

**TD 2**Modulation M -PAM

Objectif du TD : on veut calculer les performances d'une modulation M -aire et d'en déduire le compromis entre débit et performances.

On suppose que le signal reçu à temps discret s'écrit de la manière suivante

$$r_k = a_k + w_k$$

avec

- $\{a_k\}_k$ une suite de symboles i.i.d. appartenant à une modulation M -PAM où $M = 2^{N_b}$ avec N_b un nombre entier. Les points de la PAM prennent de manière équiprobable les valeurs suivantes $(2m-1-M)A$ avec $m \in \{1, \dots, M\}$ et avec $2A$ indiquant la séparation entre deux valeurs adjacentes des points.
- $\{w_k\}_k$ est un processus gaussien i.i.d. de moyenne nulle et de variance $N_0/2$.

Questions :

1. Combien de bits peut-on transmettre par symbole a_k ? En déduire l'efficacité spectrale.
2. Quelle est la probabilité d'erreur pour un symbole situé à une des extrémités de la modulation en fonction de A ?
3. Quelle est la probabilité d'erreur pour les autres symboles en fonction de A ?
4. En déduire une expression analytique finale de la probabilité d'erreur en fonction de A .
5. Déterminer le lien entre l'énergie E_s associée à chaque symbole et A .
6. En déduire que la probabilité d'erreur symbole s'écrit

$$P_e = 2 \left(1 - \frac{1}{M}\right) Q \left(\sqrt{\frac{6 \log_2(M) E_b}{M^2 - 1} \frac{E_b}{N_0}} \right)$$

avec E_b l'énergie associée à chaque bit.

7. On souhaite maintenant déterminer le nombre de bits par symbole que l'on peut considérer tout en assurant une probabilité d'erreur symbole cible de $P_e^{(0)}$. En utilisant l'expression obtenue en 6. (et en approximant le terme $(1 - 1/M)$ par 1), montrer que ce nombre de bits $N_b^{(0)}$ s'écrit de la manière suivante

$$N_b^{(0)} = \left\lfloor \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \cdot \frac{E_s}{N_0} \right) \right\rfloor$$

avec une constante Γ qu'il vous faudra déterminer en fonction de $P_e^{(0)}$ et l'opérateur $\lfloor \cdot \rfloor$ désigne l'entier inférieur le plus proche. Examiner l'évolution de l'efficacité spectrale en fonction de $P_e^{(0)}$.