Il combinera des informations de type polarimétrique, interférométrique et tomographique.

L'antenne, d'ouverture 12m, sera composée d'un bras et d'un réflecteur déployable.

E.5 SWOT

Le capteur Karin (Ka-band SAR Interferometric system) de la future mission SWOT (Surface Water and Ocean Topography) est un capteur RSO disposant de deux antennes situées aux deux extrémités d'un mât de 10m, visant à droite et à gauche. Le radar est en bande Ka (35.75 GHz), a une bande passante de 200 MHz et possède un angle de vue extrêmement atypique ($\theta=2.7^\circ$). Chaque antenne mesure $5m \times 0.25m$. L'objectif de la mission SWOT est la surveillance mésoéchelle des océans (JPL/NASA) et l'analyse des réservoirs d'eau en hydrologie continentale (CNES).

E.6 TerrasarX-NG et CosmoSkymed-NG

Les successeurs de TSX et TandemX se profilent à l'horizon 2020, avec une résolution de 0.25m (bande passante de 1200 MHz). Ils opèreraient en collaboration avec d'autres agences spatiales dans le concept *WorldSar*.

De même, les CosmoSkymed-NG devraient prendre la suite des CosmoSkymed.

E.7 Les systèmes RSO en orbite géostationnaires

Encore du domaine de la recherche, ces systèmes peuvent être uniquement passifs en utilisant des émetteurs d'opportunités, soit "classiques". Beaucoup de choses sont encore à écrire sur ce sujet qui est probablement un des grands challenges des prochaines décennies. Notons que la contrainte "6h00-18h00" n'est plus à respecter car, à l'exception de quelques minutes aux équinoxes, un satellite géostationnaire est toujours illuminé par le soleil : il sera alors possible d'avoir une surveillance locale à n'importe quelle heure de la journée et de la nuit.

Annexe F

Compléments autour du *chirp* et du Doppler

Cette annexe est dédiée à l'analyse du *chirp* (c'est à dire un *Compressed High-Intensity Radiated Pulse*) et du filtrage adapté, et aux effets liés au Doppler sur ce type de filtrage.

Les exemples seront, par soucis de simplification, principalement tirés des deux cas concrets suivants : le satellite ERS et le satellite Terrasar-X (noté TSX dans cette annexe, cas StripMap usuel).

	f_0 (GHz)	durée (T) (μ s)	K	KT^2 (compression)	BW (MHz)
ERS	5.300	37.12	$4.1889 \cdot 10^{11}$	577	15.55
TSX (StripMap)	9.65	33.8	$3.5503 \cdot 10^{12}$	4056	120

TABLE F.1 – Valeurs des paramètres des chirps utilisés dans cette annexe. Extrait du tableau 3.3, page 73

F.1 Définitions et notations

F.1.1 Fonction porte et fonction “sinus cardinal”

Dans cette annexe, on utilisera la fonction fenetre, notée $\Pi_W(x)$, telle que :

$$\Pi_W(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in [-\frac{W}{2}, \frac{W}{2}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{F.1})$$

On lui associe la fonction sinus cardinal, notée Sinc, définie par¹ :

$$\text{Sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} \quad (\text{F.2})$$

et telle que sa transformée de Fourier s'écrive :

$$\widehat{\text{Sinc}}(f) = \Pi_1(f) \quad (\text{F.3})$$

Par le changement de variable $x \rightarrow at$, on en déduit la relation suivante :

$$\mathcal{F}[\text{Sinc}(at)](f) = \frac{1}{a} \Pi_a(f) \quad (\text{F.4})$$

1. C'est le choix de Python. On parle parfois de sinus cardinal normalisé car, dans ce choix, le signal est d'énergie unité.

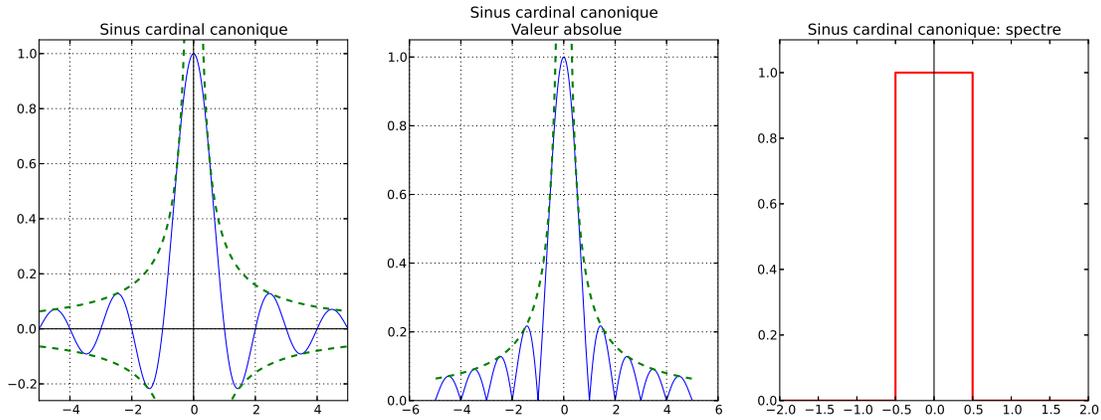


FIGURE F.1 – *Chirp* canonique, sa valeur absolue et son spectre (fenêtre naturelle de largeur unité). On note que la décroissance en $\frac{1}{x}$ conduit à des premiers secondaires situés en ± 1.430 et d'amplitude -0.217 (c'est à dire -13 db).

#	position	valeur	db
1	1.43027344	0.21723363	-13.26
2	2.45898438	0.12837455	-17.83
3	3.47087402	0.0913252	-20.79
4	4.47744141	0.07091346	-22.99

TABLE F.2 – Valeurs des secondaires du sinus cardinal

La figure F.1 donne une illustration du sinus cardinal et de son spectre. On observe bien que ses zéros correspondent aux valeurs $x \in \mathbb{Z}^*$. Les valeurs des secondaires sont données dans le tableau F.2. Notons que sa partie centrale, limitée à gauche comme à droite par ses premiers zéros, représente environ 92% de l'énergie totale.

En faisant abstraction des secondaires (c'est à dire en supposant que l'on peut négliger des signaux dont le niveau en intensité est de l'ordre de -13 db), on peut dire que le sinus cardinal est un signal grossièrement localisé dans le segment $[-1., 1]$ et que la fonction $\text{Sinc}(at)$ est localisée dans le segment $[-\frac{1}{a}, \frac{1}{a}]$.

Dans l'intervalle $[-1., 1]$, c'est à dire dans le lobe principal, il est d'usage de caractériser la largeur utile du sinus cardinal en considérant la grandeur :

$$\text{ratio}_\alpha = |\text{Sinc}(\alpha)|^2 \quad (\text{F.5})$$

ratio $_\alpha$	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
α	0.1780	0.2575	0.3234	0.3839	0.4429	0.5032	0.5679	0.6421	0.7380
Sinc(α) en dB	-0.915	-1.938	-3.098	-4.4377	-6.0203	-7.958	-10.456	-13.98	-20.000

TABLE F.3 – Etude de la formule F.5 donnant l'évolution du sinus cardinal dans son lobe principal selon la valeur de ratio $_\alpha$ (voir figure F.2).

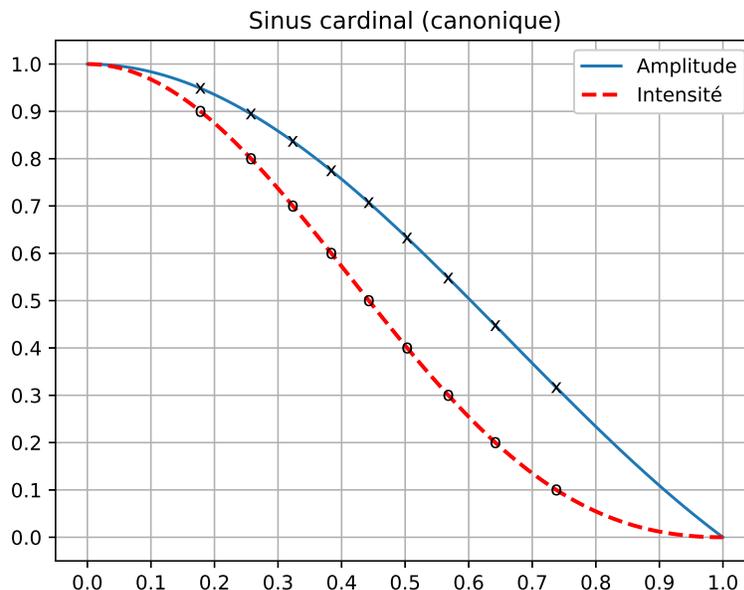


FIGURE F.2 – Sinus cardinal canonique entre 0. et 1. (en amplitude et en intensité). Traditionnellement, on va considérer que la valeur seuil de 0.7 correspond à une valeur de -3 dB.

F.1.2 Fonctions spéciales : les fonctions de Fresnel

Les fonctions de Fresnel $\Phi(x)$, $S(x)$ et $C(x)$ sont des fonctions définies par[6]² :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \\ S(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \sin(t^2) dt \\ C(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \cos(t^2) dt \end{array} \right. \quad (\text{F.6})$$

Une illustration de ces deux fonctions est donnée figure F.3. On peut en déduire que la fonction $2(C(kx) - 0.5)$ a une allure d'autant plus proche de la fonction d'Heaviside que le paramètre k est grand.

Notons que l'on peut utiliser la fonction d'erreur erf à la place des fonctions de Fresnel puisque, par définition :

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du \quad (\text{F.7})$$

ce qui donne (entre autres) :

$$\text{erf}(jx) = C(x) + j S(x)$$

On peut noter que, puisque $C(x) = C(-x)$ et $S(-x) = S(x)$, $\text{erf}(jx)$ n'a pas la symétrie hermitienne.

F.2 Du Chirp au Filtrage adapté

L'objectif de ce paragraphe est tout d'abord de donner la définition du *chirp* ainsi que celle de sa transformée de Fourier. A partir des propriétés de cette transformée de Fourier on voit comment la

2. définitions qui diffèrent de celles que l'on peut trouver sur Wikipedia par exemple.

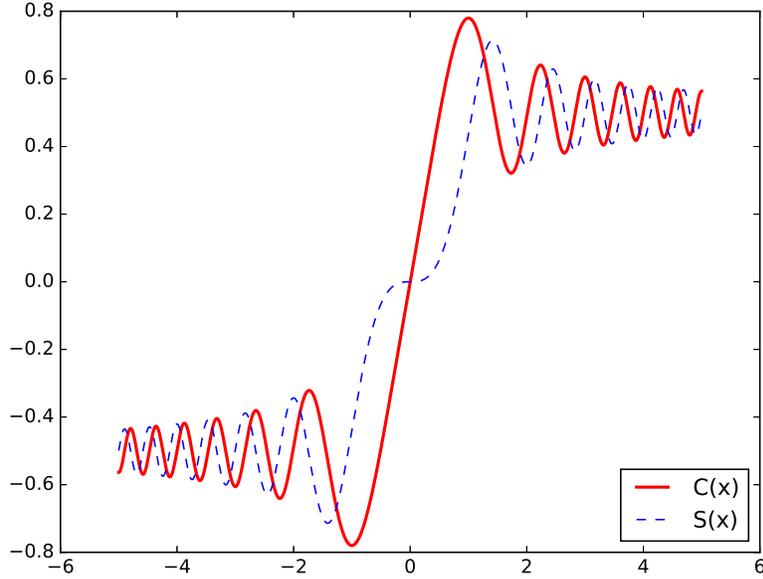


FIGURE F.3 – Fonctions de Fresnel.

méthode du filtrage adapté est essentielle pour retrouver un *chirp* dans un signal quelconque. Enfin, nous verrons qu'approximer la transformée d'un *chirp* par une fonction fenêtre est tout à fait justifiée dans les applications RSO.

F.2.1 Le *chirp* (centré en 0, représentation en complexe)

Définition du *chirp* (centré en 0, représentation en complexe)

Par définition, un *chirp* (appelé aussi “sifflet”) est un signal complexe de durée finie T et dont la dépendance temporelle est quadratique et caractérisée par le paramètre K . Son expression complexe est donnée par la relation :

$$r_0(t) = A_0 e^{j\pi K t^2} \quad t \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right] \quad (\text{F.8})$$

ce qui permet de déduire partie réelle $r_{0,R}$ et partie imaginaire $r_{0,I}$:

$$\begin{cases} r_{0,R}(t) = A_0 \cos(\pi K t^2) \\ r_{0,I}(t) = A_0 \sin(\pi K t^2) \end{cases} \quad t \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right] \quad (\text{F.9})$$

ces deux fonctions étant paires.

Sur les figures F.4 et F.5 sont tracées (courbes supérieures) partie réelle et partie imaginaire pour les deux cas concrets de cette annexe (ERS et TSX).

Si l'on recherche la fréquence instantanée de ce signal, en notant $\phi(t)$ la phase du *chirp*, on obtient :

$$f_i(t) = \frac{1}{2j\pi} \frac{\partial \phi(t)}{\partial t} = K t \quad t \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$$

La fréquence instantanée est donc linéaire avec le temps et c'est la raison pour laquelle on désigne ce signal comme étant modulé linéairement en fréquence. Pour notre signal (*chirp* complexe centré en 0), on peut noter que la fréquence centrale (*i.e.* la fréquence à $t = 0$) est nulle.

On peut noter que la fréquence instantanée est comprise entre $-\frac{KT}{2}$ et $\frac{KT}{2}$. On définit alors la bande passante utile BW du chirp par la relation :

$$BW = KT$$

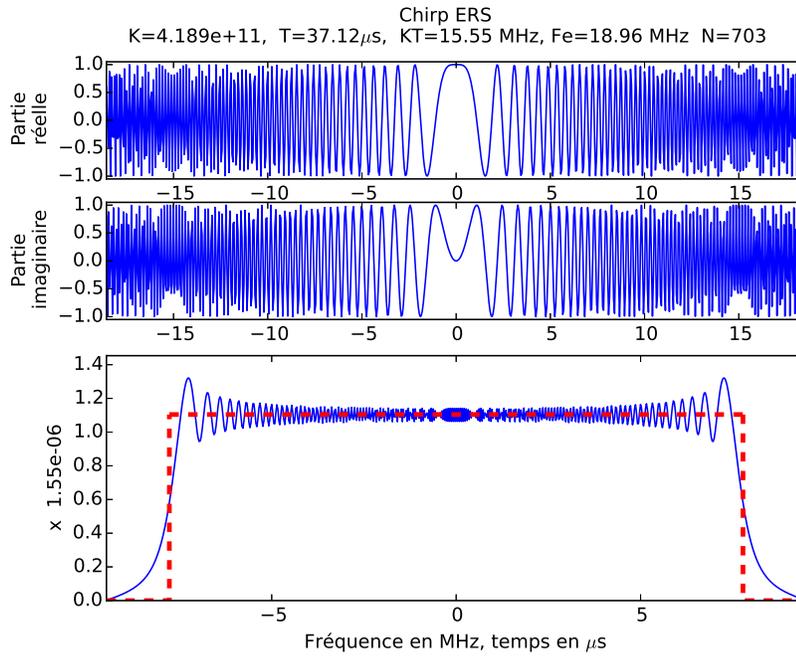


FIGURE F.4 – *Chirp* du satellite ERS (partie réelle et partie imaginaire). L’amplitude du spectre (figure inférieure) est tracé en trait continu. La fenêtre naturelle correspondant à la bande utile du chirp ($BW = 15.55$ MHz) est tracée en traits rouges pointillés.

et sur cette simple analyse de la fréquence instantanée, on en déduit un peu trop rapidement que le spectre d’un *chirp* est tout simplement une fenêtre fréquentielle de largeur BW centrée sur la fréquence nulle. Cette conclusion est légèrement fallacieuse car le *chirp* est par définition un signal de durée finie et son spectre ne peut donc être borné. Cependant, nous verrons que cette approximation se justifie expérimentalement sous certaines conditions pratiquement toujours vérifiées.

Propriétés du spectre

L’expression de la transformée de Fourier $\hat{R}_0(f)$ du *chirp* $r_0(t)$ s’exprime par la relation³ :

$$\hat{R}_0(f) = A_0 \sqrt{\frac{j}{K}} e^{-\frac{j\pi f^2}{K}} \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{j\pi}{K}} \left(\frac{BW}{2} - f \right) \right) + \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{j\pi}{K}} \left(\frac{BW}{2} + f \right) \right) \right] \quad \forall f \in \mathbb{R} \quad (\text{F.10})$$

avec erf désignant la fonction d’erreur (voir l’équation F.7) le terme faisant intervenir cette fonction d’erreur (avec argument complexe) pouvant aussi se réécrire sous forme de sommes de fonctions de Fresnel (voir l’équation F.6).

Sur les figures F.4 et F.5 sont tracées (courbe inférieure) l’amplitude de la transformée de Fourier : à ce tracé est superposé un gabarit spectral (fenêtre naturelle) représentant le domaine de la fréquence instantanée ($BW = KT$). On note que la transformée du *chirp* est localisée dans ce domaine.

Réécrivons la transformée de Fourier (expression F.10) sous la forme :

$$\hat{R}_0(f) = A_0 \sqrt{\frac{j}{K}} e^{-\frac{j\pi f^2}{K}} W_0(f)$$

la fonction $W_0(f)$ étant définie par :

$$W_0(f) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{j\pi}{K}} \left(\frac{BW}{2} - f \right) \right) + \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{j\pi}{K}} \left(\frac{BW}{2} + f \right) \right) \right] \quad (\text{F.11})$$

Sur nos deux exemples (cas d’ERS et de TSX), on trace cette fonction $W_0(f)$ (figure F.6 et figure F.7) et on peut noter que cette fonction joue le rôle approximatif d’une fenêtre de largeur $BW = KT$.

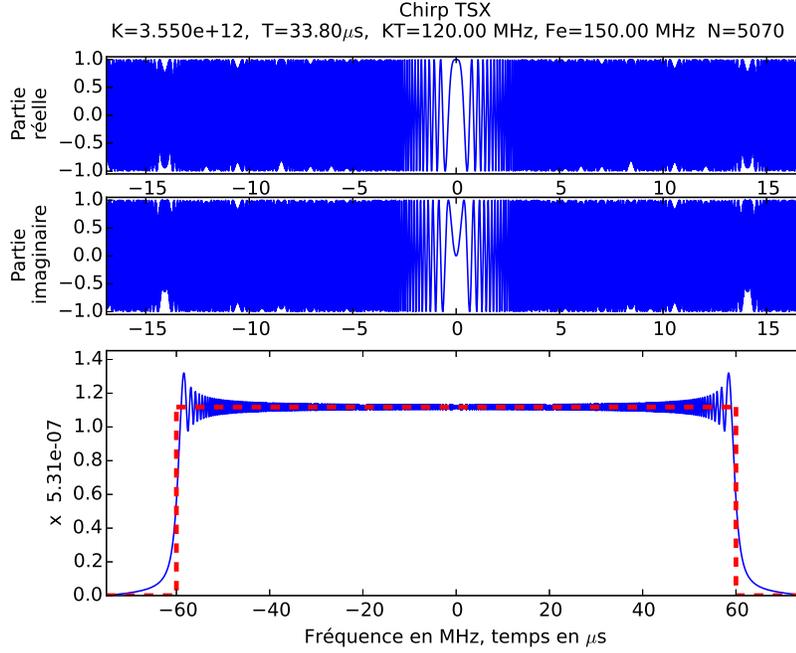


FIGURE F.5 – *Chirp* du satellite TSX, en configuration standard Stripmap (partie réelle et partie imaginaire). L’amplitude du spectre (figure inférieure) est tracé en trait continu. La fenêtre naturelle correspondant à la bande utile du chirp ($BW = 120$ MHz) est tracée en traits rouges pointillés.

Ces exemples montrent pourquoi il est d’usage d’approximer cette fonction $W_0(f)$ par une fenêtre fréquentielle $\Pi_{BW}(f)$ (voir définition page 257, relation F.1) :

$$W_0(f) \simeq \Pi_{BW}(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } f \in \left[-\frac{BW}{2}, \frac{BW}{2}\right] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{F.12})$$

Sur le plan théorique, l’approximation de la fonction $W_0(f)$ par une fenêtre centrée à l’origine de largeur $BW = KT$ se justifie grâce au théorème de la phase stationnaire [13]. Pour une bande BW donnée, on montre que cette approximation se justifie d’autant mieux que K est petit. Puisque l’on a $T = \frac{BW}{K}$, cela signifie aussi que cette approximation se justifie d’autant mieux que T est grand⁴. On peut cependant noter une curiosité : la fonction $W_0(f)$ est complexe et paire : elle n’a donc pas la symétrie hermitienne et sa transformée de Fourier inverse n’est pas réelle alors que la transformée de Fourier de la fenêtre naturelle (réelle et paire) est réelle.

Les figures F.8 (cas ERS) et F.9 (cas TSX) illustrent quatre cas dans lesquels, pour une bande $BW = KT$ donnée, la durée du *chirp* est multipliée par un facteur donné (entre 0.5 et 4). Il faut noter qu’il y a un choix cornélien à effectuer pour la durée du *chirp*. En effet, si l’approximation par une fenêtre est d’autant mieux vérifiée que la durée du *chirp* est grande, nous avons vu qu’il y a néanmoins une contrainte sur la durée du signal en imagerie satellitaire (voir paragraphe 2.4 dédié au paramétrage de la FRI) puisque d’une part la durée utilisable entre deux émissions est d’autant plus grande que le signal émis est bref et que d’autre part la durée d’analyse en réception dépend aussi de la durée du signal émis. Ces contraintes imposent un signal court, alors que l’approximation F.12 requiert un signal long.

En conclusion, sous certaines hypothèses vérifiées en imagerie RSO, pour un *chirp* de bande $BW = KT$ donnée, il est d’usage d’utiliser l’approximation de sa transformée de Fourier $\hat{R}_0(f)$ sous la forme :

$$\hat{R}_0(f) = \begin{cases} A_0 \sqrt{\frac{j}{K}} e^{-\frac{j\pi f^2}{K}} & \text{si } f \in \left[-\frac{KT}{2}, \frac{KT}{2}\right] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{F.13})$$

3. Il faut utiliser les tables de Lavoine [7] à la section consacrée aux fonctions d’erreur.

4. Intuitivement, il semble d’autant plus correct d’analyser localement une longueur d’onde (par analyse des passages par zéro par exemple) que celle-ci varie localement très lentement. Plus la durée du *chirp* sera grande, plus la longueur d’onde variera lentement et plus cette mesure de longueur d’onde (et donc de fréquence instantanée) sera valide et précise.

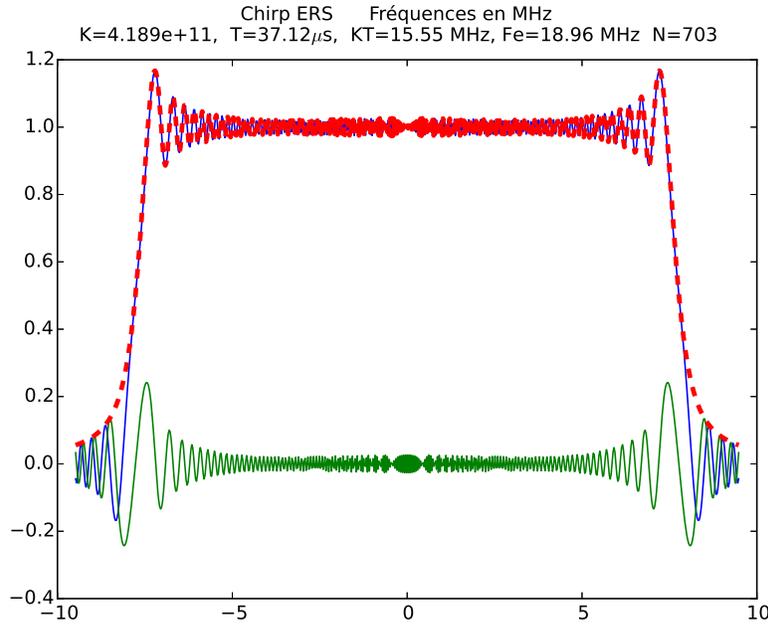


FIGURE F.6 – Étude de la transformée de Fourier du *chirp* d’ERS : on ne considère que la fenêtre $W_0(f)$ (formule F.11). La partie réelle (en bleu) et la partie imaginaire (en vert) sont tracés en traits fins. L’amplitude (en rouge) est tracée en pointillés gras. On remarque que cette fenêtre ressemble grossièrement à une fenêtre naturelle centrée en 0 et de largeur BW .

On retrouve le résultat intuitif obtenu par l’analyse de la fréquence instantanée que le spectre d’un *chirp* est borné et que la bande utile est donnée par la relation $BW = KT$.

Soulignons que, dans les deux exemples tirés des satellites RSO (figures F.4 pour ERS et figure F.5 pour TSX), on se place en “bande de base” (signal de fréquences centrées autour de la valeur $f = 0$) : spectre et signal ont donc des valeurs complexes. On peut aussi noter que dans le cas $K = 1$ et $A_0 = 1$, tracer le signal complexe (partie réelle et partie imaginaire) ou tracer le spectre donnent des tracés identiques à une conjugaison près : en effet, tant dans le domaine temporel que dans le domaine spectral, on a une exponentielle dont la variable est un imaginaire pur quadratique selon la variable considérée (temps ou fréquence).

F.2.2 *Chirp* sur porteuse

La nature même d’un signal de type *chirp* centré sur la fréquence nulle n’a pas une allure très parlante : la forme des signaux des figures F.4 et F.5 (figures supérieures) ne permet pas de comprendre pourquoi ce signal s’appelle sifflet, mot tiré de la vie courante et associé aux phénomènes sonores.

Si l’on considère maintenant un *chirp* $r(t)$ non centré sur la fréquence nulle, il s’écrit :

$$\begin{aligned} r(t) &= A_0 e^{j2\pi f_0 t + j\pi K t^2} \\ &= e^{j2\pi f_0 t} r_0(t) \end{aligned}$$

($r_0(t)$ étant le *chirp* défini par F.8 de transformée de Fourier $\hat{R}_0(f)$) et sa transformée de Fourier s’exprime comme :

$$\hat{R}(f) = \delta(f - f_0) \star \hat{R}_0(f)$$

c’est à dire, en approximant la fonction $W_0(f)$ par la fenêtre Π_{BW} :

$$\hat{R}(f) = \begin{cases} A_0 \sqrt{\frac{j}{K}} e^{-\frac{j\pi f^2}{K}} & f \in [f_0 - BW/2, f_0 + BW/2] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

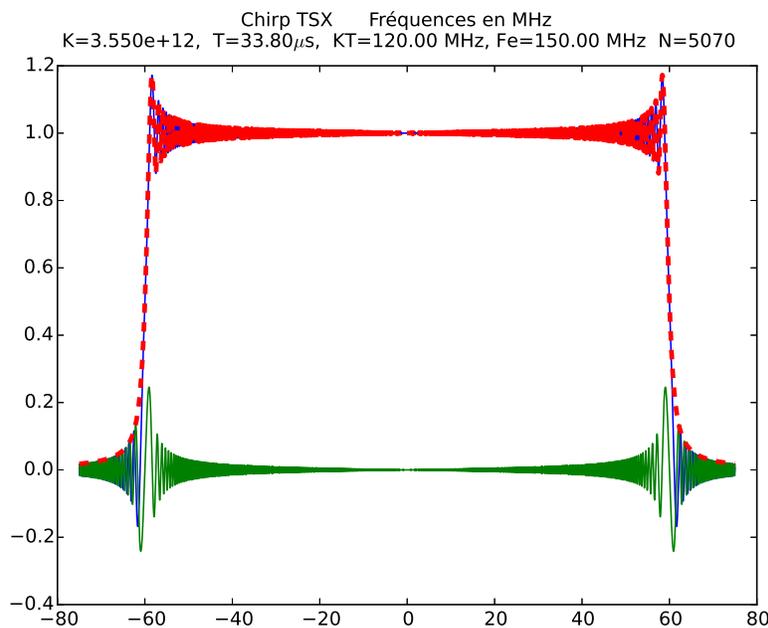


FIGURE F.7 – Etude de la transformée de Fourier du *chirp* de TSX : on ne considère que la fenêtre $W_0(f)$ (formule F.11). La partie réelle (en bleu) et la partie imaginaire (en vert) sont tracés en traits fins. L’amplitude (en rouge) est tracée en pointillés gras. On remarque que cette fenêtre ressemble grossièrement à une fenêtre naturelle centrée en 0 et de largeur BW .

Ce chirp balaye toutes les fréquences entre $f_0 - BW/2$ et $f_0 + BW/2$, ce qui justifie cette appellation de sifflet⁵.

La raison essentielle du passage “en bande de base” est que ramener un *chirp* de bande BW centré en f_0 en bande de base centré en $f = 0$ permet d’effectuer une conversion analogique/numérique avec la plus petite fréquence d’échantillonnage possible (puisque le théorème de Shannon permet d’affirmer qu’il suffit d’avoir $F_e \geq BW$, ceci parce que le signal est complexe).

Pour illustrer ce problème plaçons nous dans le domaine des signaux audionumériques. Tout d’abord considérons un *chirp* (avec la définition générique de l’équation F.8, donc un signal complexe) dans le domaine des fréquences audionumériques dont l’excursion en fréquence est de 80 Hz (figure F.10) : sa fréquence instantanée varie donc de -40 Hz à +40 Hz.

Effectuons maintenant une translation de spectre de valeur 120 Hz : le domaine des fréquences instantanées s’étend de la valeur $f_1 = 80$ Hz à la valeur $f_2 = 160$ Hz, ce qui couvre une octave. Ensuite prenons la transformée de Fourier inverse et analysons partie réelle et partie imaginaire (figure F.11). Dans les deux cas on observe effectivement que la longueur d’onde, que l’on peut approcher en calculant la distance entre deux maxima consécutifs, est divisée par un facteur 2 entre le début du signal et la fin du signal.

Enfin, si l’on veut avoir un signal réel, il faut que le spectre vérifie la symétrie hermitienne. Si le spectre initial s’écrit $\hat{R}(f)$, on construit un nouveau spectre $\hat{R}_R(f)$ tel que :

$$\hat{R}_R(f) = 0.5 \left(\hat{R}(f) + \hat{R}^*(-f) \right)$$

Ce nouveau spectre possède la symétrie hermitienne et le signal obtenu par transformée de Fourier inverse est strictement réel.

Si l’on écoute un tel signal, sa fréquence au début est donc de 80 Hz et à la fin de 160 Hz. Comme sa durée est suffisamment longue pour une oreille humaine, on entend effectivement un signal dont la hauteur monte continuellement sur une octave (soit grossièrement du mi_1 au mi_2). Ceci explique la dénomination de “sifflet”⁶. Notons que ce signal réel requiert un échantillonnage dont la fréquence d’échantillonnage

5. En audio, un sifflet démarre à une fréquence f_{min} et s’achève à une fréquence f_{max} . Ceci sera vérifié si $f_0 - BW/2 > 0$.

6. L’instrument de musique correspondant étant la “flute à coulisse”, utilisée par certains compositeurs, comme Ravel.

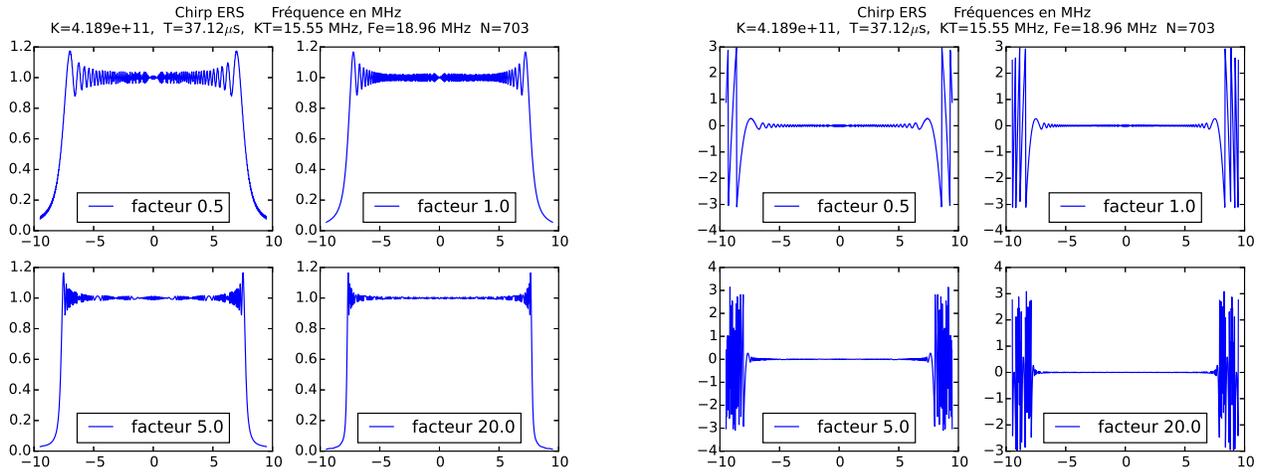


FIGURE F.8 – Cas du *chirp* d’ERS, allure de la fonction fenêtre $W_0(f)$ à BW constant en fonction de la durée du *chirp*. A gauche, représentation de l’amplitude de $W_0(f)$. A droite, représentation de la phase de $W_0(f)$. L’approximation par une fenêtre naturelle est d’autant mieux vérifiée que la durée du *chirp* est grande. Dans chaque cas, la durée du *chirp* est la durée nominale T multipliée par un facteur de valeurs 0.5, 1, 2 et 4.

est d’au moins 320 Hz alors qu’en le ramenant en bande de base, c’est alors un signal en complexes dont la fréquence d’échantillonnage est d’au moins 80Hz : on gagne donc un facteur 2 dans l’archivage ainsi que dans la gamme des convertisseurs CAN à utiliser.

F.2.3 *Chirp* théorique, filtrage adapté et approximations

La caractéristique essentielle d’un *chirp* est d’avoir une transformée de Fourier quadratique en fréquence :

$$\hat{R}(f) = W(f) e^{-\frac{j\pi f^2}{K}}$$

et la fonction $W(f)$ (relation F.11) peut s’approximer par une fonction porte (voir paragraphe F.2.1) définie par l’intervalle $[-BW/2, BW/2]$. On a donc l’approximation suivante :

$$\hat{R}(f) = \begin{cases} A_0 \sqrt{\frac{j}{K}} e^{-\frac{j\pi f^2}{K}} & f \in [-BW/2, BW/2] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Maintenant, multiplions $\hat{R}(f)$ par son conjugué, on obtient ainsi le signal $\hat{S}(f)$:

$$\begin{aligned} \hat{S}(f) &= \hat{R}(f) \hat{R}^*(f) \\ &= \sqrt{\frac{j}{K}} e^{-\frac{j\pi f^2}{K}} \sqrt{\frac{-j}{K}} e^{\frac{j\pi f^2}{K}} \quad f \in [-BW/2, BW/2] \\ &= \frac{A_0^2}{K} \quad \forall f \in [-BW/2, BW/2] \\ &= \frac{A_0^2}{K} \Pi_{BW}(f) \end{aligned} \tag{F.14}$$

expression dans laquelle on utilise la fonction porte $\Pi_{BW}(f)$ (définition relation F.12) :

$$\Pi_{BW}(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } f \in [-BW/2, BW/2] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La relation F.4 permet alors d’écrire :

$$\mathcal{F}^{-1} [\Pi_{BW}(f)] (t) = BW \text{Sinc}(BWt)$$

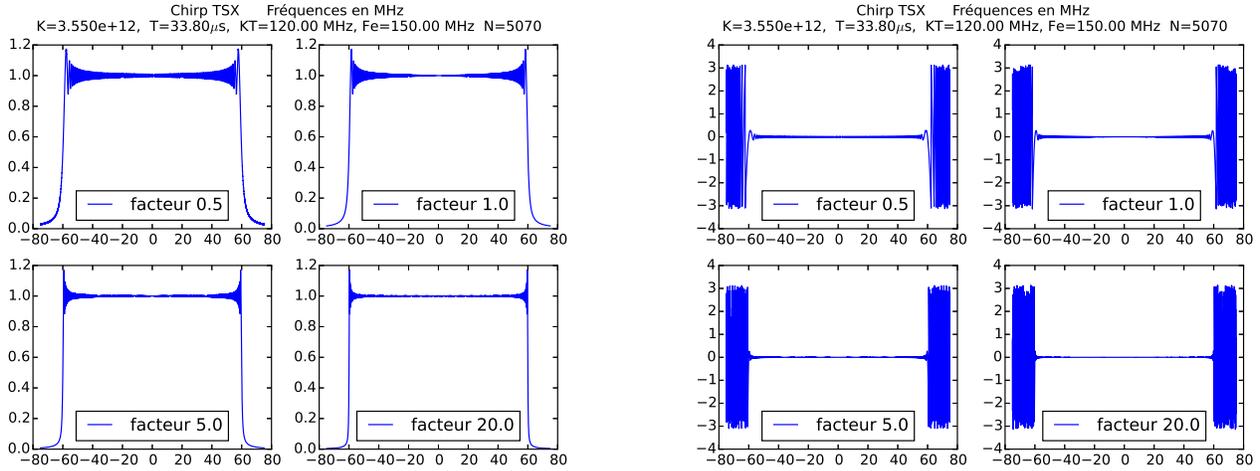


FIGURE F.9 – Cas du *chirp* de TSX, allure de la fonction fenêtre $W_0(f)$ à BW constant en fonction de la durée du *chirp*. A gauche, représentation de l’amplitude de $W_0(f)$. A droite, représentation de la phase de $W_0(f)$. L’approximation par une fenêtre naturelle est d’autant mieux vérifiée que la durée du *chirp* est grande. Dans chaque cas, la durée du *chirp* est la durée nominale T multipliée par un facteur de valeurs 0.5, 1, 2 et 4.

d’où :

$$s(t) = \mathcal{F}^{-1} \left[\hat{R}(f) \right] = \mathcal{F}^{-1} \left[\hat{R}(f) \hat{R}^*(f) \right] = \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{A_0^2}{K} \Pi_{BW}(f) \right] = \frac{A_0^2}{K} BW \text{Sinc}(BWt)$$

et, puisque on a par définition $BW = KT$, on obtient au final :

$$s(t) = A_0^2 T \text{Sinc}(BWt) \quad (\text{F.15})$$

On observe que le pic de ce signal à l’origine est d’autant plus élevé que la durée du *chirp* T est grande.

Le sinus cardinal est une des fonctions les plus usitées en traitement du signal puisque c’est la transformée de Fourier inverse de la fenêtre centrée à l’origine. Il est connu pour avoir un pic le plus étroit possible (la distance entre premiers zéros étant $2/BW$), mais nous avons vu (paragraphe F.1.1) que sa décroissance est lente (en $1/t$), ce qui conduit à des premiers secondaires d’amplitude non négligeable (-13 db) et donc à d’éventuels artéfacts sur le signal⁷.

Le sinus cardinal de la relation F.15 a été obtenu à partir d’un signal particulier, un *chirp* ($r(t)$), de spectre $\hat{R}(f)$, sur lequel on a effectué une convolution par un signal ($r'(t)$) dont la transformée de Fourier est $\hat{R}(f)^*$. A partir des propriétés de la transformée de Fourier, il est aisé de montrer que :

$$r'(t) = r^*(-t)$$

Dans le cas d’un *chirp*, parties réelle et imaginaire sont symétriques en temps (relation F.9). Convolution et corrélation opèrent alors de manière similaire : on comprend mieux pourquoi le maximum du filtrage adapté est obtenu lorsque le *chirp* est parfaitement corrélé avec lui même, c’est à dire quand il se superpose exactement avec lui même.

Il est d’usage d’attribuer une “durée utile” au sinus cardinal : dans ce document, on prend tout simplement $1/BW$ (valeur qui est en pratique la largeur à mi hauteur). On a donc :

- l’émission d’un *chirp* de durée T et de paramètre K , donc de bande $BW = KT$. Ce signal est en général beaucoup trop long pour permettre une résolution acceptable en radar⁸.
- après filtrage adapté, on obtient un signal de même bande spectrale, mais beaucoup plus bref : sa durée (utile) est

$$T' = \frac{1}{BW} = \frac{1}{KT}$$

7. En imagerie RSO, on parle d’ambiguïtés comme artéfacts liés au filtrage adapté.

8. Les durées de l’ordre de la dizaine de μs correspondent à des distances kilométriques en radar

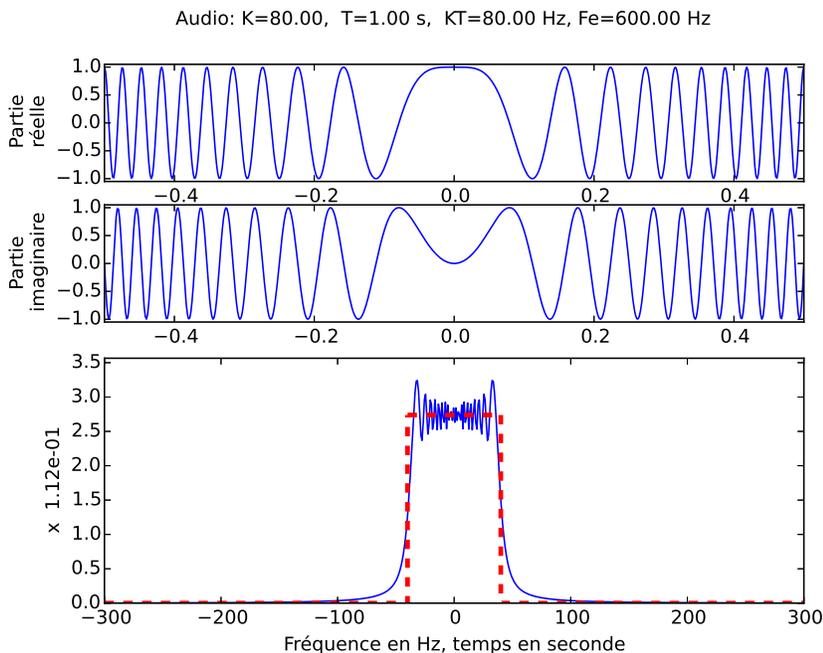


FIGURE F.10 – *Chirp* dans le domaine des fréquences audiphoniques. Le spectre (figure inférieure) est tracé en trait continu. La fenêtre naturelle est tracée en traits rouges pointillés.

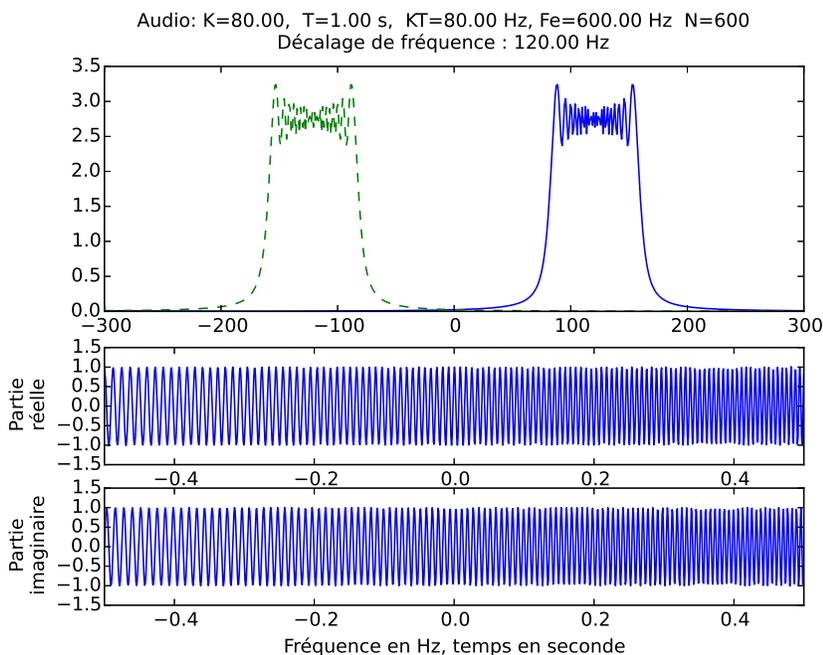


FIGURE F.11 – *Chirp* dans le domaine des fréquences audiphoniques. A partir du spectre (tracé supérieur, courbe continue), on peut passer au signal temporel complexe par transformée de Fourier inverse. Si l'on construit un nouveau spectre en assurant pour ce dernier la symétrie hermitienne (ajout de la partie verte en pointillé), le signal obtenu par transformée de Fourier inverse sera alors réel.

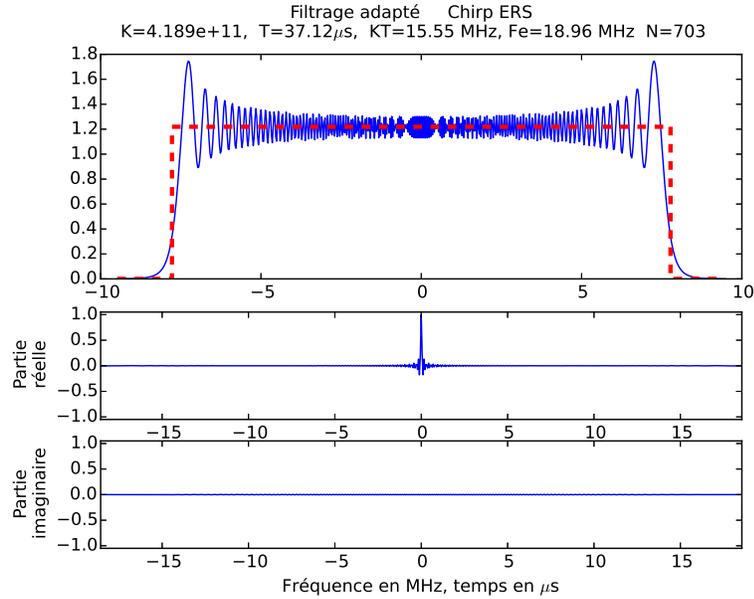


FIGURE F.12 – Filtrage adapté du *chirp* du satellite ERS. Le spectre (figure supérieure) est tracé en trait continu. La fenêtre naturelle correspondant à la bande utile du chirp (BW) est tracée en traits rouges pointillés. Le résultat du filtre adapté est donné sur les deux figures inférieures (partie réelle et partie imaginaire) : on note que, bien évidemment, la partie imaginaire est nulle. On peut comparer cette illustration à la figure F.4 qui traçait le *chirp* original et qui en donnait le spectre.

— si on compare T et T' , on a :

$$\frac{T}{T'} = \frac{T}{\left(\frac{1}{KT}\right)} = KT^2$$

C'est la raison pour laquelle on parle de **compression d'impulsion** puisque la durée du signal utile est considérablement réduite ($KT^2=577$ pour ERS, $KT^2=4056$ pour TSX).

Pour terminer cette étude sur le *chirp* et le filtrage adapté appliqué au *chirp* il est instructif de comparer :

- le résultat du filtrage adapté sur un *chirp* donné de bande BW donnée ;
- la transformée de Fourier inverse appliquée sur l'approximation de la transformée de Fourier du *chirp* utilisant une fenêtre naturelle fréquentielle de largeur BW en lieu et place de la fonction $W(f)$.

Deux cas sont traités (ERS et TSX) sur la figure F.14 : ils montrent que les résultats obtenus sont extrêmement proches et que l'on peut raisonnablement considérer que l'enveloppe des spectres de ces deux *chirps* peut être approximée par des fenêtres naturelles.

F.3 Le chirp : analyse de la robustesse du filtrage adapté

Puisque les cas concrets en imagerie RSO permettent d'approximer la transformée de Fourier d'un *chirp* par une fenêtre fréquentielle, cette approximation sera systématiquement appliquée dans ce paragraphe, ce qui permettra d'aborder la robustesse du filtrage adapté dans un cadre facile à manipuler. Dans ce contexte, un chirp quelconque se définira par sa fréquence centrale f_0 (nulle si on se place "en bande de base"), ainsi que deux autres paramètres (à choisir entre les trois paramètres représentant un *chirp*) :

- sa durée T et sa largeur fréquentielle BW . La constante K se déduit par la relation :

$$K = \frac{BW}{T}$$

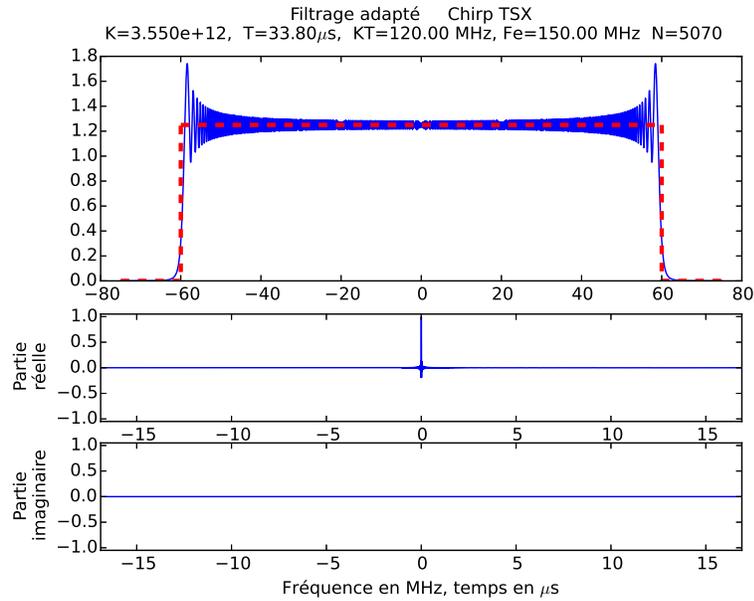


FIGURE F.13 – Filtrage adapté du *chirp* du satellite TSX. Le spectre (figure supérieure) est tracé en trait continu. La fenêtre naturelle correspondant à la bande utile du chirp (BW) est tracée en traits rouges pointillés. Le résultat du filtre adapté est donné sur les deux figures inférieures (partie réelle et partie imaginaire) : on note que, bien évidemment, la partie imaginaire est nulle. On peut comparer cette illustration à la figure F.5 qui traçait le *chirp* original et qui en donnait le spectre.

— son paramètre K et sa largeur fréquentielle BW . Sa durée T se déduit par la relation :

$$T = \frac{BW}{K}$$

— sa durée T et son paramètre K . Sa largeur de bande s'écrit alors :

$$BW = K T$$

Nous allons maintenant analyser ce qui se passe si, lors du traitement par filtrage adapté, les paramètres du *chirp* ne sont pas exactement ceux du *chirp* initial. Plusieurs cas sont à étudier :

- le cas où le paramètre K est inchangé. Tout passe par une analyse des fréquences communes aux deux signaux et nous verrons qu'au final le résultat est un sinus cardinal de largeur utile égale ou plus grande que le sinus cardinal initial.
- le cas où le paramètre K est modifié. Nous verrons que les effets sont beaucoup plus sévères et modifient la forme du sinus cardinal.
- le cas où le paramètre K est modifié selon une loi linéaire avec le temps (erreur cubique de phase). Les effets sont encore plus sévères et modifient la forme du sinus cardinal qui perd sa symétrie.
- Enfin, pour mémoire, le cas où une rampe de phase est ajoutée au signal initial.

F.3.1 Robustesse selon la bande de fréquence (K constant)

Soit un chirp $r(t)$ de paramètres f_0 , BW et K . Son spectre $\hat{R}(f)$ est alors une fenêtre centrée en f_0 , de largeur BW : il est nul, hormis entre les fréquences $f_m = f_0 - BW/2$ et $f_M = f_0 + BW/2$. La fenêtre fréquentielle de son spectre s'écrit :

$$W(f) = \Pi_{BW}(f_0 + f)$$

Soit $r'(t)$ le chirp utilisé pour effectuer le filtrage adapté de ce signal initial : on suppose que ses paramètres sont f'_0 , BW' et K . Son spectre $\hat{R}'(f)$ est non nul dans une fenêtre centrée en f'_0 , de largeur BW' : cela revient à dire qu'il est nul, hormis entre les fréquences $f'_m = f'_0 - BW'/2$ et $f'_M = f'_0 + BW'/2$. La fenêtre fréquentielle de son spectre s'écrit :

$$W'(f) = \Pi_{BW'}(f'_0 + f)$$

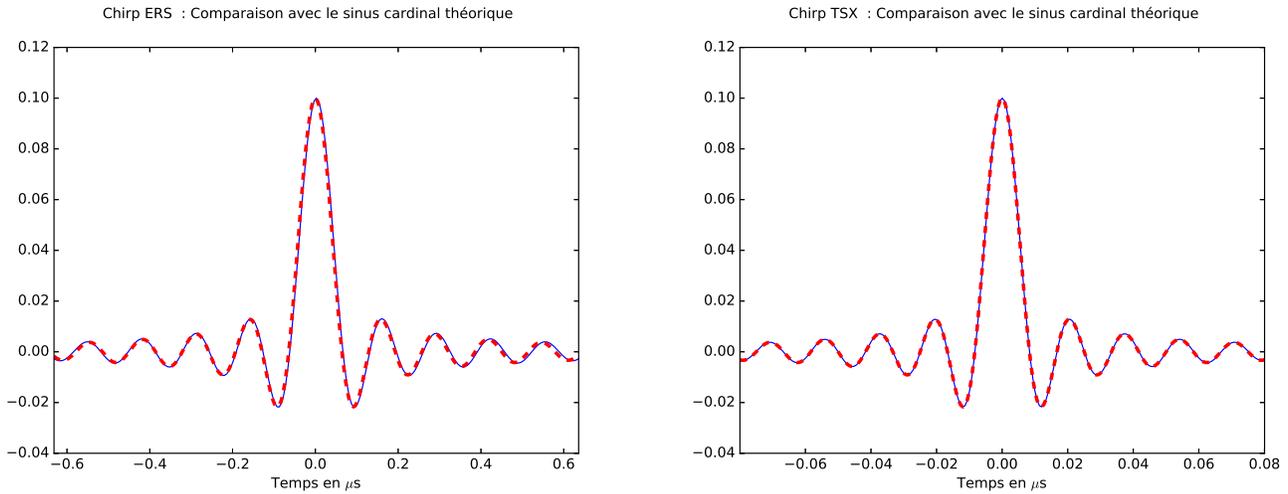


FIGURE F.14 – Cas des *chirp* d’ERS et de TSX. Comparaison entre le résultat du filtrage adapté obtenu avec la “vraie” transformée de Fourier (impliquant la fonction d’erreur) et l’approximation par fenêtre naturelle.

Le spectre $S(f)$ résultant de l’opération de filtrage adapté revient à une simple multiplication hermitienne de ces deux spectres :

$$S(f) = \hat{R}(f) \left(\hat{R}'(f) \right)^*$$

Deux cas peuvent alors se produire :

- les deux spectres n’ont aucune fréquence commune : le résultat du produit des spectres donne alors zéro et le signal obtenu par transformée de Fourier inverse est nul.
- les deux spectres ont des fréquences communes : le résultat du produit des spectres est alors défini dans une fenêtre fréquentielle et, puisque pour une fréquence f donnée appartenant à cette bande commune on a :

$$\hat{R}(f) \sim e^{-\frac{j\pi f^2}{K}} \quad \text{et} \quad \hat{R}'(f) \sim e^{-\frac{j\pi f^2}{K}}$$

le signal obtenu par transformée de Fourier inverse est un sinus cardinal. Ce résultat est simple parce que la constante K est la même pour les deux *chirps*.

Pour trouver la forme du sinus cardinal, il suffit donc de trouver l’intersection des spectres, quand elle existe. La figure F.15 montre un exemple de cette analyse.

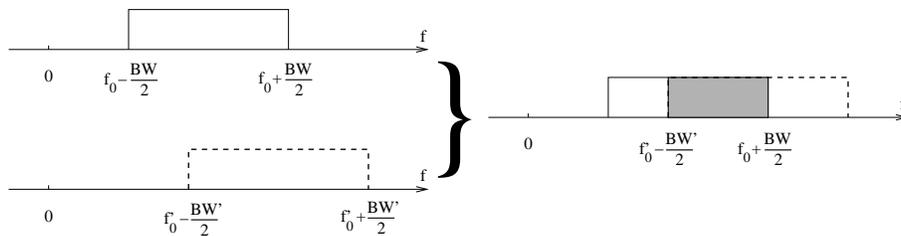


FIGURE F.15 – Spectres de deux *chirps* ayant le même paramètre K ($f'_0 > f_0$).

Sur cet intervalle, les deux spectres sont identiques puisque, rappelons le, les deux signaux ont le même paramètre K : le produit hermitien donne alors un réel constant sur cet intervalle. Comme l’intersection des deux spectres a un support fréquentiel au plus égal à celui du signal initial, la durée utile du sinus cardinal sera toujours égale ou plus grande que celle du sinus cardinal théorique.

On peut donc conclure en disant qu’une erreur sur la bande de fréquence ne change pas la typologie du résultat du filtrage adapté : le signal résultant est toujours un sinus cardinal. Seule change l’emprise de ce sinus cardinal qui s’élargit d’autant plus que la zone commune des spectres est petite.

Dans le cas d'école de la figure F.15, il est facile de montrer que tout se passe comme si le *chirp* initial avait une fréquence centrale égale à :

$$\frac{1}{2} \left(f_0 + f'_0 + \frac{BW - BW'}{2} \right)$$

et une largeur égale à

$$f_0 - f'_0 + \frac{BW + BW'}{2}$$

Il faut cependant noter que ce cas d'école vérifie :

$$f'_0 - \frac{BW'}{2} \geq f_0 - \frac{BW}{2}$$

ce qui garantit une fréquence centrale dans l'intervalle $[f_0, f'_0]$ ainsi qu'une largeur inférieure au minimum des deux largeurs.

F.3.2 Robustesse selon le paramètre K du chirp

Considérons maintenant deux *chirps*, ayant même durée T , mais dont les paramètres K diffèrent. On a alors les deux signaux (d'amplitudes unitaires) :

$$\begin{aligned} r(t) &= e^{j\pi K t^2} & t \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right] \\ r'(t) &= e^{j\pi K' t^2} & t \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right] \end{aligned}$$

Puisque le filtrage adapté est en pratique une simple corrélation, il est très important que les phases se ressemblent : elles ne sont strictement identiques que si $K' = K$. Dans le cas contraire, l'un des deux signaux va "tourner" plus vite que l'autre et il y aura un instant $\tilde{T} > 0$ tel que, pour $K' > K$, on aura un déphasage de π :

$$\pi K' \tilde{T}^2 = \pi K \tilde{T}^2 + \pi$$

Les deux signaux seront en opposition de phase, ce qui donnera une sorte d'anti-corrélation. \tilde{T} s'écrit :

$$\tilde{T} = \frac{1}{\sqrt{K' - K}} \quad K' > K$$

(avec aussi la condition $\tilde{T} < T/2$). On peut considérer que pour $t \in [\tilde{T}, T/2]$ et $t \in [-T/2, -\tilde{T}]$, le résultat de la corrélation est proche de 0 puisque les phases des signaux ne correspondent pas du tout.

La bande utile correspondant à cette corrélation est alors :

$$\widetilde{BW} = K\tilde{T} = \frac{K}{\sqrt{K' - K}}$$

et la largeur du sinus cardinal correspondant est

$$\tau = \frac{\sqrt{K' - K}}{K} \quad \text{avec } K' > K$$

Si l'on compare avec la longueur utile du sinus cardinal théorique :

$$\frac{1}{KT}$$

on peut définir une valeur seuil pour K' , K_{seuil} telle que

$$\frac{\sqrt{K_{\text{seuil}} - K}}{K} = \frac{1}{KT}$$

ce qui donne une expression pour ce seuil K_{seuil} :

$$K_{\text{seuil}} = K + \frac{1}{T^2}$$

et on a :

$$\Delta K = K_{\text{seuil}} - K = \frac{1}{T^2} \quad (\text{F.16})$$

On peut dire que si $|K' - K| \leq \frac{1}{T^2}$, il n'y aura aucun artefact vraiment marqué (ou presque) dans l'opération de filtrage adapté. Dans le cas contraire, on sait que la qualité du filtrage adapté s'en ressentira et que, quantitativement, on s'attend à un élargissement du lobe.

La figure illustre les effets d'une variation de K sur le filtrage adapté (cas du capteur TSX). Le paramètre p utilisé définit K' par la relation :

$$K' = K + p \frac{1}{T^2} \quad (\text{F.17})$$

On constate que pour $p = 1$ (c'est à dire $K' = K_{\text{seuil}}$) on retrouve à peu près le sinus cardinal théorique. Dès que p est plus grand que 1, les effets de l'inadéquation du filtrage adapté se font sentir et on constate un élargissement du lobe principal associé à une diminution du maximum. Le tableau F.4 donne les valeurs seuils pour les capteurs TSX et ERS : elles diffèrent des valeurs K d'un facteur de l'ordre de $2 \cdot 10^{-3}$ (ERS) à $2 \cdot 10^{-4}$ (TSX). On en conclut que ce paramètre K doit être manipulé avec suffisamment de précision pour permettre effectivement une opération de filtrage adapté réussie.

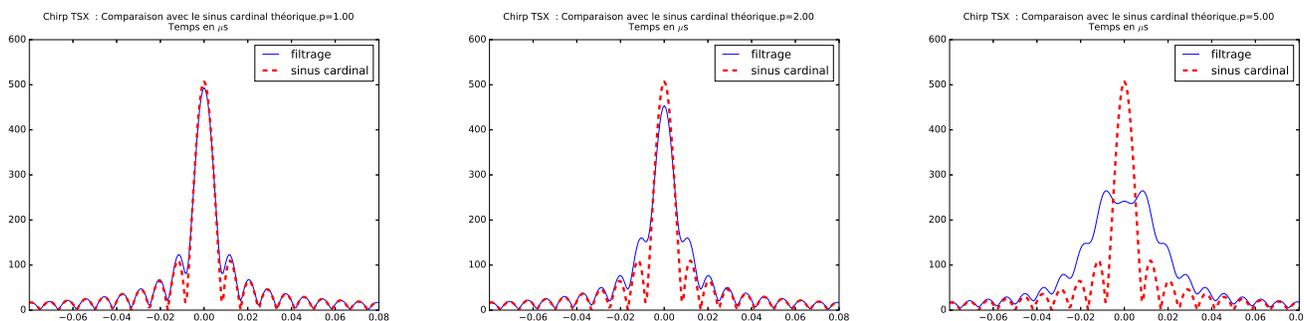


FIGURE F.16 – Evolution du résultat du filtrage adapté pour différentes valeurs de $K' \neq K$. Le paramètre p est défini par la relation F.17. Pour $p = 1$, on a $K' = K_{\text{seuil}}$.

	K	K' avec $p = 1$
Chirp ERS	4.1889 e+11	4.1962 e+11
Chirp TSX	3.5503 e+12	3.5512 e+12

TABLE F.4 – Valeur de K' pour $p = 1$ (équation F.17) pour les capteurs ERS et TSX.

F.3.3 Effets d'une erreur cubique de la phase

Pour terminer cette analyse des différents effets pouvant modifier la qualité du résultat du filtrage adapté, considérons le cas où le paramètre K varie dans le temps. Si cette variation est linéaire avec le temps, on a :

$$K(t) = K_0 + \delta K t \quad t \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right] \quad (\text{F.18})$$

ce qui revient à introduire une variation cubique du temps dans le chirp.

Comme dans le paragraphe précédent, considérons les variations de K , c'est à dire la grandeur $\Delta K = K|_{t=\frac{T}{2}} - K|_{t=-\frac{T}{2}}$.

— Tant que les variations de K sont faibles, c'est à dire si on a (relation F.16) :

$$\Delta K \leq \frac{1}{T^2}$$

c'est à dire

$$\delta K \leq \frac{1}{T}$$

on n'observera que peu, voire pas du tout de différences avec le résultat théorique du filtrage adapté (c'est à dire le sinus cardinal).

— Si ces différences sont sensibles, c'est à dire si on a (relation F.16) :

$$\Delta K \geq \frac{1}{T^2}$$

c'est à dire

$$\delta K \geq \frac{1}{T}$$

on observe non seulement une dégradation de la largeur du lobe principal (le sinus cardinal s'élargit, comme il a été observé au paragraphe F.3.2), mais aussi une perte de symétrie concernant le résultat.

La figure F.17 traite divers cas de $\Delta K = \frac{p}{T^2}$ avec $p = 1, 2$ et 5 .

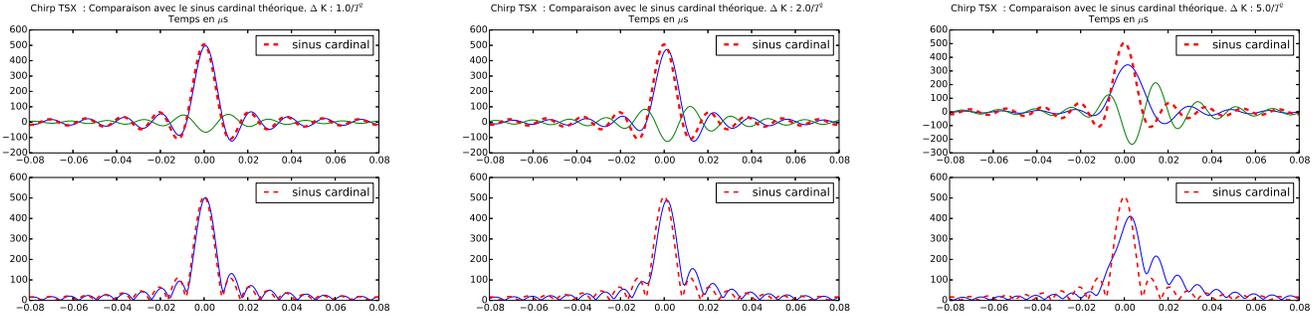


FIGURE F.17 – Evolution du résultat du filtrage adapté pour différentes valeurs d'erreur cubique de phase (voir relation F.18) : $\Delta K = \frac{p}{T^2}$ avec $p = 1, 2$ et 5 .

F.3.4 Effets d'une rampe de phase sur le signal initial

Soit un *chirp* $r(t)$, de paramètres f_0 , BW et K , sur lequel on rajoute une rampe de phase : celle-ci est paramétrée par la grandeur p , qui correspond au nombre de rotation de la phase sur la durée T du signal. On a alors le nouveau signal :

$$r_p(t) = A_0 e^{j\pi K t^2} e^{j2\pi p \frac{t}{T}} \quad t \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$$

Sans perte de généralité, on prend $A_0 = 1$, ce qui permet d'écrire :

$$r_p(t) = e^{j\pi K t^2 + j2\pi \frac{p}{T} t} \quad t \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$$

Réécrivons le terme de phase :

$$\begin{aligned} j\pi K t^2 + j2\pi \frac{p}{T} t &= j\pi \left(K t^2 + 2 \frac{p}{T} t \right) \\ &= j\pi K \left(t^2 + 2 \frac{p}{KT} t \right) \\ &= j\pi K \left(t + \frac{p}{KT} \right)^2 - j\pi \left(\frac{p}{\sqrt{KT}} \right)^2 \end{aligned}$$

Au terme de phase constant près, on a donc :

$$\begin{aligned} r_p(t) &\sim e^{j\pi K \left(t + \frac{p}{KT} \right)^2} \\ &\sim e^{j\pi K t^2} \star \delta \left(t - \frac{p}{KT} \right) \\ &\sim r(t) \star \delta \left(t - \frac{p}{KT} \right) \end{aligned}$$

On en déduit directement la transformée de Fourier de $r_p(t)$ (avec $f \in [-\frac{BW}{2}, \frac{BW}{2}]$) :

$$\begin{aligned}\hat{R}_p(f) &\sim \hat{R}(f) e^{j\pi f \frac{p}{KT}} \\ &\sim e^{-\frac{j\pi f^2}{K}} e^{j\pi f \frac{p}{KT}}\end{aligned}$$

En effectuant le filtrage adapté avec la référence $r(t)$, on obtient pour la transformée de Fourier :

$$\begin{aligned}\hat{R}_p(f) \hat{R}^*(f) &\sim e^{-\frac{j\pi f^2}{K}} e^{j\pi f \frac{p}{KT}} e^{\frac{j\pi f^2}{K}} \quad f \in [-\frac{BW}{2}, \frac{BW}{2}] \\ &\sim e^{j\pi f \frac{p}{KT}} \quad f \in [-\frac{BW}{2}, \frac{BW}{2}]\end{aligned}$$

et la transformée de Fourier inverse donne tout simplement le sinus cardinal (lié à la fenêtre fréquentielle de largeur BW) translaté de $\frac{p}{KT}$.

F.3.5 Analyse globale selon la bande : basses résolutions et hautes résolutions

En imagerie RSO, la durée du *chirp* est assujéti à une contrainte : la durée totale du signal émis ne doit pas être trop grand pour permettre, soit la fauchée la plus grande possible, soit la résolution azimutale la meilleure possible (puisque l'échantillonnage des tirs successifs, c'est à dire la FRI, doit se faire en prenant en compte la durée totale de l'écho reçu + la durée du signal émis). Comme la durée d'un *chirp* se déduit de la bande passante BW par la relation :

$$T = \frac{BW}{K}$$

augmenter la bande sans augmenter la durée du *chirp* revient à augmenter le paramètre K .

Or nous avons remarqué que les artéfacts majeurs du filtrage adapté sont principalement la cause d'une légère variation du paramètre K et que cette variation n'est liée qu'à la durée du signal. Si la durée reste à peu près constante, la variation tolérable en K restera à peu près constante. Si ce paramètre K augmente, l'erreur relative va alors diminuer, ce qui se traduira par des tolérances plus rigoureuses en terme de composants et de traitement.

F.4 Antenne mobile et effets Doppler

Dans le cadre de la physique ondulatoire, l'effet Doppler⁹ traduit la modification de la fréquence d'une onde monochromatique si, en présence d'un observateur immobile, une source est en mouvement. De la même manière, cet effet existe si la source est immobile et l'observateur en mouvement.

Le problème de l'effet Doppler en imagerie radar vient du fait que, dans un référentiel lié à un point C (immobile dans ce référentiel), on a un émetteur-récepteur en mouvement : les conséquences de l'effet Doppler va donc s'appliquer à la fois sur le trajet de l'onde émise (cas d'un émetteur en mouvement et un observateur fixe) et sur le trajet de l'onde réfléchi (cas d'un émetteur fixe et d'un récepteur en mouvement).

F.4.1 Théorie de l'effet Doppler : observateur fixe et émetteur en mouvement

Soient un observateur fixe (point C –cible–), et un émetteur en mouvement uniforme (point E –émetteur–), de vitesse $v > 0$, placés dans un espace 1-D¹⁰. Le point C est à l'origine et l'émetteur E a pour coordonnée L . Dans ce paragraphe, et sans perte de généralité, on supposera que L est positif.

A l'instant t_1 , l'émetteur est en E_1 (coordonnée L_1) et à l'instant t_2 l'émetteur est en E_2 . On a bien évidemment (pour $t_2 > t_1$) :

$$L_2 - L_1 = v (t_2 - t_1)$$

Considérons maintenant une onde de fréquence f et de longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{f}$, c étant la célérité de l'onde dans le milieu considéré. Sa période est $T = \frac{\lambda}{c}$.

9. Si Doppler en 1842 est le premier à montrer les effets d'un mouvement sur la fréquence d'une onde lumineuse, c'est Buys Ballot qui l'illustra en 1845 sur les ondes sonores en faisant jouer un orchestre embarqué sur un train.

10. La généralisation à l'espace 3-D est triviale.



FIGURE F.18 – Géométrie Doppler : cible fixe et antenne en mouvement. A gauche, position en t_1 . A droite, position en t_2 .

Soient deux instants t et \hat{t} tels que

$$\hat{t} = t + T = t + \frac{\lambda}{c}$$

(et on rappelle que, selon nos hypothèses, on a $\hat{t} > 0$ puisque L doit rester positif). La nouvelle position de l'émetteur est alors \hat{L} , avec

$$\hat{L} = v\hat{t} = v\left(t + \frac{\lambda}{c}\right) = L + \lambda\frac{v}{c}$$

Ce déplacement mesuré sur une période va modifier la longueur d'onde de sorte que l'on a :

$$\hat{\lambda} = \lambda + \lambda\frac{v}{c} = \lambda\left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

ce qui donne la nouvelle fréquence \hat{f} :

$$\hat{f} = \frac{f}{1 + \frac{v}{c}} \quad (\text{F.19})$$

On retrouve le résultat bien connu que lorsqu'une source sonore s'éloigne ($v > 0$), ses fréquences sont plus basses alors que lorsqu'une source sonore s'approche ($v < 0$), ses fréquences sont plus hautes.

F.4.2 Cas d'une antenne mobile et d'une cible fixe

On va maintenant considérer le problème de l'antenne en mouvement. Soient L_1 et t_1 la position et le temps à l'origine. Le signal rétrodiffusé par la cible immobile sera reçue à l'instant t_2 : l'antenne sera alors positionnée en L_2 . On a alors le système :

$$\begin{cases} L_2 - L_1 = v(t_2 - t_1) \\ L_2 + L_1 = c(t_2 - t_1) \end{cases}$$

Ce système s'inverse aisément et on obtient alors

$$\begin{cases} t_2 = t_1 + 2\frac{L_1}{c-v} \\ L_2 = L_1\frac{c+v}{c-v} \end{cases} \quad (\text{F.20})$$

Comme au précédent paragraphe, plaçons nous dans le cadre d'une onde monochromatique et plaçons nous à l'instant $\hat{t}_1 = t_1 + T$. On a bien évidemment :

$$\hat{L}_1 = L_1 + vT$$

Les relations du système F.20 permettent d'écrire :

$$\begin{cases} \hat{t}_2 = \hat{t}_1 + 2\frac{\hat{L}_1}{c-v} \\ \hat{L}_2 = \hat{L}_1\frac{c+v}{c-v} \end{cases}$$

On en déduit la relation essentielle suivante :

$$\hat{t}_2 - t_2 = \hat{t}_1 - t_1 + \frac{2vT}{c-v}$$

ce qui donne la nouvelle période \hat{T}_A :

$$\hat{T}_A = T\frac{c+v}{c-v}$$

Il est alors aisé de déterminer la nouvelle fréquence \hat{f}_A :

$$\hat{f}_A = f\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}} \quad (\text{F.21})$$

Cas $\frac{v}{c} \ll 1$

Si la vitesse de l'émetteur est beaucoup plus petite que la célérité de l'onde, les relations F.19 et F.21 se simplifient et donnent alors les relations plus connues suivantes :

$$\begin{aligned}\hat{f} &= f \left(1 - \frac{v}{c}\right) \\ \hat{f}_A &= f \left(1 - 2\frac{v}{c}\right)\end{aligned}\quad (\text{F.22})$$

Dans ce cas, on voit que l'effet Doppler joue un rôle strictement identique pour l'effet lié au trajet antenne-cible et celui lié au trajet cible-antenne : le décalage Doppler est alors double de celui du cas lié à un trajet simple. En notant Δf_{Dop} ce décalage, on a :

$$\Delta f_{\text{Dop}} = -2\frac{v}{c} f$$

F.5 Chirp et Doppler

F.5.1 Modification des paramètres du *chirp*.

Considérons un *chirp* défini par une porteuse (fréquence f_0), une bande BW , et une durée T (dans ce paragraphe, le paramètre K est donnée par la relation $K = \frac{BW}{T}$). On peut définir sa fréquence minimale f_{\min} et maximale f_{\max} par :

$$\begin{aligned}f_{\min} &= f_0 - \frac{BW}{2} \\ f_{\max} &= f_0 + \frac{BW}{2}\end{aligned}$$

Ce chirp est émis par un émetteur récepteur en mouvement : on suppose que la vitesse radiale dans le référentiel de la cible est la grandeur v , positive (l'antenne est en éloignement) et petite vis à vis de la célérité des ondes c . Si on considère le décalage Doppler pour la fréquence minimale f_{\min} , on a la fréquence minimale reçue f'_{\min} qui s'écrit (approximation $v \ll c$, relation F.22 :

$$f'_{\min} = f_{\min} \left(1 - 2\frac{v}{c}\right)$$

De même on obtient la fréquence maximale reçue f'_{\max} qui s'écrit :

$$f'_{\max} = f_{\max} \left(1 - 2\frac{v}{c}\right)$$

La nouvelle bande s'écrit :

$$BW' = f'_{\max} - f'_{\min} = (f_{\max} - f_{\min}) \left(1 - 2\frac{v}{c}\right) = BW \left(1 - 2\frac{v}{c}\right)$$

On observe donc une réduction de bande d'un facteur :

$$2\frac{v}{c}$$

Considérons maintenant les instants t_1 et t_2 correspondant au début de l'émission du *chirp* et à la fin de l'émission du *chirp*. On a bien évidemment $t_2 = t_1 + T$. Ce chirp sera reçu aux instants \hat{t}_1 et \hat{t}_2 . De plus, on connaît les positions L_1 et L_2 de l'antenne, ce qui donne :

$$L_2 = L_1 + vT$$

Par un calcul analogue à celui mené au paragraphe F.4.2, on a :

$$\begin{aligned}\hat{t}_1 &= t_1 + 2\frac{L_1}{c} \left(1 - 2\frac{v}{c}\right) \\ \hat{t}_2 &= t_2 + 2\frac{L_1 + vT}{c} \left(1 - 2\frac{v}{c}\right)\end{aligned}$$

d'où on déduit :

$$T' = \hat{t}_2 - \hat{t}_1 = T \left(1 + 2\frac{v}{c}\right) \left(1 - 2\frac{v}{c}\right) \simeq T \left(1 + 2\frac{v}{c}\right)$$

Le temps de réception s'est légèrement allongé.

On a alors un nouveau paramètre K' tel que

$$K' = \frac{BW'}{T'} = \frac{BW \left(1 - 2\frac{v}{c}\right)}{T \left(1 + 2\frac{v}{c}\right)} \simeq K \left(1 - 4\frac{v}{c}\right)$$

La variation sur K s'écrit :

$$\Delta K = -4\frac{v}{c} K$$

ce facteur 4 signifiant que les effets dûs au Doppler sont deux fois plus marqués que pour la bande du *chirp* (réduction) et la durée du *chirp* (augmentation).

F.5.2 Application aux systèmes RSO

Pour appréhender les effets du Doppler sur le filtrage adapté, prenons le cas des données TSX (tableau F.1). Nous connaissons aussi sa vitesse orbitale ($V_S = 7609$ m/s, tableau 1.5) et ses paramètres de visée (tableau 1.4) : puisque l'antenne physique a une ouverture $\omega = 0.013$ radian, on en déduit l'angle de dépointage maximal $\gamma = 0.5 \omega$, soit la valeur $\gamma = 0.0065$ radian. Cet angle étant très petit, on en déduit l'approximation suivante pour la vitesse radiale entre antenne et cible :

$$v = V_S \sin \gamma \simeq V_S \gamma$$

ce qui donne approximativement la valeur maximale de 50 m/s pour la vitesse radiale. Pour les capteurs RSO usuels, ALOS affiche une valeur maximale de l'ordre de 200 m/s, et, en mode Staring-SpotLight, TSX atteint 500 m/s.

En prenant cette valeur de 50 m/s, le terme correctif est alors très petit puisque :

$$2\frac{v}{c} = 2\frac{5 \cdot 10^1}{3 \cdot 10^8} \sim 3.3 \cdot 10^{-7}$$

Toujours pour TSX, cela signifie que la fréquence centrale passe de 9.650 GHz à 9.650 003 171 GHz, soit un écart de 3171 Hz, ce qui n'a guère de conséquences en pratique.

Pour une bande de 120 MHz, l'effet Doppler modifie celle-ci d'environ 180 Hz, et si le signal a pour durée $T = 30 \mu\text{s}$, l'allongement dû à l'effet Doppler est de 1.5 ns : là aussi, cela n'a guère de conséquences en pratique.

Enfin, le terme correctif du paramètre K ($3.5503 \cdot 10^{12}$) est $\sim 7 \cdot 10^{-7}$, ce qui donne $\Delta K \simeq 2.5 \cdot 10^6$. Or nous avons vu au paragraphe F.3.2 que pour garantir un bon fonctionnement du processus de filtrage adapté, il y avait une contrainte sur le paramètre K exprimée par la relation F.16 :

$$\Delta K = \frac{1}{T^2}$$

Si le signal a pour durée $T = 30 \mu\text{s}$, on a la valeur $\frac{1}{T^2} \sim 1.1 \cdot 10^9$, ce qui conduit à :

$$\Delta K \simeq 2.5 \cdot 10^6 \ll 1.1 \cdot 10^9$$

On constate ainsi que, pour les capteurs actuels, l'effet Doppler n'a un effet non mesurable en pratique sur la largeur de bande et sur la durée du signal, et qu'il ne joue aucun rôle perturbateur dans l'étape de filtrage adapté.

Regardons maintenant ce qui pourra se passer dans le futur : ce futur (paragraphe E.1) passera par une bande utile de 1.2 GHz pour les satellites civils : la dimension du pixel selon la distance sera de l'ordre de 10 cm. Pour avoir le même ordre de grandeur en azimut, il faudra élargir la dimension de l'antenne synthétique : celle ci sera de l'ordre de celle des acquisitions Terrasar Staring SpotLight, c'est à dire environ 60 km. Avec le dépointage correspondant, la vitesse radiale est alors de l'ordre de 500 m/s.

Pour simplifier les calculs, prenons les valeurs suivantes :

$$\frac{v}{c} = 3.3 \cdot 10^{-6} \quad \text{et} \quad BW = 1.2 \cdot 10^9$$

Si l'on veut conserver la même durée au signal émis, puisque $BW = KT$, on a alors $K' = 10 K = 3.5503 \cdot 10^{13}$. On obtient alors les résultats suivants :

$$\begin{cases} \Delta f_0 & = 31710 Hz \\ \Delta BW & = 1800 Hz \\ \Delta K & = 6.6 \cdot 10^{-6} \times 3.5503 \cdot 10^{13} = 2.10^8 \end{cases}$$

On conserve la condition $\Delta K \leq \frac{1}{T^2}$, mais ΔK se rapproche du seuil ($1.1 \cdot 10^9$).

A condition de conserver la durée du signal émis, on voit que les capteurs du futur pourront "ignorer" l'effet Doppler pour les aspects "filtrage adapté". Cette conservation est un challenge technologique qui est nécessaire car, si on rallonge la durée du signal, l'étape de filtrage adapté nécessitera la prise en compte de l'effet Doppler : cette étape dépendra alors de l'angle de squint au sein de l'ouverture correspondant à l'antenne synthétique, ce qui demandera des ressources calcul beaucoup plus importantes.

Annexe G

Compléments autour du déphasage des signaux complexes

Cette annexe peut être vue comme un exercice de style concernant les signaux radar réels reçus par l'antenne d'une part et la valeur complexe des pixels d'autre part. En conservant à tout prix une expression réelle pour les signaux reçus, les calculs menés dans cette annexe montrent que, bien qu'échantillonnés à une fréquence bien en dessous de la porteuse, les signaux reçus prennent en compte tout déphasage liés à la porteuse. Cette constatation est essentielle pour deux aspects du traitement des images RSO :

- pour le rééchantillonnage des images RSO selon la distance : un déplacement de la position en distance d'une fraction de longueur d'onde doit être corrigée d'une fraction de rotation de phase.
- l'interprétation des déphasages en interférométrie est liée à la longueur d'onde.

G.1 Signal réel et espace de Fourier

Dans ce qui va suivre, on va s'attacher à un signal réel et on n'utilisera que des relations de transformations concernant les fonctions circulaires sans passer par leurs expressions imaginaires.

Soit un signal $s(t)$ réel. Il peut se décomposer par le biais de la transformée de Fourier :

$$\hat{S}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2j\pi ft} s(t) dt$$

que l'on peut séparer en partie réelle \hat{S}_R et en partie imaginaire \hat{S}_I :

$$\begin{aligned}\hat{S}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} (\cos(2\pi ft) - j \sin(2\pi ft)) s(t) dt \\ &= \hat{S}_R(f) + j\hat{S}_I(f)\end{aligned}$$

Puisque le signal est réel, on a :

$$\begin{aligned}\hat{S}_R(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi ft) s(t) dt \\ \hat{S}_I(f) &= - \int_{-\infty}^{\infty} \sin(2\pi ft) s(t) dt\end{aligned}$$

avec les propriétés suivantes :

$$\hat{S}(f) = \hat{S}_R(f) + j\hat{S}_I(f) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \hat{S}_R(-f) = \hat{S}_R(f) \\ \hat{S}_I(-f) = -\hat{S}_I(f) \end{cases} \quad (\text{G.1})$$

et on peut écrire, puisque le signal est réel :

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{2j\pi ft} \hat{S}(f) df$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (\cos(2\pi ft) + j \sin(2\pi ft)) (\hat{S}_R(f) + j\hat{S}_I(f)) df \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (\cos(2\pi ft)\hat{S}_R(f) - \sin(2\pi ft)\hat{S}_I(f)) df
\end{aligned}$$

et en prenant en compte la relation G.1

$$s(t) = \frac{2}{2\pi} \int_0^{\infty} (\cos(2\pi ft)\hat{S}_R(f) - \sin(2\pi ft)\hat{S}_I(f)) df \quad (\text{G.2})$$

Considérons maintenant un signal centré sur la fréquence f_0 et de bande passante BW . La relation G.2 devient :

$$s(t) = \frac{2}{2\pi} \int_{f_0 - \frac{BW}{2}}^{f_0 + \frac{BW}{2}} (\cos(2\pi ft)\hat{S}_R(f) - \sin(2\pi ft)\hat{S}_I(f)) df \quad (\text{G.3})$$

Il faut bien noter que, dans cette expression, tant $\hat{S}_R(f)$ que $\hat{S}_I(f)$ n'ont de propriétés particulières dans l'intervalle $[f_0 - \frac{BW}{2}; f_0 + \frac{BW}{2}]$.

G.2 Passage en bande de base

G.2.1 Signal $s(t)$

Soit le signal $s(t)$ (relation G.3) :

$$s(t) = \frac{2}{2\pi} \int_{f_0 - \frac{BW}{2}}^{f_0 + \frac{BW}{2}} (\cos(2\pi ft)\hat{S}_R(f) - \sin(2\pi ft)\hat{S}_I(f)) df$$

Le signal étant à bande limitée et centré sur la fréquence f_0 , il est d'usage de le ramener en "bande de base" en centrant son spectre en $f = 0$. Pour cela l'opération classique est de le multiplier par une fonction circulaire de fréquence f_0 : $e^{-2j\pi f_0 t}$ et de filtrer le résultat pour éliminer les fréquences supérieures à $\frac{BW}{2}$ et inférieures à $-\frac{BW}{2}$.

En multipliant par $\cos(2\pi f_0 t)$ la relation G.3, on obtient :

$$\begin{aligned}
s_{0,\cos}(t) &= \cos(2\pi f_0 t) s(t) \\
&= \frac{2}{2\pi} \cos(2\pi f_0 t) \int_{f_0 - \frac{BW}{2}}^{f_0 + \frac{BW}{2}} (\cos(2\pi ft)\hat{S}_R(f) - \sin(2\pi ft)\hat{S}_I(f)) df \\
&= \frac{2}{2\pi} \cos(2\pi f_0 t) \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\cos(2\pi(f_0 + f)t)\hat{S}_R((f_0 + f)) - \sin(2\pi(f_0 + f)t)\hat{S}_I((f_0 + f))) df
\end{aligned}$$

ce qui, après filtrage passe bas (ce qui revient à supprimer les expressions en $2f_0 t$), donne :

$$s_{0,\cos}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\cos(2\pi ft)\widehat{S}_R(f) - \sin(2\pi ft)\widehat{S}_I(f)) df$$

avec $\widehat{S}_R(f) = \hat{S}_R((f_0 + f))$ et $\widehat{S}_I(f) = \hat{S}_I((f_0 + f))$.

On peut de la même manière multiplier par $-\sin(2\pi f_0 t)$ la relation G.3 :

$$\begin{aligned}
s_{0,\sin}(t) &= -\sin(2\pi f_0 t) s(t) \\
&= -\frac{2}{2\pi} \sin(2\pi f_0 t) \int_{f_0 - \frac{BW}{2}}^{f_0 + \frac{BW}{2}} (\cos(2\pi ft)\hat{S}_R(f) - \sin(2\pi ft)\hat{S}_I(f)) df \\
&= -\frac{2}{2\pi} \sin(2\pi f_0 t) \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\cos(2\pi(f_0 + f)t)\hat{S}_R((f_0 + f)) - \sin(2\pi(f_0 + f)t)\hat{S}_I((f_0 + f))) df
\end{aligned}$$

Après filtrage passe bas, on obtient :

$$s_{0,\sin}(t) = \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\sin(2\pi ft)\widehat{S}_R(f) + \cos(2\pi ft)\widehat{S}_I(f)) df$$

G.2.2 Signal $s(t + \delta t)$

Considérons maintenant un intervalle de temps δt . Le signal à analyser, $s(t + \delta t)$, s'écrit :

$$s(t + \delta t) = \frac{2}{2\pi} \int_0^\infty \left(\cos(2\pi f(t + \delta t)) \hat{S}_R(f) - \sin(2\pi f(t + \delta t)) \hat{S}_I(f) \right) df \quad (\text{G.4})$$

c'est à dire :

$$\begin{aligned} s(t + \delta t) = & \frac{2}{2\pi} \int_0^\infty (\cos(2\pi ft) \cos(2\pi f\delta t) - \sin(2\pi ft) \sin(2\pi f\delta t)) \hat{S}_R(f) df \\ & - \frac{2}{2\pi} \int_0^\infty (\sin(2\pi ft) \cos(2\pi f\delta t) + \cos(2\pi ft) \sin(2\pi f\delta t)) \hat{S}_I(f) df \end{aligned} \quad (\text{G.5})$$

et, ce signal étant à bande limité, la relation G.5 devient :

$$\begin{aligned} s(t + \delta t) = & \frac{2}{2\pi} \int_{f_0 - \frac{BW}{2}}^{f_0 + \frac{BW}{2}} (\cos(2\pi ft) \cos(2\pi f\delta t) - \sin(2\pi ft) \sin(2\pi f\delta t)) \hat{S}_R(f) df \\ & - \frac{2}{2\pi} \int_{f_0 - \frac{BW}{2}}^{f_0 + \frac{BW}{2}} (\sin(2\pi ft) \cos(2\pi f\delta t) + \cos(2\pi ft) \sin(2\pi f\delta t)) \hat{S}_I(f) df \end{aligned} \quad (\text{G.6})$$

Comme précédemment, on va ramener ce signal "en bande de base" en le multipliant par la fonction circulaire de fréquence f_0 : $e^{-2j\pi f_0 t}$ et en filtrant le résultat pour éliminer les fréquences supérieures à $\frac{BW}{2}$ et inférieures à $-\frac{BW}{2}$.

En multipliant par $\cos(2\pi f_0 t)$ la relation G.6, on obtient :

$$\begin{aligned} s_{0,\cos}(t + \delta t) &= \cos(2\pi f_0 t) s(t + \delta t) \\ &= \frac{2}{2\pi} \cos(2\pi f_0 t) \int_{f_0 - \frac{BW}{2}}^{f_0 + \frac{BW}{2}} (\cos(2\pi ft) \cos(2\pi f\delta t) - \sin(2\pi ft) \sin(2\pi f\delta t)) \hat{S}_R(f) df \\ &\quad - \frac{2}{2\pi} \cos(2\pi f_0 t) \int_{f_0 - \frac{BW}{2}}^{f_0 + \frac{BW}{2}} (\sin(2\pi ft) \cos(2\pi f\delta t) + \cos(2\pi ft) \sin(2\pi f\delta t)) \hat{S}_I(f) df \\ &= \frac{2}{2\pi} \cos(2\pi f_0 t) \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\cos(2\pi(f_0 + f)t) \cos(2\pi(f_0 + f)\delta t) - \sin(2\pi(f_0 + f)t) \sin(2\pi(f_0 + f)\delta t)) \widehat{S}_R(f) df \\ &\quad - \frac{2}{2\pi} \cos(2\pi f_0 t) \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\sin(2\pi(f_0 + f)t) \cos(2\pi(f_0 + f)\delta t) + \cos(2\pi(f_0 + f)t) \sin(2\pi(f_0 + f)\delta t)) \widehat{S}_I(f) df \end{aligned}$$

ce qui, après filtrage passe-bas, donne ;

$$\begin{aligned} s_{0,\cos}(t + \delta t) &= \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\cos(2\pi ft) \cos(2\pi(f_0 + f)\delta t) - \sin(2\pi ft) \sin(2\pi(f_0 + f)\delta t)) \widehat{S}_R(f) df \\ &\quad - \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\sin(2\pi ft) \cos(2\pi(f_0 + f)\delta t) + \cos(2\pi ft) \sin(2\pi(f_0 + f)\delta t)) \widehat{S}_I(f) df \end{aligned}$$

c'est à dire

$$s_{0,\cos}(t + \delta t) = \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} \cos(2\pi ft + 2\pi(f_0 + f)\delta t) \widehat{S}_R(f) df - \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} \sin(2\pi ft + 2\pi(f_0 + f)\delta t) \widehat{S}_I(f) df$$

On peut de la même manière multiplier par $-\sin(2\pi f_0 t)$ la relations G.6,

$$\begin{aligned} s_{0,\sin}(t + \delta t) &= -\sin(2\pi f_0 t) s(t + \delta t) \\ &= -\frac{2}{2\pi} \sin(2\pi f_0 t) \int_{f_0 - \frac{BW}{2}}^{f_0 + \frac{BW}{2}} (\cos(2\pi ft) \cos(2\pi f\delta t) - \sin(2\pi ft) \sin(2\pi f\delta t)) \hat{S}_R(f) df \\ &\quad + \frac{2}{2\pi} \sin(2\pi f_0 t) \int_{f_0 - \frac{BW}{2}}^{f_0 + \frac{BW}{2}} (\sin(2\pi ft) \cos(2\pi f\delta t) + \cos(2\pi ft) \sin(2\pi f\delta t)) \hat{S}_I(f) df \\ &= -\frac{2}{2\pi} \sin(2\pi f_0 t) \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\cos(2\pi(f_0 + f)t) \cos(2\pi(f_0 + f)\delta t) - \sin(2\pi(f_0 + f)t) \sin(2\pi(f_0 + f)\delta t)) \widehat{S}_R(f) df \\ &\quad + \frac{2}{2\pi} \sin(2\pi f_0 t) \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\sin(2\pi(f_0 + f)t) \cos(2\pi(f_0 + f)\delta t) + \cos(2\pi(f_0 + f)t) \sin(2\pi(f_0 + f)\delta t)) \widehat{S}_I(f) df \end{aligned}$$

Après filtrage passe bas, on obtient :

$$\begin{aligned} s_{0,\sin}(t + \delta t) &= \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\sin(2\pi ft) \cos(2\pi(f_0 + f)\delta t) + \cos(2\pi ft) \sin(2\pi(f_0 + f)\delta t)) \widehat{S}_R(f) df \\ &\quad + \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\cos(2\pi ft) \cos(2\pi(f_0 + f)\delta t) - \sin(2\pi ft) \sin(2\pi(f_0 + f)\delta t)) \widehat{S}_I(f) df \end{aligned}$$

c'est à dire :

$$s_{0,\sin}(t + \delta t) = \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} \sin(2\pi ft + 2\pi(f_0 + f)\delta t) \widehat{S}_R(f) df + \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} \cos(2\pi ft + 2\pi(f_0 + f)\delta t) \widehat{S}_I(f) df$$

G.3 Expression sous forme d'exponentielle complexe

L'opération consistant en une multiplication par la fonction cos et la fonction sin de la variable $2\pi f_0$ conduit à deux grandeurs que l'on exprime sous forme de grandeur complexe, la partie réelle étant le résultat de la multiplication par la fonction cos et la partie imaginaire étant le résultat de la multiplication par la fonction sin :

$$z(t) = s_{0,\cos}(t) + js_{0,\sin}(t)$$

G.3.1 Signal $s(t)$

Pour le signal $s(t)$, on obtient ainsi un nombre complexe qui s'exprime comme :

$$\begin{aligned} z(t) &= s_{0,\cos}(t) + js_{0,\sin}(t) \\ &= \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} \left(\cos(2\pi ft) \widehat{S}_R(f) - \sin(2\pi ft) \widehat{S}_I(f) \right) df + j \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} \left(\sin(2\pi ft) \widehat{S}_R(f) + \cos(2\pi ft) \widehat{S}_I(f) \right) df \\ &= \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\cos(2\pi ft) + j \sin(2\pi ft)) \widehat{S}_R(f) df + \frac{2}{2\pi} j \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\cos(2\pi ft) + j \sin(2\pi ft)) \widehat{S}_I(f) df \\ &= \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} e^{2j\pi ft} \widehat{S}_R(f) df + \frac{2}{2\pi} j \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} e^{2j\pi ft} \widehat{S}_I(f) df \end{aligned}$$

G.3.2 Signal $s(t + \delta t)$

Pour le signal $s(t + \delta t)$, on obtient ainsi un nombre complexe qui s'exprime comme :

$$\begin{aligned} z'(t) &= s_{0,\cos}(t + \delta t) + js_{0,\sin}(t + \delta t) \\ &= \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} \cos(2\pi ft + 2\pi(f_0 + f)\delta t) \widehat{S}_R(f) df - \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} \sin(2\pi ft + 2\pi(f_0 + f)\delta t) \widehat{S}_I(f) df \\ &\quad + j \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} \sin(2\pi ft + 2\pi(f_0 + f)\delta t) \widehat{S}_R(f) df + \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} \cos(2\pi ft + 2\pi(f_0 + f)\delta t) \widehat{S}_I(f) df \\ &= \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\cos(2\pi ft + 2\pi(f_0 + f)\delta t) + j \sin(2\pi ft + 2\pi(f_0 + f)\delta t)) \widehat{S}_R(f) df \\ &\quad + \frac{2}{2\pi} j \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} (\cos(2\pi ft + 2\pi(f_0 + f)\delta t) + j \sin(2\pi ft + 2\pi(f_0 + f)\delta t)) \widehat{S}_I(f) df \\ &= \frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} e^{2j\pi(f t + (f_0 + f)\delta t)} \widehat{S}_R(f) df + \frac{2}{2\pi} j \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} e^{2j\pi(f t + (f_0 + f)\delta t)} \widehat{S}_I(f) df \\ &= e^{2j\pi f_0 \delta t} \left(\frac{2}{2\pi} \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} e^{2j\pi(f(t + \delta t))} \widehat{S}_R(f) df + \frac{2}{2\pi} j \int_{-\frac{BW}{2}}^{\frac{BW}{2}} e^{2j\pi(f(t + \delta t))} \widehat{S}_I(f) df \right) \\ &= e^{2j\pi f_0 \delta t} z(t + \delta t) \end{aligned} \tag{G.7}$$

G.3.3 Produit hermitien sur signaux en bande de base

Si on effectue le produit hermitien entre $z'(t)$ et $z(t + \delta t)$, on obtient :

$$z'(t)z^*(t + \delta t) = e^{2j\pi f_0 \delta t} |z(t + \delta t)|^2$$

On voit que le terme de phase correspond à un déphasage lié au retard et à la porteuse du signal (fréquence f_0).

Annexe H

Echantillonnage et espace de Fourier d'une image RSO (mode StripMap)

La nature d'une image est d'avoir un échantillonnage régulier. Or, en traitement du signal, nous savons qu'il existe un lien très fort entre l'espace d'acquisition et son dual (l'espace des fréquences) puisque :

- Tout échantillonnage dans un espace se traduit par une limitation spatiale dans le second espace ;
- Toute limitation spatiale dans un espace se traduit par un conditionnement de l'échantillonnage dans le second espace.

Soit donc une image radar échantillonnée selon deux vecteurs \vec{a} et \vec{b} : ce choix de vecteurs est défini

- pour \vec{a} par la direction de la fauchée. La direction de l'image correspond au signal temporel reçu par le radar, ce signal temporel étant échantillonné par le CAN, le pas temporel étant défini par la fréquence d'échantillonnage du CAN.
- pour \vec{b} par la trajectoire du satellite. Globalement, le principe du *stop-and-shoot* définit un pas d'échantillonnage, la fréquence d'acquisition étant dictée par la FRI.

Il n'y a a priori aucune raison à ce que ces deux vecteurs soient orthogonaux et de norme égale. On peut néanmoins faire l'hypothèse que cet échantillonnage est régulier¹, ce qui conduit aux conséquences suivantes :

- Selon le théorème de Shannon, les bandes passantes sont alors dans un intervalle de largeur $\frac{1}{|\vec{a}|}$ et $\frac{1}{|\vec{b}|}$.
- Le pavage de l'espace des fréquences a une géométrie spécifique, que l'on peut analyser sous différents angles (le groupe des paveurs en géométrie, le réseau réciproque en cristallographie, . . .).
- Le pas fréquentiel dépend de l'extension de l'image. Plus le nombre de pixels est grand, plus la finesse spectrale est grande. Cependant, cet aspect doit largement être nuancé en imagerie RSO puisque d'une part, en géométrie sol, la fréquence spatiale sur l'axe distance dépend de l'incidence locale et que celle-ci varie le long de la fauchée, et que d'autre part certains modes d'acquisition (comme le SpotLight (voir le paragraphe 6.3.1) modifient la direction de visée vis à vis de la trajectoire, donc le principe d'échantillonnage au cours de l'acquisition des données.

Puisque, en traitement d'image, on oublie trop souvent les modalités d'acquisition et que l'on peut presque toujours supposer le maillage carré (les images sont isotropes), l'étude des spécificités du domaine de Fourier est occulté. Aussi, avant d'étudier les maillages RSO (maille quelconque), nous allons voir les spécificités du capteur SPOT, dont la maille peut être carrée (ou presque) dans le cas des SPOT 1 à 4 ou quinconce (SPOT 5).

1. Dans le cas des images radar, ce n'est pas exactement le cas puisque la projection au sol dépend de l'angle d'incidence local, qui dépend de la localisation sur la fauchée. L'approximation est cependant correcte pour mener tous les raisonnements de cette annexe.

H.1 Représentation de l'espace de Fourier d'une image de maillage carré ou quinconce (exemple des images optiques SPOT)

H.1.1 SPOT-1 à SPOT-4 : maillage carré

L'acquisition *pushbroom* des systèmes SPOT-1 à SPOT-4 (voir paragraphe 2.2.4) permet la construction d'images dont l'échantillonnage est régulier selon un maillage carré² : la position des pixels est donc donnée grâce aux vecteurs \vec{a} et \vec{b} qui vérifient :

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \\ |\vec{a}| = \Delta r \\ |\vec{b}| = \Delta r \end{cases}$$

L'espace "image" est donc défini grâce à ce maillage. Il est donc caractérisé par un pavage régulier et il est usuel de choisir comme élément de pavage le maillage carré : ce carré est centré sur les mailles et son côté est Δr .

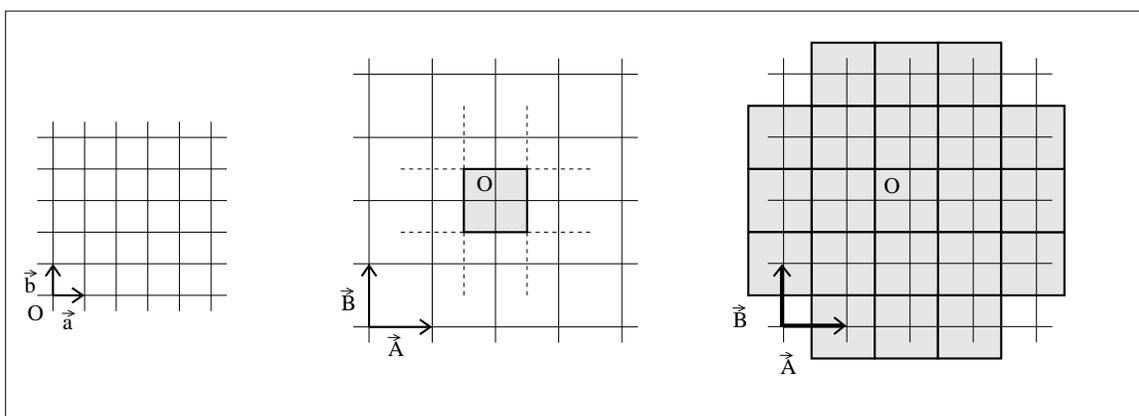


FIGURE H.1 – Construction de la cellule de Brillouin dans le cas d'un réseau carré (exemple d'une image optique SPOT). Dans ce cas particulier, les axes initiaux OX et OY sont orthogonaux. On a alors le cas particulier de \vec{A} colinéaire à \vec{a} et de \vec{B} colinéaire à \vec{b} : c'est évident si l'on sait que, pour un réseau direct dont les vecteurs font un angle α entre eux, les vecteurs du réseau réciproque forment un angle $180^\circ\alpha$ entre eux. Le motif de la cellule de Brillouin est aussi un carré : en traduisant ce motif, on obtient une couverture complète de l'espace de Fourier. Si cette construction semble triviale, nous verrons que si le maillage initial est quelconque, ce pavage présente alors quelques subtilités (voir figure H.10 par exemple).

La transformée de Fourier 2-D fait passer de l'espace "image" à l'espace "Fourier" : on montre que ce dernier espace est caractérisé par un réseau spécifique appelé **réseau réciproque**, défini par ses deux vecteurs \vec{A} et \vec{B} qui vérifient :

$$\begin{cases} \vec{A} \cdot \vec{a} = 1 \\ \vec{B} \cdot \vec{b} = 1 \\ \vec{A} \cdot \vec{b} = 0 \\ \vec{B} \cdot \vec{a} = 0 \end{cases} \quad (\text{H.1})$$

Dans le cas où le réseau initial est un réseau carré, le réseau réciproque sera carré et on aura :

$$\begin{cases} |\vec{A}| = \frac{1}{\Delta r} \\ |\vec{B}| = \frac{1}{\Delta r} \end{cases}$$

Pour un signal échantillonné monodimensionnel, le spectre est périodique (c'est la conséquence de l'échantillonnage) : en représentation centrée (choix d'une origine de l'espace de Fourier pour la fréquence nulle), il suffit d'en connaître sa représentation pour des fréquences réduites dans l'intervalle $]0.5; 0.5]$.

2. En réalité, le maillage n'est pas strictement carré mais rectangulaire : on peut néanmoins faire cette hypothèse.

En dimension 2, il faut alors caractériser le pavage du réseau réciproque. Pour cela, il est d'usage en cristallographie, de construire autour de l'origine la **maille de Wigner-Seitz** : on trace pour cela les médiatrices des segments reliant l'origine et ses plus proches voisins et on garde alors la partie connexe définie par ces segments et l'origine³. Puisque l'on se trouve dans le réseau réciproque, cette maille porte un nom spécifique : celui de (première) cellule de Brillouin. Cette cellule joue un rôle essentiel en traitement d'images puisqu'elle correspond au spectre discret obtenu par Transformée de Fourier Discrète.

Connaissant la cellule de Brillouin, l'espace dual peut alors être pavé en totalité, sans recouvrement et sans trou, par translation de cette cellule selon un vecteur $m\vec{A} + n\vec{B}$ avec $(m, n) \in \mathbb{N}^2$, \vec{A} et \vec{B} étant les vecteurs définissant l'espace réciproque.

Pour un réseau carré, la cellule de Brillouin est un carré (figure H.1 droite). L'interprétation de la cellule de Brillouin consiste à dire que, puisque le spectre d'un signal échantillonné est périodique, cette périodicité impose alors un maillage spécifique dans le plan de Fourier. Autour de l'origine, le motif spectral doit avoir une forme telle que l'on puisse paver l'espace de Fourier. Pour garantir que ce pavage ne se recouvre pas d'un point du maillage à l'autre tout en restant le plus "compact" autour du centre, il faut définir une surface élémentaire qui puisse recouvrir tout l'espace par translation quelconque obtenue à partir des vecteurs définissant le réseau. La cellule de Brillouin (ou le Voronoï) est justement un bon candidat à ce pavage⁴. Autrement dit, on définit une zone de l'espace de Fourier dans laquelle le spectre doit être contenu. Notons que la surface de la cellule de Brillouin donne une information sur la quantité d'information que peut contenir une image.

Dans le cas d'un maillage carré, la cellule de Brillouin est aussi un carré et on peut se demander si cette représentation n'est pas trop compliquée : intuitivement, on sait considérer le spectre d'une image dans un espace 2-D que l'on choisit orthonormé par de simples considérations de symétrie. C'est lorsque l'on ne pourra plus faire l'hypothèse du maillage carré que cette construction de la cellule de Brillouin sera nécessaire.

H.1.2 Maillage carré et règle de Shannon

L'échantillonnage d'une image doit vérifier le théorème de Shannon tant selon l'axe distance que selon l'axe azimut. Ceci impose en première interprétation (puisque les données sont complexes) :

$$\begin{aligned}\Delta x &\leq \delta x \\ \Delta y &\leq \delta y\end{aligned}$$

Ceci a pour conséquences :

$$\begin{aligned}\frac{1}{\Delta x} &\geq \frac{1}{\delta x} \\ \frac{1}{\Delta y} &\geq \frac{1}{\delta y}\end{aligned}$$

et le spectre utile se trouve à l'intérieur de la cellule de Brillouin.

La figure H.2 donne une illustration de la cellule de Brillouin. Le fait d'avoir échantillonné l'image se traduit par une périodisation du spectre, ce que l'on observe sur la figure H.2 droite.

En réalité, le critère de Shannon impose que la bande passante du signal soit plus petite que la fréquence d'échantillonnage pour que l'intégrité de l'image soit respectée. La figure H.3 traite cette hypothèse dans le cas où le spectre n'est pas centré dans la cellule de Brillouin : le pavage résultant (H.3 droite) est tout à fait similaire à celui de la figure H.2 droite et l'intégrité de l'image est respectée.

H.1.3 SPOT 5 : maillage quinconce

A partir d'une barette SPOT améliorée (l'espacement interpixel est alors de 5m), le CNES a développé le concept du **supermode** en utilisant deux barettes décalées d'un demi pixel : c'est le principe de SPOT-5.⁵

3. Cette construction est celle des diagrammes de Voronoï ; il faut noter que Voronoï a introduit cette construction en 1908 alors que Wigner et Seitz ont proposé leur maille en 1934 en physique du solide. Il serait intéressant de montrer qu'à l'époque ces deux communautés scientifiques n'échangeaient malheureusement que très peu d'information.

4. mais ce n'est pas le seul : cependant cette cellule de Brillouin, par construction, a une forme bien limitée autour du centre.

5. Notons que pour peaufiner certains concepts essentiels de SPOT-5, le CNES a, à la fin des années 90, changé l'orientation du satellite SPOT-1 vis à vis de sa trajectoire de sorte que la direction de la barette pushbroom (qui dicte la direction

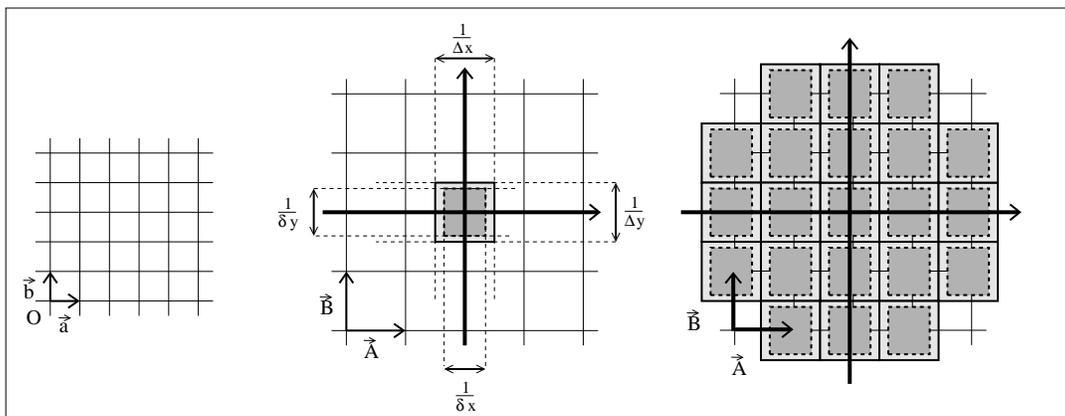


FIGURE H.2 – Construction de la cellule de Brillouin dans le cas d'un réseau carré .

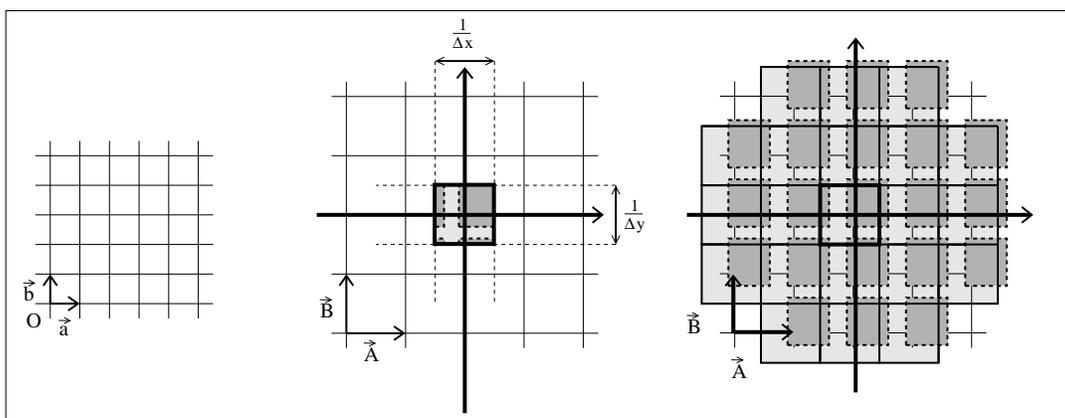


FIGURE H.3 – Construction de la cellule de Brillouin dans le cas d'un réseau carré. Le spectre de l'image n'est pas centré dans la cellule de Brillouin. Néanmoins, le résultat du pavage de l'espace de Fourier (qui résulte de l'échantillonnage) donne un pavage tout à fait comparable à celui de la figure H.2.

Le réseau lié à l'image est alors défini par les vecteurs \vec{a} et \vec{b} qui vérifient :

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} &= \Delta r^2 \frac{1}{2} \\ |\vec{a}| &= \Delta r \\ |\vec{b}| &= \Delta r \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Autrement dit, \vec{a} et \vec{b} forment un angle de 45° entre eux. On parle alors de réseau quinconce

On peut se demander pourquoi au final la maille de Brillouin a une forme carrée : ce résultat très simple laisse penser que l'on a dû mal considérer la situation initiale. Effectivement, un carré est un losange dont les angles sont de 90° , et si on tourne les figures de 45° ⁶, on retrouve un maillage carré dans le plan image⁷.

La surface de la maille de Brillouin du réseau quinconce est double de la surface de la maille de Brillouin du réseau carré initial, ce qui laisse entendre que l'on a gagné globalement un facteur 2 en résolution. Plus précisément, on peut noter que dans les directions obliques, ce réseau ne permet aucun gain. Or, pour des raisons de psychovision, il ne sert à rien de privilégier ces directions obliques : d'ailleurs certaines méthodes de compression (en ondelettes, WSQ, ...) s'empresent d'ignorer ces valeurs à 45° , ce

de l'axe OX) fasse un angle $\Psi = 45^\circ$ par rapport à la trajectoire. On retrouve alors une configuration proche de celle de SPOT-5.

6. Tournez la figure H.4 de cette même valeur de 45° et observez que les points noirs apparaissent disposés comme des carrés.

7. Sur cet exemple, on voit bien que le choix des vecteurs représentant un maillage donné n'est pas unique. En revanche, la maille de Brillouin est unique et ne dépend pas de la représentation dans le réseau direct.

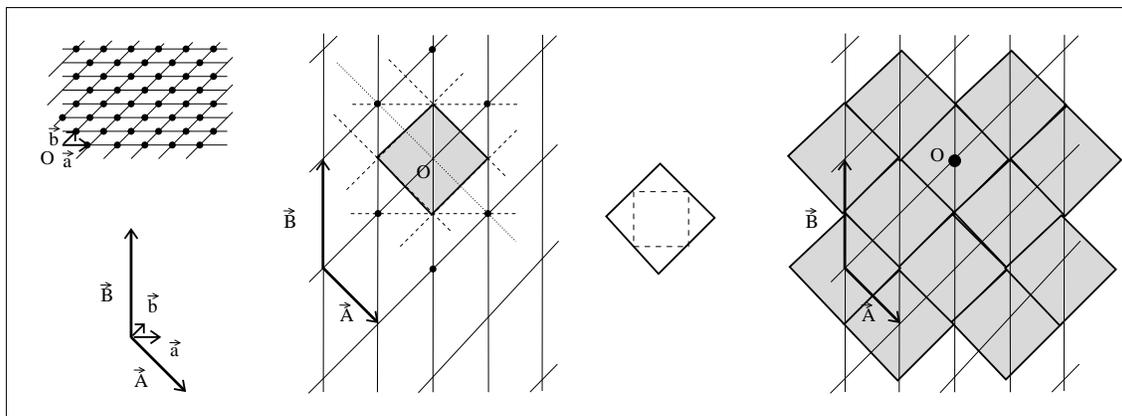


FIGURE H.4 – Construction de la cellule de Brillouin dans le cas d’un réseau quinconce (cas des images SPOT-5), avec \vec{a} et \vec{b} formant entre eux un angle de 45° . Les vecteurs définissant le réseau réciproque sont essentiellement caractérisé par $\vec{A} \cdot \vec{b} = 0$ et $\vec{B} \cdot \vec{a} = 0$ (à gauche sur la figure) : c’est la raison pour laquelle ils forment entre eux un angle de $135^\circ (180^\circ - 45^\circ)$. Au centre, on superpose la maille de Brillouin du premier réseau et la maille de Brillouin du réseau “supermode” : on constate que la surface de la maille de Brillouin du réseau “supermode” est double de celle de la maille de Brillouin du réseau initial : il y a donc potentiellement deux fois plus d’information qui peuvent être acquises par ce mode. À droite, le résultat du pavage de l’espace de Fourier par la maille de Brillouin, le point O étant l’origine des fréquences (et la maille autour de cette origine étant la “première” maille de Brillouin).

qui permet de gagner sans coup férir un facteur 2 en compression sans pénalisation visuelle. Le supermode est donc une manière élégante de gagner un facteur 2 en résolution horizontale et verticale sans changer fondamentalement la structure du récepteur CCD et en augmentant seulement d’un facteur 2 la quantité d’information à faire transiter du satellite au sol.

H.2 Géométrie d’une scène RSO : maillages rectangulaire et oblique

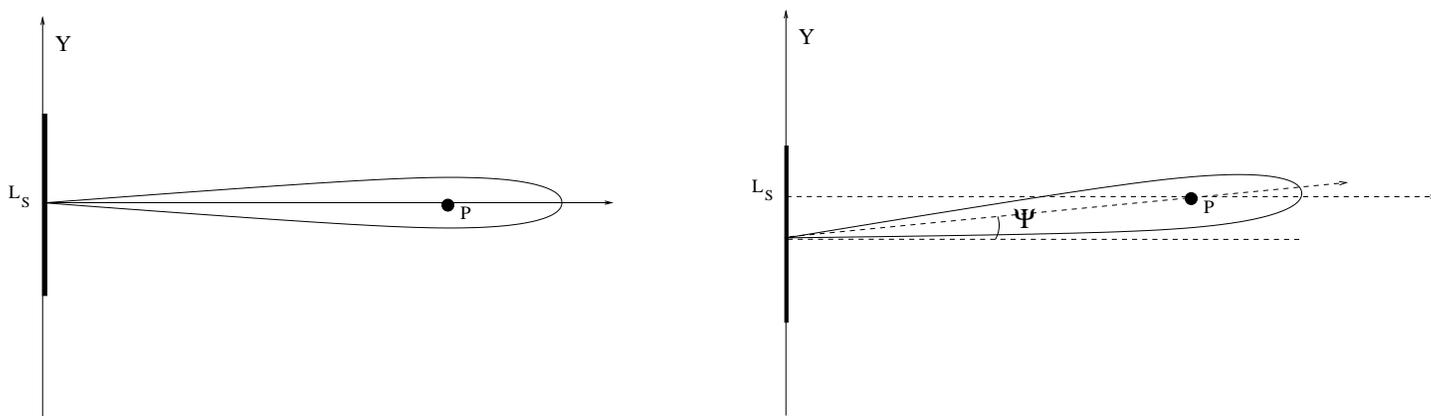


FIGURE H.5 – Antenne synthétique de dimension physique L_S . À droite : le point P est sur l’axe du lobe principal et la zone est acquise sans dépointage (acquisition “à Doppler nul”). À gauche : l’antenne est dépointée d’un angle Ψ . Le point P est sur l’axe du lobe principal d’antenne et la zone est acquise “à Doppler non nul”.

H.2.1 Visée perpendiculaire à la trajectoire du satellite : maillage rectangulaire

Considérons le cas où l'antenne physique vise perpendiculairement à la trace du satellite : tout se passe comme si l'antenne synthétique visait perpendiculairement à la trace du satellite (figure H.5 gauche). La dimension de l'antenne synthétique est définie au centre de la scène (distance R_C) et garantit une résolution azimutale $L/2$ en ce point. On a (formule 1.16) :

$$L_S = \delta y_L = \frac{2\lambda_0 R}{L}$$

Cependant la fauchée définit une distance minimum $R_1 = R_0 - \delta R$ et maximum $R_2 = R_0 + \delta R$. Pour la distance minimum, l'antenne est légèrement trop grande, et, pour la distance maximum, l'antenne est légèrement trop petite. Le processus de synthèse peut tout à fait prendre en compte ces variations pour avoir une résolution constante sur l'axe distance. On peut donc supposer que la résolution est invariante le long de la fauchée : la dimension de l'antenne synthétique varie alors le long de la fauchée.

Le choix de l'échantillonnage est dicté par le théorème de Shannon : on doit avoir $\Delta r \leq \delta r$ et $\Delta y \leq \delta y$. En pratique, l'échantillonnage est lié à l'horloge du convertisseur NA pour la distance (Δr) et au pas d'acquisition pour l'azimut –la FRI– (Δy).

Le spectre que l'on obtiendra par transformée de Fourier d'une telle image sera séparable :

- la composante selon la dimension temporelle sera assimilable à l'axe Of_X du plan des fréquences,
- la composante selon la dimension antenne sera assimilable à l'axe Of_Y du plan des fréquences.

Si la visée de l'antenne est exactement perpendiculaire à la trajectoire du satellite, les deux axes liés à l'acquisition sont orthogonaux. Dans le plan de Fourier, on a aussi deux axes orthogonaux : les représentations image/spectre semblent avoir une géométrie identique. A la différence du cas optique, les valeurs de pas sont différentes : le maillage n'est plus carré, mais rectangulaire.

H.2.2 Antenne dépointée : maillage oblique

Supposons maintenant un dépointage de l'antenne physique constant tout au long de l'acquisition (figure H.5 droite). Tout se passe comme si l'antenne synthétique présentait un dépointage et la synthèse est alors effectué en prenant en compte ce dépointage (voir par exemple figure 4.22 page 107).

Tout comme précédemment, le spectre que l'on obtiendra par transformée de Fourier d'une telle image sera séparable, mais les axes fréquentiels ne seront plus orthogonaux. On parle alors de maillage oblique⁸.

H.3 Spectre d'une scène RSO : maillages rectangulaire et oblique

H.3.1 Cas de la maille rectangulaire

Le cas idéal de l'acquisition d'une image RSO est celui où l'axe distance est parfaitement orthogonal à l'axe azimut (acquisition "à Doppler nul", figure H.5 gauche) : si de plus l'échantillonnage est régulier selon ces deux axes, on a un réseau, défini par ses deux vecteurs \vec{a} et \vec{b} . Dans ce cas, on a :

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \\ |\vec{a}| = \Delta r \\ |\vec{b}| = \Delta y \end{cases}$$

On parle alors de réseau rectangulaire.

La transformée de Fourier 2-D fait passer de l'espace "image" à l'espace "Fourier" : celui ci est caractérisé par son réseau réciproque, défini par ses deux vecteurs \vec{A} et \vec{B} vérifiant (relation H.1) :

$$\begin{cases} \vec{A} \cdot \vec{a} = 1 \\ \vec{B} \cdot \vec{b} = 1 \\ \vec{A} \cdot \vec{b} = 0 \\ \vec{B} \cdot \vec{a} = 0 \end{cases}$$

8. C'est le cas le plus général quand on étudie des maillages.

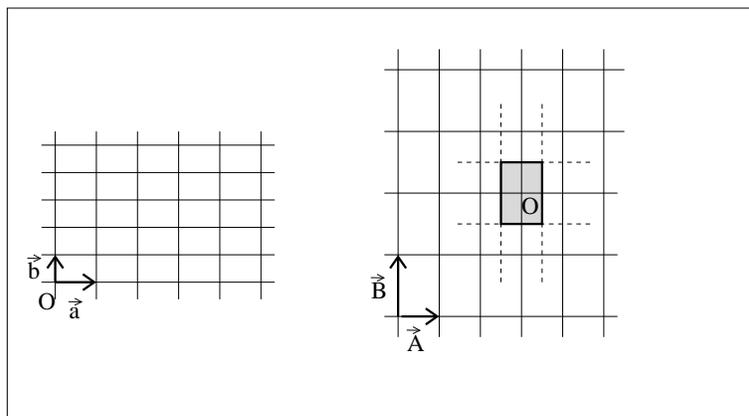


FIGURE H.6 – Construction de la cellule de Brillouin dans le cas d’un réseau rectangulaire tel que le pas d’échantillonnage en distance soit plus grand que le pas d’échantillonnage en azimut. Pour calculer la cellule de Brillouin, il faut prendre les 4 plus proches voisins : la cellule de Brillouin est un quadrilatère.

Puisque le réseau initial est un réseau rectangulaire, on vérifie aisément que le réseau réciproque est rectangulaire et on a :

$$\begin{cases} \vec{A} // \vec{a} \\ \vec{B} // \vec{b} \\ |\vec{A}| = \frac{1}{\Delta r} \\ |\vec{B}| = \frac{1}{\Delta y} \end{cases}$$

Après construction (selon le mécanisme identique à la construction d’un Voronoï, voir H.1.1), la cellule de Brillouin est un rectangle, comme l’illustre figure H.6. Sur cet exemple, on a $|\vec{B}| > |\vec{A}|$ puisque le pas d’échantillonnage selon l’azimut est plus petit que le pas d’échantillonnage en distance : on pourra donc faire passer des fréquences spatiales plus élevées selon l’axe azimut par rapport à l’axe distance.

H.3.2 Cas de la cellule oblique (mode dépointé) : allure du spectre

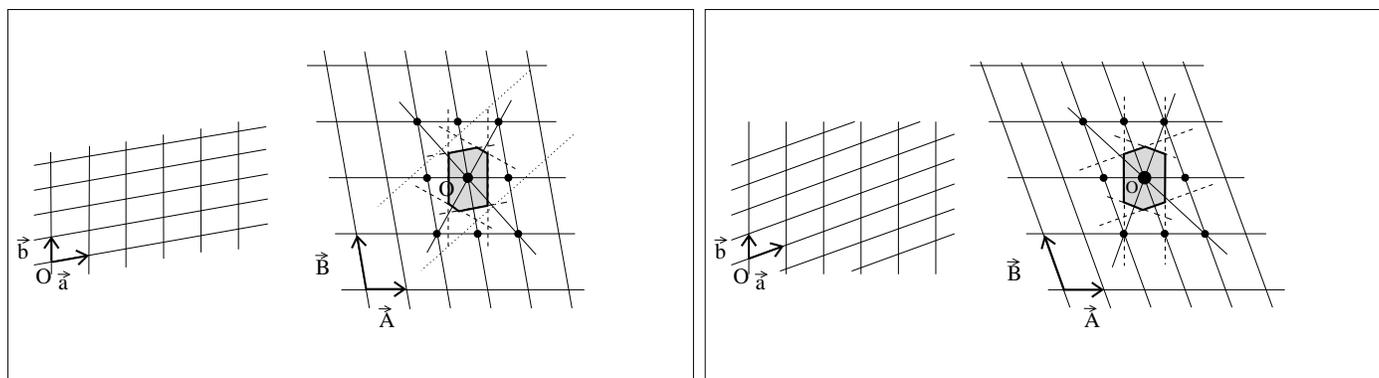


FIGURE H.7 – Réseau obtenu par dépointage du réseau rectangulaire de la figure H.6 (on effectue une rotation de 10° , puis de 20° du vecteur \vec{a}) : pour calculer la cellule de Brillouin, il faut prendre les 8 plus proches voisins, ce qui explique pourquoi la maille n’est plus un quadrilatère, mais un hexagone irrégulier (on peut noter que sur les 8 voisins les plus proches, seuls 6 jouent un rôle dans la construction de la cellule de Brillouin).

Si on est en mode dépointé avec un angle de dépointage Ψ non nul (acquisition “à Doppler non nul”, figure H.5 droite), le réseau est alors défini par les vecteurs \vec{a}' et \vec{b}' . Dans ce cas très général ($\vec{a}' \cdot \vec{b}' \neq 0$, $|\vec{b}'| \neq |\vec{a}'|$), on parle de **réseau oblique**⁹

9. En cristallographie 3-D, le cas le plus général est le réseau triclinique.

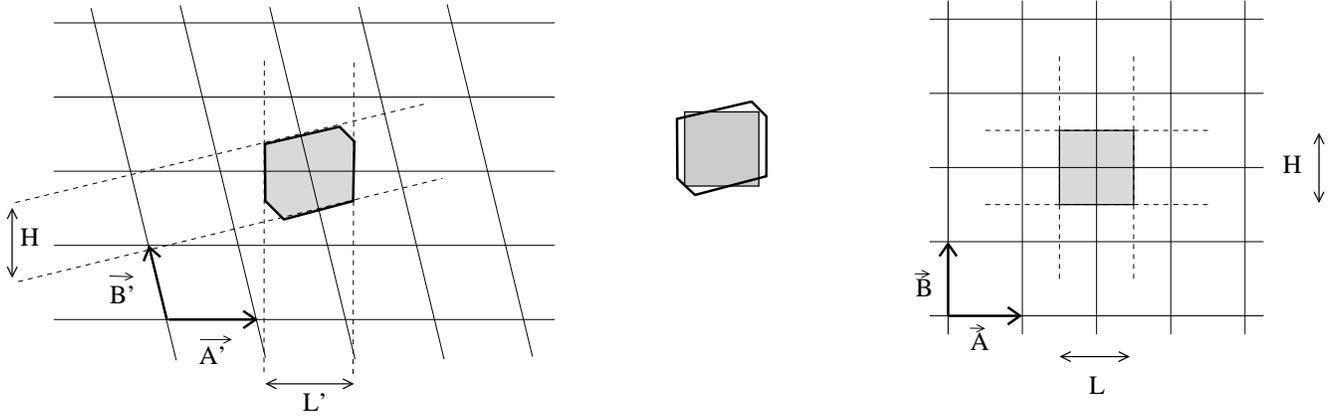


FIGURE H.8 – Comparaison des mailles de Brillouin dans le cas d’un réseau rectangulaire (à droite) pour une acquisition canonique dite “à Doppler nul” et dans le cas d’un réseau oblique (à gauche) dans le cas de l’acquisition dépointée. On observe un élargissement du spectre dans la direction distance (un peu comme dans le mode quinconce de SPOT-5).

Si on conserve les notations $|\vec{a}'| = \Delta r$ et $|\vec{b}'| = \Delta y$, on va avoir :

$$\vec{a}' \cdot \vec{b}' = \sin \Psi \neq 0$$

Le réseau réciproque est défini par \vec{A}' et \vec{B}' qui vérifient :

$$\begin{cases} \vec{A}' \cdot \vec{b}' = 0 & \Rightarrow \vec{A}' \cdot \vec{a}' = |\vec{A}'| |\vec{a}'| \cos \Psi = 1 \\ \vec{B}' \cdot \vec{a}' = 0 & \Rightarrow \vec{B}' \cdot \vec{b}' = |\vec{B}'| |\vec{b}'| \cos \Psi = 1 \end{cases}$$

ce qui permet de déduire :

$$\begin{aligned} |\vec{A}'| &= \frac{1}{\delta r \cos \Psi} \\ |\vec{B}'| &= \frac{1}{\delta y \cos \Psi} \end{aligned}$$

On peut remarquer que, puisque $\cos \Psi \leq 1$, la norme des vecteurs du réseau réciproque est donc plus grande que la norme des vecteurs du réseau réciproque correspondant au mode non dépointé. Cette observation ne suffit pas à comprendre quelles sont les fréquences spatiales privilégiées par le mode dépointé. Pour cela, il suffit de superposer à la même échelle les mailles de Brillouin en mode normal et en mode dépointé (figure H.8) : il semble évident que la surface de la maille de Brillouin est plus grande, ce qui revient à dire que la résolution a été améliorée. A ce stade, on peut effectuer des constatations identiques à celles sur le supermode SPOT-5 (et surtout sur les expérimentations SPOT-1 menées en fin de vie de ce capteur dans lesquelles le satellite avait été basculé de 45° pour simuler ce type d’échantillonnage) : à nombre de capteurs élémentaires égal, on diminue d’une part la fauchée ; en contrepartie on gagne en résolution.

Par définition, les cotés principaux de la maille de Brillouin, définis par \vec{a}' et \vec{b}' sont perpendiculaires aux droites joignant le centre de la maille de Brillouin et ses plus proches voisins. Ces droites ont donc comme vecteurs directeurs \vec{A} et \vec{B} . On a donc :

$$\begin{cases} \vec{A} \cdot \vec{a}' = 0 \\ \vec{B} \cdot \vec{b}' = 0 \end{cases} \quad (\text{H.2})$$

Or par définition du réseau réciproque, on a :

$$\begin{cases} \vec{A} \cdot \vec{b} = 0 \\ \vec{B} \cdot \vec{a} = 0 \end{cases} \quad (\text{H.3})$$

Dans ce cas précis de réseau bidimensionnel, on peut conclure sur le fait que la maille de Brillouin, donc le spectre, présente des directions principales alignées selon les directions du réseau “image”.

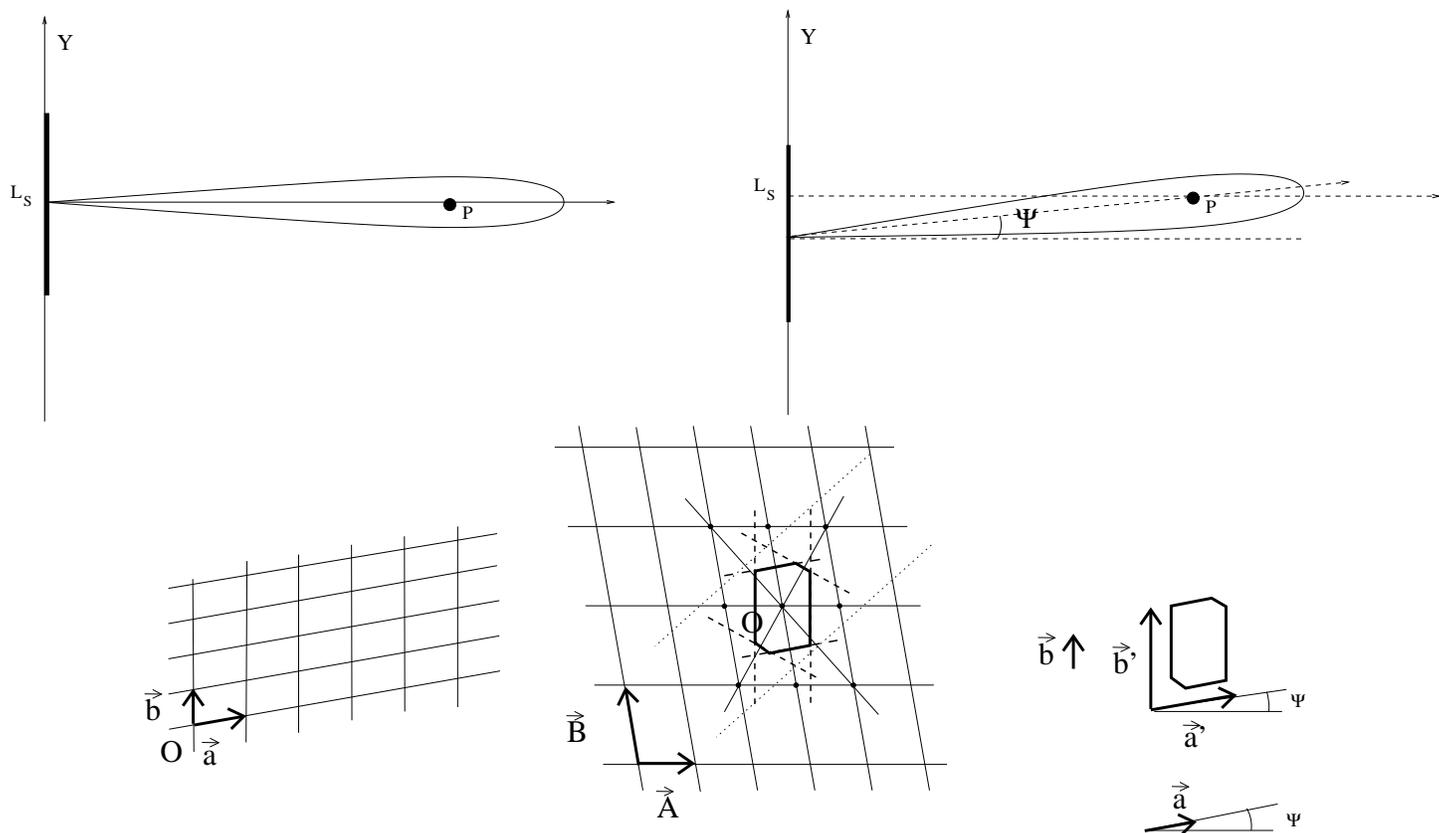


FIGURE H.9 – Orientation de la maille de Brillouin dans le cas d'un réseau oblique. On montre que les plus grands cotés de la maille de Brillouin sont parallèles aux vecteurs \vec{a} et \vec{b} définissant le réseau direct (du moins tant que $\Psi \leq 22.5^\circ$). Ce que confirme la théorie (relations H.2 et H.3). Les angles caractérisant le dépointage de l'antenne ainsi que l'orientation de la cellule de Brillouin sont donc bien les mêmes (Ψ). Le pavage de l'espace de Fourier par une telle cellule est illustré figure H.10 et s'effectue en utilisant les vecteurs \vec{A} et \vec{B} .

On en conclut donc que pour un dépointage pas trop élevé, le spectre perd sa forme rectangulaire (cas général) et acquiert une forme en biseau tout en restant parallèle à l'axe défini par la trajectoire (axe azimut). Cette forme en biseau traduit de manière exacte la géométrie d'acquisition (mode dépointé). Dans le plan de Fourier, l'angle formé par la direction duale de la distance avec la perpendiculaire à la direction duale de l'azimut est exactement la valeur de dépointage de l'antenne, c'est à dire l'angle Ψ (voir la figure H.10).

H.3.3 Cas de la cellule oblique (mode dépointé) : pavage de l'espace de Fourier

La cellule de Brillouin représente donc un élément du pavage de l'espace de Fourier : les données étant échantillonnées, le spectre est périodique. Il existe donc une paire de vecteurs \vec{A} et \vec{B} tels que l'on puisse paver tout l'espace de Fourier par simple translation de la cellule de Brillouin selon un vecteur $m\vec{A} + n\vec{B}$ avec $(m, n) \in \mathbb{N}^2$.

La figure H.10 illustre cette capacité de la cellule de Brillouin à paver la totalité de l'espace de Fourier. Il faut souligner que ce pavage n'apporte aucune information supplémentaire puisque, dans toutes les directions, il existe une fréquence maximale dictée par le théorème de Shannon. Le seul problème lié à l'extension du théorème de Shannon à la dimension 2 tient justement à ce que chaque direction autour de l'origine a sa valeur de fréquence maximale propre : dans une direction donnée, elle correspond au vecteur fréquence qui touche les bords de la cellule de Brillouin.

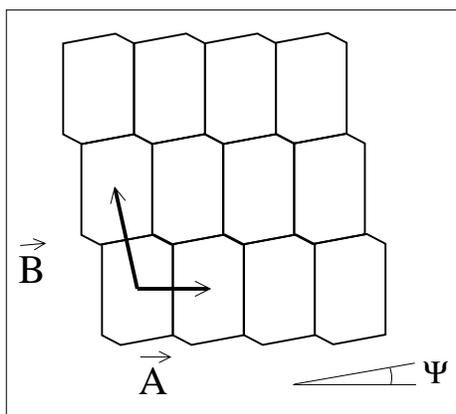


FIGURE H.10 – Pavage dans l'espace réciproque effectué avec l'hexagone non régulier correspondant à la maille de Brillouin de la figure H.9.

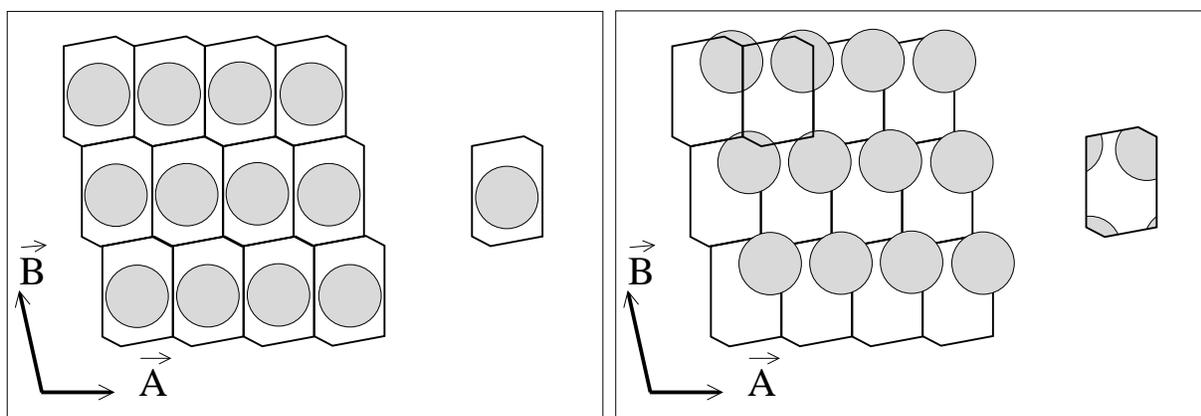


FIGURE H.11 – Pavage dans l'espace réciproque effectué avec l'hexagone non régulier correspondant à la maille de Brillouin de la figure H.9. Dans cet exemple, le spectre lié au système physique d'acquisition a une allure circulaire (cas d'école). A gauche : le spectre appartient bien à l'intérieur de la cellule de Brillouin. L'échantillonnage se traduit par une réplication de ce spectre selon le pavage obtenu à l'aide de la cellule de Brillouin. En ne considérant que la première cellule de Brillouin (centrée à l'origine des fréquences), on observe que le spectre est compact dans la cellule. A droite : le spectre chevauche plusieurs cellules de Brillouin. Même si l'échantillonnage ne fait que répliquer ce spectre selon le pavage obtenu à l'aide de la cellule de Brillouin, il subsiste un problème d'origine, comme l'illustre la première cellule de Brillouin centrée sur la fréquence nulle : le spectre lié au système physique d'acquisition a perdu son allure circulaire. Soulignons qu'il n'y a pas repliement stricto-sensu : l'information est simplement mal localisée, mais demeure intègre.

Annexe I

Statistiques des images INSAR

L'objectif de cette annexe est de compléter les notions d'interférométrie abordées au chapitre dédié au relief (chapitre 8) pour permettre une utilisation pratique des interférogrammes.

Pour avancer plus en profondeur sur les principes de l'interférométrie radar, il est maintenant nécessaire de poser le problème du chatoiement et de ses conséquences sur les statistiques des interférogrammes. Nous avons vu que l'acquisition de deux images RSO/SLC en configuration interférométrique nécessitait que les deux capteurs soient assez proches (c'est à dire une base orthogonale petite vis à vis de la base critique, voir figure 8.27 pour les satellites ERS et TSX) et aient à peu près la même valeur de dépointage (*squint*). Ces deux notions se concrétisent dans la notion de cohérence théorique D définie par la relation 8.20 :

$$D = \frac{\Psi_{critique} - \Psi}{\Psi_{critique}} \frac{B_{critique} - B_{ortho}}{B_{critique}}$$

Nous avons vu aussi que l'on avait un estimateur de la cohérence $d(i, j)$, appelée cohérence empirique, que l'on peut obtenir l'interférogramme multivues qui s'exprime pour tout pixel (i, j) par la relation 8.28) :

$$\frac{\sum_{(i', j') \in \mathcal{V}(i, j)} I_m(i', j') I_s^*(i', j')}{\sqrt{\sum_{(i', j') \in \mathcal{V}(i, j)} I_m(i', j') I_m^*(i', j')}} \frac{1}{\sqrt{\sum_{(i', j') \in \mathcal{V}(i, j)} I_s(i', j') I_s^*(i', j')}}} = d(i, j) e^{j\varphi(i, j)}$$

I.1 Les lois des interférogrammes

I.1.1 Rappel : les lois du chatoiement pleinement développé

On sait que, dans le cadre de l'imagerie RSO, fondée sur les principes de l'imagerie cohérente, une image complexe "SLC" d'une région homogène suit le modèle circulaire gaussien. Cela signifie que partie réelle (i pour "in-phase") et partie imaginaire (q pour "quadrature") sont totalement décorréliées et suivent le même processus gaussien circulaire centré (voir le chapitre 7, paragraphe 7.3.2) :

$$P(A_i) = \frac{1}{\sqrt{\pi R}} e^{-\frac{A_i^2}{R}}$$
$$P(A_q) = \frac{1}{\sqrt{\pi R}} e^{-\frac{A_q^2}{R}}$$

I.1.2 Interférogrammes monovue

Considérons maintenant le modèle gaussien circulaire appliqué à 2 mesures ($N=2$). Les deux composantes z_1 et z_2 du vecteur complexe \mathbf{Z} correspondent aux deux images du couple interférométrique. La distribution de \mathbf{Z} s'écrit :

$$p_z(\mathbf{Z}) = \frac{1}{\pi^2 \det(\mathbf{C}_z)} \exp(-\mathbf{z}^* \mathbf{C}_z^{-1} \mathbf{z}) \quad (\text{I.1})$$

\mathbf{C}_z est la matrice de covariance de \mathbf{Z} : on l'appelle aussi matrice de cohérence. Elle s'écrit :

$$\mathbf{C}_z = \begin{pmatrix} E[|z_1|^2] & E[z_1 z_2^*] \\ E[z_1^* z_2] & E[|z_2|^2] \end{pmatrix}$$

ρ_{12} , le coefficient de corrélation complexe (ou degré de cohérence), s'écrit :

$$\rho_{12} = \frac{E[z_1 z_2^*]}{\sqrt{E[|z_1|^2] E[|z_2|^2]}} = D e^{j\beta}$$

D est simplement la cohérence et β le déphasage effectif entre les composantes de \mathbf{Z} . En définissant les réflectivités R_1 et R_2

$$R_1 = E[|z_1|^2] \quad R_2 = E[|z_2|^2]$$

\mathbf{C}_z peut alors s'écrire

$$\mathbf{C}_z = \begin{pmatrix} R_1 & \sqrt{R_1 R_2} D e^{j\beta} \\ \sqrt{R_1 R_2} D e^{-j\beta} & R_2 \end{pmatrix}$$

Pour $D \neq 1$, \mathbf{C}_z^{-1} s'écrit :

$$\mathbf{C}_z^{-1} = \frac{1}{R_1 R_2 (1 - D^2)} \begin{pmatrix} R_1 & -\sqrt{R_1 R_2} D e^{j\beta} \\ -\sqrt{R_1 R_2} D e^{-j\beta} & R_2 \end{pmatrix}$$

Soit un couple de données z_1 et z_2 . La relation I.1 s'écrit alors :

$$p(z_1, z_2 | R_1, R_2, D, \beta) = \frac{1}{\pi^2 R_1 R_2 (1 - D^2)} \exp \left(-\frac{1}{1 - D^2} \left(\frac{z_1 z_1^*}{R_1} + \frac{z_2 z_2^*}{R_2} - \frac{D (z_1 z_2^* e^{j\beta} + z_1^* z_2 e^{-j\beta})}{\sqrt{R_1 R_2}} \right) \right)$$

Si, au lieu de prendre en compte les valeurs z_1 et z_2 , on considère la distribution conjointe des éléments de Σ_z , matrice de covariance empirique :

$$\Sigma_z = \mathbf{Z}^t \mathbf{Z}^* = \begin{pmatrix} I_1 & I_{12} e^{j\varphi} \\ I_{12} e^{-j\varphi} & I_2 \end{pmatrix}.$$

on peut alors exprimer la distribution conjointe des éléments de Σ_z en fonction des réflectivités R_1 et R_2 , et du degré de cohérence $D e^{j\beta}$ sous la forme

$$p(I_1, I_2, I_{12}, \varphi | R_1, R_2, D, \beta) = \frac{1}{\pi^2 R_1 R_2 (1 - D^2)} \exp \left(-\frac{1}{1 - D^2} \left(\frac{I_1}{R_1} + \frac{I_2}{R_2} - \frac{2 D I_{12} \cos(\varphi - \beta)}{\sqrt{R_1 R_2}} \right) \right) \quad (\text{I.2})$$

De cette expression, on déduit les distributions du terme anti diagonal de la matrice de covariance empirique, $I_{12} e^{j\varphi}$, terme que l'on appellera **interférogramme complexe**, en ne faisant apparaître que les paramètres dont elles dépendent :

— distribution polaire de l'interférogramme complexe en intégrant $p(I_1, I_2, I_{12}, \varphi | R_1, R_2, D, \beta)$ (relation I.2) selon les valeurs I_1 et I_2 :

$$p(I_{12}, \varphi | R_1, R_2, D, \beta) = \frac{2 I_{12}}{\pi R_1 R_2 (1 - D^2)} \exp \left(\frac{2 I_{12} D \cos(\varphi - \beta)}{\sqrt{R_1 R_2} (1 - D^2)} \right) K_0 \left(\frac{2 I_{12}}{\sqrt{R_1 R_2} (1 - D^2)} \right) \quad (\text{I.3})$$

avec K_0 fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce. La loi est représentée figure I.1.

— distribution de l'interférogramme (différence de phase de l'interférogramme complexe) en intégrant $p(I_{12}, \varphi | R_1, R_2, D, \beta)$ (relation I.3) selon les valeurs I_{12} :

$$\begin{aligned} p(\varphi | D, \beta) &= \frac{1 - D^2}{2\pi} \left({}_2F_1 \left(1, 1; \frac{1}{2}; D^2 \cos^2(\varphi - \beta) \right) + \frac{\pi}{2} D \cos(\varphi - \beta) {}_1F_0 \left(\frac{3}{2}; -; D^2 \cos^2(\varphi - \beta) \right) \right) \\ &= \frac{1 - D^2}{2\pi} \frac{1}{1 - D^2 \cos^2(\varphi - \beta)} \left(1 + \frac{D \cos(\varphi - \beta) \cos^{-1}(-D \cos(\varphi - \beta))}{\sqrt{1 - D^2 \cos^2(\varphi - \beta)}} \right) \end{aligned} \quad (\text{I.4})$$

La loi est représentée figure I.2 (gauche).

— distribution de la magnitude de l'interférogramme complexe en intégrant $p(I_{12}, \varphi | R_1, R_2, D, \beta)$ (relation I.3) selon les valeurs φ :

$$p(I_{12} | R_1, R_2, D, \beta) = \frac{4I_{12}}{R_1 R_2 (1 - D^2)} I_0 \left(\frac{2I_{12} D}{\sqrt{R_1 R_2} (1 - D^2)} \right) K_0 \left(\frac{2I_{12}}{\sqrt{R_1 R_2} (1 - D^2)} \right) \quad (\text{I.5})$$

avec I_0 fonction de Bessel modifiée de première espèce et K_0 , fonction de Bessel modifiée de troisième espèce¹. La loi est représentée figure I.2 (droite).

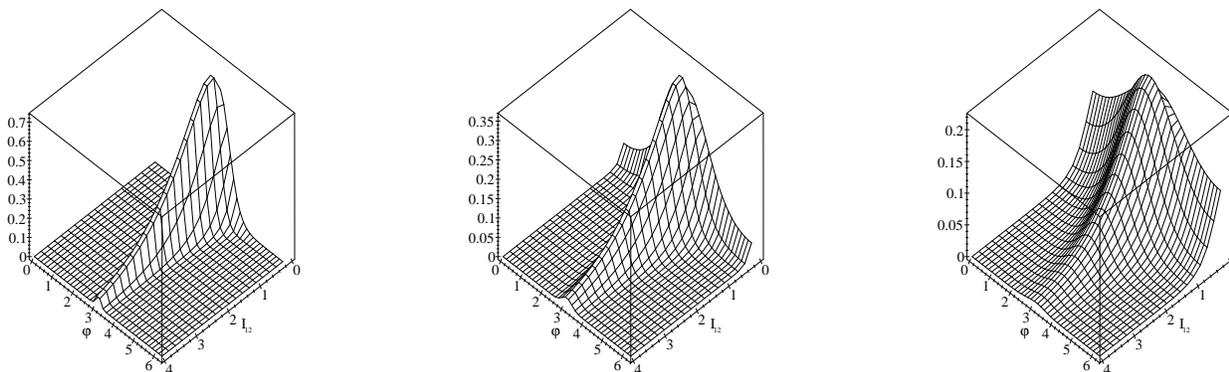


FIGURE I.1 – Distribution polaire de l'interférogramme complexe (équation I.3) pour $D = 0.95$ (à gauche), $D = 0.80$ (au milieu) et $D = 0.50$ (à droite). φ varie entre 0 et 2π , $R_1 = R_2 = 1$. L'interférogramme n'est localisé autour de $\varphi = \beta = \pi$ que pour de fortes valeurs de la cohérence.

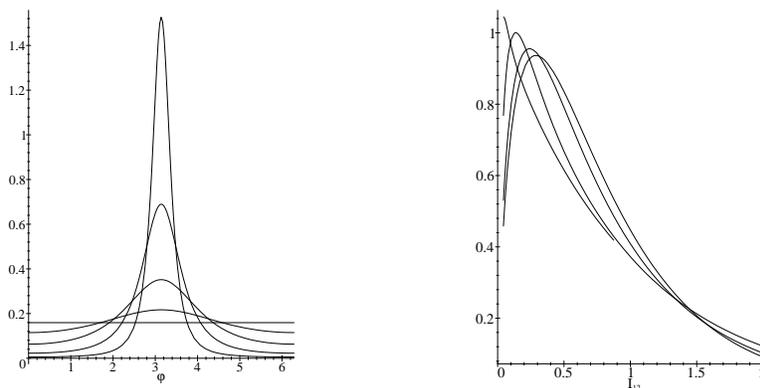


FIGURE I.2 – Distribution de la différence de phase (à gauche, voir la relation I.4) et de la magnitude (à droite, voir la relation I.5) de l'interférogramme complexe pour $D = 0., 0.2, 0.5, 0.8$ et 0.95 . On peut noter que pour $D = 0$, *i.e.* en absence totale de cohérence, la phase est équidistribuée sur $[0; 2\pi]$. On a $\beta = \pi$.

I.1.3 Interférogrammes multivues

Les données multidimensionnelles complexes (N données) de type multivue (L vues) vérifient la distribution de Wishart.

¹. voir l'annexe dédiée aux fonctions spéciales du rapport [10] et à la discussion concernant les diverses appellations de la fonction K_n .

Etant donnés L échantillons \mathbf{Z}_k , on peut construire Σ_z , matrice de covariance empirique :

$$\Sigma_z = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \mathbf{Z}_k {}^t \mathbf{Z}_k^* = \begin{pmatrix} I_1 & I_{12} e^{j\varphi} \\ I_{12} e^{-j\varphi} & I_2 \end{pmatrix}.$$

Si ces échantillons sont indépendants, et étant donnée la matrice de covariance C_z de dimension $N \times N$, Σ_z est distribuée selon la loi de Wishart complexe :

$$p(\Sigma_z | C_z) = \frac{L^{LN} |\Sigma_z|^{L-N} e^{-L \text{Tr}(C_z^{-1} \Sigma_z)}}{\pi^{\frac{N(N-1)}{2}} \Gamma(L) \Gamma(L-1) \dots \Gamma(L-N+1) |C_z|^L}$$

L'application de ce formalisme aux lois de l'interférométrie se fait alors avec $N = 2$ (les deux canaux interférométriques). La distribution conjointe des éléments de Σ_z s'exprime alors en fonction des réflectivités R_1 et R_2 , du degré de cohérence entre canaux $D e^{j\beta}$ entre les deux canaux et du nombre de vues L sous la forme

$$p(I_1, I_2, I_{12}, \varphi | R_1, R_2, D, \beta, L) = \frac{L^{2L} (I_1 I_2 - I_{12}^2)^{L-2}}{\pi (1 - D^2)^L R_1^L R_2^L \Gamma(L) \Gamma(L-1)} \exp\left(-\frac{L}{1 - D^2} \left(\frac{I_1}{R_1} + \frac{I_2}{R_2} - \frac{2D I_{12} \cos(\varphi - \beta)}{\sqrt{R_1 R_2}}\right)\right) \quad (\text{I.6})$$

Il est intéressant de remarquer que cette dernière relation n'est valide que pour $L \geq 2$, ce qui interdit de retrouver l'expression monovue I.2 en faisant tendre L vers la valeur 1 dans l'expression I.6.

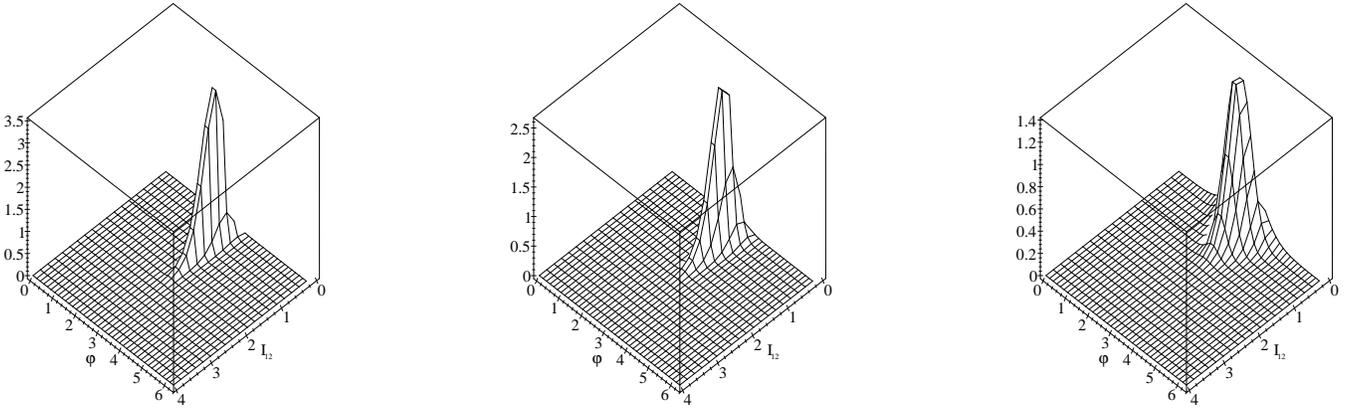


FIGURE I.3 – Distribution polaire de l'interférogramme complexe multivue (formule I.7) avec $L=9$ pour $D = 0.90$ (à gauche), $D = 0.80$ (au milieu) et $D = 0.50$ (à droite). On peut noter, par rapport à la figure I.1, un resserrement des courbes autour de $\varphi = \beta = \pi$ du aux effets bénéfiques du multivue.

A partir de cette expression, on déduit les distributions de l'interférogramme complexe $I_{12} e^{j\varphi}$ en ne faisant apparaître que les paramètres dont elles dépendent :

— distribution polaire de l'interférogramme complexe multivues

$$p(I_{12}, \varphi | R_1, R_2, D, \beta, L) = \frac{2L^{L+1} I_{12}^L}{\pi \Gamma(L) (R_1 R_2)^{\frac{L+1}{2}} (1 - D^2)} \exp\left(\frac{2L I_{12} D \cos(\varphi - \beta)}{\sqrt{R_1 R_2} (1 - D^2)}\right) K_{L-1}\left(\frac{2L I_{12}}{\sqrt{R_1 R_2} (1 - D^2)}\right) \quad (\text{I.7})$$

avec K fonction de Bessel modifiée de troisième espèce. La loi est illustrée figure I.3.

On remarque que, dans cette expression, on peut formellement poser $L = 1$ et retrouver la même expression analytique que dans le cas monovue (formule I.3).

— distribution de l'interférogramme multivues (différence de phase de l'interférogramme complexe)

$$\begin{aligned}
 p(\varphi|D, \beta, L) &= \frac{(1-D^2)^L}{2\pi} \left({}_2F_1 \left(1, L; \frac{1}{2}; D^2 \cos^2(\varphi - \beta) \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\Gamma(\frac{1}{2})\Gamma(L + \frac{1}{2})}{\Gamma(L)} D \cos(\varphi - \beta) {}_1F_0 \left(L + \frac{1}{2}; -; D^2 \cos^2(\varphi - \beta) \right) \right) \\
 &= \frac{(1-D^2)^L}{2\pi} \frac{1}{2L+1} {}_2F_1 \left(2, 2L; L + \frac{3}{2}; \frac{1 + D \cos(\varphi - \beta)}{2} \right) \quad (I.8)
 \end{aligned}$$

La loi est illustrée figure I.5. Une comparaison avec le cas monovue est donnée figure I.4.

On remarque que, dans cette expression, on peut formellement poser $L = 1$ et retrouver la même expression analytique que dans le cas monovue (équation I.4).

— distribution de la magnitude de l'interférogramme complexe multivues

$$p(I_{12}|R_1, R_2, D, L) = \frac{4L^{L+1} I_{12}^L}{\Gamma(L)(R_1 R_2)^{\frac{L+1}{2}} (1-D^2)} I_0 \left(\frac{2LI_{12} D}{\sqrt{R_1 R_2} (1-D^2)} \right) K_{L-1} \left(\frac{2LI_{12}}{\sqrt{R_1 R_2} (1-D^2)} \right) \quad (I.9)$$

On remarque que, dans cette expression, on peut formellement poser $L = 1$ et retrouver la même expression analytique que dans le cas monovue (équation I.5).

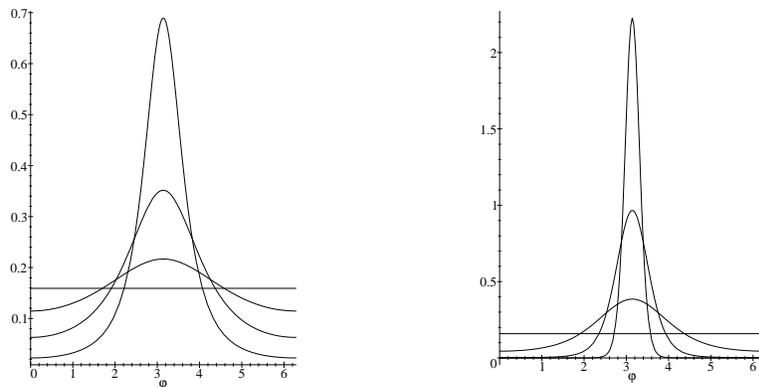


FIGURE I.4 – Comparaison de la distribution de la différence de phase de l'interférogramme monovue (à gauche, équation I.4) et de l'interférogramme multivue ($L=9$, à droite, équation I.7) pour $D = 0., 0.2, 0.5$, et 0.8

I.1.4 Lois de la cohérence empirique

Plus couramment, plutôt que d'étudier I_{12} , magnitude de l'interférogramme complexe, on préfère, en général, utiliser la cohérence complexe empirique d définie par l'expression (voir la relation 8.28 paragraphe 8.5.6) :

$$de^{j\varphi} = \frac{\sum_{k=1}^L z_{1,k} z_{2,k}^*}{\sqrt{\sum_{k=1}^L z_{1,k} z_{1,k}^*} \sqrt{\sum_{k=1}^L z_{2,k} z_{2,k}^*}} = \frac{I_{12}}{\sqrt{I_1 I_2}} e^{j\varphi} \quad L \geq 2. \quad (I.10)$$

d sera appelée cohérence empirique.

On en déduit les lois de distribution suivantes :

— distribution polaire de la cohérence complexe empirique

$$p(d, \varphi|D, \beta, L) = \begin{cases} \frac{(1-D^2)^L \Gamma^2(2L)}{2^{4L-2} \Gamma(2L + \frac{1}{2}) \Gamma(L) \Gamma(L-1) \Gamma(\frac{1}{2})} d(1-d^2)^{L-2} \\ {}_2F_1(2L, 2L; 2L + \frac{1}{2}; \frac{1}{2}(1 + dD \cos(\varphi - \beta))) \end{cases}$$

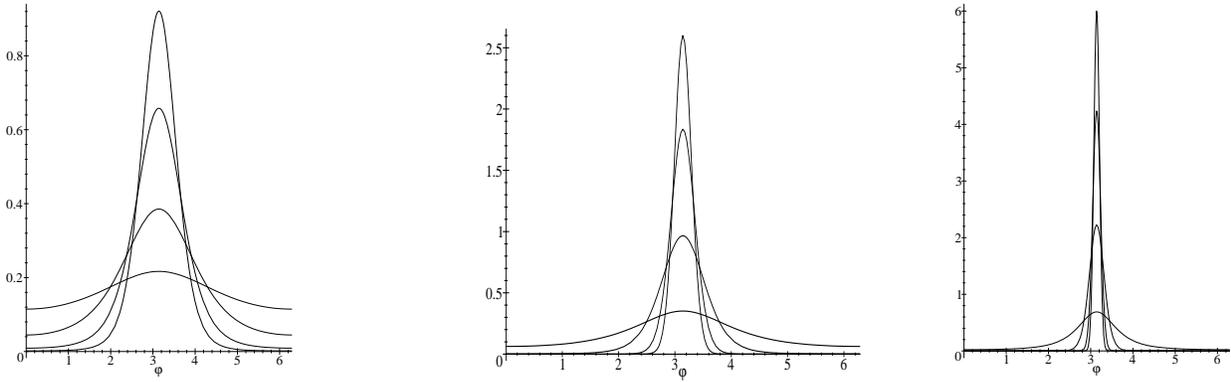


FIGURE I.5 – Distribution de l'interférogramme multivue (différence de phase de l'interférogramme complexe) pour $D=0.2$ (à gauche), $D=0.5$ (au milieu) et $D=0.8$ (à droite), et pour $L = 1, 9, 32$ et 64 (équation I.8). $\beta = \pi$.

— distribution de la différence de phase (équation I.8)

$$\begin{aligned}
 p(\varphi|D, \beta, L) &= \frac{(1-D^2)^L}{2\pi} \left({}_2F_1 \left(1, L; \frac{1}{2}; D^2 \cos^2(\varphi - \beta) \right) \right. \\
 &\quad \left. + D \cos(\varphi - \beta) {}_1F_0 \left(L + \frac{1}{2}; -; D^2 \cos^2(\varphi - \beta) \right) \frac{\Gamma(\frac{1}{2}) \Gamma(L + \frac{1}{2})}{\Gamma(L)} \right) \\
 &= \frac{(1-D^2)^L}{2\pi} \frac{1}{2L+1} {}_2F_1 \left(2, 2L; L + \frac{3}{2}; \frac{1+D \cos(\varphi - \beta)}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{I.11}$$

C'est l'expression de la loi de l'interférogramme multivue.

On en trouve, chez certains auteurs, une autre expression mathématiquement identique :

$$\begin{aligned}
 p(\varphi|D, \beta, L) &= \frac{(1-D^2)^L}{2\pi} {}_2F_1 \left(1, L; \frac{1}{2}; D^2 \cos^2(\varphi - \beta) \right) \\
 &\quad + \frac{\Gamma(L + \frac{1}{2})(1-D^2)^L D \cos(\varphi - \beta)}{2\sqrt{\pi}\Gamma(L)(1-D^2)^{L+\frac{1}{2}}}
 \end{aligned}$$

— distribution de la cohérence empirique d

$$p(d|D, L) = 2(L-1)(1-D^2)^L d(1-d^2)^{L-2} {}_2F_1(L, L; 1; d^2 D^2) \tag{I.12}$$

Cette loi est illustrée figure I.6. Ses moments seront analysés au paragraphe I.1.5. On peut noter que pour $L = 2$, la probabilité maximale est atteinte pour $d = 1$, ce qui montre que ce choix ($L = 2$) n'a guère d'utilité en pratique.

I.1.5 Estimation de la cohérence

Pour la cohérence, il faut utiliser la relation I.12

$$p(d|D, L) = 2(L-1)(1-D^2)^L d(1-d^2)^{L-2} {}_2F_1(L, L; 1; d^2 D^2)$$

Il est possible d'en calculer analytiquement la transformée de Mellin, ce qui permet d'écrire la fonction génératrice des moments :

$$m_n = (1-D^2)^L \frac{\Gamma(L) \Gamma(\frac{n+2}{2})}{\Gamma(L + \frac{n}{2})} {}_3F_2 \left(L, L, \frac{n+2}{2}; 1, L + \frac{n}{2}; D^2 \right)$$

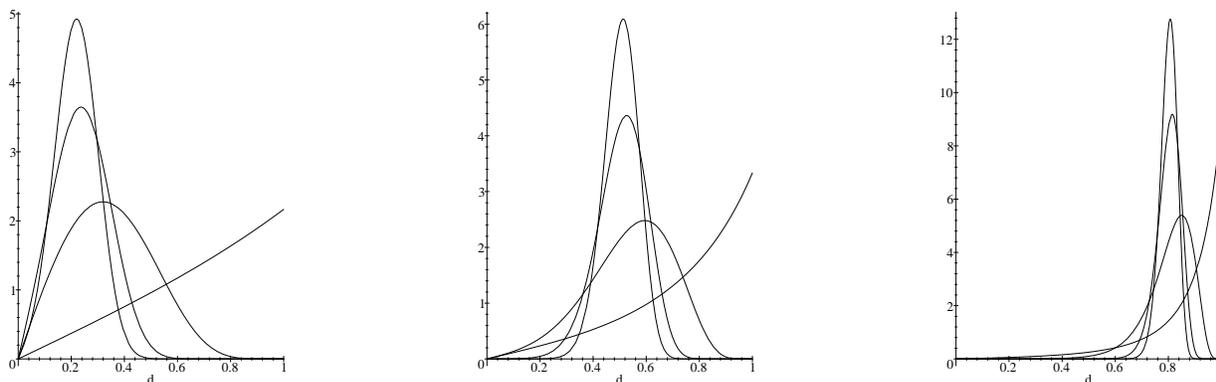


FIGURE I.6 – Distribution de la cohérence empirique de l’interférogramme multivue ($L = 2, 9, 32, 64$) pour $D=0.2$ (à gauche), $D=0.5$ (au milieu) et $D=0.8$ (à droite)

On a alors les deux premiers moments :

$$m_1 = (1 - D^2)^L \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(L)}{2 \Gamma(\frac{1}{2} + L)} {}_3F_2(L, L, \frac{3}{2}; 1, L + \frac{1}{2}; D^2)$$

$$m_2 = (1 - D^2)^L \frac{1}{L} {}_3F_2(L, L, 2; 1, L + 1; D^2)$$

On peut alors facilement en déduire une expression de la variance.

Le mode de cette distribution n’a pas d’expression analytique. On peut cependant en donner des valeurs numériques (avec Maple par exemple). Les tableaux suivants donnent le moment d’ordre 1, son écart type et son mode.

$L = 9$				$L = 32$			
d	m_1	écart-type	mode	d	m_1	écart-type	mode
0.	0.300	0.146	0.258	0.	0.157	0.080	0.128
0.2	0.344	0.159	0.319	0.2	0.241	0.102	0.237
0.4	0.461	0.168	0.502	0.4	0.414	0.101	0.429
0.6	0.623	0.145	0.684	0.6	0.606	0.080	0.623
0.8	0.806	0.088	0.851	0.8	0.801	0.046	0.815

$L = 64$			
d	m_1	écart-type	mode
0.	0.110	0.057	0.0894
0.2	0.220	0.079	0.220
0.4	0.407	0.073	0.414
0.6	0.603	0.056	0.612
0.8	0.801	0.032	0.807

Les courbes figure I.7 montrent que l’écart type de la cohérence empirique varie quasiment linéairement pour des valeurs de D comprises entre 0.4 et 1 : si l’on cherche à analyser prioritairement la cohérence, on recherchera tout naturellement des bases faibles.

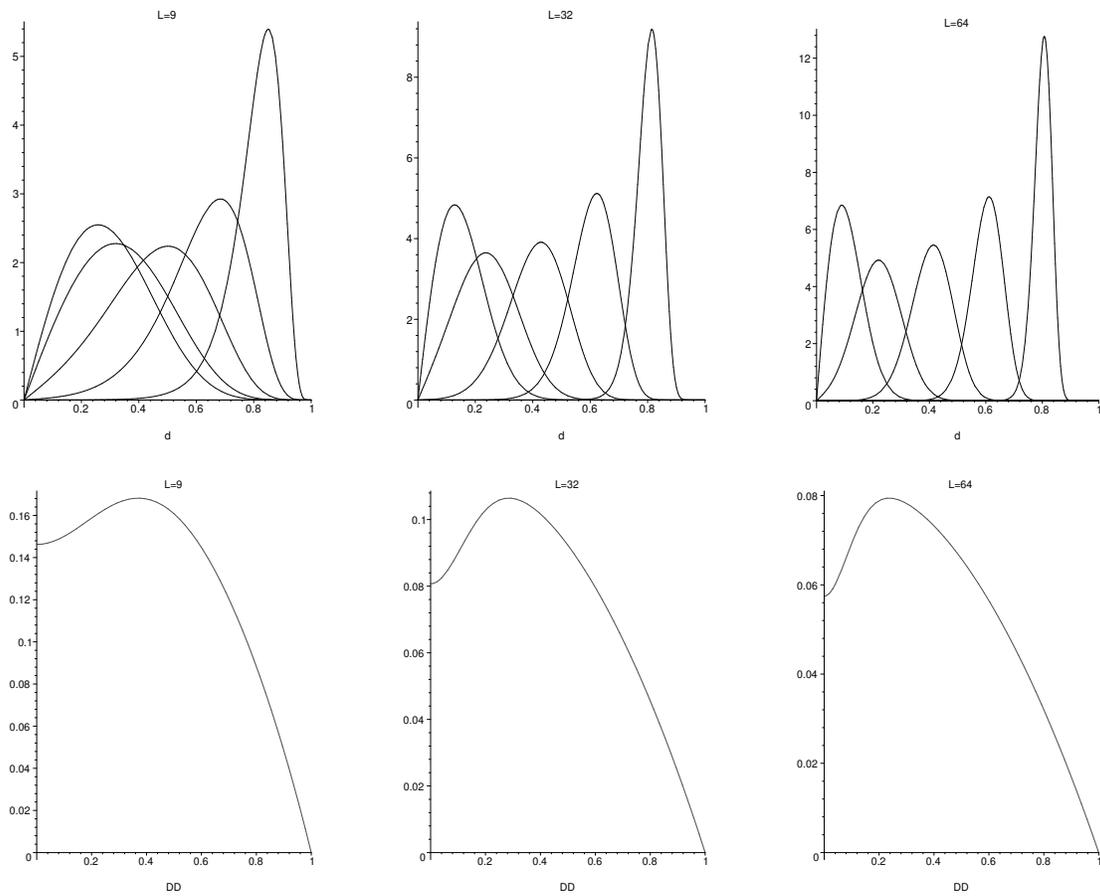


FIGURE I.7 – Première ligne : densité de probabilité de d pour différentes valeurs de D ($D = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$). Seconde ligne : écart-type de la cohérence empirique de l'interférogramme multivue. Les figures de gauche correspondent à $L = 9$, du milieu à $L = 32$ et celles de droite à $L = 64$.

Bibliographie

- [1] *Radarsat2 Product Description, RN-SP-52-1238*. MacDonald, Dettwiler and Associates Ltd., 2016.
- [2] *Antartic Treaty Inspections Programme. Report 2014-2015*. United Kingdom, Foreign and Commonwealth Office. Czech Republic, Ministry of Foreign Affairs, Mai 2015.
- [3] V. Arnold. *Les méthodes mathématiques de la mécanique classique*. Mir, 1974.
- [4] J.W. Goodman. *Speckle phenomena in optics : Theory and applications*. Roberts & Company, 2007.
- [5] JM Horrell and MR Inggs. Satellite and airborne SAR simulator. In *Communications and Signal Processing, 1993., Proceedings of the 1993 IEEE South African Symposium on*, pages 193–198. IEEE, 1993.
- [6] I.M. Ryzhik I.S. Gradshteyn. *Table of integrals, series and product*. Academic Press, 1980.
- [7] J. Lavoine. *Transformation de Fourier des pseudo-fonctions*. Edition du CNRS, 1963.
- [8] D. Massonnet and J.C. Souyris. *Imaging with Synthetic Aperture Radar*. EPFL Press, 2008.
- [9] J-M. Nicolas. *Les approches temporelles en imagerie cohérente*. Rapport TélécomParisTech 2008D016, 2008.
- [10] J-M. Nicolas. *Les lois de l'imagerie cohérente : l'apport des statistiques de Mellin et des fonctions de Meijer*. Rapport TélécomParisTech, 2019.
- [11] J. M. Nicolas, G. Vasile, M. Gay, F. Tupin, and E. Trouvé. SAR processing in the temporal domain : application to direct interferogram generation and mountain glacier monitoring. *Canadian Journal of Remote Sensing*, 33(1) :52–29, February 2007.
- [12] Yoann Paichard. *Caméra hyperfréquence pour la mesure et l'analyse de la SER des cibles scintillantes*. PhD thesis, Université Paris XI, Juil 2007.
- [13] A. Papoulis. *Signal analysis*. McGraw-Hill, New York, 1977.
- [14] F Tupin, J-M Nicolas, and J. Inglada. *Imagerie de Télédétection*. Hermes, 2014.

Index

- FRI(conditions), 51, 94
- Almaz, 12
- Almaz (forme d'onde), 73
- Altitude d'ambiguïté, 213
- ambiguïtés en azimut, 174
- Antenne sol, 57, 164, 165

- Bandes radar (tableau), 48
- Base critique, 209
- Base orthogonale, 122, 203
- Base orthogonale critique, 122
- Biomass, 256

- Cañon urbain, 194
- Case distance, 16, 17, 50
- Case sol, 17, 50
- Case temps, 16, 17, 50
- Cellule de Brillouin, 287
- Chatoïement, 168
- Cibles canoniques, 167
- Cohérence, 210
- Cohérence empirique, 219
- Cosmo Skymed, 239
- CosmoSkymed-NG, 256
- CPA : (*Closest Point of Approach*), 50

- Découpage en sous bandes, 136
- distance au nadir, 236
- Doppler Centroid, 125

- Empreinte sol, 56, 164
- ENVISAT, 240
- ERS, 241
- espace "antenne", 14
- espace "sol", 14

- Fauchée, 15, 182
- Fonction d'erreur erf, 259
- Fonction de Fresnel $\Phi(x)$, $S(x)$ et $C(x)$, 259
- Franges d'élévation, 213
- Franges orbitales, 214
- FRI (Fréquence de Répétition des Impulsions), 51

- Image maître, image esclave, 199
- Images GRD, 41
- Images PRI, 41
- Images RAW, 41
- Images SLC, 41

- Interférogramme monovue, 215
- Interférogramme multivues, 219

- JERS, 242

- Lobe d'antenne, 20
- Loi de la cohérence empirique, 299
- Loi des interférogrammes monovue, 295
- Loi des interférogrammes multivues, 297

- Maille de Voronoï, 287
- Maille de Wigner Seitz, 287
- Matrice de Sinclair (cas du dièdre), 173
- Matrice de Sinclair (polarimétrie), 171
- Migration, 91, 92, 99
- Mode mosaïque (RISAT-2), 40

- NOCRD : Nombre d'Ocillations dans la
Cellule de Résolution en Distance, 54
- NPO :Near Polar Orbit, 29

- Orbites héliosynchrones, 31
- Ouverture angulaire d'une antenne, 20, 53

- Passage en bande de base, 70
- Passes montante et descendante, 29
- PAZ, 37, 246
- Phaseur de Goodman, 169
- Point distal, 57
- Point proximal, 57
- PRF (*Pulse Repetition Frequency*), 51
- Profondeur de champ, 90
- PSF-2D en espace radar, 54
- PSF-2D en espace sol, 55

- Rééchantillonnage (SLC stripmap), 133
- Réseau oblique, 291
- Réseau quinconce, 287
- Réseau réciproque, 286
- Réseau rectangulaire, 290
- Résolution d'une antenne synthétique, 93
- Résolution distance, 18, 69
- Résolution en champ lointain, 77
- Résolution en champ proche, 87
- Résolution en zone de Fresnel, 87
- Résolution sol, 18, 69
- Résolutions dans l'espace antenne, 54
- Résolutions dans l'espace sol, 55
- Radarsat 3, 255

Radarsat-1, 243
RCS, 167

Sandia, 245
SAOCOM, 255
Sentinel-1, 245
SER, 167
sinus cardinal, 45
sinus cardinal (échantillonnage), 174
Speckle, 168
Sphère de Lüneberg, 167
Squint, 64
Squint critique, 128
Steering Angle, 64
Supermode SPOT-5, 287
SWOT, 256

Tableau des bandes passantes, 69
Tableau des dimensions d'antenne et des agilités, 40
Tableau des fauchées, 21
Tableau des fréquences d'échantillonnage, 72
Tableau des paramètres antenne, 25
Tableau des paramètres de compression d'impulsion, 73
Tableau des satellites RSO (paramètres orbitaux), 12
Tandem-X, 246
temps court, temps long, 51
Temps de cycle, 32
Temps de revisite, 35
Terrasar-X, 246
TerrasarX-NG, 256
Terre plane (Hypothèse de), 1
Terre plane, terre plate, 1

Visées : droite et gauche, 32
Vitesse d'un satellite, 28