| | | |
|---|---|---|
| TELECOM ParisTech | Département COMELEC | UE COM105 |

# Corrigé du TD 6

**EXERCICE 1**
Soit le code systématique $C$ définit par les équations de parité suivantes :

$$\begin{aligned} c_1 &= d_2 + d_3 + d_4 \\ c_2 &= d_1 + d_2 + d_3 \\ c_3 &= d_1 + d_2 + d_4 \\ c_4 &= d_1 + d_3 + d_4 \end{aligned}$$

où $[d_1, d_2, d_3, d_4]$ sont les bits d'informations et $[c_1, c_2, c_3, c_4]$ sont les bits de parité (bits de redondance) d'un mot de code. Un mot de code s'écrit donc $[d_1, d_2, d_3, d_4, c_1, c_2, c_3, c_4]$.

1. Longueur du mot de code $n = 8$, longueur du mot d'information $k = 4$ et le rendement $r = \frac{1}{2}$.

2. Les mots de code de $C$ sont :

$$\begin{array}{cccccccc c} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \quad 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & \quad 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & \quad 4 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \quad 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & \quad 4 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \quad 4 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \quad 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \quad 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & \quad 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & \quad 4 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & \quad 4 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \quad 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & \quad 4 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \quad 4 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & \quad 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \quad 8 \end{array}$$

   la distance minimale $d_{min}$ du code est égale à $4$.

3. Le code peut détecter toutes les configurations de $1$, $2$ et $3$ erreurs et peut corriger toutes les configurations de $1$ erreur.

4. Une matrice génératrice $G$ de $C$ sous forme systématique :

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

5. La matrice de parité $H$ du code $C$ est :

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   Le code dual du code $C$, dont la matrice génératrice est $H$, est lui même.

6. Pour obtenir $C'$ on élimine de $C$ le mot de code de poids de Hamming $0$ et celui de poids $8$. Ainsi le nouveau ensemble de mots de code ne forme plus un sous-espace vectoriel de $GF^8(2)$, et donc le code n'est plus un code linéaire.

**EXERCICE 2**

1. Les mots du code de parité $C(3,2)$ sont :

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & 0 & \mapsto & 0 & 0 & 0 & \quad 0 \\ 0 & 1 & \mapsto & 0 & 1 & 1 & \quad 2 \\ 1 & 0 & \mapsto & 1 & 0 & 1 & \quad 2 \\ 1 & 1 & \mapsto & 1 & 1 & 0 & \quad 2 \end{array}$$

   La distance minimale du code est $d_{min} = 2$.

2. Les mots de code du code $C(3,2)$ avec une parité impaire sont

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & \mapsto & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \mapsto & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \mapsto & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \mapsto & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

   $C$ n'est pas un code linéaire sa distance minimale est $d_{min} = 2$.

3. Le code de parité parce qu'il est linéaire.