Département COMELEC UE COM105

TD 4

Optimisation du nombre de sauts dans une communication

Objectif du TD : dans de nombreux systèmes pratiques (câble optique sous-marin, système cellulaire du futur), l'information peut être relayée afin d'arriver avec une fiabilité accrue au récepteur ou afin d'augmenter la portée du système. On veut déterminer le nombre optimal de répéteurs.

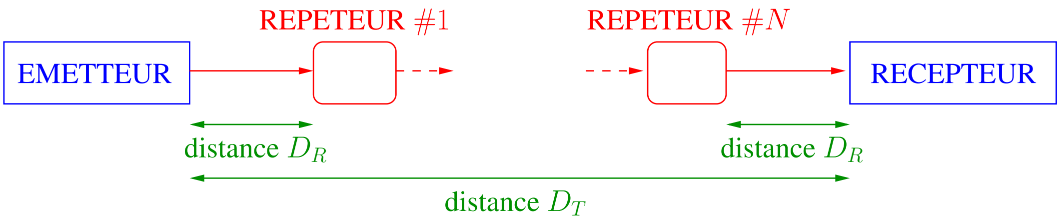

FIGURE 1 – Système de communications avec N répéteurs

- La distance entre l'émetteur et le récepteur est fixe et est notée D_T.
- Chaque répéteur reçoit un signal analogique et le décode pour retrouver l'information du symbole émis par le répéteur précédent. Cette technique est dite *Decode-and-Forward (DF)*. De plus le lien entre les répéteurs $\#n$ et $\#(n+1)$ est de longueur D_R (variant suivant le nombre de répéteurs) et modélisé par le canal suivant à l'instant k

$$r_k^{(n+1)} = a_k^{(n)} + w_k^{(n)}$$

  avec $\{a_k^{(n)}\}_n$ des symbole émis 2-**PAM** par le répéteur n (a priori $a_k^{(n)}$ est égal à a_k le symbole émis par l'émetteur, s'il n'y a pas d'erreur durant les liens précédents), $r_n^{(k+1)}$ le signal reçu au répéteur $\#(n+1)$ et $w_k^{(n)}$ le bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de variance $N_0/2$.
- On suppose que chaque lien entre deux répéteurs admet la même probabilité d'erreur symbole, notée $P_e^{(i)}$.
- La probabilité d'erreur symbole globale entre l'émetteur et le récepteur sera notée P_e.

Questions :

1. Montrer que
$$P_e = 1 - (1 - P_e^{(i)})^{N+1}.$$
2. Sur chaque lien (de longueur d), on suppose que l'atténuation est la suivante
$$P_{\text{reçue}} = \frac{P_{\text{émise}}}{d^2}$$
avec $P_{\text{émise}}$ la puissance émise et $P_{\text{reçue}}$ la puissance reçue.
En déduire la probabilité d'erreur symbole $P_e^{(i)}$ sur chaque lien en fonction de l'énergie symbole E_s consommée au répéteur et de la distance D_R.
3. En déduire la probabilité d'erreur symbole globale P_e en fonction de E_s, N, D_T et N_0.
4. Trouver alors la valeur optimale de N minimisant la probabilité d'erreur. Qu'en conclure ?
5. Maintenant, nous nous fixons une probabilité d'erreur symbole globale cible $P_e^{(0)}$. Caractériser analytiquement le nombre minimal de répéteurs, noté N_{min}, à mettre en place.
6. Application numérique : $E_s/N_0 = 100$dB, $D_T = 1000$km, $P_e^{(0)} = 10^{-3}$. Indication : soit $f(x) = 1 - (1 - Q(\sqrt{2}.10^{-1}(x+1)))^{x+1}$, alors $f(27) > 10^{-3}$ et $f(28) < 10^{-3}$.