

JOURNÉE TÉLÉCOM-UPS 2013

Conférences-débats

**Enseigner la mécanique quantique
en Grande École
...et bientôt en Classes Préparatoires ?**

16 mai 2013

**Stage LIESSE à Télécom ParisTech
en préambule de l'Assemblée Générale de l'UPS des 17-19 mai 2013**



<http://perso.telecom-paristech.fr/~rioul/liesse.html>

Journées organisées par Olivier Rioul, enseignant-chercheur à Télécom ParisTech

Inscription en ligne : www.telecom-paristech.fr/liesse/
Contact : liesse@telecom-paristech.fr



Télécom ParisTech
46 rue Barrault
75013 Paris
www.telecom-paristech.fr



Table des matières

Étienne Klein — Comment faire vivre la physique quantique ?	1
Rémi Barbet-Massin — Enseigner la mécanique quantique en CPGE : réforme 2013, une première étape	11
Alain Sibille — Un point de vue sur l'enseignement de la physique quantique en école d'ingénieur	23
Jérôme Pérez — L'enseignement de la mécanique quantique à l'ENSTA ParisTech	47
Manuel Joffre — Pédagogie active appliquée à l'enseignement de la physique quantique à l'Ecole Polytechnique	49

Synopsis

La mécanique quantique est un thème important pour les programmes d'enseignement de nombreuses écoles d'ingénieurs. Elle est sans doute en train de le devenir pour les classes préparatoires scientifiques. En effet, une mini-révolution se prépare à l'occasion de la révision des programmes de CPGE qui devrait être mise en application dès la rentrée 2013 et impactera les concours d'entrée aux Grandes Ecoles dès 2015. En même temps que les probabilités sont introduites pour la première fois dans le programme de Mathématiques, le contenu du cours de Physique devrait comporter une introduction au monde quantique. On y parlera sans doute de dualité onde-corpuscule, de fonction d'onde et son interprétation probabiliste, d'inégalité de Heisenberg, de quantification de l'énergie d'une particule. Ira-t-on jusqu'à la notion de bra-ket et d'observable comme opérateur auto-adjoint d'un espace de Hilbert, le hamiltonien et l'équation de Schrödinger, et les applications à l'étude des fermions et bosons, de l'oscillateur harmonique, de l'effet tunnel, du spin de l'électron ?... Il apparaît donc qu'un nombre important de professeurs de CPGE sont demandeurs d'information et de formation en mécanique quantique et ses applications.

Étienne Klein



Professeur à Centrale Paris, Chef du Laboratoire de Recherche sur les Sciences de la Matière du CEA

Comment faire vivre la physique quantique ?

DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE

cea

www.cea.fr

LA PHYSIQUE QUANTIQUE



Je ne sais pas comment ça a pu arriver, mais un lien s'est créé, là, qui tient toujours malgré tout le reste, comme un pacte très solide.

Keith Richards

Etienne KLEIN, 16 mai 2013

DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE
cea

LES PÈRES FONDATEURS DE LA PHYSIQUE QUANTIQUE

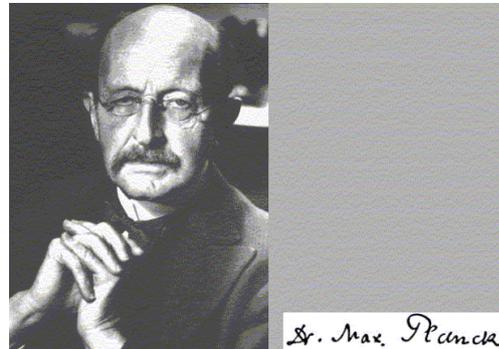
Le « génie » est une habitude que certains prennent.
Paul Valéry



La physique en tant que science empirique ne peut pas aborder les problèmes philosophiques en toute généralité. [...] Mais si l'on peut contester qu'il soit possible de fonder des vérités philosophiques par les méthodes des physiciens, il n'est sûrement pas hors de leur compétence de mettre en évidence que certaines affirmations qui prétendent à une validité philosophique n'en ont pas en vérité. Et parfois, ces découvertes philosophiques « négatives » des physiciens ne sont pas moins importantes, ni moins révolutionnaires pour la philosophie, que les découvertes des philosophes de métier. »
Fritz London, Edmond Bauer, « La théorie de l'observation en mécanique quantique », *Exposés de Physique Générale*, III, p. 1-51, Paris, Hermann, 1939.



PAGE 3



Planck était « obsédé » par le second principe de la thermodynamique, fondamental à ses yeux.

Il refusait l'interprétation statistique de l'entropie proposée par Boltzmann.

Il pensait que l'irréversibilité à l'échelle macroscopique était due aux interactions entre la matière et le rayonnement.

Comment mettre cela au clair ? Par le spectre du **corps noir**...

5

L'idée de base de la physique quantique consiste à généraliser le principe de superposition de la mécanique ondulatoire.

Les différents états physiques d'un système sont représentés par des entités mathématiques $a, b, c \dots$ telles que :

- ✓ Si a et b sont deux états possibles du système, $(a+b)$ est *aussi* un état possible du système.
- ✓ Si a est un état possible du système, λa l'est *aussi*.

$a, b, c \dots$ sont donc des *vecteurs*, appelés *vecteurs d'état* du système.

6

1792, **Wegwood** : tous les corps chauffés deviennent rouges à la même température

1859, **Kirchhoff** : le spectre du corps noir ne dépend que de la température T

1879, **Stefan** : la densité d'énergie d'un corps noir est proportionnelle à T⁴

1893, **Wien** : $u(\nu, T) = \nu^3 g(\nu/T)$

1896, **Wien** : $u(\nu, T) = \alpha \nu^3 \exp(\beta \nu/T)^{-1}$

Juin 1900, **Jeans** : $u(\nu, T) = 8 \pi \nu^3 kT/c^3$ (catastrophe ultraviolette)

19 octobre 1900, **Planck** : $u(\nu, T) = \alpha (\nu/c)^3 [\exp(\beta \nu/T) - 1]^{-1}$

14 décembre 1900, **Planck** : $u(\nu, T) = 8\pi h (\nu/c)^3 [\exp(h\nu/kT) - 1]^{-1}$

7

Soit une particule libre d'impulsion p. On peut la représenter (de Broglie) par une onde plane monochromatique. Par analogie avec le champ électrique :

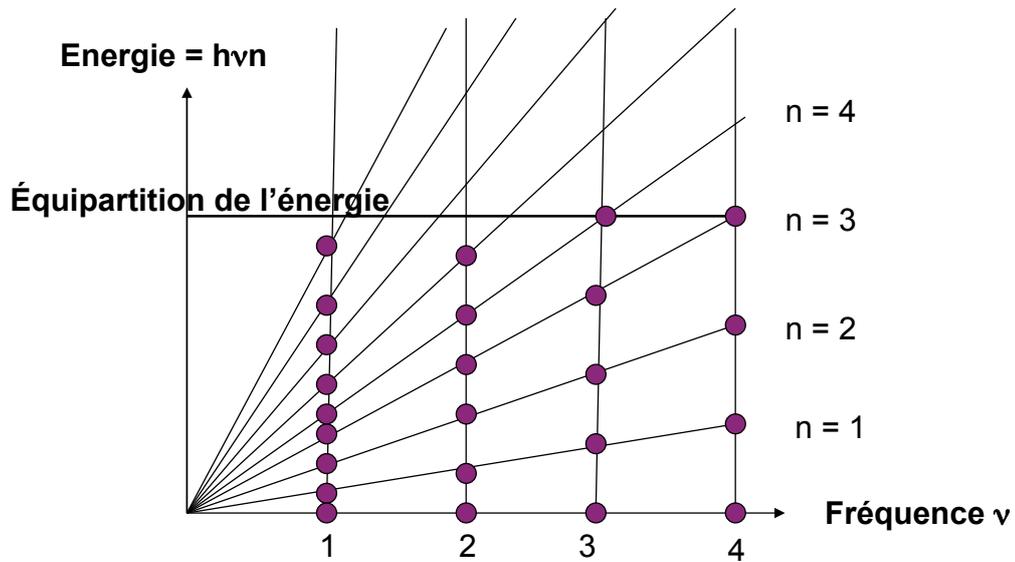
$$\Psi(x, t) = A \cos\{(p \cdot x - Et)/\hbar - \alpha\}$$

Mais cette hypothèse, apparemment naturelle, contredit le principe de relativité. En effet, la probabilité de présence de la particule s'annulerait partout où le cosinus s'annule, c'est-à-dire en des points séparés par la distance $L = \pi \hbar / p$. Pour un observateur se déplaçant à la vitesse V par rapport au premier, la particule se déplace à $v' = v - V$, $p' = p - mV$, $E' = p'^2/2m$. La fonction d'onde devient $A' \cos\{(p' \cdot x - E't)/\hbar - \alpha'\}$. Les points où elle s'annule sont distants de $L' = \pi \hbar / p'$, différent de L. Ce résultat viole le principe de relativité. La réponse de la physique quantique à ce problème est :

$$\Psi(x, t) = A \exp[i\{(p \cdot x - Et)/\hbar - \alpha\}]$$

La probabilité de présence $|\Psi(x, t)|^2 dx$ est désormais la même partout !

8



Le fait que l'énergie ne peut s'échanger entre la matière et le rayonnement que par paquets d'énergie de valeur $h\nu$ empêche la catastrophe ultraviolette : grâce aux quanta, on peut faire chauffer un four sans qu'il nous explose à la figure...

9

Le principe de superposition est sous-jacent au formalisme quantique.

Si on postule en outre l'homogénéité et l'isotropie de l'espace, ainsi que le caractère homogène du temps (pour les lois physiques, tous les instants se valent), alors on peut montrer (Feynman) que l'équation d'évolution de la fonction d'onde (du vecteur d'état) est nécessairement l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar\partial\Psi/\partial t = -(\hbar^2/2m) \Delta\Psi + V\Psi$$

Le spectre de l'atome d'hydrogène

L'oscillateur harmonique

Le principe d'indétermination de Heisenberg (gare aux vulgates...)

Le principe d'exclusion de Pauli

L'effet tunnel

11

Les lois quantiques doivent demeurer invariantes dans tout changement de référentiel inertiel. Or ces changements résultent tous de la combinaison de trois types de transformations :

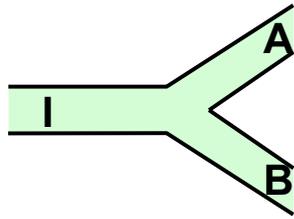
- Les translations dans l'espace-temps.
- Les rotations des axes d'espace.
- Les transformations de Lorentz.



Toutes ces transformations forment un groupe, le groupe « de Poincaré ». Wigner se demanda comment ce groupe peut agir dans un espace de Hilbert décrivant un système quantique. Il chercha les grandeurs invariantes et découvrit qu'il y en avait deux : la masse et le spin.

L'existence du spin des particules apparaît ainsi comme une « opportunité que les lois offrent à la nature et dont celle-ci s'est emparée ».

12



$$a.I \longrightarrow a.A$$

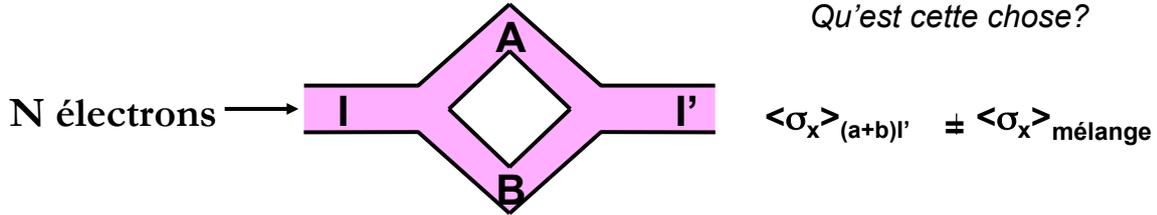
$$b.I \longrightarrow b.B$$

En vertu du principe de superposition, on peut aussi préparer des électrons dans l'état $(a+b)I$.

Que deviennent-ils?

$$(a+b)I \longrightarrow \underbrace{a.A+b.B}$$

Qu'est cette chose?



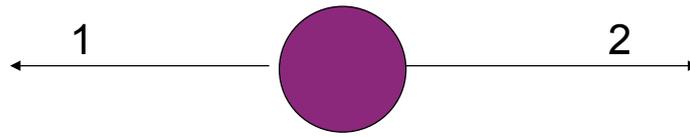
Une superposition quantique n'est pas un mélange...



À la question : La physique quantique est-elle un aboutissement ou simplement une étape décisive mais « dépassable » de l'évolution de la physique ? Einstein et Bohr ne répondent pas de la même façon. Leurs arguments s'appuient sur deux conceptions radicalement différentes de la physique :

Einstein : « Ce que nous appelons science a pour unique but de déterminer ce qui est. »

Bohr : « C'est une erreur de croire que la tâche de la physique est de découvrir comment est la nature. La physique traite de ce que nous pouvons dire de la nature. »



$$\Psi_{12} = \Psi_1(a) \times \Psi_2(b)$$

$$\Psi_{21} = \Psi_2(a) \times \Psi_1(b)$$

Mais à cause de l'indiscernabilité des particules :

$$\Psi_{\text{paire}} = \Psi_{12} + \Psi_{21}$$

La description du tout n'est pas équivalente à celle de ses parties...

On parle d' «intrication quantique »

Ce critère s'appuie sur trois hypothèses

- (a) Les prédictions de la physique quantique sont justes
- (b) Aucune influence ne peut se propager plus vite que la lumière (principe de localité d'Einstein)
- (c) Si, en ne perturbant aucunement un système, on peut prédire avec certitude la valeur d'une quantité physique, alors il existe un élément de réalité physique correspondant à cette quantité physique.

Rémi Barbet-Massin



Professeur de physique en classe préparatoires PC au lycée Henri IV*

Enseigner la mécanique quantique en CPGE : réforme 2013, une première étape

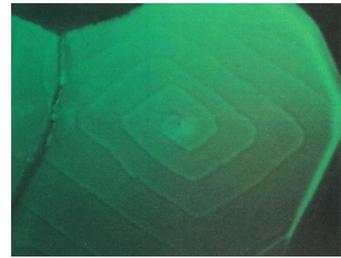
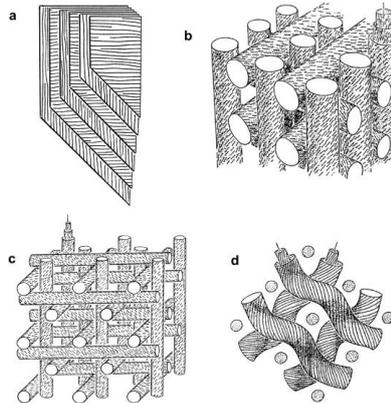
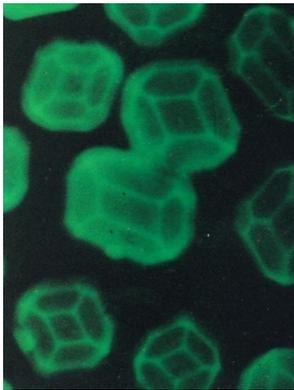
Après un point rapide sur la réflexion menée depuis 2010 au sein de l'UPS concernant l'enseignement de la mécanique quantique dans nos classes, les grandes lignes du contenu retenu pour les nouveaux programmes de première et seconde année dans les différentes filières seront présentées dans une première partie.

Le fil directeur de cette introduction limitée, qui s'inscrit dans le prolongement de la physique des ondes, est l'étude de toutes les conséquences de l'inégalité de Heisenberg spatiale dans des situations 1D confinées. Elle débouche sur une meilleure compréhension qualitative de la stabilité de la matière ainsi que sur la présentation simplifiée de ce que peut être une liaison chimique à un électron.

Dans une seconde partie, je proposerai quelques pistes de réflexion personnelle sur ce que pourrait être, dans une nouvelle étape à venir, un élargissement de cet enseignement de mécanique quantique dans nos classes, selon deux axes principaux :

- à partir d'un questionnement sur l'étude expérimentale de la polarisation en termes de photons, introduire l'effet d'une mesure sur un système physique simple à deux états ;
- considérer les conséquences physiques, en particulier à l'échelle macroscopique, de l'indiscernabilité fondamentale entre particules identiques, sur les deux classes de particules possibles : fermions et bosons.

Enseigner la mécanique quantique en CPGE: réforme 2013, une première étape

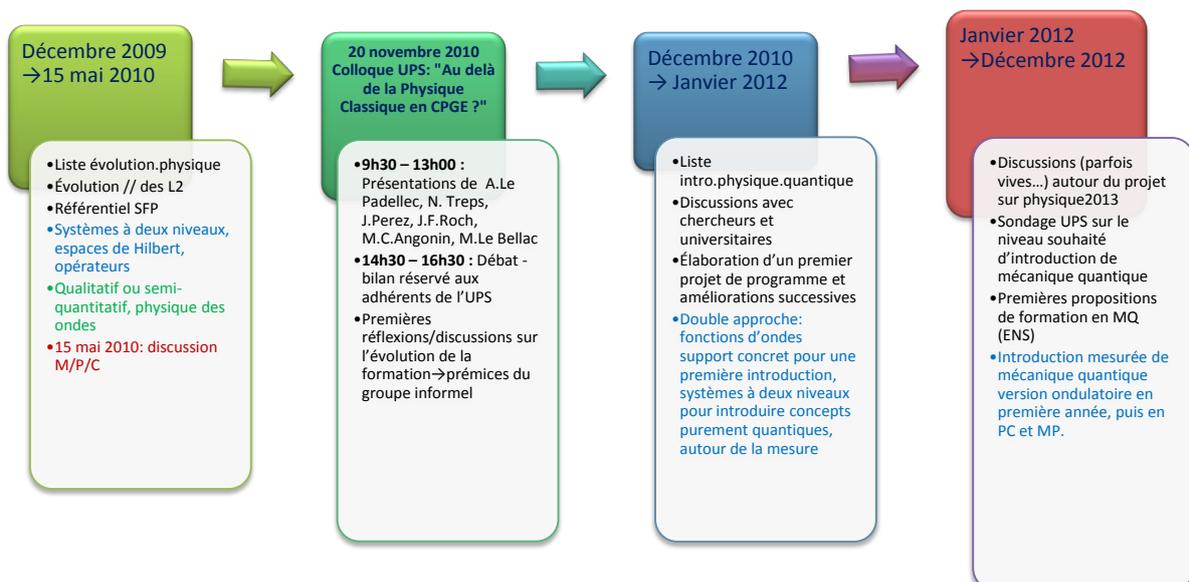


Telecom 16/05/2013

Quantique en CPGE

Rémi Barbet-Massin

Enseigner la mécanique quantique en CPGE: réforme 2013, une première étape



Telecom 16/05/2013

Quantique en CPGE

Rémi Barbet-Massin

Enseigner la mécanique quantique en CPGE: réforme 2013, une première étape

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

- Double Puits: premiers états stationnaires, évolution temporelle
- Effet Tunnel: radioactivité Alpha, microscopie, spectroscopie

Photons et polarisation

- Mesures sur une base de PR, expérience à choix multiple
- Polarisation circulaires

Indiscernabilité: Fermions et bosons

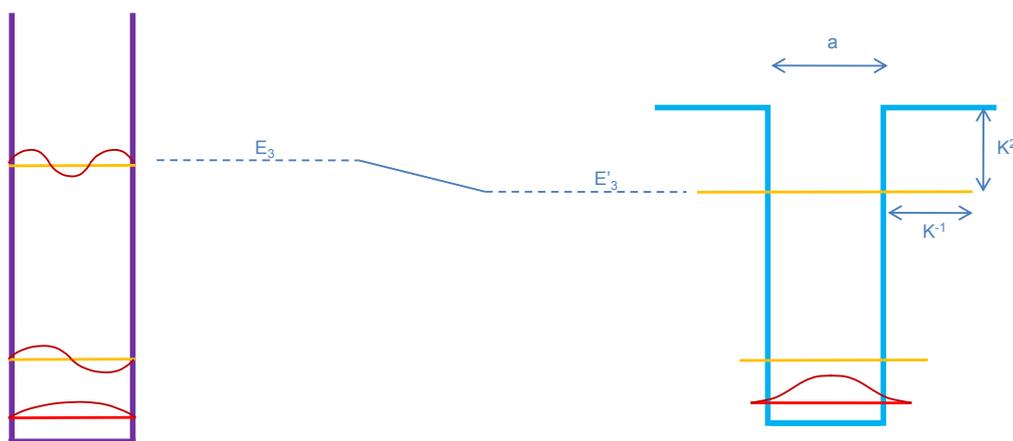
- Grégarité bosonique
- Pauli et la matière fermionique

Telecom 16/05/2013

Quantique en CPGE

Rémi Barbet-Massin

Heisenberg spatial en situation 1D confinée 1. Du puits infini au puits fini



Niveaux « profonds »

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \frac{p^2}{2m} \\ p = \hbar k \\ \text{Heisenberg} \end{array} \right. \begin{array}{l} \rightarrow E_n = n^2 E_1 \\ \rightarrow E_1 = \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{a} \right)^2 \pi^2 \end{array}$$

$$a \rightarrow a + 2K^{-1} \rightarrow E_1 \rightarrow E'_1 = E_1 (1 - 4(Ka)^{-1})$$

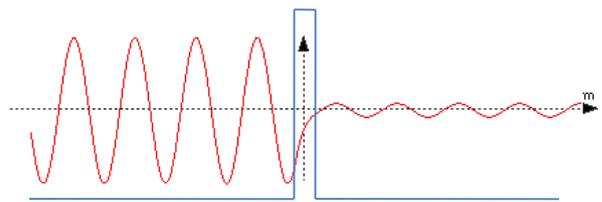
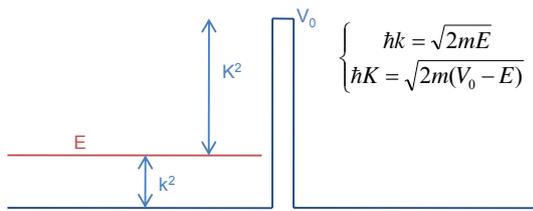
Télécom Paris Tech
16/05/2013

Quantique en CPGE

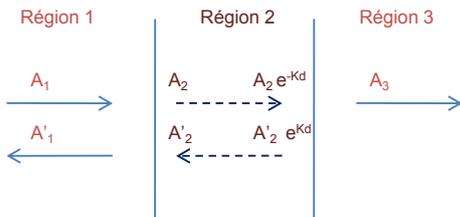
Rémi Barbet-Massin

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

2. Franchissement tunnel d'une barrière



<http://phys.educ.ksu.edu/vqm/html/qtunneling.html>



$$A_3 \approx t_{23} t_{12} A_1 e^{-Kd}$$

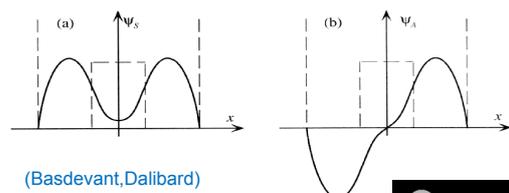
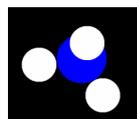
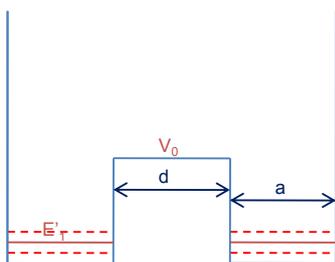
- Tout se passe comme si on ignorait les ondes retour
- Sans lesquelles l'effet serait nul!

$$\begin{cases} A_3 = t_{23} A_2 e^{-Kd} \\ A_2 = t_{12} A_1 + r_{21} A_2' \\ A_2' e^{Kd} = r_{23} A_2 e^{-Kd} \end{cases} \Rightarrow A_3 = \frac{t_{23} t_{12} A_1 e^{-Kd}}{1 - r_{21} r_{23} e^{-2Kd}}$$

$$\begin{cases} r_{12} = \frac{k - iK}{k + iK} \\ t_{12} = \frac{2k}{k + iK} \\ t_{23} = \frac{2iK}{k + iK} \end{cases} \rightarrow T = \frac{|J_t|}{|J_i|} \approx \frac{16E(V_0 - E)}{V_0^2} e^{-2Kd}$$

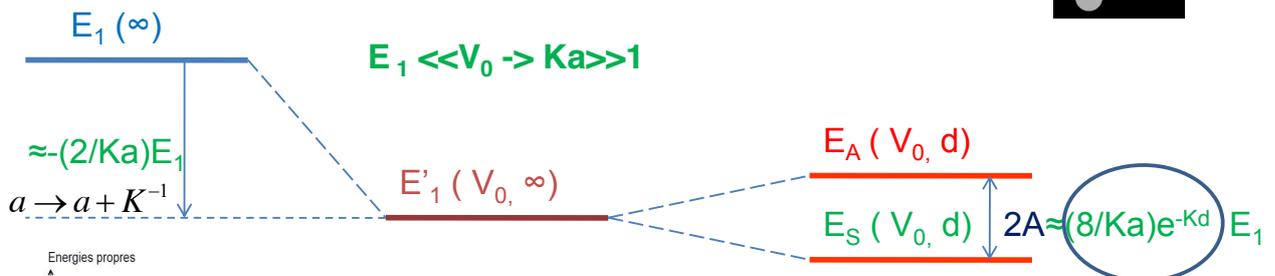
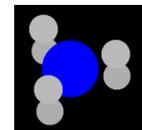
Heisenberg spatial en situation 1D confinée

3. Double Puits: Premiers états stationnaires



(Basdevant, Dalibard)

<http://www.quantum-physics.polytechnique.fr/>



$$E_1 \ll \langle V_0 \rangle \ll Ka \Rightarrow 1$$

$$\approx -(2/Ka)E_1$$

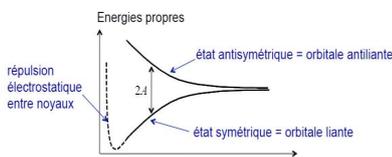
$$a \rightarrow a + K^{-1}$$

$$E_1' (V_0, \infty)$$

$$E_A (V_0, d)$$

$$E_S (V_0, d)$$

$$2A \approx (8/Ka)e^{-Kd} E_1$$

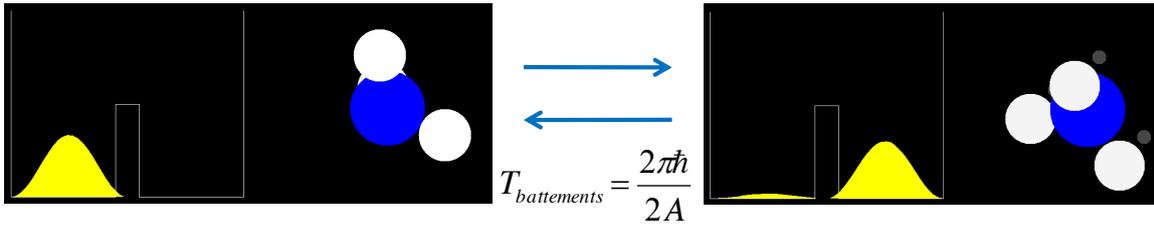


<http://www.phys.ens.fr/~dalibard/PHY311/2012/>

- Rôle fondamental de l'effet tunnel dans la formation des molécules en chimie...

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

3. Double Puits: Évolution temporelle



• Particule confinée dans le puits de gauche

$$p = \pm \hbar\pi/a \Rightarrow \tau_{AR} = 2a/v = 2ma^2/\pi\hbar = \pi\hbar/E_1$$

• Amplitude de probabilité de franchissement

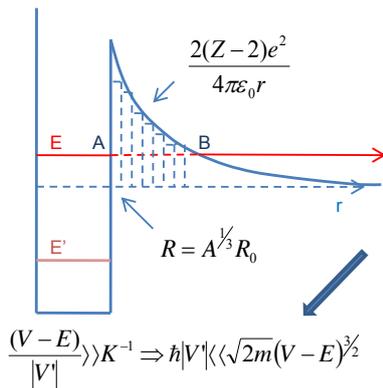
$$\sqrt{T} \approx \sqrt{\frac{16E(V_0 - E)}{V_0^2}} e^{-2Kd} \approx \frac{4k}{K} e^{-Kd} = \frac{4\pi}{Ka} e^{-Kd}$$

• Rapport τ_{AR} à $T_{battements}$ /2 correspond \approx à cette amplitude

$$2 \frac{\tau_{AR}}{T_{battements}} \cong \frac{4\pi}{Ka} e^{-Kd} \Rightarrow 2A \cong \frac{4\pi}{Ka} e^{-Kd} E_1$$

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

4. Effet Tunnel: Radioactivité Alpha



$$A_3 \approx t_{23} t_{12} A_1 e^{-Kd}$$

• Amplitude lentement variable (Rayleigh)
• Approximation WKB (Wentzel, Kramers, Brillouin)

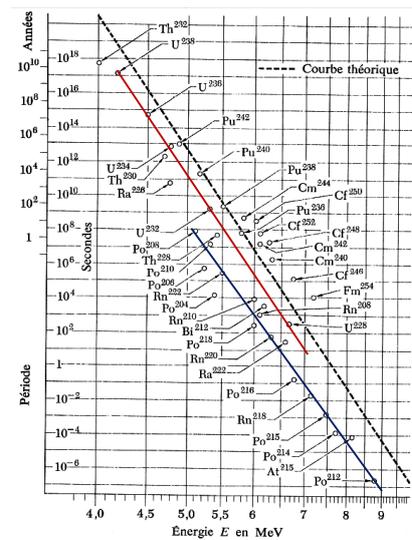
$$T \approx e^{-2 \int_A^B \sqrt{2m(V(r)-E)} dr}$$

Gamow (1928)

$$\begin{cases} \tau_0 = 2R/v \\ \tau_0 / \tau = T \end{cases} \Rightarrow \tau = B_1 e^{\frac{B_2(Z-2)}{\sqrt{E}}}$$

Geiger-Nuttall

$$\begin{cases} \tau_0 \approx 10^{-21} s \\ B_1 = \tau_0 e^{\frac{8e\sqrt{m(Z-2)R}}{\hbar}} \\ B_2 = \frac{2\pi e^2}{\hbar} \sqrt{2m} \end{cases}$$

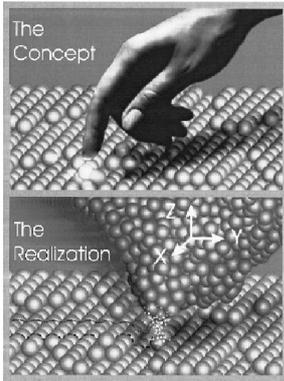


Berkeley vol.4

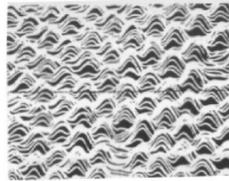
$$\ln(\tau) = f(-1/\sqrt{E})$$

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

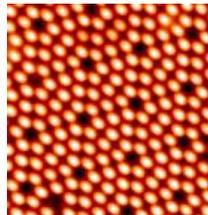
5. Effet Tunnel: Microscopie



G. Binnig and H. Rohrer, Rev. of Mod. Phys. 71 (1999)



Si(111)-7x7



48 atomes de Fer rangés sur une surface de Cuivre (IBM)

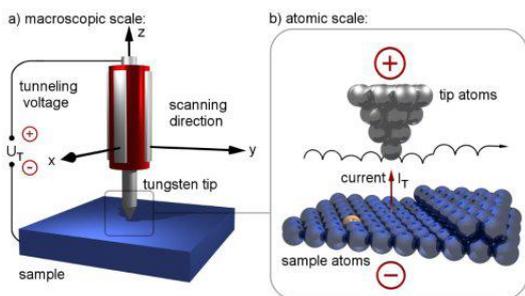
<http://www.phys.ens.fr/~dalibard/PHY311/2012/>

<http://sondeslocales.fr/upload/documents/forum2011/cours/cours/Forum2011-Palmino.pdf>

- Premiers travaux de Binnig en 1978: profilomètre de résolution attendue quelques dizaines d'ångströms
- Première réalisation de STM, Binnig et Rohrer en 1982, reconstruction de Si(111)-7x7 (APL, PRL)
- Microscopie Optique en champ proche (1984), AFM (1985)
- Nobel en 1986 (avec Ruska: microscopie électronique)
- 1991 plus de 1000 publications...

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

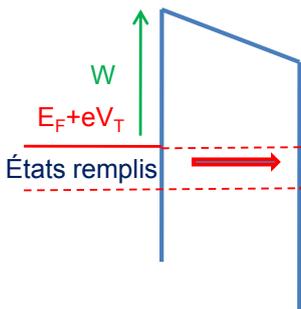
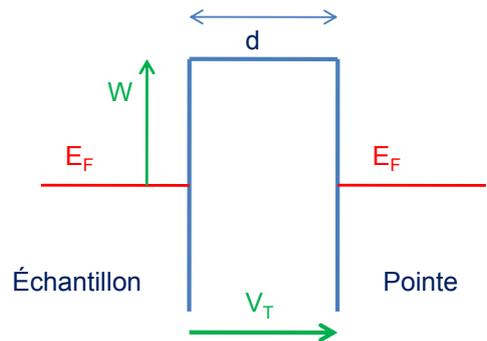
5. Effet Tunnel: Microscopie



<http://www.ieap.uni-kiel.de>

- $kT \ll E_F, W$
- Pauli

- $I_t = 0 \dots$
- Appliquer V_T



$$I_t \propto e^{-\frac{\sqrt{2mW}}{\hbar}d} \approx e^{-\sqrt{W_{eV}}d_A}$$

• Si $W \approx 4 \text{ eV}$, $I_t \downarrow$ un ordre de grandeur quand d augmente de 1 \AA

$$I_t \propto \sum_{E_F \leq E_n \leq E_F + eV_T} eT(E_n) |\phi_n(z=0)|^2 \approx eT(E_F) (N(E_F + eV_T) - N(E_F))$$

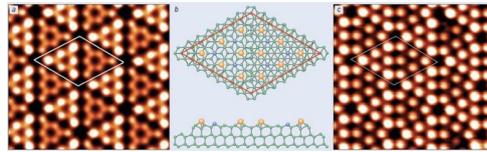
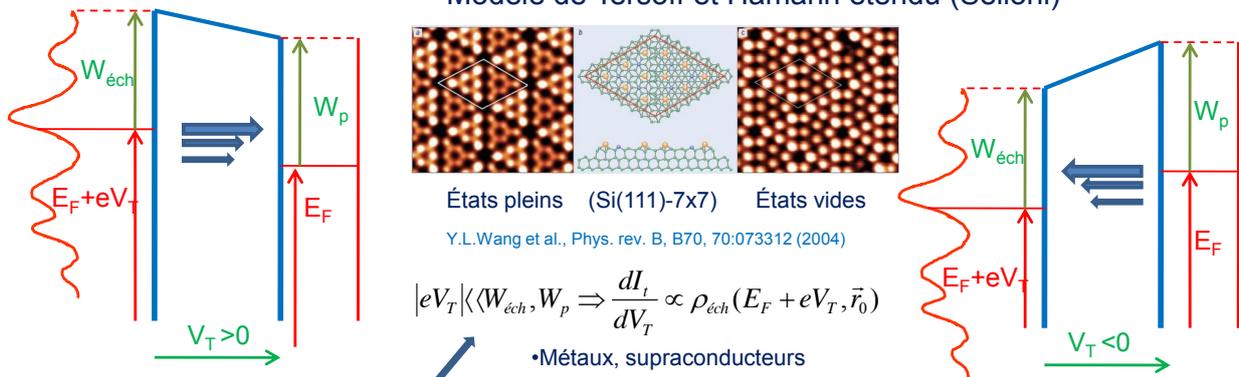
- $eV_T \ll W, E_F$

$$I_t(x, y) \propto e^2 V_T T(E_F) \rho_{\text{éch}}(E_F, x, y, z=0)$$

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

5. Effet Tunnel: Microscopie, spectroscopie

Modèle de Tersoff et Hamann étendu (Selloni)



États pleins (Si(111)-7x7) États vides

Y.L.Wang et al., Phys. rev. B, B70, 70:073312 (2004)

$$|eV_T| \left| \langle W_{éch}, W_p \Rightarrow \frac{dI_T}{dV_T} \propto \rho_{éch}(E_F + eV_T, \vec{r}_0) \right.$$

• Métaux, supraconducteurs

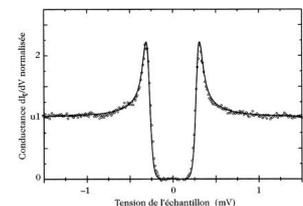
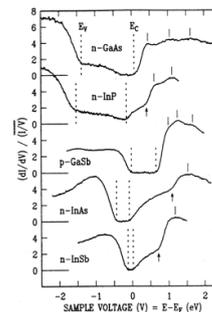
$$I_t(x, y) \propto \int_{E_F}^{E_F + eV_T} T(E, eV_T, r_0) \rho_{éch}(E, \vec{r}_0) \rho_{pointe}(E - eV_T, \vec{r}_0) dE$$

$$T(E, eV_T, z) = \exp\left(-\frac{2z(2m)^{1/2}}{\hbar} \left[\frac{W_{éch} + W_p}{2} + \frac{eV_T}{2} - (E - E_F) \right]^{1/2}\right)$$

• Semi-conducteurs

R.M.Feenstra, Phys Rev B, 50, 4561(1994)

$$\frac{dI_T}{dV_T} \approx \frac{\rho_{éch}(E_F + eV_T, \vec{r}_0)}{(1/eV_T) \int_{E_F}^{E_F + eV_T} \rho_{éch}(E, \vec{r}_0) dE}$$



B.Sacépé et al., Phys Rev Lett, 96:97006(2006)

Heisenberg spatial en situation 1D confinée

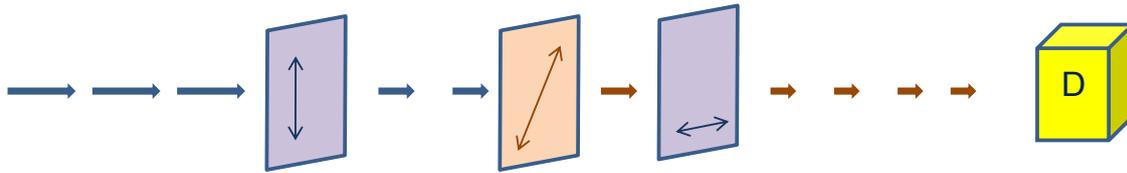
Conclusions

- Rôle du confinement dans la quantification
- Influence de la délocalisation sur l'abaissement de l'énergie des différents niveaux
- Cohérence d'une description ondulatoire et de l'effet tunnel associé avec les résultats expérimentaux
- Rôle de l'effet tunnel sur la formation de liaisons chimiques

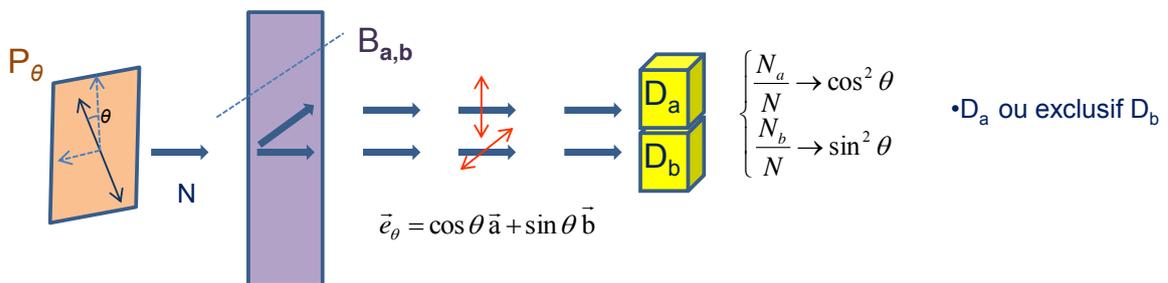
- Mesure?
- Indiscernabilité?

Photons et polarisation

1. Mesures sur une base de PR



- PR verticale et horizontale forment une base orthogonale des états de polarisation
- La mesure se fait par projection sur un des états de la base, modification de l'état du système
- La mesure d'un état oblique est incompatible avec celle d'un état h ou v
- La logique quantique diffère profondément de la logique classique...
 - (50% des hommes bruns sont des femmes!...?)



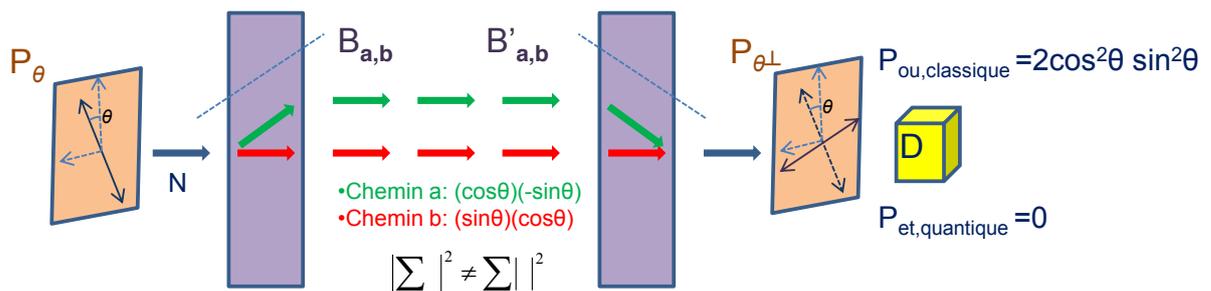
Telecom 16/05/2013

Quantique en CPGE

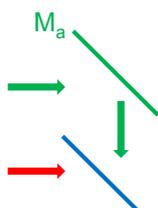
Rémi Barbet-Massin

Photons et polarisation

2. Expérience à choix multiple



- Linéarité, mais pas sur les probabilités → amplitude de probabilité
- « et »: on ne connaît pas le chemin pris par un photon (explore tous les possibles)



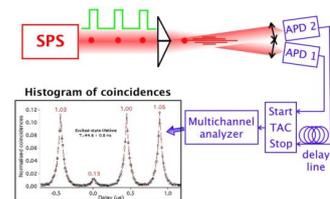
• Détection du mouvement de M_a ?

$$P_{\text{recul}} \geq \Delta p_{\text{miroir}} \geq \frac{\hbar}{\Delta l_{\text{miroir}}} \Rightarrow \Delta \phi_{\text{miroir}} \geq 1$$

• Existence des photons?

• Expériences d'anticorrélation:

- R. Hanbury-Brown et R.Q. Twiss (1956)
- P. Grangier, G. Roger, A. Aspect (1986)



http://www.physique.ens-cachan.fr/old/franges_photon/anticorrelation.htm
 J.F.Roch, F. Treussart, P. Grangier

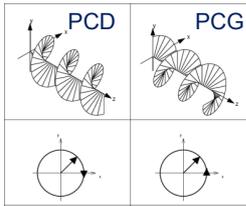
Telecom 16/05/2013

Quantique en CPGE

Rémi Barbet-Massin

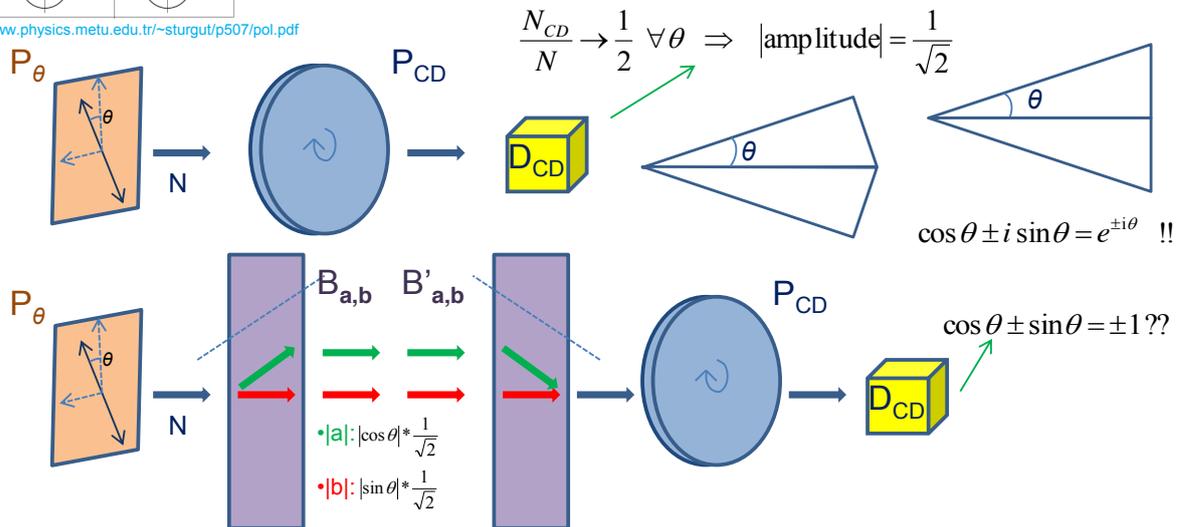
Photons et polarisation

3. Polarisations circulaires



- PCG,PCD base équivalente à toute base de PR \perp
- Projecteur sur PCD: $P_{CD} (\lambda/4_{xy} \rightarrow P_{45^\circ} \rightarrow \lambda/4_{yx})$
- Projecteur sur PCG: $P_{CG} (\lambda/4_{yx} \rightarrow P_{45^\circ} \rightarrow \lambda/4_{xy})$

<http://www.physics.metu.edu.tr/~sturgut/p507/pol.pdf>



Telecom 16/05/2013

Quantique en CPGE

Rémi Barbet-Massin

Photons et polarisation

Conclusions

- Amplitudes de probabilités dont le module au carré donne P
- Nécessité de travailler sur les complexes
- Mesure d'une grandeur physique pour un système à deux états:
 - Base d'états propres
 - Linéarité
 - Réduction de paquet d'onde

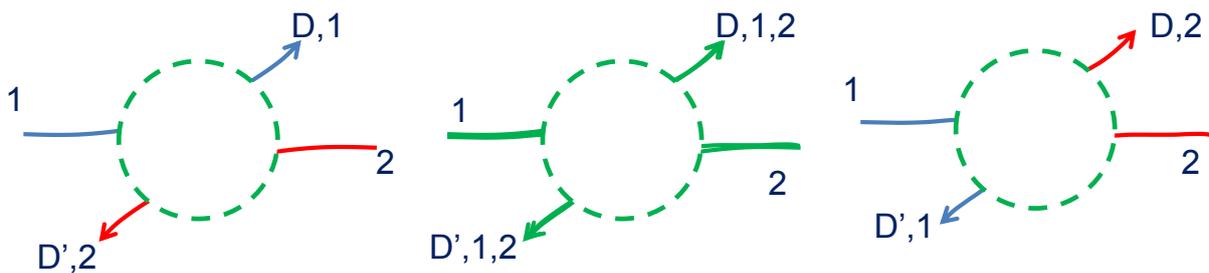
Telecom 16/05/2013

Quantique en CPGE

Rémi Barbet-Massin

Indiscernabilité: Fermions et bosons

1. Indiscernabilité et fonction d'onde



$$|\psi(1,2)|^2 = |\psi(2,1)|^2 \Rightarrow \psi(1,2) = e^{i\delta} \psi(2,1) \Rightarrow \text{en itérant } e^{i\delta} = \pm 1$$

• Particules distinctes en D: $|f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2$

• Bosons en D: $|f(\theta) + f(\pi-\theta)|^2$

• Fermions en D: $|f(\theta) - f(\pi-\theta)|^2$

$$|f_1 a|^2 |f_2 b|^2 + |f_1 b|^2 |f_2 a|^2$$

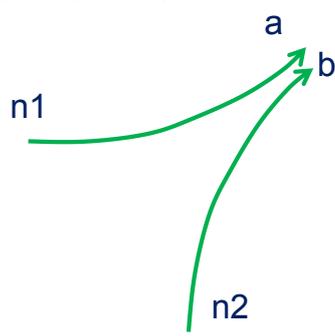
$$a \approx b \Rightarrow P_2^\pm = 2|f_1 f_2|^2$$

$$|f_1 a f_2 b + f_1 b f_2 a|^2$$

$$a \approx b \Rightarrow P_2^{bosons} = 4|f_1 f_2|^2 = 2P_2^\pm$$

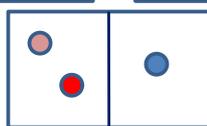
$$|f_1 a f_2 b - f_1 b f_2 a|^2$$

$$a \approx b \Rightarrow P_2^{fermions} = 0 \quad \text{Pauli!}$$



Indiscernabilité: Fermions et bosons

2. Grégarité bosonique

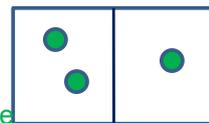


$\binom{N}{k}$ états distincts

somme des carrés des modules

1 seul état

carré du module de la somme



$$P^\pm(N)S^N = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} P^\pm(k) \left(\frac{S}{2}\right)^k P^\pm(N-k) \left(\frac{S}{2}\right)^{N-k}$$

$$P^\pm(N) = (P(1))^N$$

$$P^{bosons}(N)S^N = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} A(k) \left(\frac{S}{2}\right)^{\frac{k}{2}} A(N-k) \left(\frac{S}{2}\right)^{\frac{N-k}{2}}$$

$$P^{bosons}(N) = N! (P(1))^N$$

• Équilibre thermique d'un mode de rayonnement:

$$N_{at,2} (\bar{n} + 1) P = N_{at,1} \bar{n} P$$

$$\varepsilon(\omega) = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \quad \text{+comptage de modes}$$

$$P^{bosons}(N+1) = (N+1)N! (P(1))^N (P(1)) = (N+1)P P^{bosons}(N)$$

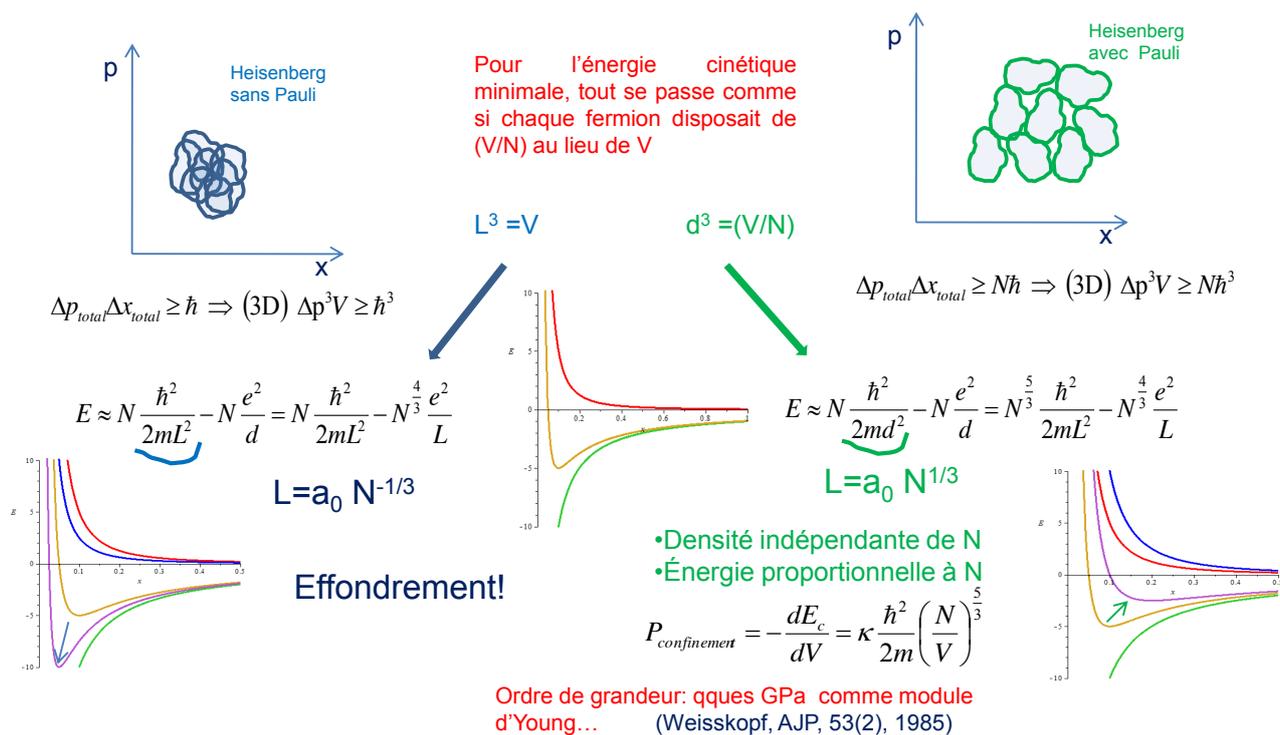


$$P(N \rightarrow N+1) = NP + P \quad \text{induit} \quad \text{spontané}$$

$$P(N \rightarrow N-1) = NP \quad \text{(conjugaison)}$$

Indiscernabilité: Fermions et bosons

3. Pauli et la matière fermionique



Indiscernabilité: Fermions et bosons

3. Pauli et la matière fermionique

Taille d'un atome à Z électrons

$$E = \sum_{i=1}^Z \frac{p_i^2}{2m} - \sum_{i=1}^Z \frac{Ze^2}{r_i} + \sum_{i<j} \frac{e^2}{r_{ij}} \approx \frac{Zp^2}{2m} - \frac{Z^2 e^2}{2a_Z}$$

$p \approx \hbar/a_Z$

$\longrightarrow a_Z \approx Z^{-1} a_1$
(cas des hydrogénoïdes)

$p \approx Z^{1/3} \hbar/a_Z$

$\longrightarrow a_Z \approx Z^{-1/3} a_1$

- À grande échelle, rôle de la gravitation
- Pression de confinement dans des états fortement comprimés (naines blanches) (« pression de Fermi »)
-

Enseigner la mécanique quantique en CPGE: réforme 2013, une première étape

- Nécessité d'un ancrage concret pour les élèves → intérêt de l'approche ondulatoire
- Première approche des spécificités de la mécanique quantique → réflexion nécessaire sur la mesure à partir d'exemples simples → systèmes à deux niveaux
- Transversalité math/physique/chimie → première mise en place d'outils d'algèbre linéaire
- Préalable à cette nouvelle évolution: le retour d'une vraie filière scientifique au lycée...

Alain Sibille



Professeur à Télécom ParisTech, Département Communications et Électronique

Un point de vue sur l'enseignement de la physique quantique en école d'ingénieur

L'enseignement de la physique quantique en école d'ingénieur peut être vu sous divers angles, selon les ambitions et les objectifs pédagogiques visés. On peut par exemple souhaiter consolider la culture scientifique fondamentale, ou vouloir installer quelques connaissances concrètes dans un but utilitaire, ou encore chercher à passionner les élèves sur un sujet déclenchant des vocations en espérant un effet d'entraînement sur des enseignements aval. La méthode pédagogique doit résulter de l'objectif ainsi que des connaissances antérieures des étudiants, souvent hétérogènes. L'exposé illustrera ces diverses modalités et donnera à titre d'exemple la méthode suivie à Télécom ParisTech, qui offre au départ le choix entre une approche expérimentale et une approche conceptuelle. Cette dernière, peu usitée, consiste à démontrer que les principes de la mécanique quantique sont très intimement liés et apparaissent s'imposer à partir de considérations très générales. Parmi les retombées, on peut espérer que la mécanique quantique soit tout simplement perçue comme un excellent cours de sciences de l'ingénieur.



Un point de vue sur l'enseignement de la physique quantique en école d'ingénieur

Alain Sibille
Télécom ParisTech

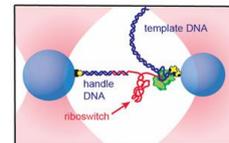
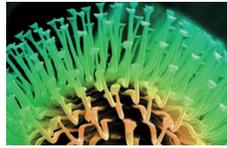


Plan

- **Pourquoi - Comment ?**
- **Une approche conceptuelle légère**
- **Une conclusion “inattendue” ?**

Pourquoi – comment ?

- Une nouvelle vision du monde
 - Tête bien pleine ou tête bien faite ?
- Une brique majeure de la physique contemporaine
 - Procède de l'acquisition d'une culture scientifique fondamentale "moderne"
- L'explication des phénomènes fondamentaux à la base de nombreuses technologies contemporaines



3

16/05/2013

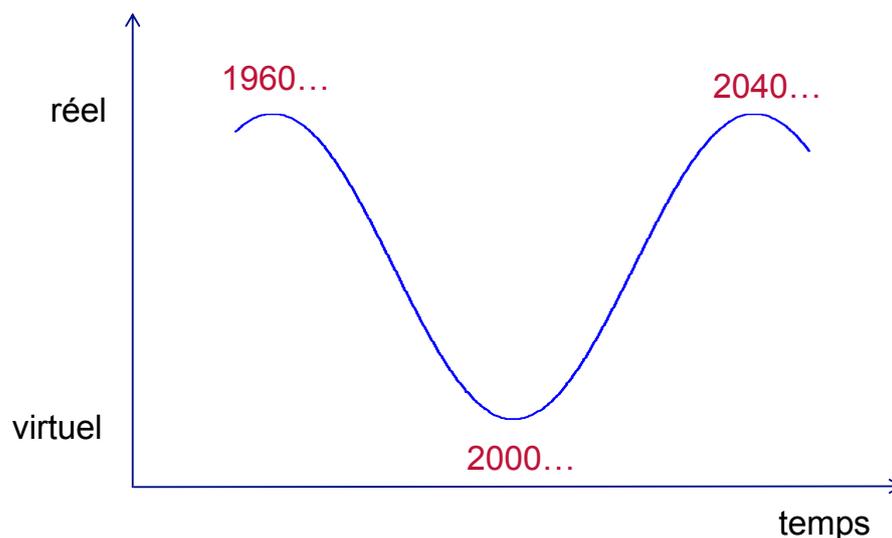
Journée LIESSE / Télécom-UPS

Enseigner la mécanique quantique



Pourquoi – comment ?

- Un cycle dans les besoins de connaissances ?



4

16/05/2013

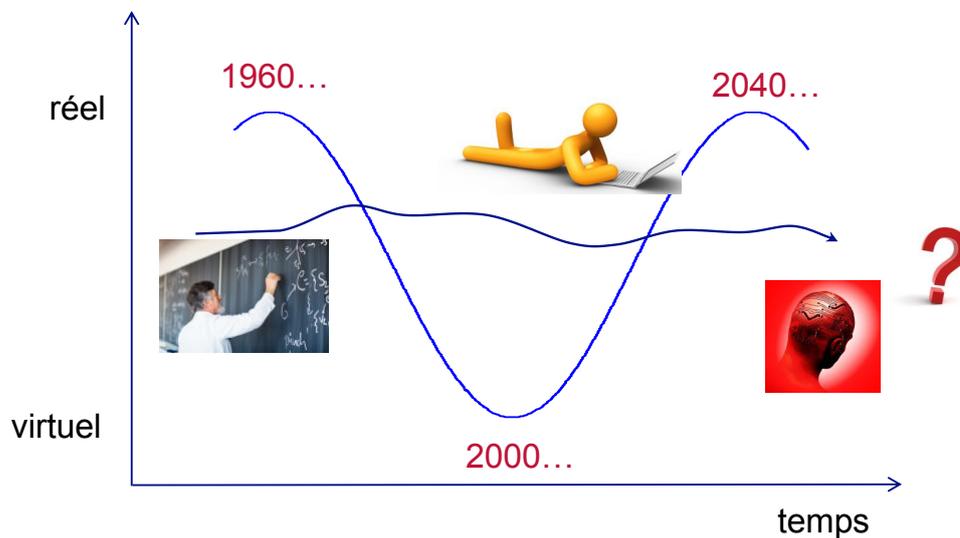
Journée LIESSE / Télécom-UPS

Enseigner la mécanique quantique



Pourquoi – comment ?

- L'apprenant d'aujourd'hui n'est pas celui d'hier (ni de demain...)



Pourquoi – comment ?

- Comment enseigner la physique quantique en école d'ingénieur ?

- Les éléments facilitateurs

- La motivation des élèves : la physique quantique reste un "attracteur étrange" pour les étudiants, susceptible de passion mais aussi de rejet : attention à ne pas les décevoir
- Une programmation souvent en début de cursus, plus favorable

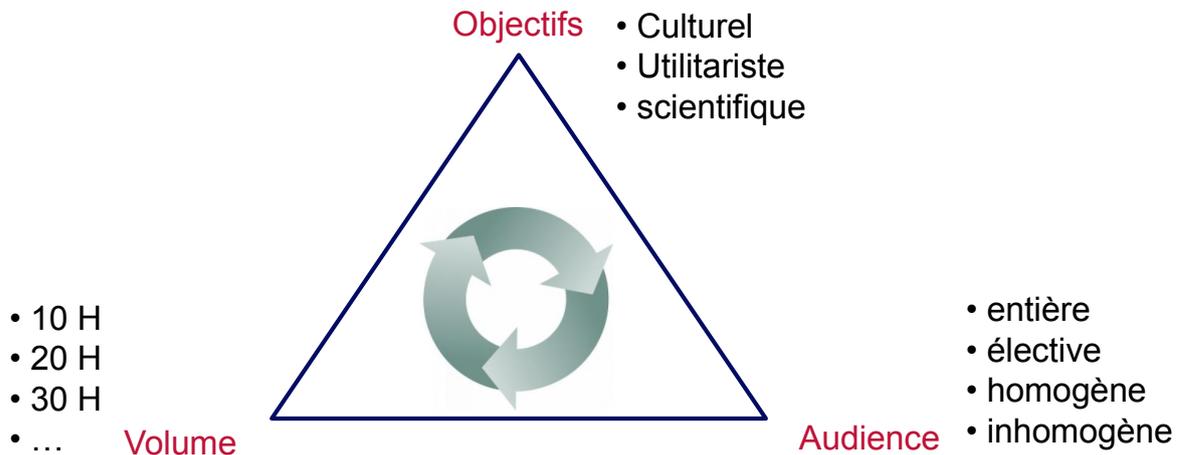
- Les éléments de difficulté

- Le manque de motivation des élèves pour une "matière inutile"
- La maîtrise de l'outil mathématique, qui n'est plus ce qu'elle était...
- La baisse du "sens physique"
- Le caractère contre-intuitif des phénomènes
- Le temps limité pour une matière qui demande de la réflexion personnelle

Pourquoi – comment ?

■ Comment enseigner la physique quantique en école d'ingénieur ?

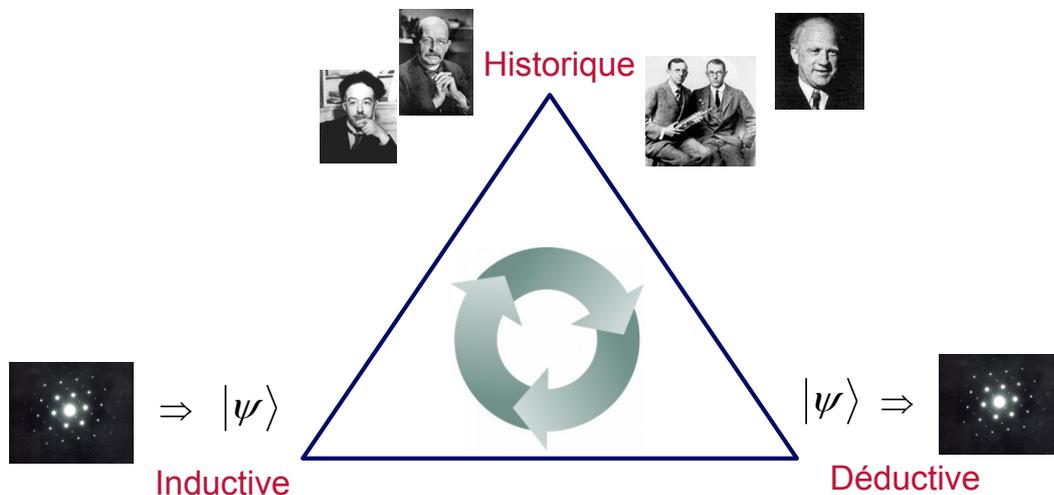
- Le triangle des paramètres d'entrée



Pourquoi – comment ?

■ Comment enseigner la physique quantique en école d'ingénieur ?

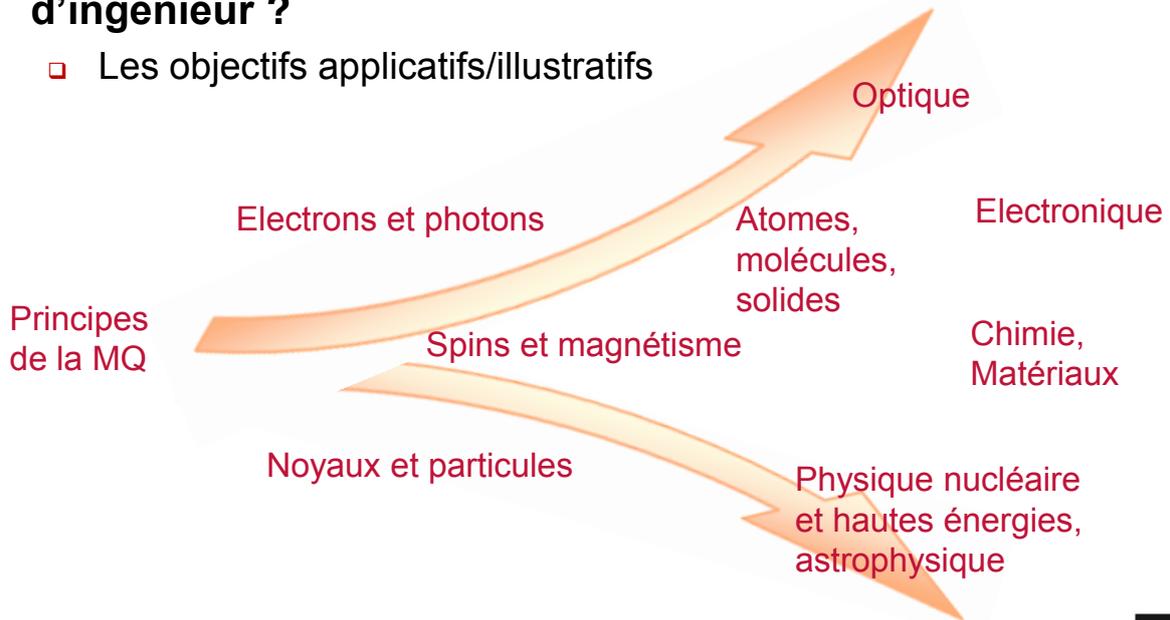
- Le triangle des méthodes



Pourquoi – comment ?

■ Comment enseigner la physique quantique en école d'ingénieur ?

- Les objectifs applicatifs/illustratifs



Pourquoi – comment ?

■ Comment enseigner la physique quantique en école d'ingénieur ?

- Finalement, 3 options possibles

- **L'option minimaliste** ("vernis"), qui vise à une très faible compréhension du sens fondamental de la théorie, une petite culture des phénomènes et de leur rôle dans le quotidien (50 % du besoin actuel des ingénieurs ?)



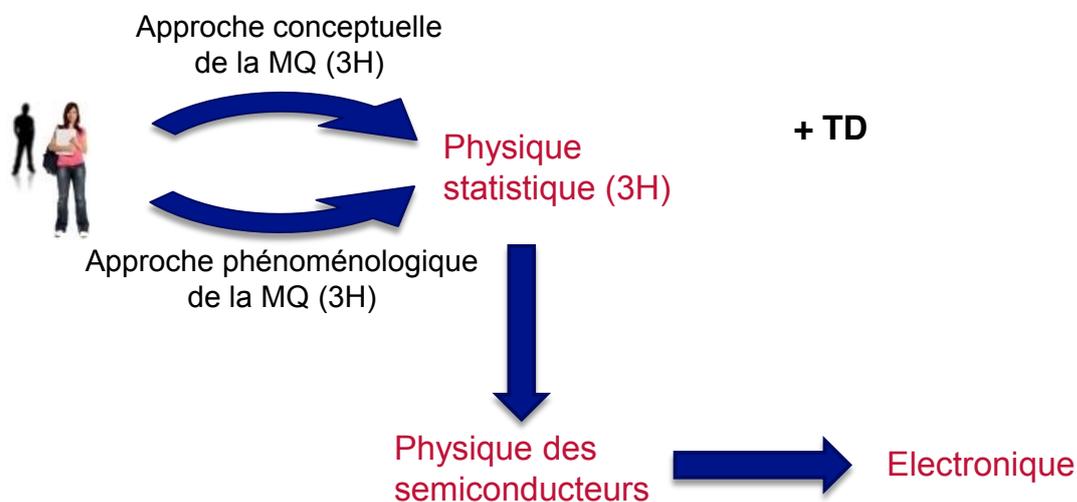
- **L'option applicative**, qui vise à une connaissance utilitariste de l'emploi des principes ("boîte à outils"), qui permet des manipulations élémentaires (10 % du besoin actuel des ingénieurs ?)

- **L'option approfondie**, qui vise à une appropriation des principes et l'exercice critique de la compréhension des mécanismes fondamentaux (qqs % du besoin actuel des ingénieurs ?)



Pourquoi – comment ?

- L'enseignement de Micro et nano physique à Télécom ParisTech (1^{re} année) – 30 H (C. Ware, I. Zaquine... A. Sibille)



Une approche conceptuelle légère

■ Objectif

- Exposer les principes fondamentaux de la MQ
- Faire comprendre leur sens et leur logique constructive
- Un vernis du sens profond plus qu'un vernis utilitariste



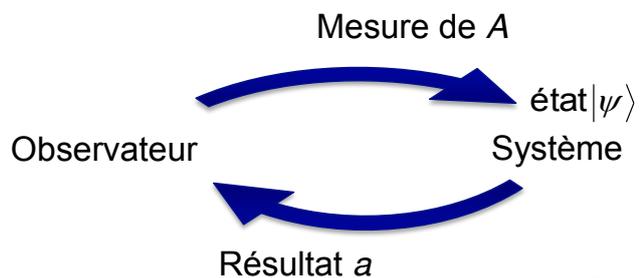
■ Démarche

- Point de départ : une vision générique de la compréhension des phénomènes naturels par l'observateur
- Une progression pas à pas s'attachant à faire ressortir les relations de dépendances entre les principes
- La **recherche systématique de la simplicité** comme guide de réflexion
- Un aller-retour entre l'observation expérimentale, l'analyse et la synthèse pour l'élaboration des principes

Une approche conceptuelle légère

■ Conceptualiser l'observation expérimentale

- La mécanique quantique exprime toute interaction entre un observateur et le monde physique comme un **processus de mesure**. Quelles en sont les conséquences ?
 - Mesure = opération sur le système
 - Le résultat de la mesure dépend de l'état physique (= état quantique) du système



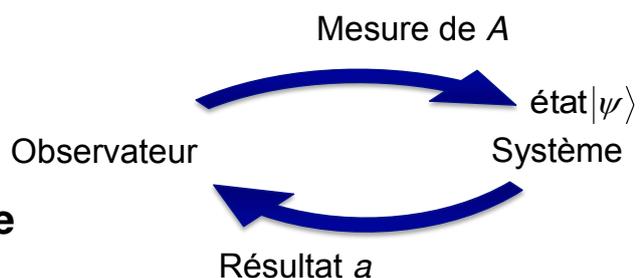
Une approche conceptuelle légère

■ Conceptualiser l'observation expérimentale

- Comment décrire cette opération ?
- Comment décrire l'état $|\psi\rangle$?
- Quel peut être le résultat de la mesure ?

→ Adoptons une approche simplificatrice !

→ Cherchons à représenter la mesure par un opérateur linéaire



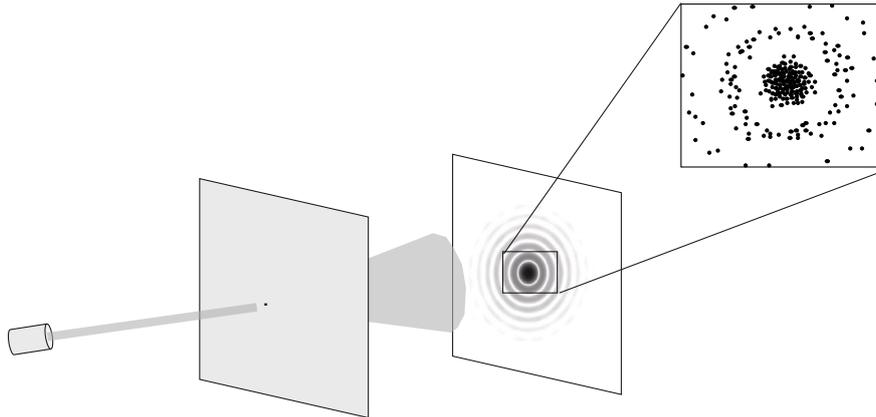
Admettons provisoirement le principe de superposition

Une approche conceptuelle légère

■ Que nous dit l'expérimentation ?

- On ne trouve pas toujours le même résultat !
 - Même en reproduisant parfaitement les conditions de mesure
 - Même si le système mesuré est toujours préparé dans le même état !

Le résultat d'une mesure est (fondamentalement) aléatoire !



Une approche conceptuelle légère

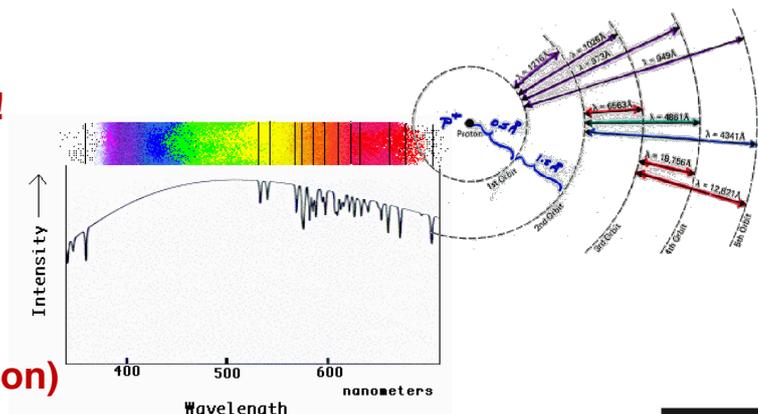
■ Que nous dit l'expérimentation ?

- Contrairement à la physique classique, certains résultats sont interdits !
- Peut-on trouver un ensemble de résultats de mesure possibles de la grandeur A qui traduisent les caractéristiques de l'opérateur \hat{A} ?

→ **Les valeurs propres !**



(Principe de quantification)



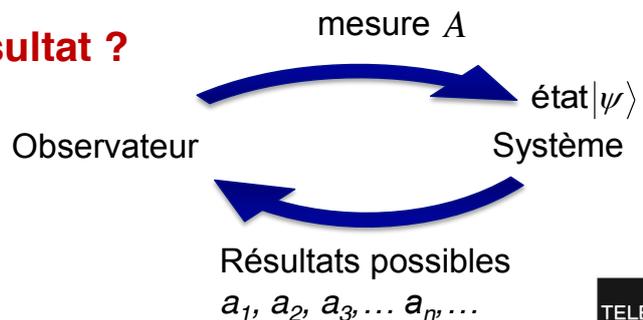
Une approche conceptuelle légère

■ Que nous dit l'expérimentation ?

□ Résumons :

- À une grandeur physique A on associe un certain opérateur linéaire \hat{A} dont les valeurs propres sont les résultats possibles de la mesure de A
- Cet opérateur agit sur l'état quantique $|\psi\rangle$, représentant l'état physique du système au moment de la mesure, qui appartient à un certain espace vectoriel

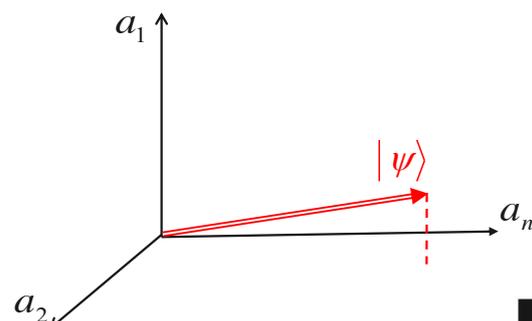
Comment relier tout cela au caractère aléatoire du résultat ?



Une approche conceptuelle légère

■ Question

- le système est dans l'état $|\psi\rangle$, on effectue la mesure de A , quelle est la probabilité de trouver comme résultat la valeur propre a_n ?
- ➔ Dans certains cas la probabilité est élevée, c'est sûrement que $|\psi\rangle$ "contient beaucoup a_n ". $|\psi\rangle$ est donc dans "la même direction que a_n ".

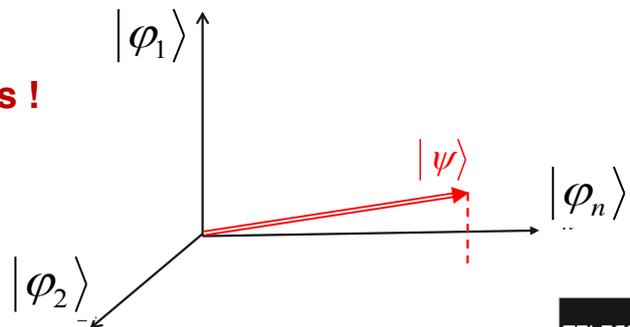


Une approche conceptuelle légère

■ Question

- le système est dans l'état $|\psi\rangle$, on effectue la mesure de A , quelle est la probabilité de trouver comme résultat la valeur propre a_n ?
- ➔ Dans certains cas la probabilité est élevée, c'est sûrement que $|\psi\rangle$ "contient beaucoup a_n ". $|\psi\rangle$ est donc dans "la même direction que a_n ".

Il s'agit des directions propres !



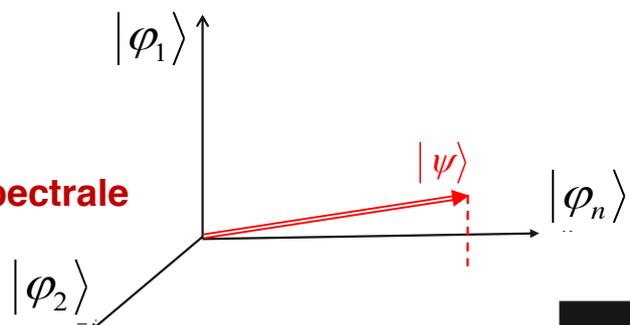
Une approche conceptuelle légère

■ Question

- le système est dans l'état $|\psi\rangle$, on effectue la mesure de A , quelle est la probabilité de trouver comme résultat la valeur propre a_n ?
- ➔ Il faut trouver la "proportion" de $|\phi_n\rangle$ dans $|\psi\rangle$:

$$P(a_n) = \frac{\text{Produit scalaire } |\langle \phi_n | \psi \rangle|^2}{\text{Norme}^2 \langle \phi_n | \phi_n \rangle \langle \psi | \psi \rangle}$$

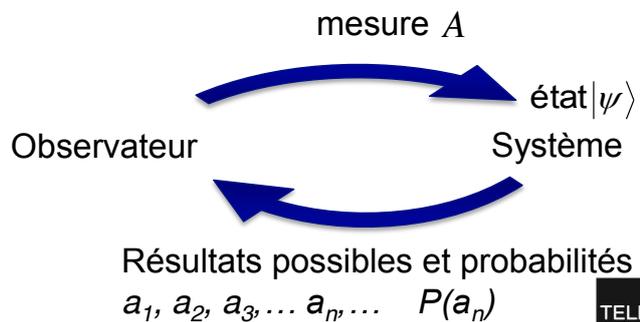
Principe de décomposition spectrale



Une approche conceptuelle légère

■ Résumons

- À une grandeur physique A on associe un certain opérateur linéaire \hat{A} dont les valeurs propres sont les résultats possibles de la mesure de A
- Cet opérateur agit sur l'état quantique $|\psi\rangle$, qui appartient à un certain espace vectoriel et représente l'état physique du système au moment de la mesure,
- Le résultat d'une mesure est aléatoire, les probabilités sont complètement déterminées à partir de l'opérateur si on connaît l'état quantique



21

16/05/2013

Journée LIESSE / Télécom-UPS

Enseigner la mécanique quantique



Une approche conceptuelle légère

■ Ce n'est pas fini !

- Problème ! Si le résultat est aléatoire, à quoi sert la mesure ?
 - Mesure de $A \rightarrow$ résultats possibles $a_1, a_2, a_3, \dots a_n, \dots$ avec les probabilités $\dots P(a_n) \dots$
 - 2^e mesure de $A \rightarrow$ résultats possibles $a_1, a_2, a_3, \dots a_n, \dots$ avec les probabilités $\dots P(a_n) \dots ???$

\rightarrow Si on mesure la grandeur A une 2^e fois immédiatement après la 1^{re}, le résultat doit être identique !

22

16/05/2013

Journée LIESSE / Télécom-UPS

Enseigner la mécanique quantique



Une approche conceptuelle légère

■ Ce n'est pas fini !

- Problème ! Si le résultat est aléatoire, à quoi sert la mesure ?
 - Pour la 2^e mesure, $P(a_{n0})=1$ si on a trouvé a_{n0} la 1^{ère} fois !
 - Donc $P(a_n)=0$ si $n \neq n0$
 - Donc $|\psi'\rangle \propto |\varphi_{n0}\rangle$ si $|\psi'\rangle$ est l'état quantique avant la 2^e mesure !
 - Donc l'état quantique après la 1^{ère} mesure n'est pas le même qu'avant !

La mesure a brutalement modifié l'état quantique du système !



Une approche conceptuelle légère

■ Ce n'est pas fini !

- Problème ! Si le résultat est aléatoire, à quoi sert la mesure ?
 - Pour la 2^e mesure, $P(a_{n0})=1$ si on a trouvé a_{n0} la 1^{ère} fois !
 - Donc $P(a_n)=0$ si $n \neq n0$
 - Donc $|\psi'\rangle \propto |\varphi_{n0}\rangle$ si $|\psi'\rangle$ est l'état quantique avant la 2^e mesure !
 - Donc l'état quantique après la 1^{ère} mesure n'est pas le même qu'avant !

La mesure a brutalement modifié l'état quantique du système !

après une mesure ayant donné a_{n0} comme résultat, $|\psi'\rangle \propto |\varphi_{n0}\rangle$

$|\psi\rangle$ a donc été projeté sur la direction $|\varphi_{n0}\rangle$: $|\psi'\rangle = \Pi_{n0}|\psi\rangle$

→ Principe de réduction du paquet d'ondes

Une approche conceptuelle légère

■ Cohérence de la construction théorique

- On voit se construire progressivement un cadre mathématique support à l'élaboration des principes de la MQ. En assurer la cohérence permet de finaliser les fondations

- On parle de valeurs propres d'opérateur comme résultat de mesure, mais quid si la mesure de la position me donne $3i$?

→ **Il faut assurer que les valeurs propres sont réelles !**

→ **Opérateur hermitique (= auto-adjoint)**

$$\hat{A} = \hat{A}^+ \Leftrightarrow \langle \psi | \hat{A} | \varphi \rangle = \langle \varphi | \hat{A} | \psi \rangle^* \quad \forall |\psi\rangle, |\varphi\rangle$$



Une approche conceptuelle légère

■ Comment définir les opérateurs ? Ce sont les **règles de quantification**

- **Pour la position** $\hat{R}|\vec{r}_0\rangle = \vec{r}_0|\vec{r}_0\rangle$

où $|\vec{r}_0\rangle$ est l'état quantique correspondant au résultat de mesure de position \vec{r}_0

La densité de probabilité de présence résulte directement du Principe de décomposition spectrale :

$$dP(\vec{r}) = \frac{|\langle \vec{r} | \psi \rangle|^2}{\langle \psi | \psi \rangle} = \frac{|\psi(\vec{r})|^2}{\langle \psi | \psi \rangle}$$

où $\psi(\vec{r}) = \langle \vec{r} | \psi \rangle$ est **communément appelé la "fonction d'onde"**

Une approche conceptuelle légère

■ Comment définir les opérateurs ? Ce sont les règles de quantification

□ Pour l'impulsion $\hat{P}|\vec{p}_0\rangle = \vec{p}_0|\vec{p}_0\rangle$

où $|\vec{p}_0\rangle$ est l'état quantique correspondant au résultat de mesure de position \vec{p}_0

La densité de probabilité de présence résulte directement du Principe de décomposition spectrale :

$$dP(\vec{p}) = \frac{|\langle \vec{p} | \psi \rangle|^2}{\langle \psi | \psi \rangle} = \frac{|\bar{\psi}(\vec{p})|^2}{\langle \psi | \psi \rangle}$$

où $\bar{\psi}(\vec{p}) = \langle \vec{p} | \psi \rangle$

Une approche conceptuelle légère

■ Comment définir les opérateurs ? Ce sont les règles de quantification

- C'est l'expression de la dualité ondes-corpuscule qui permet de relier position et impulsion. On commence par décomposer $|\vec{p}\rangle$ de 2 façons différentes : $|\vec{p}\rangle = \int \langle \vec{r} | \vec{p} \rangle |\vec{r}\rangle d^3r = \int \psi_{\vec{p}}(\vec{r}) |\vec{r}\rangle d^3r$

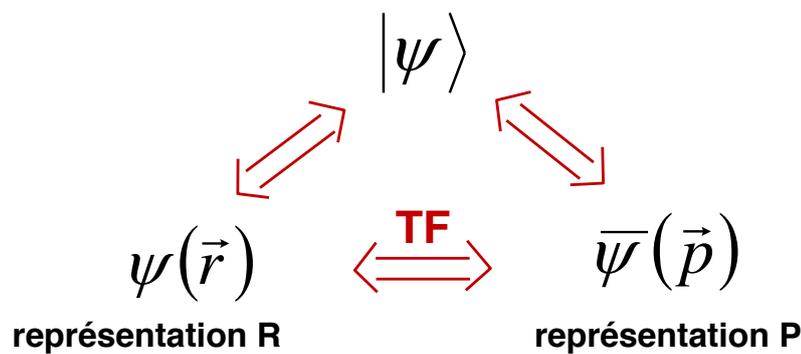
puis on postule (De Broglie, 1924) : $\psi_{\vec{p}}(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{r}\right)$

Autrement dit, un état propre de l'opérateur impulsion a pour fonction d'onde une onde plane, de longueur d'onde $\lambda = \frac{h}{|\vec{p}|}$

Une approche conceptuelle légère

■ Comment définir les opérateurs ? Ce sont les **règles de quantification**

- On en déduit facilement



Une approche conceptuelle légère

■ Comment définir les opérateurs ? Ce sont les **règles de quantification**

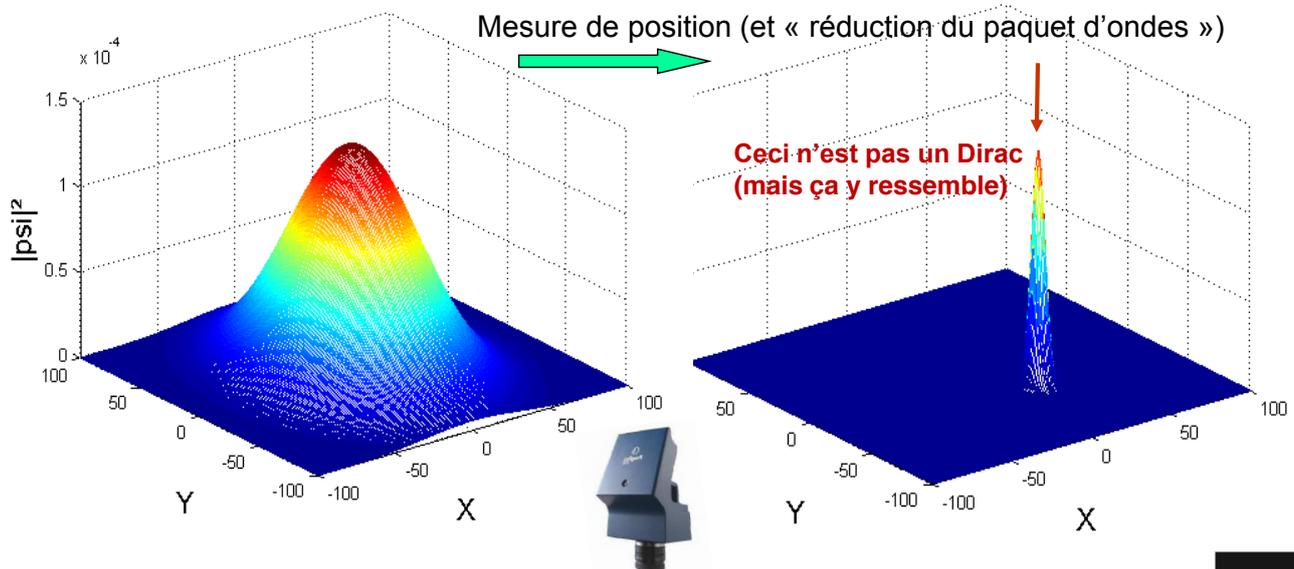
- Puis on démontre assez facilement

$$\langle \vec{r} | \hat{R} | \psi \rangle = \vec{r} \psi(\vec{r}) \quad \langle \vec{r} | \hat{P} | \psi \rangle = -i\hbar \vec{\nabla} \psi(\vec{r})$$

Autrement dit, \hat{R} est multiplicatif et \hat{P} est dérivatif, en représentation R

Une approche conceptuelle légère

- Le caractère continu de la variable position nous **interdit** une mesure infiniment précise



31

16/05/2013

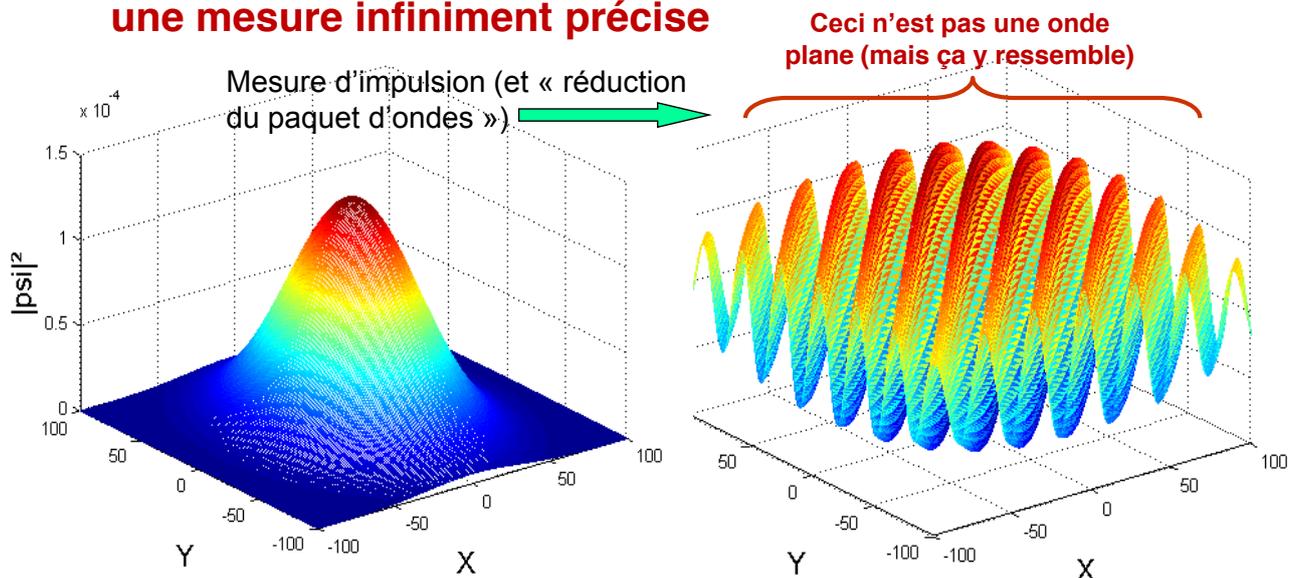
Journée LIESSE / Télécom-UPS

Enseigner la mécanique quantique



Une approche conceptuelle légère

- Le caractère continu de la variable impulsion nous **interdit** une mesure infiniment précise



32

16/05/2013

Journée LIESSE / Télécom-UPS

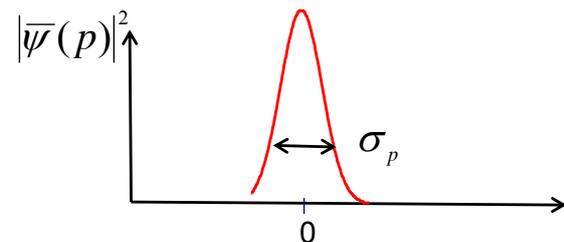
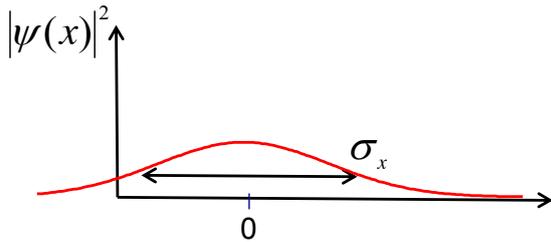
Enseigner la mécanique quantique



Une approche conceptuelle légère

■ La relation d'incertitude de Heisenberg se déduit des propriétés immédiates de la transformée de Fourier

- On la voit sous forme d'égalité pour des paquets d'onde Gaussiens $\psi(x) = (\pi\alpha)^{-1/4} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{\alpha^2}\right)$ $\bar{\psi}(p) = \frac{1}{\sqrt{\hbar}} \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{-1/4} \exp\left(-\frac{\alpha^2 p^2}{2\hbar^2}\right)$



$$\sigma_x = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\psi(x)|^2 dx} = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}$$

$$\sigma_p = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} p^2 |\bar{\psi}(p)|^2 dp} = \frac{\hbar}{\alpha\sqrt{2}} \Rightarrow \sigma_x \cdot \sigma_p = \frac{\hbar}{2}$$

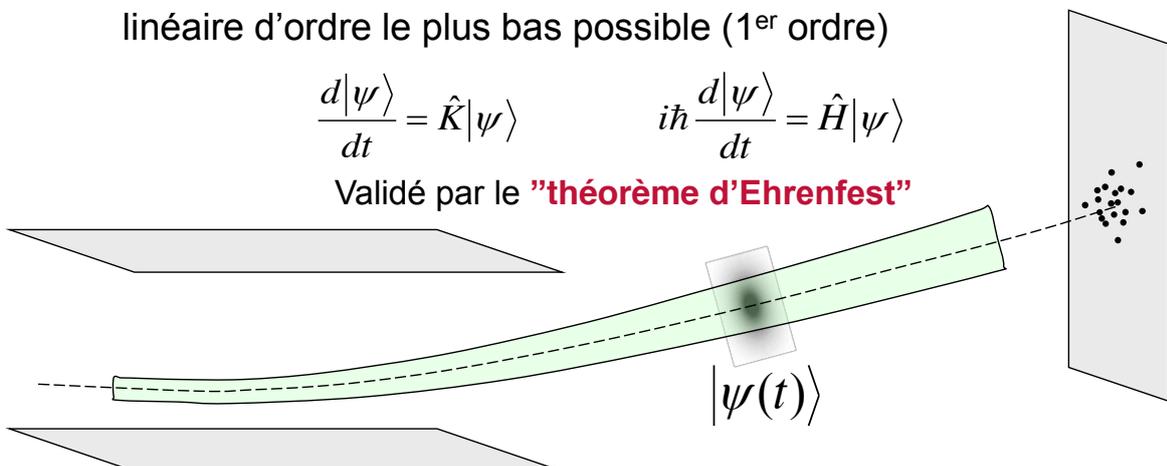
Une approche conceptuelle légère

■ Enfin l'équation de Schrödinger pour l'évolution des états en-dehors de toute mesure

- Principe de simplicité : recherche d'une équation différentielle linéaire d'ordre le plus bas possible (1^{er} ordre)

$$\frac{d|\psi\rangle}{dt} = \hat{K}|\psi\rangle \quad i\hbar \frac{d|\psi\rangle}{dt} = \hat{H}|\psi\rangle$$

Validé par le "théorème d'Ehrenfest"



Une approche conceptuelle légère

■ Enfin l'équation de Schrödinger pour l'évolution des états en-dehors de toute mesure

- Conséquence immédiate : l'existence d'états stationnaires

$$\hat{H}|\psi_n\rangle = E_n|\psi_n\rangle$$

$$i\hbar \frac{d|\psi_n\rangle}{dt} = E_n|\psi_n\rangle \quad \Rightarrow \quad |\psi_n(t)\rangle = \exp(-iE_n t / \hbar) |\psi_n(0)\rangle$$

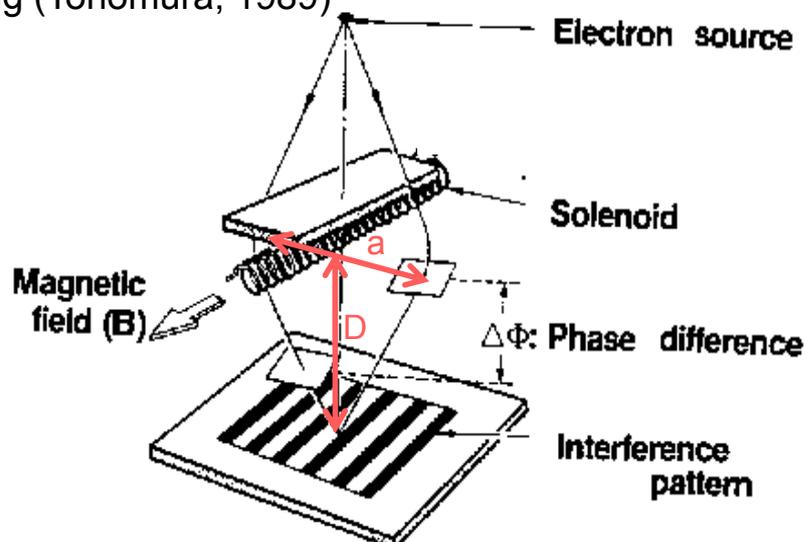
$$P(a_m, t) = \frac{|\langle \varphi_m | \psi_n(t) \rangle|^2}{\langle \varphi_m | \varphi_m \rangle \langle \psi_n(t) | \psi_n(t) \rangle} = \frac{|\langle \varphi_m | \psi_n(0) \rangle|^2}{\langle \varphi_m | \varphi_m \rangle \langle \psi_n(0) | \psi_n(0) \rangle} = P(a_m, 0)$$

- la probabilité d'un résultat de mesure a_m quelconque d'une grandeur quelconque est constante au cours du temps

Une approche conceptuelle légère

■ Une incursion vers l'expérience, juge de paix

- Les interférences entre électrons, dans une expérience de fentes d'Young (Tonomura, 1989)



Une approche conceptuelle légère

■ Une incursion vers l'expérience, juge de paix

- Les interférences entre électrons, dans une expérience de fentes d'Young



Une approche conceptuelle légère

■ Une incursion vers l'expérience, juge de paix

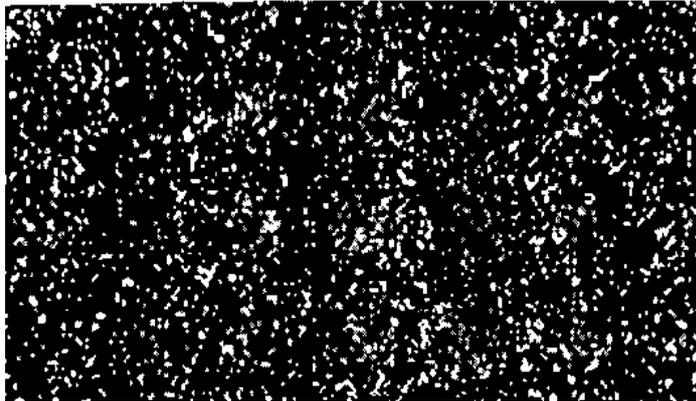
- Les interférences entre électrons, dans une expérience de fentes d'Young



Une approche conceptuelle légère

■ Une incursion vers l'expérience, juge de paix

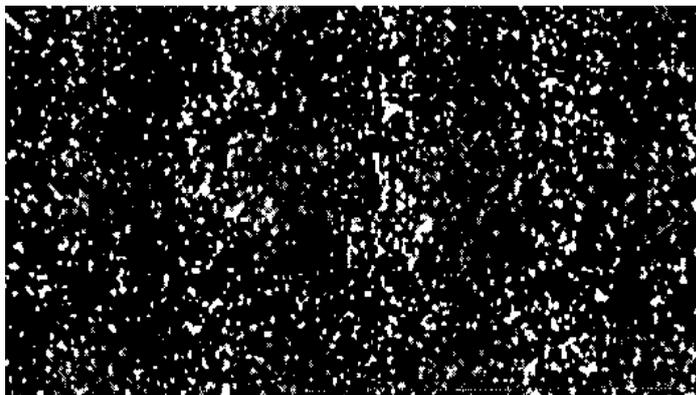
- Les interférences entre électrons, dans une expérience de fentes d'Young



Une approche conceptuelle légère

■ Une incursion vers l'expérience, juge de paix

- Les interférences entre électrons, dans une expérience de fentes d'Young

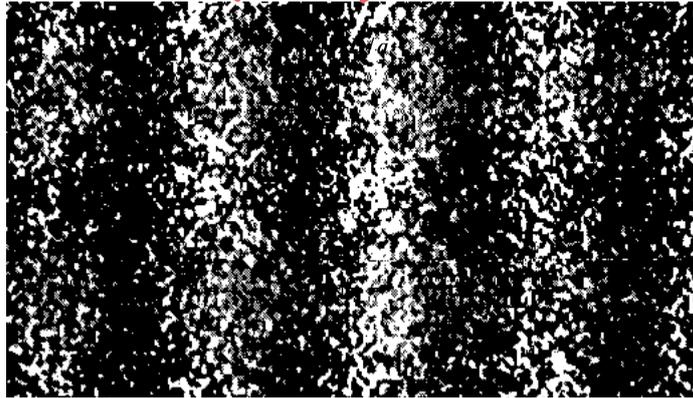


Une approche conceptuelle légère

■ Une incursion vers l'expérience, juge de paix

- Les interférences entre électrons, dans une expérience de fentes d'Young

$$\lambda D / a = \frac{hD}{pa} = \frac{hD}{a\sqrt{2mE}}$$



<http://www.youtube.com/watch?v=oWRI-LwyC4>

Une conclusion "inattendue"

■ Qu'apprend-on dans un cours de mécanique quantique ?

- De la physique des phénomènes microscopiques
- À manipuler l'algèbre linéaire sur les complexes (opérateurs, produits scalaires, diagonalisation...)
- À utiliser la transformation de Fourier
- À faire appel aux probabilités

Enfin, c'est un excellent cours de sciences de l'ingénieur !



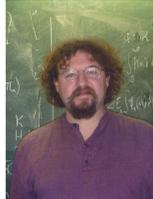


**"Je crois pouvoir affirmer sans me tromper que
personne ne comprend la mécanique quantique"**

Richard Feynmann



Jérôme Pérez



Professeur à l'ENSTA ParisTech, Laboratoire de Mathématiques Appliquées

L'enseignement de la mécanique quantique à l'ENSTA ParisTech

L'enseignement de la mécanique quantique dans une école d'ingénieur généraliste doit réaliser la quadrature du cercle. Il faut satisfaire la curiosité physique des étudiants qui ont entendu parler de ce domaine depuis longtemps sans l'avoir abordé. Ménager la susceptibilité des plus formels tout en abordant les expériences les plus fines. Utiliser des outils mathématiques que les étudiants sont en train de découvrir dans des cours de mathématiques parallèles sans perdre la face. Tout ceci dans un volume forcément restreint compte tenu de l'ambition généraliste des programmes.

Le résultat obtenu dans le contexte de l'ENSTA est un cours qui commence de façon assez formelle par quelques séances de mécanique analytique destinées à amener la physique classique des étudiants sortant de CPGE dans un état quasi-quantique à partir duquel le grand saut se passe plutôt bien et permet d'aborder alors sereinement l'enchaînement classique, au rythme accéléré de nos écoles, de l'étude des principaux potentiels et du moment cinétique.

Nous reviendrons dans cet exposé sur le détail des principales articulations de ce cours et expliquerons comment elles se déclinent dans différents compléments étalés sur toute la scolarité des étudiants de l'ENSTA.

Référence : *Physique MPSI-PCSI-PTSI*, chapitre 4, Pearson France, 2013.

Manuel Joffre



Directeur de recherche CNRS, professeur associé et président du département de physique de l'Ecole Polytechnique

Pédagogie active appliquée à l'enseignement de la physique quantique à l'Ecole Polytechnique

L'enseignement de la physique quantique conduit à introduire des notions entièrement nouvelles et parfois étranges pour des élèves dont l'intuition physique s'était jusque là forgée sur des problèmes physiques de nature très différente. Ceci fait de cette discipline un terrain privilégié d'application des méthodes de pédagogie active, comme celles qui ont été mise en œuvre à l'Ecole Polytechnique, notamment les simulations numériques interactives, les questionnaires en ligne et le vote électronique.

Pédagogie active appliquée à l'enseignement de la physique quantique à l'École Polytechnique

Manuel Joffre
Département de physique
Ecole Polytechnique



Pourquoi la pédagogie active ?

Définition (un peu méchante) de la pédagogie « passive » :

“It is all too reminiscent of an old definition of the lecture method of classroom instruction: a process by which the contents of the textbook of the instructor are transferred to the notebook of the student without passing through the heads of either party.”

Darrell Huff, *How to lie with statistics* (Norton, New York, 1954)
Cité par Eric Mazur dans *Farewell, lecture ?* (Science 323, 50 (2009))

➤ L'enseignement de physique quantique à l'X

➤ Expériences numériques

<http://www.quantum-physics.polytechnique.fr>

➤ Questionnaires en ligne

Identifiant :	<input type="text"/>
Mot de passe :	<input type="password"/>

➤ Vote électronique



L'enseignement de physique à l'X

➤ Année 1 (mai-juillet) : tronc commun pluridisciplinaire (**500 élèves**)

✓ Mécanique quantique (7 séances) : Jean Dalibard et Philippe Grangier

➤ Année 2 : enseignement pluridisciplinaire au choix

✓ Relativité (9 séances) : Christoph Kopper et Roland Lehoucq (**220 élèves**)

✓ Physique quantique (7 séances) : Manuel Joffre (**430 élèves**)

✓ Physique statistique (11 séances) : Jean-Philippe Bouchaud, Gilles Montambaux, Rémi Monasson (**430 élèves**)

✓ MODAL : Module d'enseignement expérimental en laboratoire (9 séances)
Environ **100 élèves** en physique ou électronique

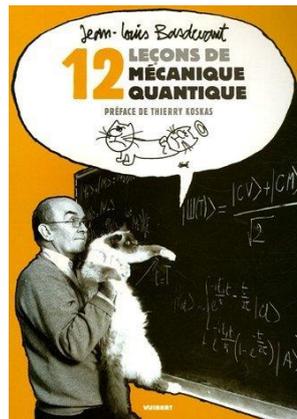
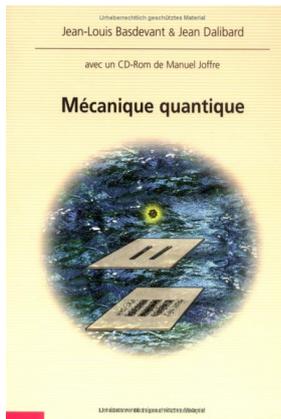
➤ Année 3 : enseignement spécialisé

✓ Programme d'approfondissement de physique : environ **50 élèves**

➤ Année 4 : formations très diversifiées

✓ M2 en France ou à l'étranger, écoles d'application, corps de l'Etat, etc.

L'enseignement de physique quantique à l'X



Jean Dalibard



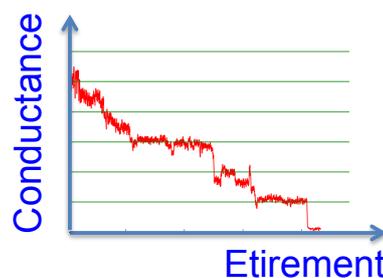
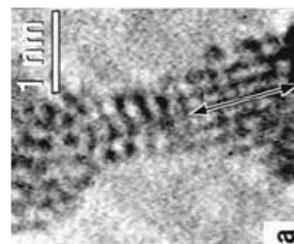
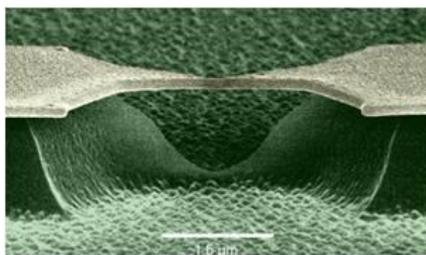
Philippe Grangier

« Mécanique quantique », Jean-Louis Basdevant et Jean Dalibard
Les éditions de l'Ecole Polytechnique

« 12 leçons de mécanique quantique », Jean-Louis Basdevant, Vuibert

Approche expérimentale : la meilleure pédagogie active

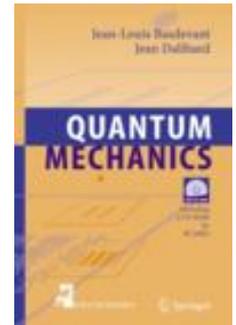
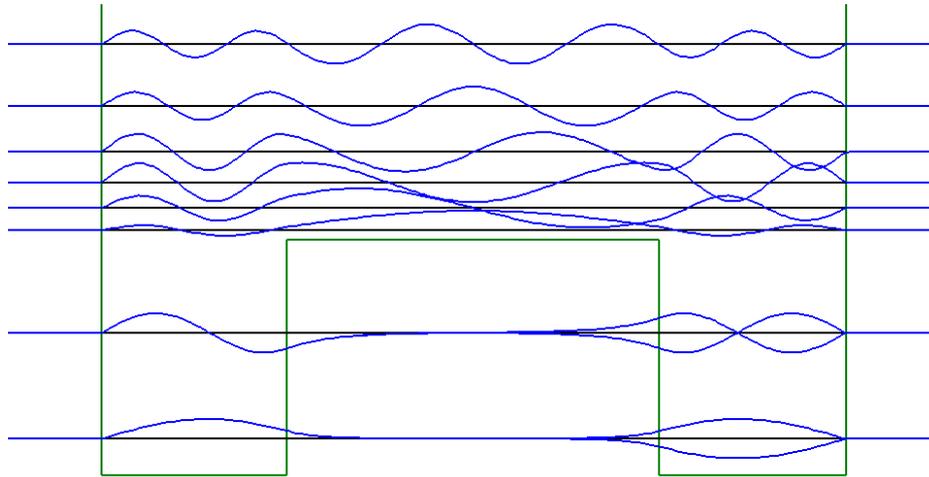
Exemple : MODAL sur la jonction à cassure (4 élèves)



Olivier Klein
Chercheur au CEA (IRAMIS)
Chargé d'enseignement à l'Ecole polytechnique

Expériences numériques en physique quantique

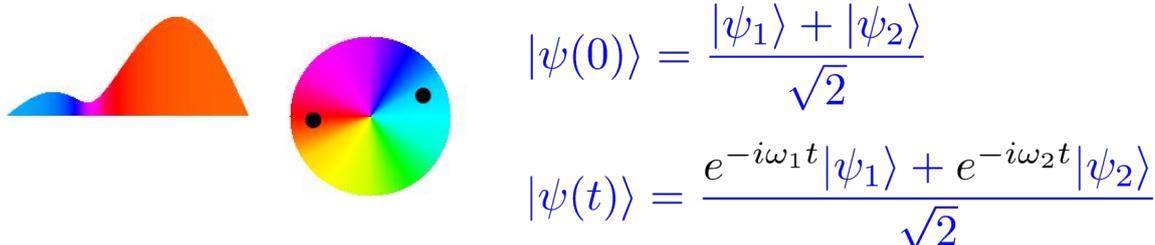
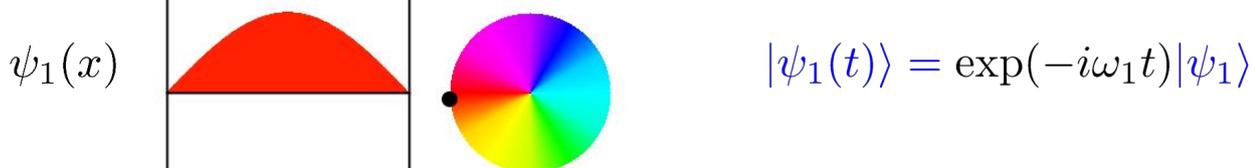
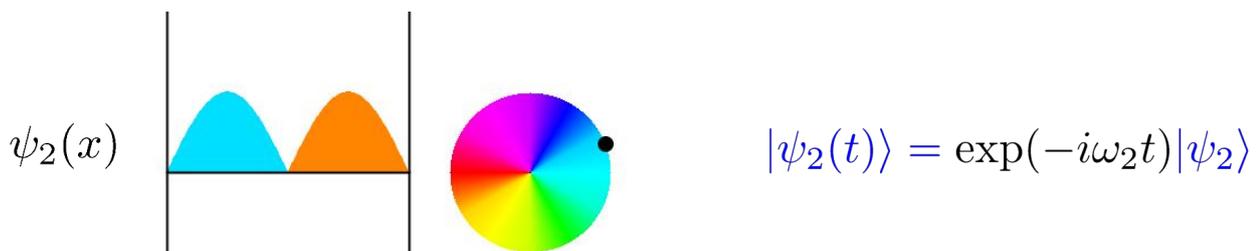
Collaboration avec Jean-Louis Basdevant et Jean Dalibard



<http://www.quantum-physics.polytechnique.fr>

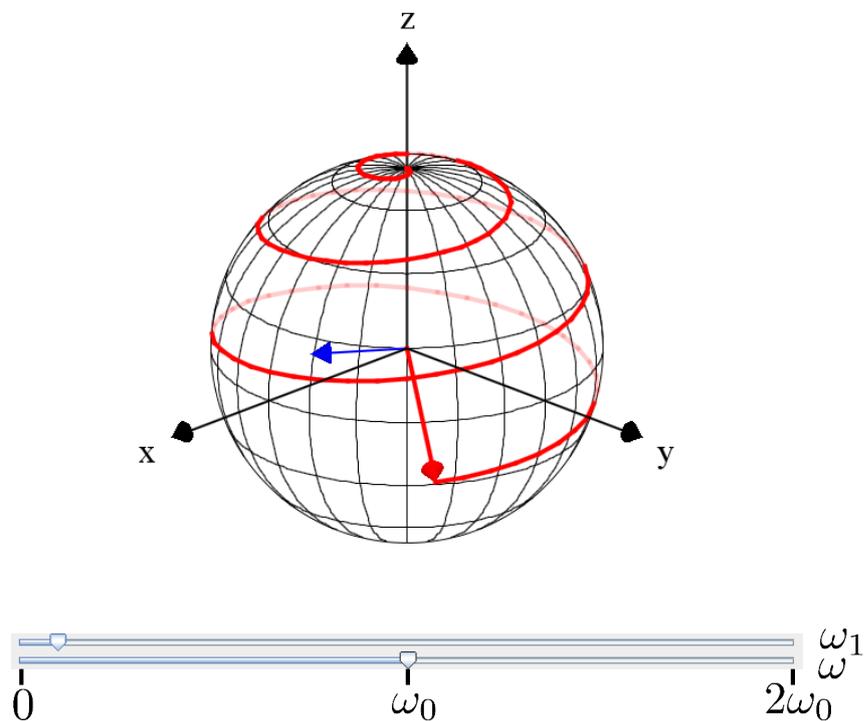
Voir aussi : <http://phet.colorado.edu>
<http://www.toutestquantique.fr/>

Exemple 1 : superposition linéaire



Exemple 2 : résonance magnétique nucléaire

Spin $\frac{1}{2}$ placé dans un champ magnétique fixe selon l'axe z et dans un champ magnétique tournant dans le plan xy .



Voir une expérience numérique c'est bien,
la manipuler soi-même c'est mieux.

Questionnaires en ligne hebdomadaires

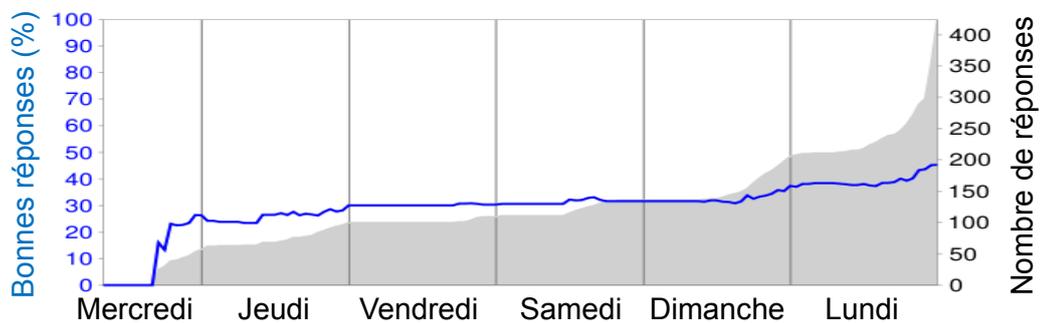
Objectif pédagogique :

- Inciter les élèves à effectuer un travail régulier
- Evaluer le taux de participation des élèves
- Aider les élèves (et les enseignants) à vérifier leur bonne compréhension du cours

Identifiant :	<input type="text"/>
Mot de passe :	<input type="password"/>

Mise en œuvre pratique :

- Entrée des questions et des réponses par les enseignants
- Mise en ligne automatique du questionnaire le jour du cours
- Les étudiants s'identifient par mot de passe et répondent à ~ 4 questions par semaine
- Clôture deux jours avant le cours suivant et mise en ligne immédiate des réponses
- Aujourd'hui utilisé par 10 cours à l'Ecole Polytechnique



Point de vue des élèves

1) Superposition linéaire de deux états propres

On considère un système placé dans un état $|\psi\rangle$ proportionnel au vecteur $i|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle$, où $|\psi_1\rangle$ et $|\psi_2\rangle$ sont deux états propres du hamiltonien associés aux valeurs propres E_1 et E_2 . Quelle est la valeur moyenne de l'énergie?

- $(E_2 - E_1)/2$,
- $E_2 - E_1$,
- $(E_1 + E_2)/2$,
- $E_1 + E_2$,
- $iE_1 + E_2$.

Après normalisation, l'état du système s'écrit $|\psi\rangle = (i|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle)/\sqrt{2}$ et la valeur moyenne de l'énergie s'écrit

$$\langle E \rangle = \langle \psi | H | \psi \rangle = \frac{1}{2}(-i\langle \psi_1 | + \langle \psi_2 |)(iE_1|\psi_1\rangle + E_2|\psi_2\rangle)$$

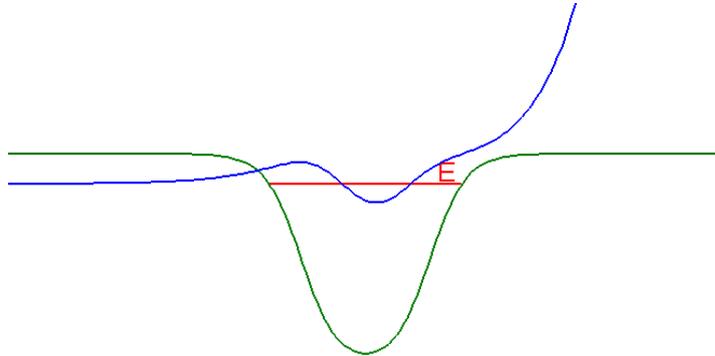
soit $\langle E \rangle = \frac{1}{2}(E_1 + E_2)$. Attention à normaliser le vecteur d'état et à bien conjuguer les coefficients complexes dans l'écriture du bra $\langle \psi |$.

Questionnaires en ligne et expérience numérique (1/2)

Nombre d'états liés dans un puits de potentiel

La fonction tracée en bleu est une fonction d'essai, solution unique de l'équation

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + (V(x) - E)\psi(x) = 0 \text{ tendant vers zéro lorsque } x \rightarrow -\infty.$$



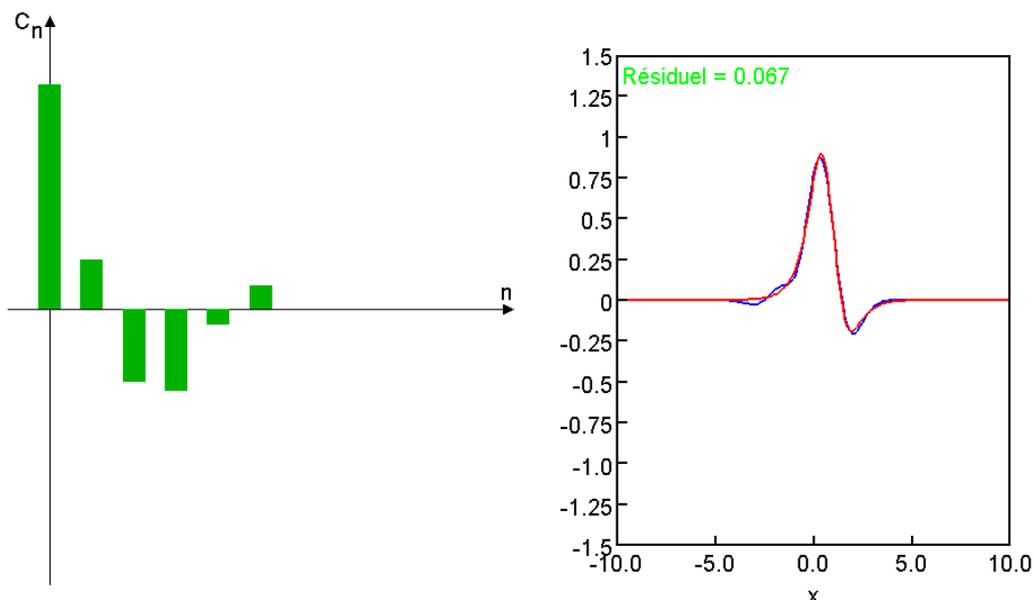
Quel est le nombre d'états liés dans le puits de potentiel ci-dessus ?

- 1
- 2
- 3
- 4
- Infini

➡ L'élève utilise l'expérience numérique pour trouver la réponse.

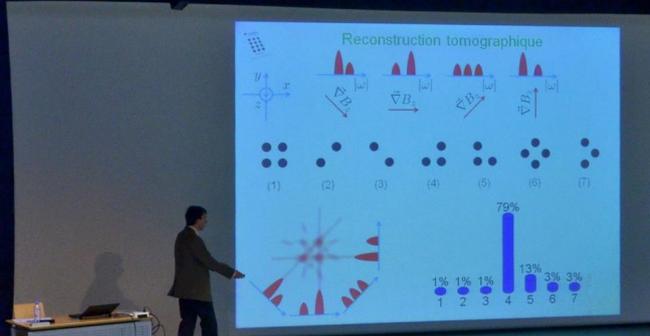
Questionnaires en ligne et expérience numérique (2/2)

Utilisation des fonctions de Hermite pour se familiariser avec la structure d'espace de Hilbert



➡ La réponse de l'élève est l'état final de l'expérience numérique.

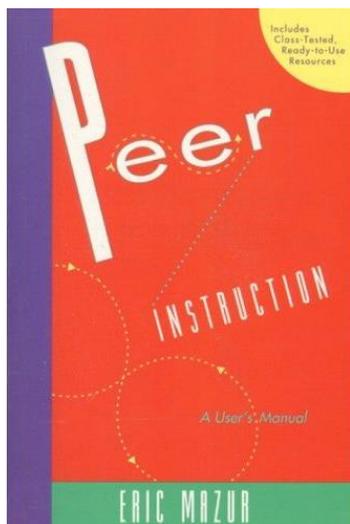
Vote électronique



Objectif pédagogique :

- Instaurer une atmosphère plus interactive
- Améliorer la participation des élèves
- Exercer l'esprit critique et l'esprit physique
- Attirer l'attention sur des points délicats avant d'engager une discussion

Peer instruction

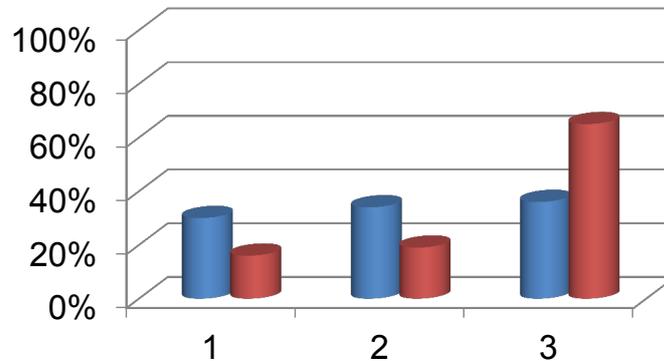


© Ecole Polytechnique, Ph. Lavalie

Exemple de peer instruction

Est-il toujours exact que $H\Psi = E\Psi$?

1. Oui
2. Oui, si l'hamiltonien est indépendant du temps
3. Non

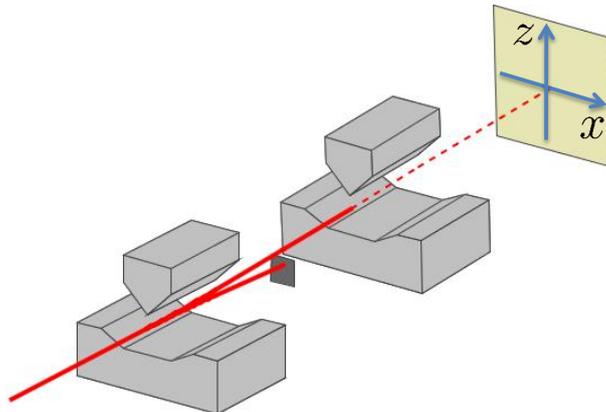


➡ Ca marche !

➡ Cependant, les élèves prennent l'habitude de discuter entre eux dès le premier vote, ce qui rend le second vote parfois inutile.

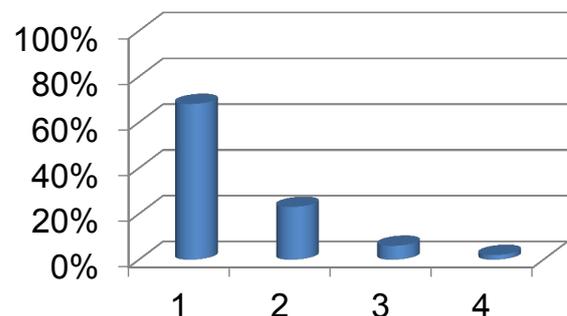


Deviner le résultat d'une expérience



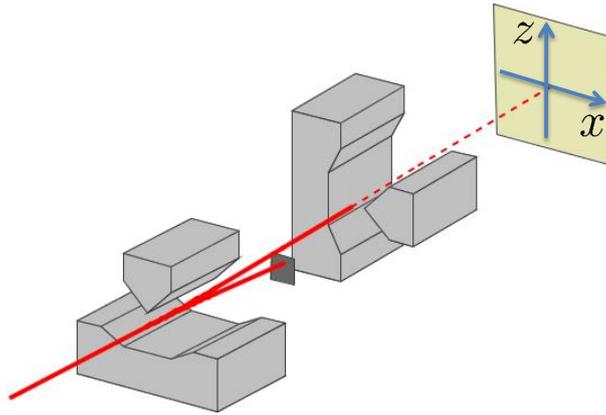
Qu'observe-t-on en aval du second appareil de Stern et Gerlach ?

1. Une seule tache
2. Deux taches identiques
3. Impossible de prévoir le résultat
4. Je ne sais pas



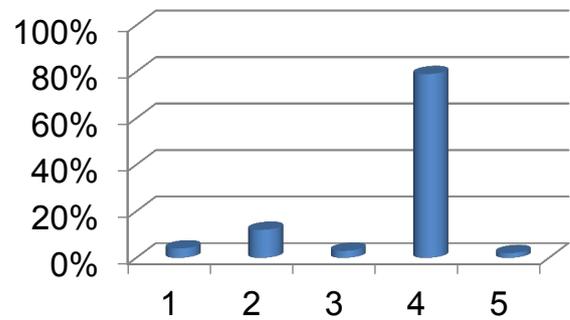


Mesure selon l'axe x

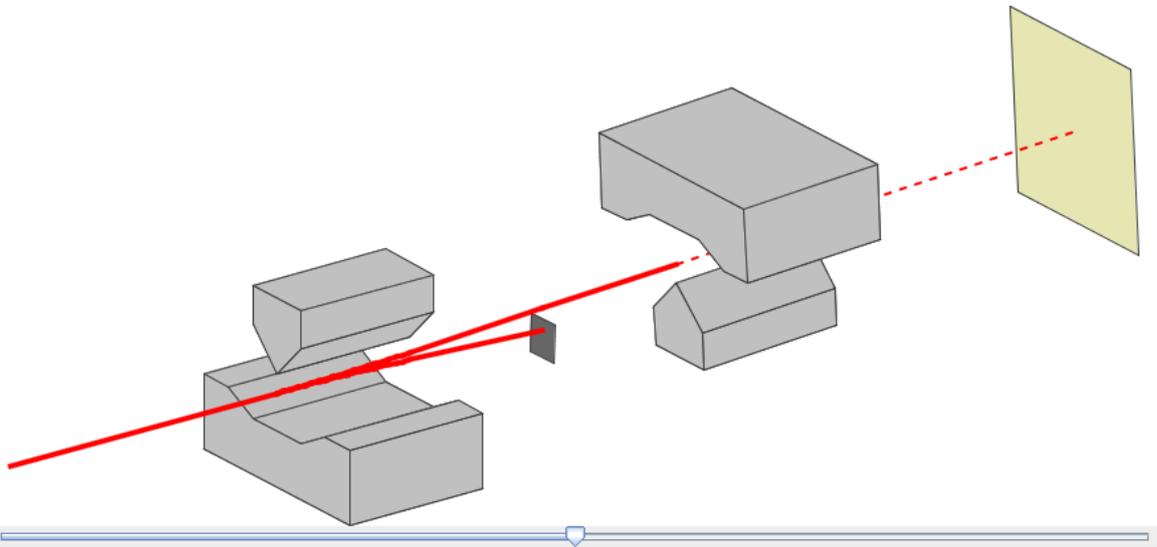


Qu'observe-t-on en aval du second appareil de Stern et Gerlach ?

1. Une seule tache au centre
2. Une seule tache décalée
3. Deux taches identiques décalées selon z
4. Deux taches identiques décalées selon x
5. Je ne sais pas

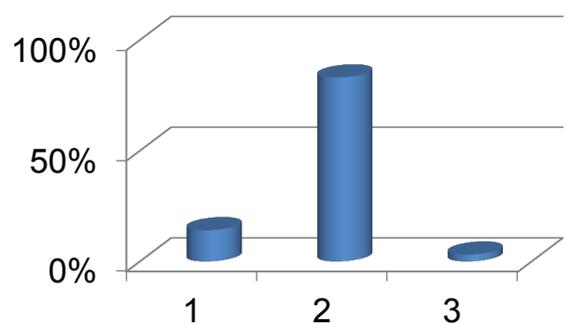


Cas d'un retournement de 180°



Le second SG est tourné de 180°. On observe:

1. Un faisceau dévié vers le haut
2. Un faisceau dévié vers le bas
3. Deux faisceaux



Remerciements

Les élèves de l'Ecole Polytechnique pour leur participation active.

Les enseignants physiciens de l'Ecole Polytechnique impliqués en pédagogie active, notamment Jean Dalibard, Mathieu de Naurois, Frédéric Chevy, Jérôme Faure et Riad Haidar.

La direction et les services de l'Ecole Polytechnique pour leur soutien.

Eric Mazur (Harvard University)
Brad Gant (Turning Technologies)

Quelques références

- « Mécanique quantique », Jean-Louis Basdevant et Jean Dalibard, *Les éditions de l'Ecole polytechnique*.
- *Les enregistrements vidéo de l'ensemble des cours de physique quantique de 1^{ère} et 2^{ème} année sont disponible sur le site web du département de physique* : <http://www.physique.polytechnique.edu>.
- *Diapos animées du cours de physique quantique de 2^{ème} année* : <http://www.enseignement.polytechnique.fr/profs/physique/Manuel.Joffre/phy432/>
- <http://www.quantum-physics.polytechnique.fr/>

Stages LIESSE

2013

à **Télécom ParisTech**

**Journées de formation à destination des professeurs
de Classes Préparatoires aux Grandes Écoles**

- *Initiation à Scilab*
(application à la modélisation probabiliste)
Mercredi 17 avril 2013

- *Les nouveaux enjeux de la vidéo numérique*
Vendredi 19 avril 2013

- *Signal et image radar*
(mise en pratique sous Scilab)
Lundi 22 avril 2013

- *La programmation Python*
(application à l'apprentissage statistique)
Jeudi 25 et vendredi 26 avril 2013

- *Initiation à Scilab*
(application à la modélisation probabiliste)
Lundi 13 mai 2013

- *La programmation Python*
(application à l'apprentissage statistique)
Mardi 14 et mercredi 15 mai 2013

Journée Télécom-UPS :

- *Enseigner la Mécanique Quantique en Grande École...
et bientôt en Classes Préparatoires ?*
Jeudi 16 mai 2013

En préambule de l'Assemblée Générale de l'UPS des 17-19 mai 2013



Inscription en ligne : www.telecom-paristech.fr/liesse/

Contact : liesse@telecom-paristech.fr



Télécom ParisTech
46 rue Barrault
75013 Paris

www.telecom-paristech.fr

