

Les probabilités comme un artisanat

**Quelques remarques d'un chercheur en psychologie expérimentale
à propos de l'induction et de la description statistiques**

Yves Guiard

LTCI CNRS

Telecom-ParisTech - Departement INFRES

Plan

1. Les probabilités dans la pratique de la recherche empirique

Epistémologie de la science empirique, pas des maths

Théorie de la connaissance vs. histoire des sciences : Popper vs. Kuhn

Réalisme scientifique: du scepticisme humien au relativisme cognitif postmoderne

Le canular de Sokal, Sokal et Bricmont (1997)

Le générateur post-moderniste

Drame de l'induction, nécessaire et impossible

Popper: corroboration impossible, la réfutation seule inférence valide

Plan

1. Les probabilités dans la pratique de la recherche empirique

Epistémologie de la science empirique, pas des maths

Théorie de la connaissance vs. histoire des sciences : Popper vs. Kuhn

Réalisme scientifique: du scepticisme humien au relativisme cognitif postmoderne

Le canular de Sokal, Sokal et Bricmont (1997)

Le générateur post-moderniste

Drame de l'induction, nécessaire et impossible

Popper: corroboration impossible, la réfutation seule inférence valide

Meehl (1997) : en fait même la réfutation est un problème

Sokal et Bricmont : réalisme modeste et enquête rationnelle

Disparition du modus tollens dans le raisonnement probabiliste

2. Probabilité conditionnelle et statistiques inductives

Probabilités vs. fréquences naturelles (Hoffrage et al., 2000)

Test d'hypothèse nulle et signification statistique

Le principe avec un exemple (Lowry, VassarStats)

L'objection: $p(D|H) \neq p(H|D)$ (Cohen, 1994; Pollard & Richardson, 1987)

Inférence fisherienne vs. bayésienne : de l'habitude à la tradition et au dogme

3. Equivoques de la formule $y = f(x/z)$ pour un expérimentaliste

Terminologie: taxonomie des variables

Niveaux de la mesure (Stevens, 1946)

Variables manipulées vs. enregistrées

Variables, paramètres, constantes

Contexte : conflit vitesse/précision et "loi" de Fitts

Signe "=" relation symétrique? Le problème du *paradigme expérimental*

Combien de quantités indépendantes dans x/z ? description *polaire* vs. *cartésienne*

x/z vs. z/x : danger de l'inversion des rapports

4. Deux problèmes de statistiques descriptives

Représenter une loi empirique: courbe moyenne vs. courbe limite

Histogramme vs. courbe selon le niveau de la mesure en x et en y

Epistémologie de la science empirique, pas des maths

Notamment à cause du problème partout crucial de l'*induction* du particulier à l'universel

- Possibilité de la *preuve par induction* à l'intérieur du domaine mathématique (par ex. la démonstration du 'dernier théorème' de Fermat par Andrew Wiles en 1993)
- Impossible dans les sciences de la nature

Théorie de la connaissance vs. histoire des sciences

Karl Popper vs. Thomas Kuhn

Réalisme scientifique

Du scepticisme humien au relativisme cognitif post-moderne

Le canular de Sokal (1996)

« Impostures intellectuelles » (Sokal & Bricmont, 1997)

Le Générateur post-moderne

Programme de Andrew Bulhak (1996)

<http://www.elsewhere.org/pomo/>

Grammaire formelle basée sur un réseau de transitions récursif

Drame de l'induction, nécessaire et impossible

Le problème de la science empirique : découvrir les lois générales du monde à partir de données ou d'observations particulières.

Théories générales

Données particulières

Induction

Type d'inférence conduisant du particulier au général (extrapolation, généralisation)

Déduction

L'ensemble des règles d'inférence de la logique. Toute logique est déductive.

Test empirique des théories

Des théories on dérive des prédictions *déductivement*

Test de ces prédictions : exercice *inductif* (des données vers les hypothèses)

Validation impossible, seule la réfutation est possible

(Popper)

Drame de l'induction, nécessaire et impossible

Le problème de la science empirique : découvrir les lois générales du monde à partir de données ou d'observations particulières.

Théories générales

Données particulières

Induction

Type d'inférence conduisant du particulier au général (extrapolation, généralisation)

Déduction

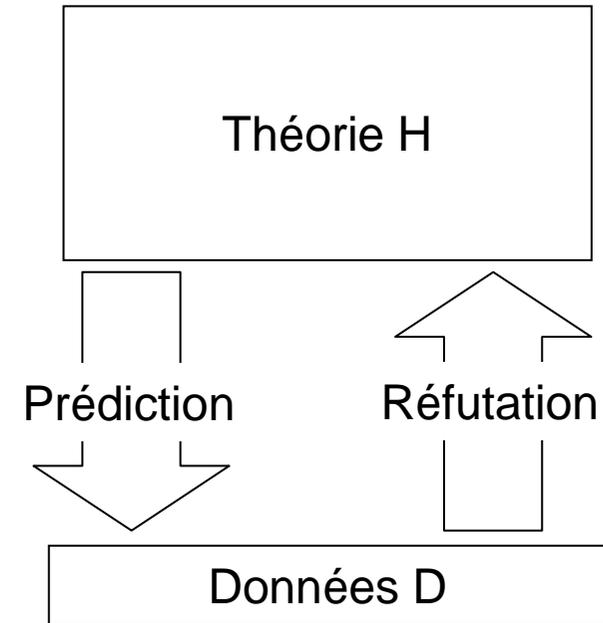
L'ensemble des règles d'inférence de la logique. Toute logique est déductive.

Test empirique des théories

Des théories on dérive des prédictions *déductivement*

Test de ces prédictions : exercice *inductif* (des données vers les hypothèses)

Validation impossible, seule la réfutation est possible (Popper)



Cycle de la science empirique selon Popper

Karl Popper: corroboration impossible, la réfutation est la seule induction valide

Deductive Inference Possibilities for the Hypothetical Argument: If p , then q

Figure	Form	Name	Conclusion
I	$\begin{array}{l} \text{If } p \text{ then } q \\ p \\ \therefore q \end{array}$	Modus ponens (“Establishing mode”)	Valid Trivial
II	$\begin{array}{l} \text{If } p \text{ then } q \\ \sim p \\ \therefore \sim q \end{array}$	Denying the antecedent	Invalid Non trivial
III	$\begin{array}{l} \text{If } p \text{ then } q \\ q \\ \therefore p \end{array}$	Affirming the consequent	Invalid Non trivial
IV	$\begin{array}{l} \text{If } p \text{ then } q \\ \sim q \\ \therefore \sim p \end{array}$	Modus tollens (“Destroying mode”)	Valid Non trivial

Meehl (néo-poppérien) : OK pour le modus tollens, mais *en pratique*, la réfutation est bien difficile!

On teste généralement une théorie accompagnée de nombreuses suppositions auxiliaires

T : Main substantive theory of interest;

A_x : Auxiliary theories relied on in the experiment;

C_p : *Ceteris paribus* clause (“other things being equal”);

A_i : Instrumental auxiliaries (devices relied on for control and observation);

C_n : Realized particulars (conditions were as the experimenter reported);

O_1, O_2 : Observations or statistical summaries of observations;

then the logical structure of a test of a theory is the conceptual formula:

$$(T \cdot A_x \cdot C_p \cdot A_i \cdot C_n) \vdash (O_1 \supset O_2)$$

where dots “ \cdot ” are conjunctions (“and”), turnstile “ \vdash ” is deductive derivability (entailment, “follows that . . .”), and the horseshoe “ \supset ” is the material conditional (“If . . . then . . .”).

Découverte de Neptune par Le Verrier et Adams (1846)

Anomalies constatées par les astronomes dans la course de certains corps célestes

Deux options:

- 1) Théorie de Newton est fausse (modus tollens)
- 2) Les observations sont fausses → calcul *ad hoc* d'un possible corps susceptible de perturber localement la trajectoire prédite

En somme:

Pour tester nos théories du monde, on ne dispose que de l'arme de la réfutation empirique, et de surcroît cette arme marche mal.

Toutefois

Epistémologie de Popper *darwiniste*: sélection naturelle \approx réfutation stochastique

Sokal et Bricmont (2004): Plaidoyer pour un réalisme modeste

Disparition du modus tollens dans le raisonnement probabiliste

Disparition du modus tollens dans le raisonnement probabiliste

Raisonnement déterministe

Sous H_0 ce résultat est impossible

Or, j'ai obtenu ce résultat

Donc H_0 est faux

VALIDE (Modus tollens)

Idem, langage probabiliste

Sous H_0 ce résultat est extrêmement improbable

Or, j'ai obtenu ce résultat

Donc H_0 est très probablement faux

INVALIDE

Il est impossible qu'un martien soit député de la Corrèze	si p alors $\neg q$
François Hollande est député de la Corrèze	q
Donc François Hollande n'est pas martien	donc $\neg p$

VALIDE (modus tollens)

Il est impossible qu'un français soit député de la Corrèze (**FAUX**)

 François Hollande est député de la Corrèze

 Donc François Hollande n'est pas français

VALIDE (modus tollens)

Discours déterministe avec $p=0 \rightarrow$ probabiliste avec p très proche de zéro

Il est *hautement improbable* qu'un français soit député de la Corrèze (**VRAI**, $p \approx 10^{-9}$)

 François Hollande est député de la Corrèze

 Donc François Hollande n'est probablement pas français

INVALIDE

Sous H_0 , un résultat aussi extrême que celui-ci est hautement improbable (VRAI)
J'ai obtenu ce résultat
Donc H_0 est probablement faux.

*Même raisonnement **INVALIDE** que*

Il est hautement improbable qu'un français soit député de la Corrèze (VRAI)
François Hollande est député de la Corrèze
Donc François Hollande n'est probablement pas français

Ce paralogisme sous-tend la méthode usuelle du test d'hypothèse nulle (Pollard & Richardson, 1987).

Plan

1. Les probabilités dans la pratique de la recherche empirique

Epistémologie : maths vs. science empirique

Théorie de la connaissance vs. histoire des sciences : Popper vs. Kuhn

Réalisme scientifique: du scepticisme humien au relativisme cognitif postmoderne

Le canular de Sokal, Sokal et Bricmont (1997)

Le générateur post-moderniste

Drame de l'induction, nécessaire et impossible

Popper: corroboration impossible, la réfutation seule inférence valide

Meehl (1997) : en fait même la réfutation est un problème

Sokal et Bricmont : réalisme modeste et enquête rationnelle

Disparition du modus tollens dans le raisonnement probabiliste

2. Probabilité conditionnelle et statistiques inductives

Probabilités vs. fréquences naturelles (Hoffrage et al., 2000)

Test d'hypothèse nulle et signification statistique

Le principe avec un exemple (Lowry, VassarStats)

L'objection: $p(D|H) \neq p(H|D)$ (Cohen, 1994; Pollard & Richardson, 1987)

Inférence fisherienne vs. bayésienne : de l'habitude à la tradition et au dogme

3. Equivoques de la formule $y = f(x/z)$ pour un expérimentaliste

Terminologie: taxonomie des variables

Niveaux de la mesure (Stevens, 1946)

Variables manipulées vs. enregistrées

Variables, paramètres, constantes

Contexte : conflit vitesse/précision et "loi" de Fitts

Signe "=" relation symétrique? Le problème du *paradigme expérimental*

Combien de quantités indépendantes dans x/z ? description *polaire* vs. *cartésienne*

x/z vs. z/x : danger de l'inversion des rapports

4. Deux problèmes de statistiques descriptives

Représenter une loi empirique: courbe moyenne vs. courbe limite

Histogramme vs. courbe selon le niveau de la mesure en x et en y

Fréquences vs. Probabilités: Hoffrage et al. (2000)

Dépistage du cancer colo-rectal (test Hemoccult Abbott)

Hoffrage, U., Lindsay, S., Hertwig, R., & Gigerenzer, G. (2000). Communicating statistical information. *Science* 290, 2261-2262. *La Recherche HS N°13*, 2003.

		HYPOTHESE	
		Malade M	Non malade ¬M
TEST	positif m		
	négatif ¬m		

- Incidence $p(M) = .003$ (chez les plus de 50 ans)
- Sensibilité $p(m|M) = .5$
- Faux positifs $p(m|\neg M) = .03$

Question: $p(M|m) = ?$

		HYPOTHESE	
		Malade	Non malade
TEST	positif	m	
	négatif	¬m	
		M	¬M

- Incidence $p(M) = .003$ (chez les plus de 50 ans)
- Sensibilité $p(m|M) = .5$
- Faux positifs $p(m|\neg M) = .03$

Réponse: $p(M|m) = .048$
 ≈5% des tests positifs sont des bonnes alarmes

$p(\mathbf{M}|m)$

question *médicale* dans des conditions techniques spécifiées

\neq

$p(m|\mathbf{M})$

question *technique* dans des conditions médicales spécifiées

Pourtant on tend à confondre les deux

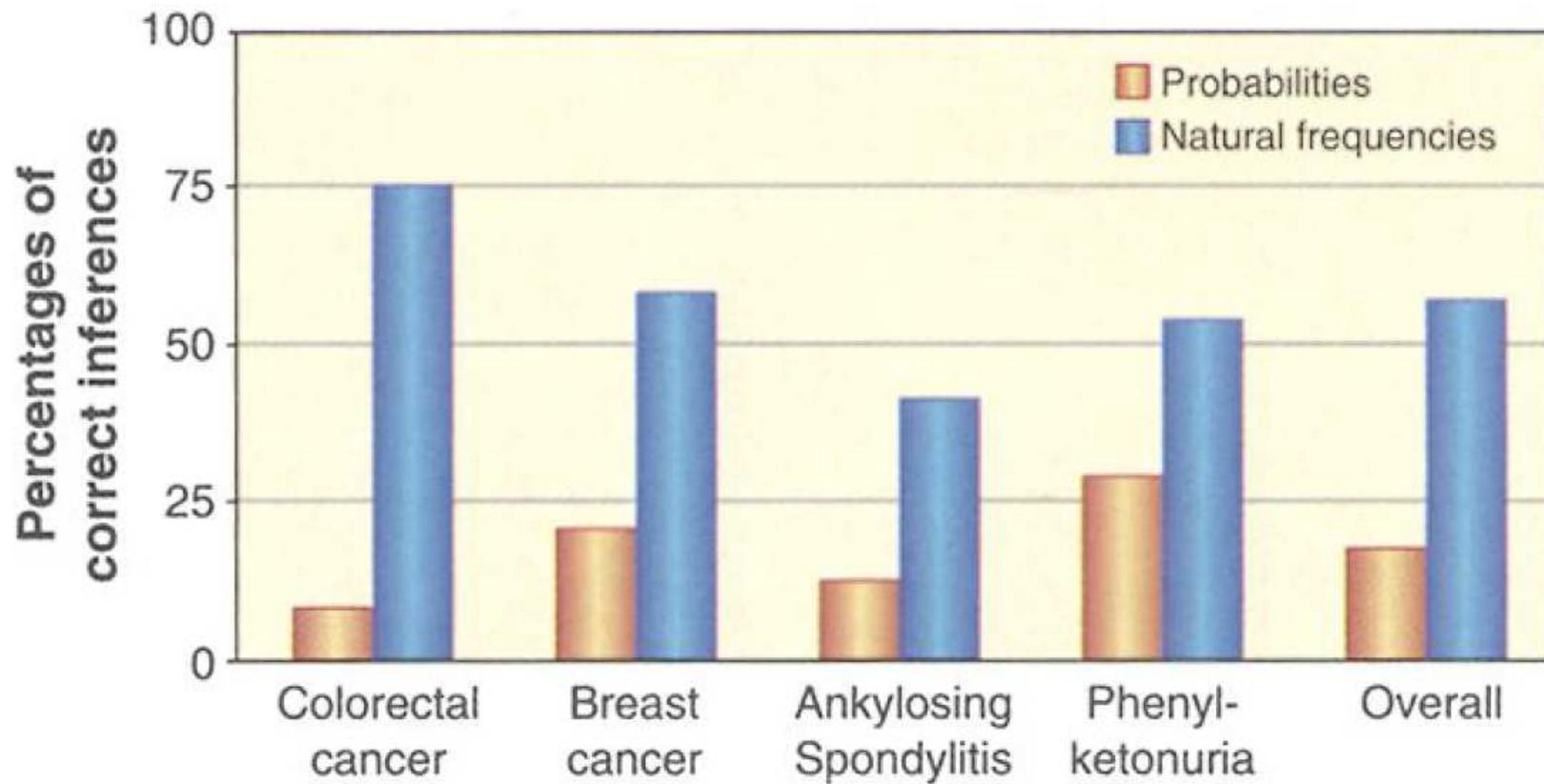


Fig. 1. Interpreting statistics. Medical students' percentage of correct inferences in four realistic diagnostic tasks.

Option #1: Probabilités

$$p(M) = .003$$

$$p(m|M) = .5$$

$$p(m|\neg M) = .03$$

calculer $p(M|m)$

		HYPOTHESE	
		Malade	Non malade
		M	$\neg M$
TEST	positif	m	
	négatif	$\neg m$	

10 000

$$p(M|m) = \frac{p(M) \cdot p(m|M)}{p(M) \cdot p(m|M) + p(\neg M) \cdot p(m|\neg M)}$$

$$= \frac{(.003)(.5)}{(.003)(.5) + (.997)(.03)} = .048$$

Option #2: Fréquences naturelles

$$p(M) = .003$$

$$p(m|M) = .5$$

$$p(m|\neg M) = .03$$

calculer $p(M|m)$

		HYPOTHESE	
		Malade M	Non malade ¬M
TEST	positif m		
	négatif ¬m		

10 000

$$p(M) = .003$$

$$p(m|M) = .5$$

$$p(m|\neg M) = .03$$

calculer $p(M|m)$

Fréquences naturelles

		HYPOTHESE	
		Malade M	Non malade ¬M
TEST	positif m	30	9 970
	négatif ¬m		
		10 000	

$$p(M) = .003$$

$$p(m|M) = .5$$

$$p(m|\neg M) = .03$$

calculer $p(M|m)$

Fréquences naturelles

		HYPOTHESE		
		Malade M	Non malade $\neg M$	
TEST	positif m	15		
	négatif $\neg m$	15		
		30	9 970	10 000

$$p(M) = .003$$

$$p(m|M) = .5$$

$$p(m|\neg M) = .03$$

calculer $p(M|m)$

Fréquences naturelles

		HYPOTHESE			
		Malade	Non malade		
TEST	positif	m	15	299	
	négatif	¬m	15	9 671	
			30	9 970	10 000

$$p(M) = .003$$

$$p(m|M) = .5$$

$$p(m|\neg M) = .03$$

Fréquences naturelles

calculer $p(M|m)$

		HYPOTHESE			
		Malade	Non malade		
TEST	positif	m	15	299	314
	négatif	¬m	15	9 671	9 686
			30	9 970	10 000

$$p(M) = .003$$

$$p(m|M) = .5$$

$$p(m|\neg M) = .03$$

Fréquences naturelles

calculer $p(M|m)$

		HYPOTHESE		
		Malade M	Non malade $\neg M$	
TEST	positif m	15	299	314
	négatif $\neg m$	15	9 671	9 686
		30	9 970	10 000

$15/314 = .048$ probabilité de la bonne alerte

$$p(M) = .003$$

$$p(m|M) = .5$$

$$p(m|\neg M) = .03$$

Fréquences naturelles

calculer $p(M|m)$

		HYPOTHESE		
		Malade	Non malade	
TEST	positif	M	$\neg M$	
	négatif	$\neg m$	15	9 671
		30	9 970	10 000

$15/314 = .048$ probabilité de la bonne alerte

$299/314 = .952$ proba de la *fausse* alerte

Fréquences naturelles

		HYPOTHESE			
		Malade	Non malade		
TEST		M	¬M		
	positif	m	15	299	314
	négatif	¬m	15	9 671	9 686
		30	9 970	10 000	

Test

Utile

$$p(m \& M) = 15/10\ 000 = 0.15\%$$

Fréquences naturelles

		HYPOTHESE		
		Malade M	Non malade ¬M	
TEST	positif m	15	299	314
	négatif ¬m	15	9 671	9 686
		30	9 970	10 000

Test

Utile

$$p(m \& M) = 15 / 10\,000 = \mathbf{0.15\%}$$

Sans suite*

$$p[(\neg m \text{ et } \neg M) \text{ ou } (\neg m \text{ et } M)] = 9\,686 / 10\,000 = \mathbf{96.9\%}$$

* à tort ou à raison

Fréquences naturelles

TEST		HYPOTHESE		
		Malade	Non malade	
		M	¬M	
positif	m	15	299	314
négatif	¬m	15	9 671	9 686
		30	9 970	10 000

Test

Utile

$$p(m \& M) = 15 / 10\,000 = \mathbf{0.15\%}$$

Sans suite*

$$p[(\neg m \text{ et } \neg M) \text{ ou } (\neg m \text{ et } M)] = 9\,686 / 10\,000 = \mathbf{96.9\%}$$

Préjudiciable

$$p(m \& \neg M) = 299 / 10\,000 = \mathbf{3\%}$$

Intérêt de l'étude de Hoffrage et al. (2000)

- **Illustration d'un fait mathématique de base**

Si

$$p(H|D) = \frac{p(D|H) \cdot p(H)}{p(D)}$$

alors

$$p(H|D) = p(D|H) \iff p(H) = p(D)$$

- **Illustration d'un fait bien documenté de la psychologie cognitive**

Difficulté de distinguer les probabilités conditionnelles

- **Une suggestion pédagogique**

Raisonner de préférence sur les fréquences naturelles

Intérêt de l'étude de Hoffrage et al. (2000)

- **Une énigme**

Pourquoi les fréquences 'naturelles' sont-elles tellement mieux maîtrisées que les probabilités?

Explication de Hoffrage et al.

Probabilités

$$p(M|m) = \frac{p(M) \cdot p(m|M)}{p(M) \cdot p(m|M) + p(\neg M) \cdot p(m|\neg M)}$$
$$= \frac{(.003)(.5)}{(.003)(.5) + (.997)(.03)} = .048$$

Fréquences

$$p(M|m) = \frac{a}{a+b}$$
$$= \frac{15}{15+299} = .048$$

Intérêt de l'étude de Hoffrage et al. (2000)

Autre élément d'explication

Même écriture, le rapport $\frac{y}{x} = p$ avec $0 \leq p \leq 1$

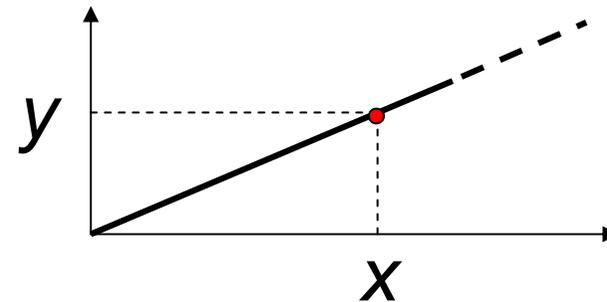
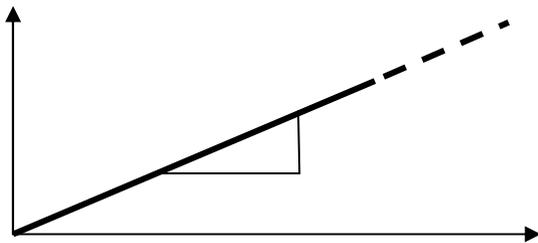
Mais

Probabilité: 1 nombre

Fréquence 'naturelle': 2 nombres

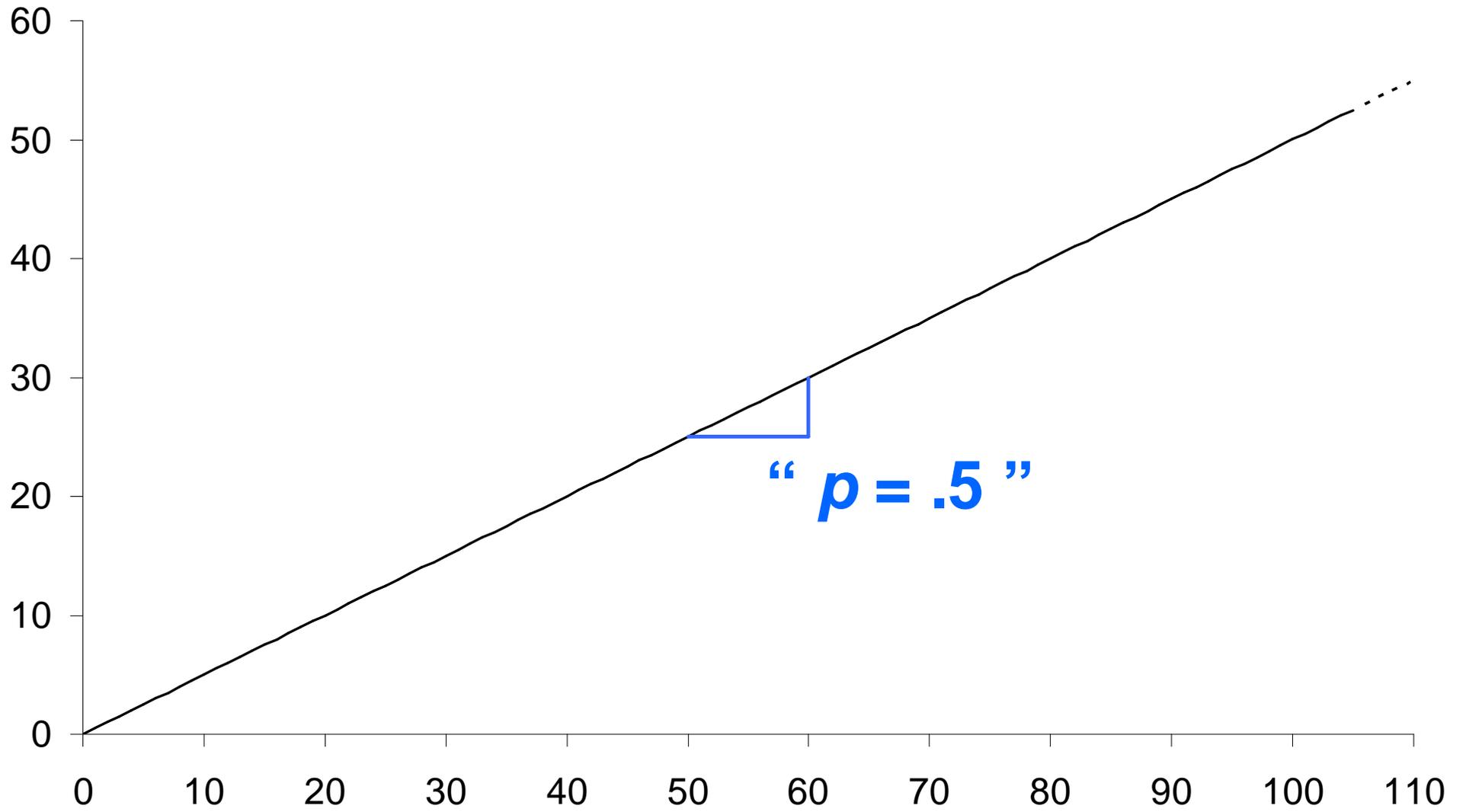
$$y = pX$$

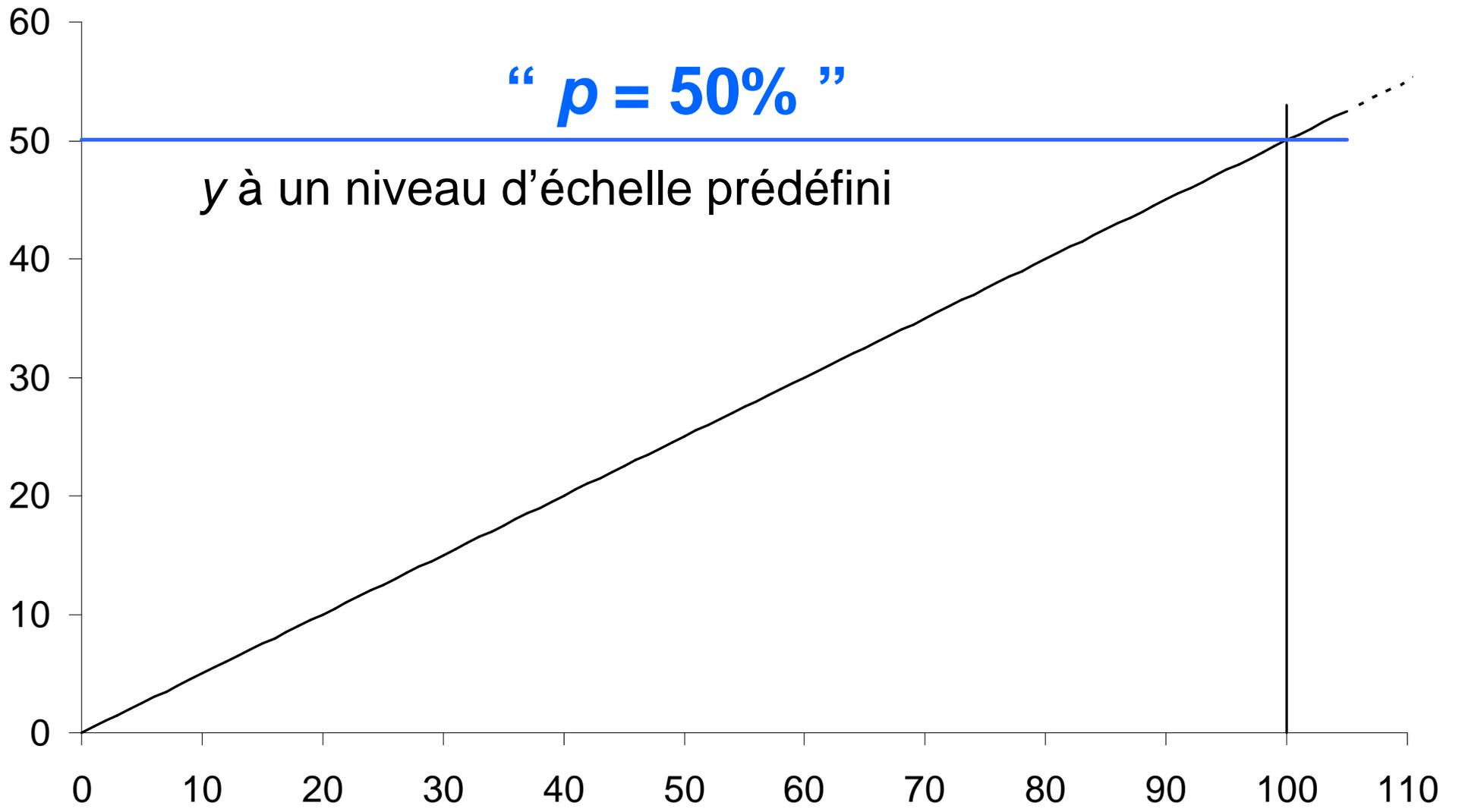
$$y = pX$$



$$p = .5, \quad p = \frac{1}{2}, \quad p = 50\%$$

$$p = 15/30$$



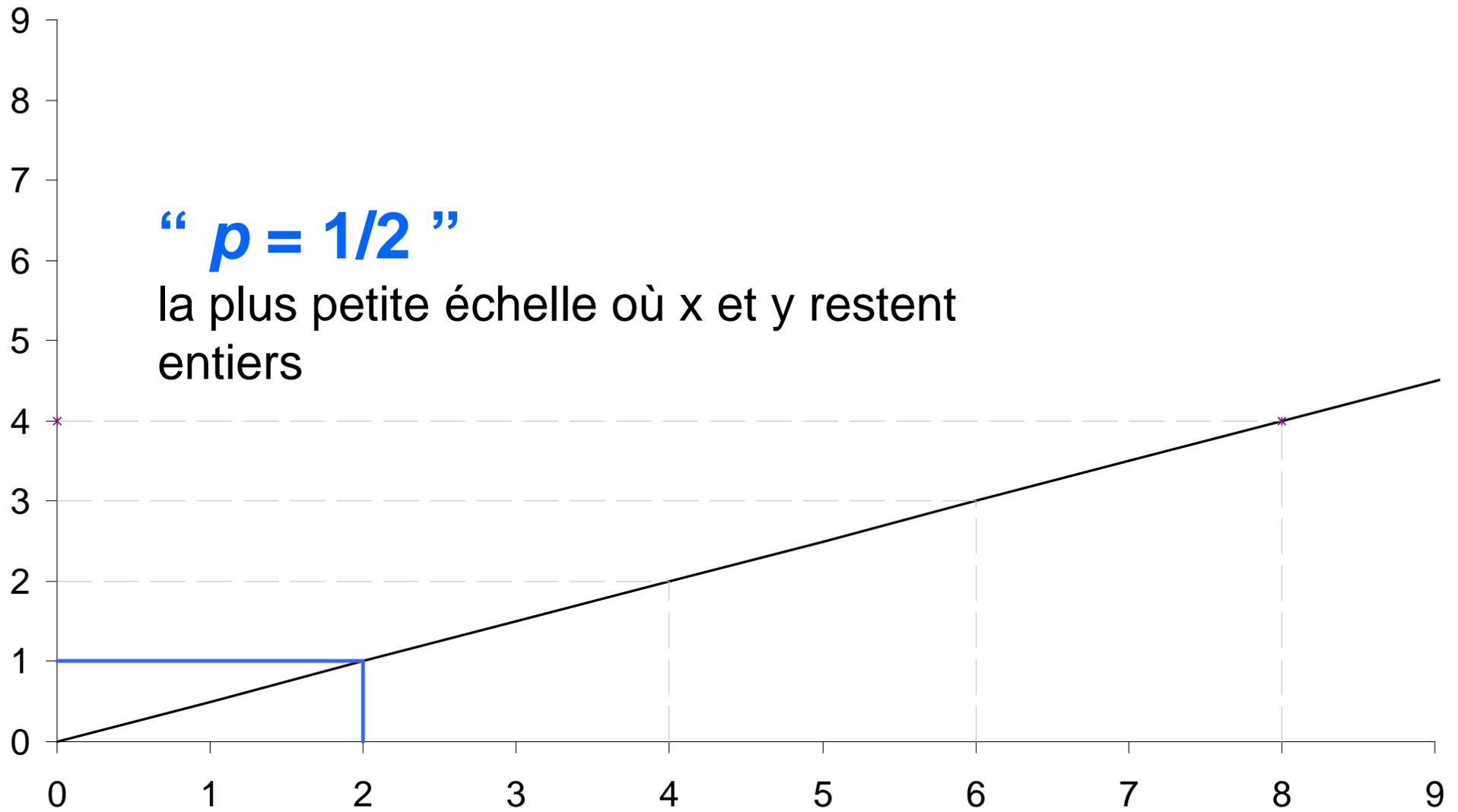


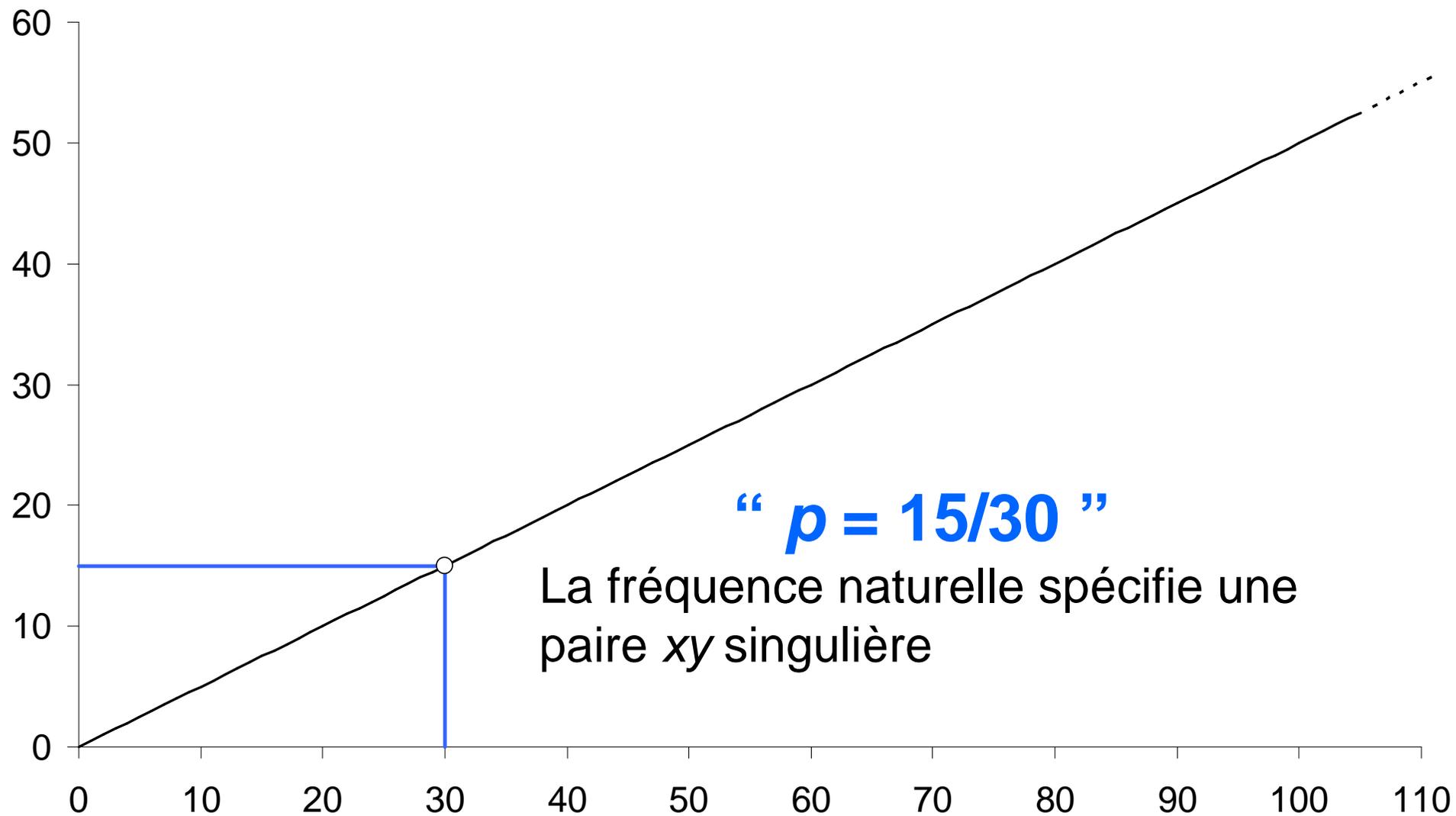
“ $p = 50\%$ ”

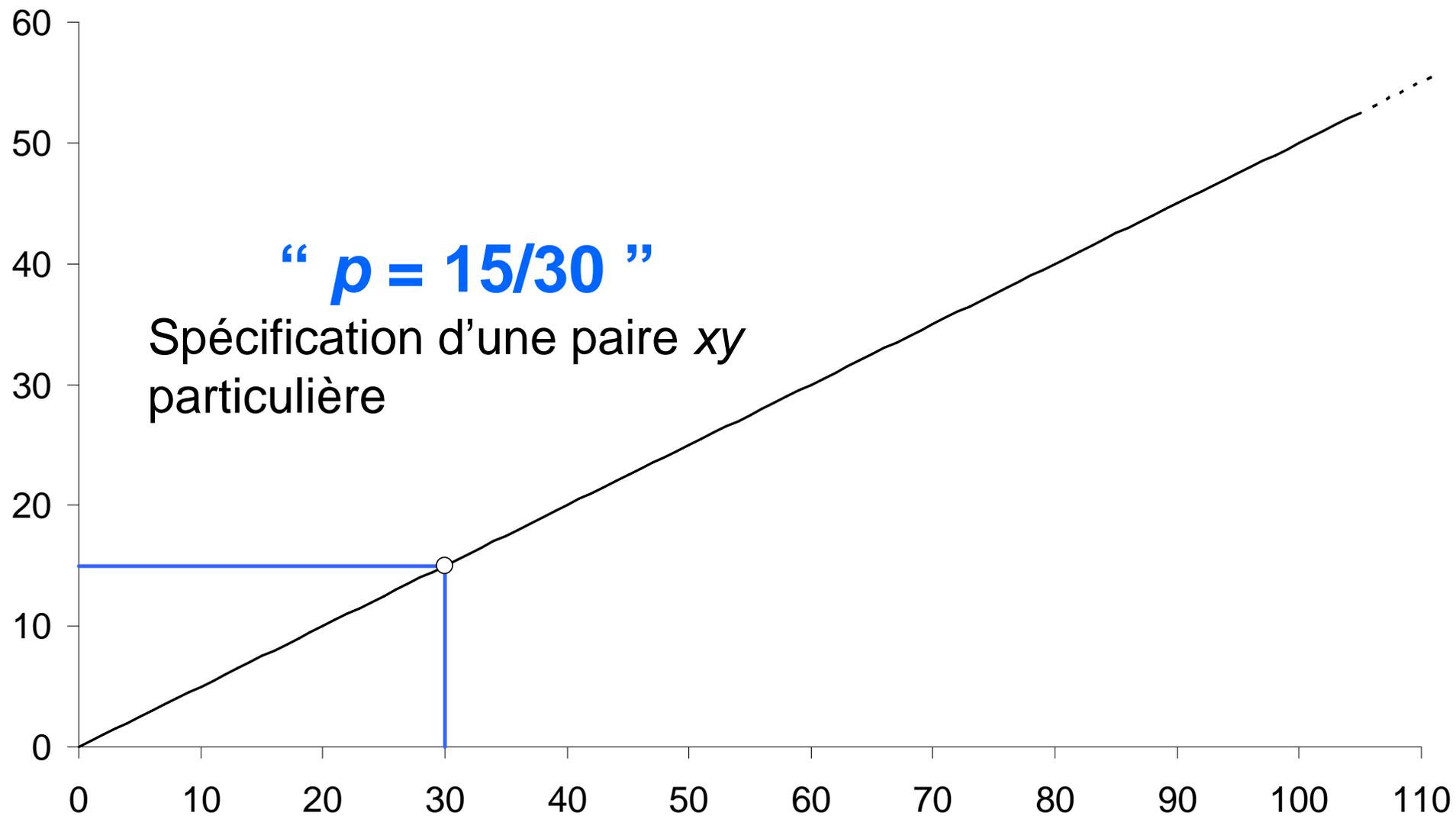
y à un niveau d'échelle prédéfini

“ $p = 1/2$ ”

la plus petite échelle où x et y restent entiers







Test d'hypothèse nulle et signification statistique

- *Concepts and Applications of Inferential Statistics*
- *VassarStats: Website for Statistical Computation*
par Richard Lowry

Test d'hypothèse nulle et signification statistique

Possible scénario

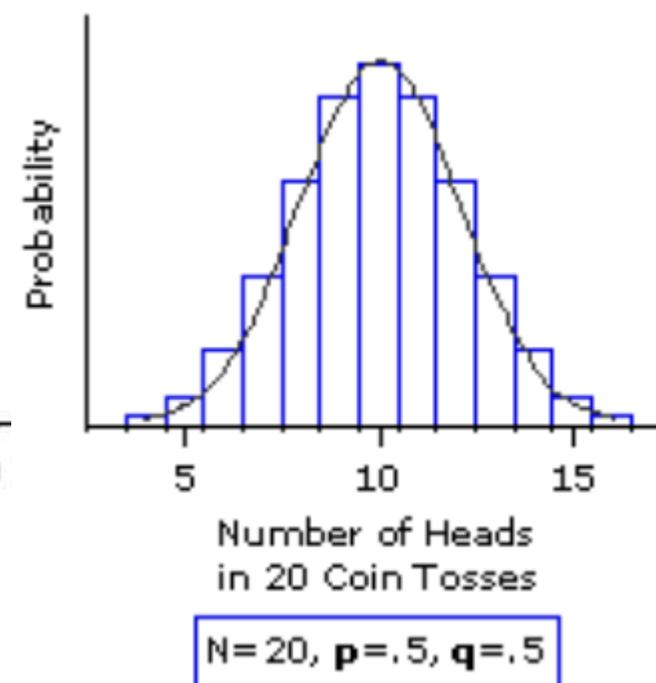
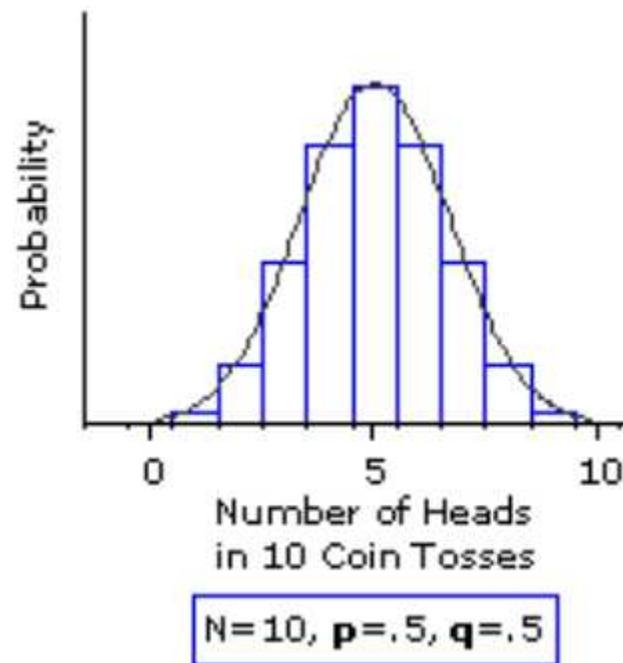
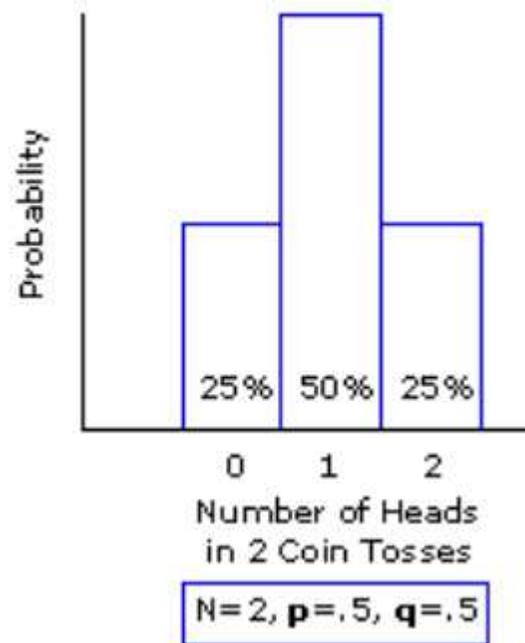
Test du pouvoir paranormal d'un médium prétendant être capable de biaiser mentalement un jeu de pile ou face vers l'événement PILE.

$p = q = .5$ les probabilités de PILE et FACE sous H_0
 k nombre observé de PILE
 $N = 100$ nombre de lancers

Si $k < 50$, il a évidemment perdu, mais si $k > 0$?

Mettons $k = 59$

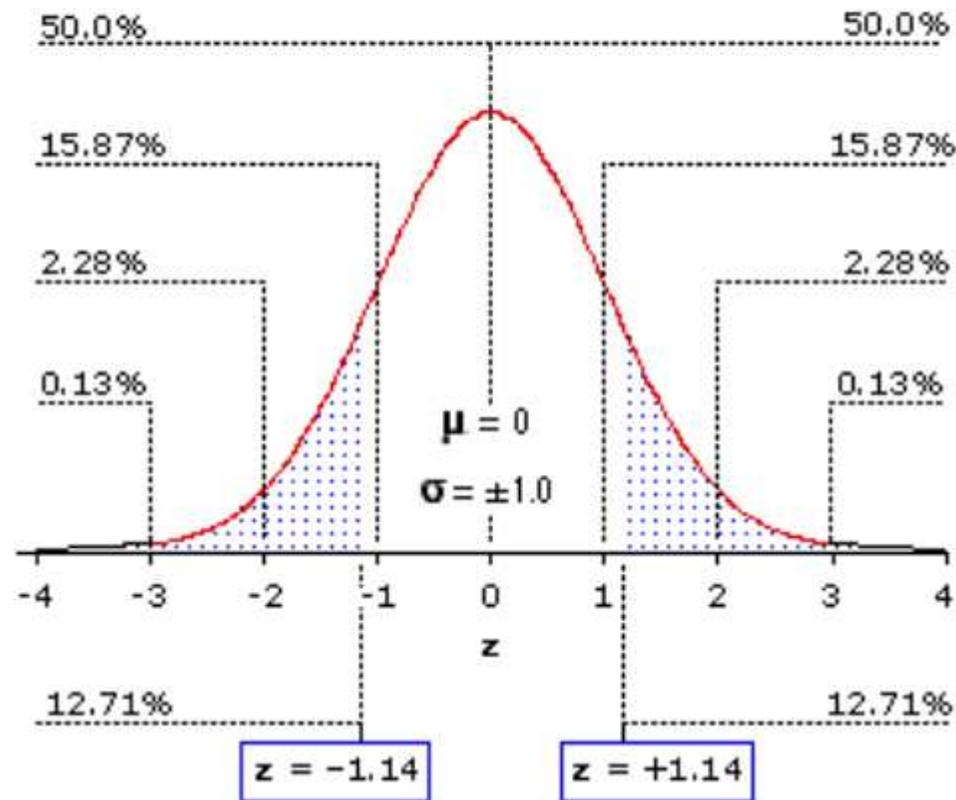
Binomial Sampling Distributions



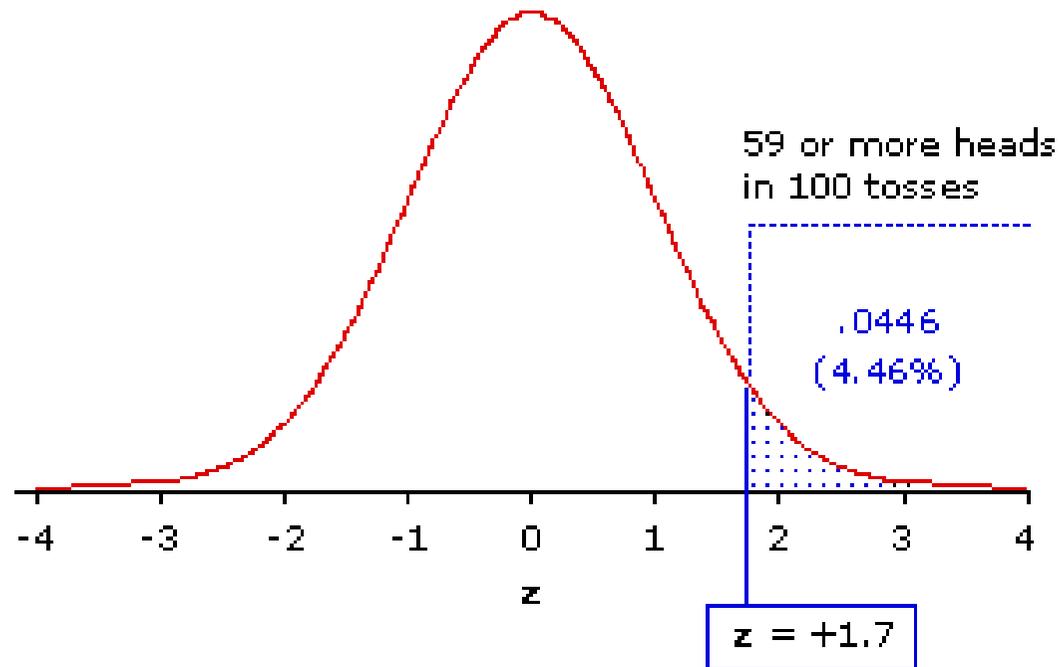
Test d'hypothèse nulle et signification statistique

Distribution normale réduite

N infini et $z = (x - \mu) / \sigma$



Test d'hypothèse nulle et signification statistique



Avec $p = .5$, $q = .5$, $N = 100$ et $k = 59$ on trouve $z = +1.7$

Table du z

$$p(D|H_0) = .0446$$

Moins de 5% de chances d'obtenir par hasard une déviation au moins aussi grande
Statistiquement significatif \rightarrow *Convention: on rejette H_0*

Plan

1. Les probabilités dans la pratique de la recherche empirique

Epistémologie : maths vs. science empirique

Théorie de la connaissance vs. histoire des sciences : Popper vs. Kuhn

Réalisme scientifique: du scepticisme humien au relativisme cognitif postmoderne

Le canular de Sokal, Sokal et Bricmont (1997)

Le générateur post-moderniste

Drame de l'induction, nécessaire et impossible

Popper: corroboration impossible, la réfutation seule inférence valide

Meehl (1997) : en fait même la réfutation est un problème

Sokal et Bricmont : réalisme modeste et enquête rationnelle

Disparition du modus tollens dans le raisonnement probabiliste

2. Probabilité conditionnelle et statistiques inductives

Probabilités vs. fréquences naturelles (Hoffrage et al., 2000)

Test d'hypothèse nulle et signification statistique

Le principe avec un exemple (Lowry, VassarStats)

L'objection: $p(D|H) \neq p(H|D)$ (Cohen, 1994; Pollard & Richardson, 1987)

Inférence fisherienne vs. bavesienne : de l'habitude à la tradition et au dogme

3. Equivoques de la formule $y = f(x/z)$ pour un expérimentaliste

Terminologie: taxonomie des variables

Niveaux de la mesure (Stevens, 1946)

Variables manipulées vs. enregistrées

Variables, paramètres, constantes

Contexte : conflit vitesse/précision et "loi" de Fitts

Signe "=" relation symétrique? Le problème du *paradigme expérimental*

Combien de quantités indépendantes dans x/z ? description *polaire* vs. *cartésienne*

x/z vs. z/x : danger de l'inversion des rapports

4. Deux problèmes de statistiques descriptives

Représenter une loi empirique: courbe moyenne vs. courbe limite

Histogramme vs. courbe selon le niveau de la mesure en x et en y

VARIABLE

MANIPULEE déterministe

ENREGISTREE aléatoire

*Valeurs choisies par
l'expérimentateur*

*Valeurs lues sur un instrument de
mesure*

Variable
'indépendante'

Paramètre
expérimental

Variable
'dépendante'

Paramètre
d'ajustement

NIVEAU DE LA MESURE
S.S. Stevens (1946)

Echelle nominale
trier

Echelle ordinale
ordonner

Echelle à intervalles égaux
unité définie

Echelle de rapport
zéro physique

Plan

1. Les probabilités dans la pratique de la recherche empirique

Epistémologie : maths vs. science empirique

Théorie de la connaissance vs. histoire des sciences : Popper vs. Kuhn

Réalisme scientifique: du scepticisme humien au relativisme cognitif postmoderne

Le canular de Sokal, Sokal et Bricmont (1997)

Le générateur post-moderniste

Drame de l'induction, nécessaire et impossible

Popper: corroboration impossible, la réfutation seule inférence valide

Meehl (1997) : en fait même la réfutation est un problème

Sokal et Bricmont : réalisme modeste et enquête rationnelle

Disparition du modus tollens dans le raisonnement probabiliste

2. Probabilité conditionnelle et statistiques inductives

Probabilités vs. fréquences naturelles (Hoffrage et al., 2000)

Test d'hypothèse nulle et signification statistique

Le principe avec un exemple (Lowry, VassarStats)

L'objection: $p(D|H) \neq p(H|D)$ (Cohen, 1994; Pollard & Richardson, 1987)

Inférence fisherienne vs. bayésienne : de l'habitude à la tradition et au dogme

3. Equivoques de la formule $y = f(x/z)$ pour un expérimentaliste

Terminologie: taxonomie des variables

Niveaux de la mesure (Stevens, 1946)

Variables manipulées vs. enregistrées

Variables, paramètres, constantes

Contexte : conflit vitesse/précision et "loi" de Fitts

Signe "=" relation symétrique? Le problème du *paradigme expérimental*

Combien de quantités indépendantes dans x/z ? description *polaire* vs. *cartésienne*

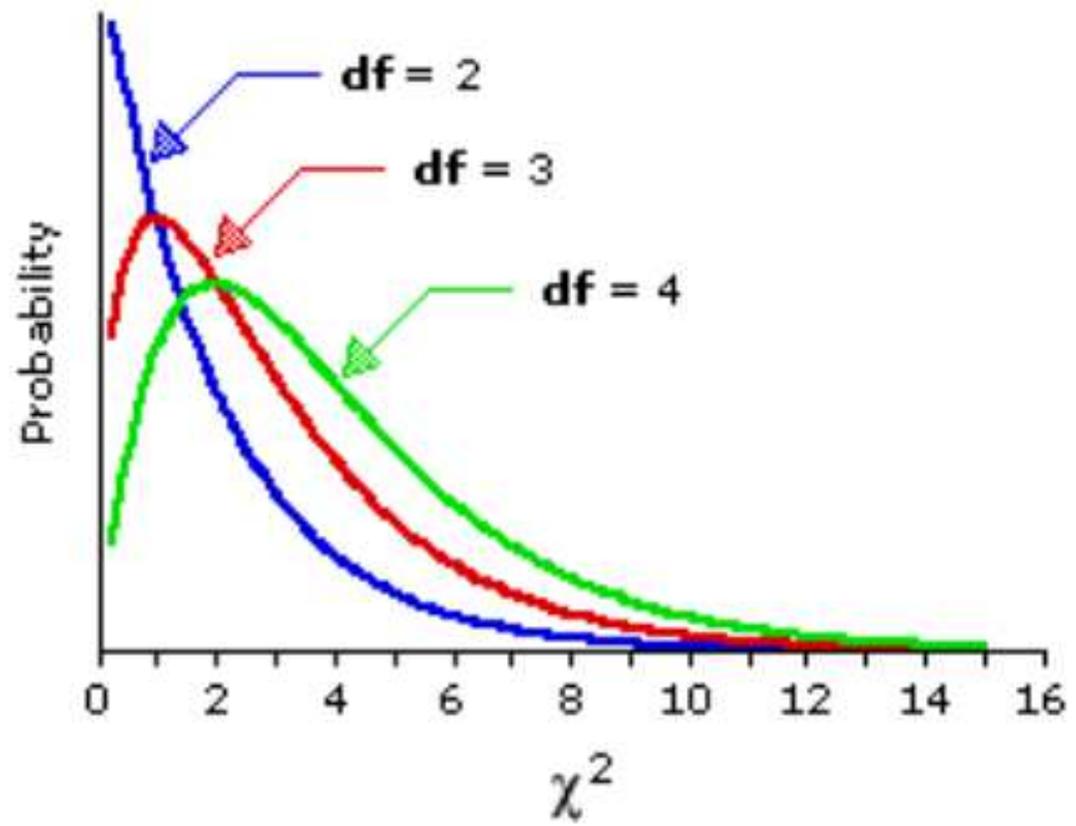
x/z vs. z/x : danger de l'inversion des rapports

4. Deux problèmes de statistiques descriptives

Représenter une loi empirique: courbe moyenne vs. courbe limite

Histogramme vs. courbe selon le niveau de la mesure en x et en y

Chi-Square Sampling Distributions for df=2, 3, and 4



2. Etude en cours du pointage (*simple rapid aiming*)

Plan pour moi

Loi de Fitts

- aperçu tâche, le modèle mathématique admis

Signe égal et causalité

$$y = f(x) \text{ vs. } x = f^{-1}(y)$$

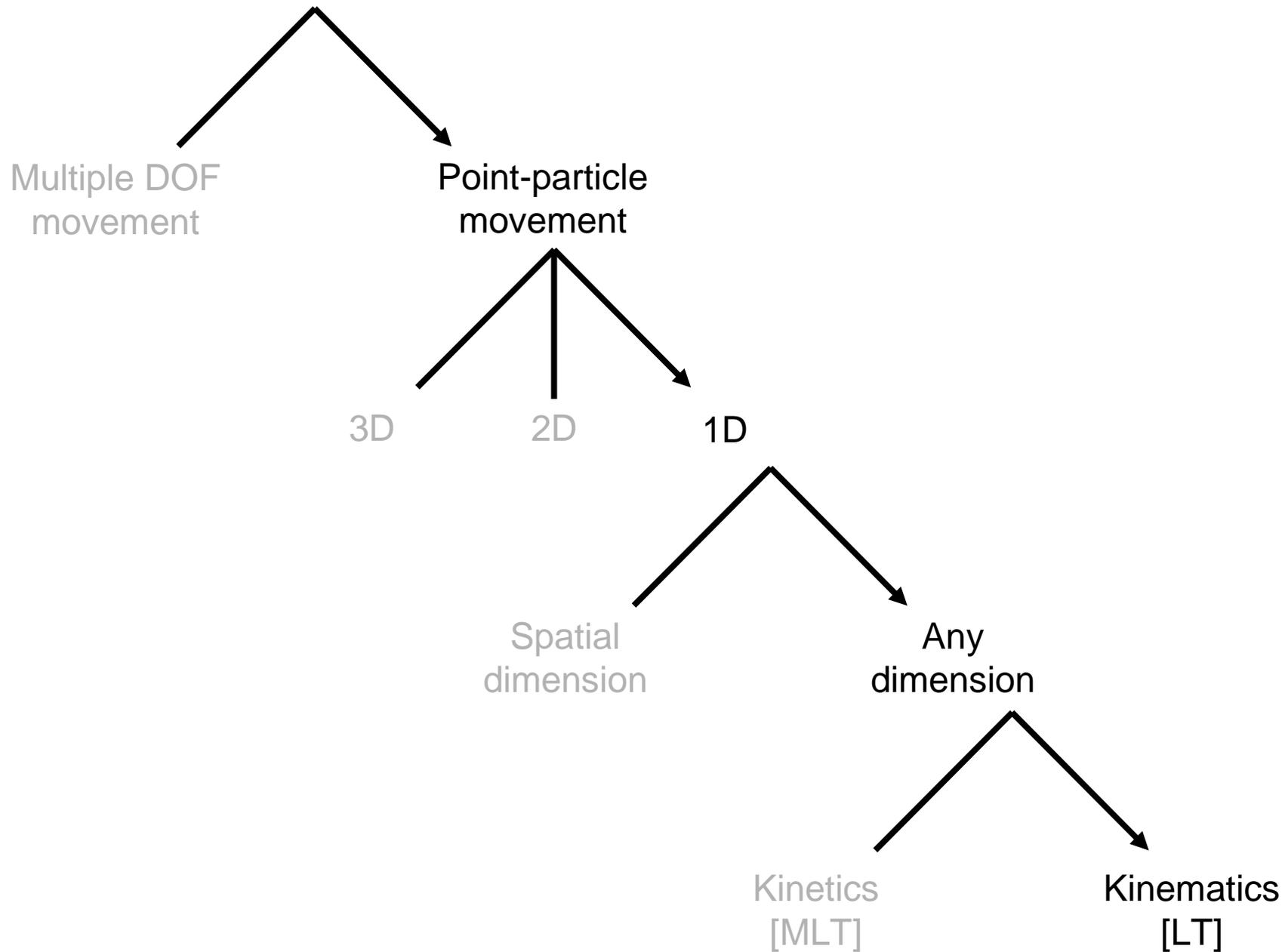
Inversion des rapports et niveau de la mesure

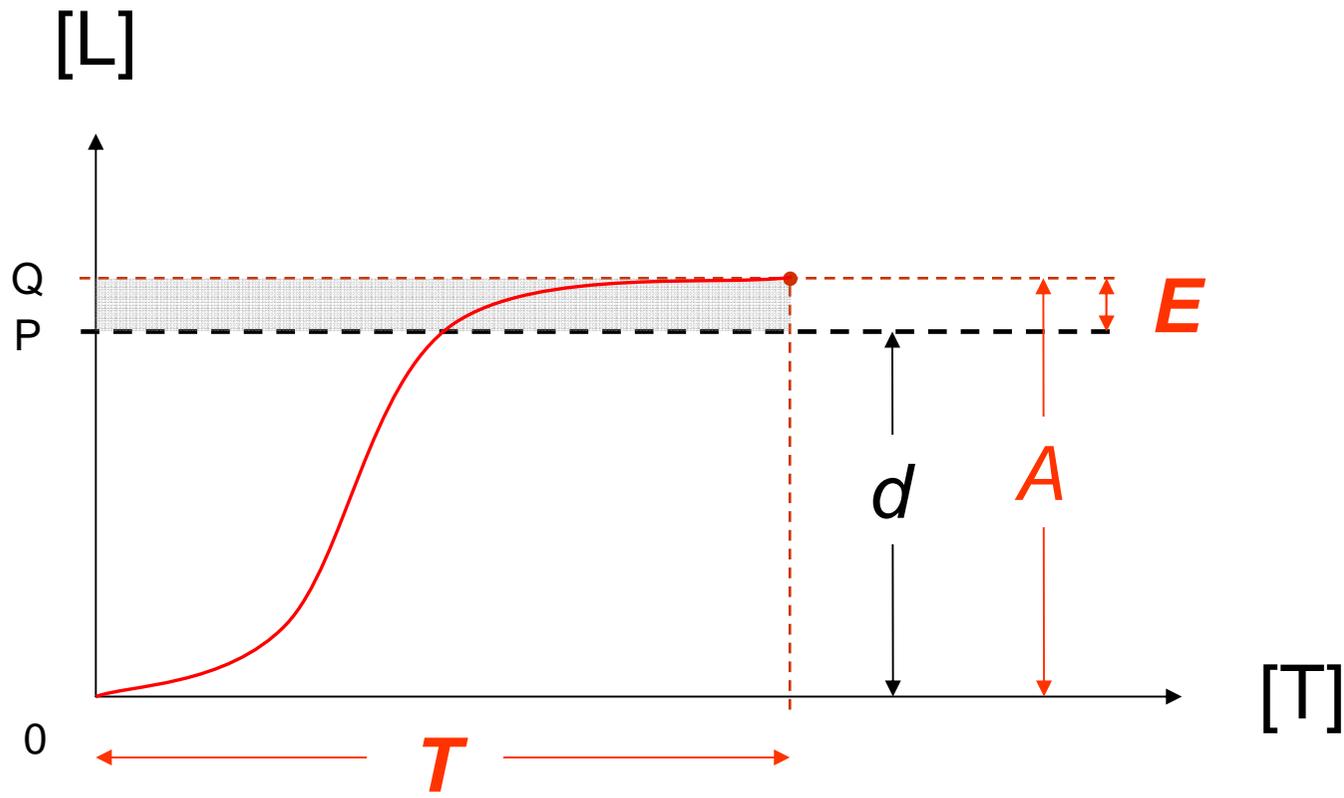
$$\sigma_E / \mu_A \text{ vs. } \mu_A / \sigma_E$$

Interprétation polaire vs. cartésienne des écritures fractionnaires

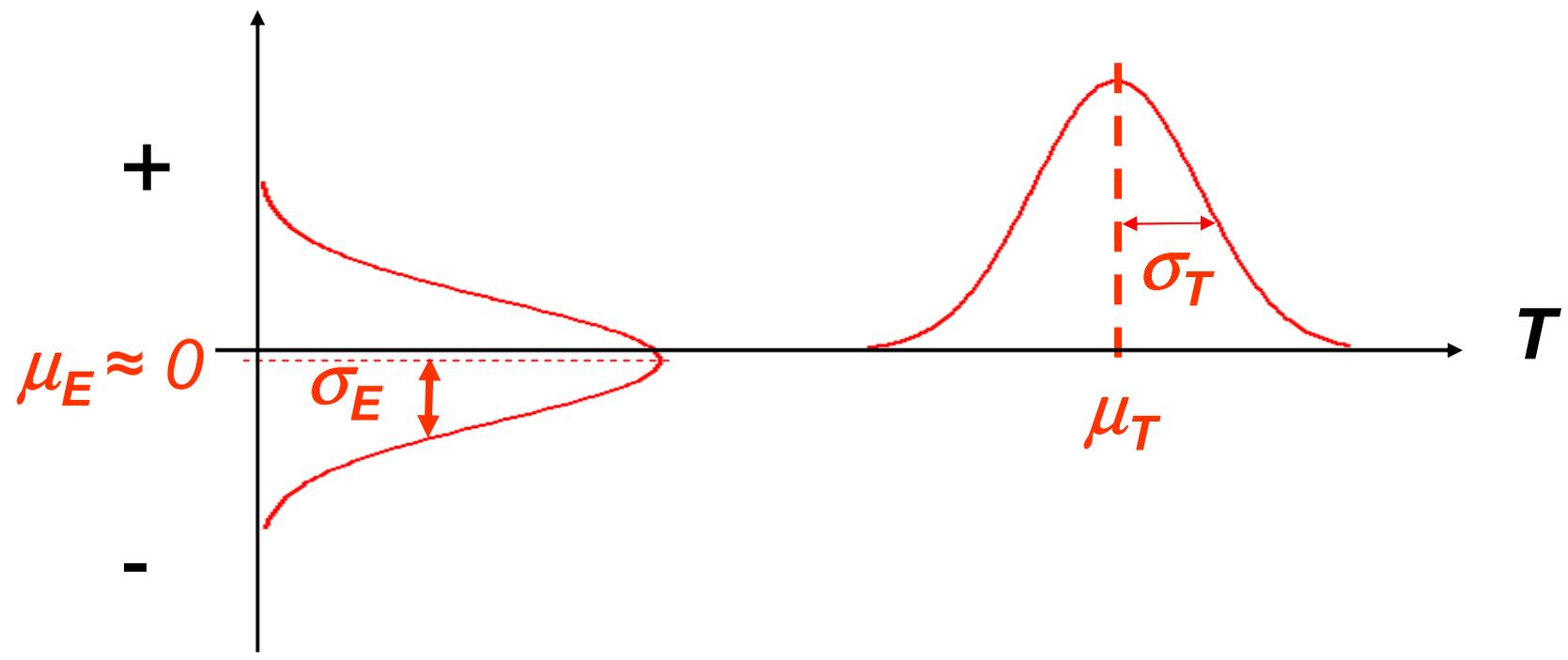
La loi comme une courbe limite: front convexe de performance

Inégalité de Jensen

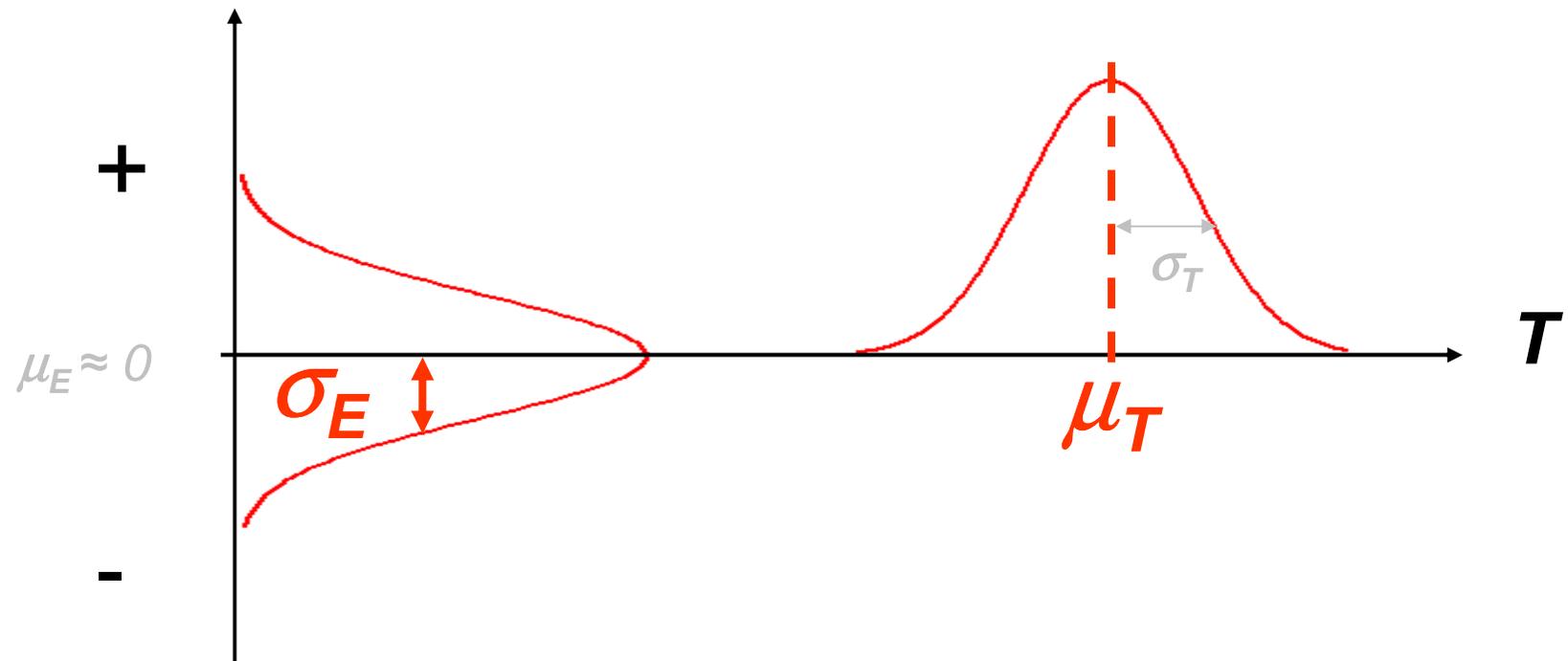


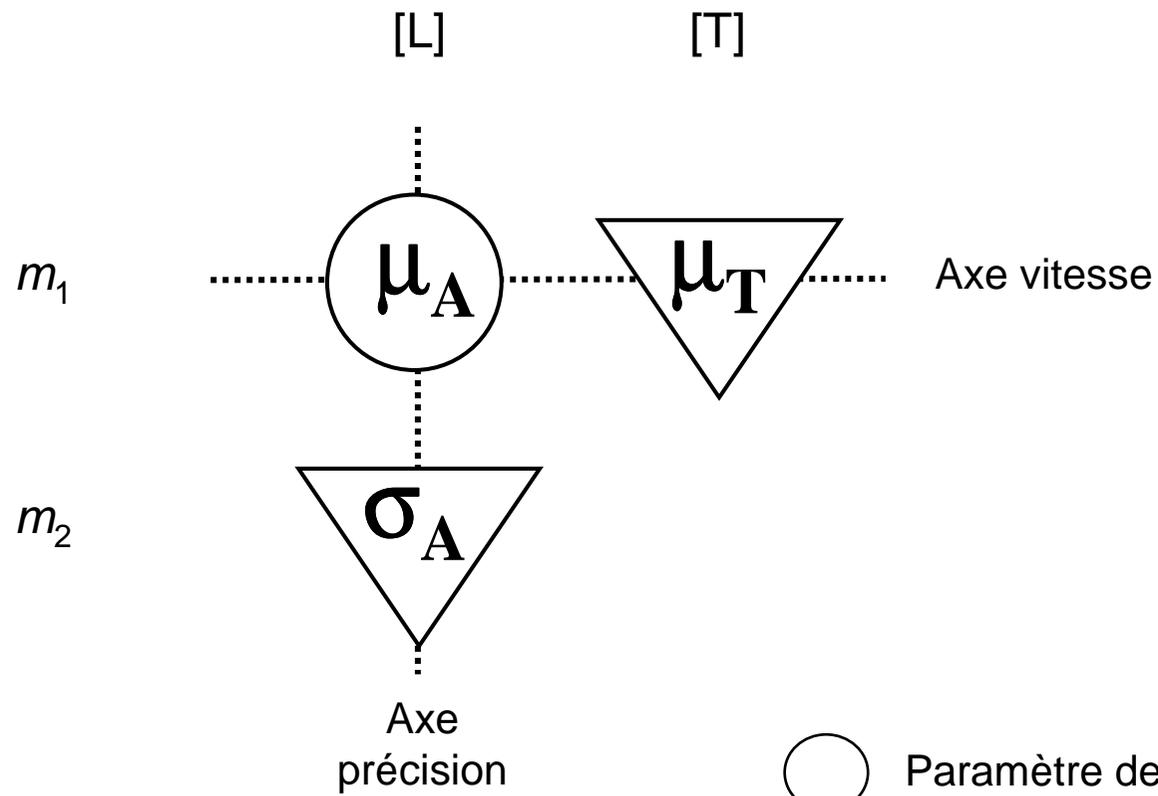


$$E = A - d$$



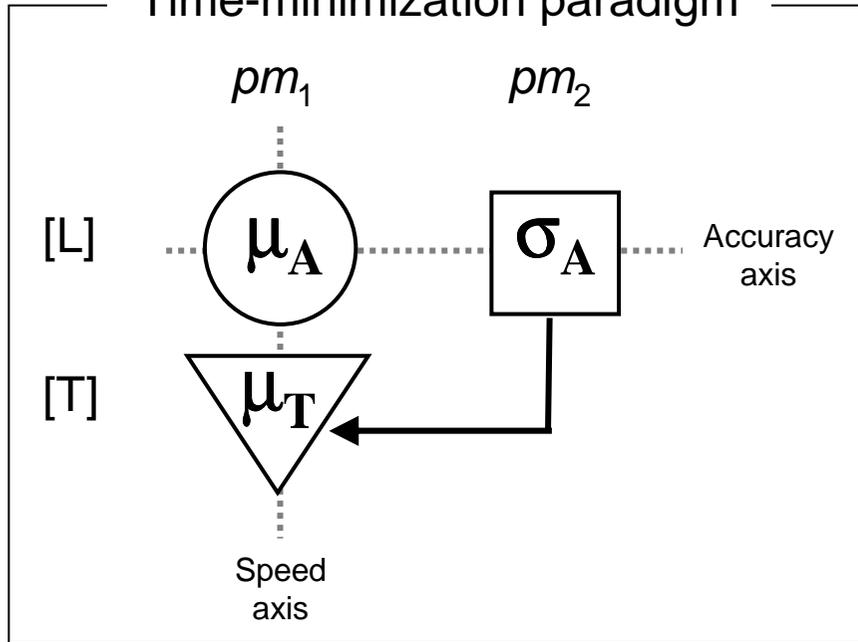
$$E = A - d$$



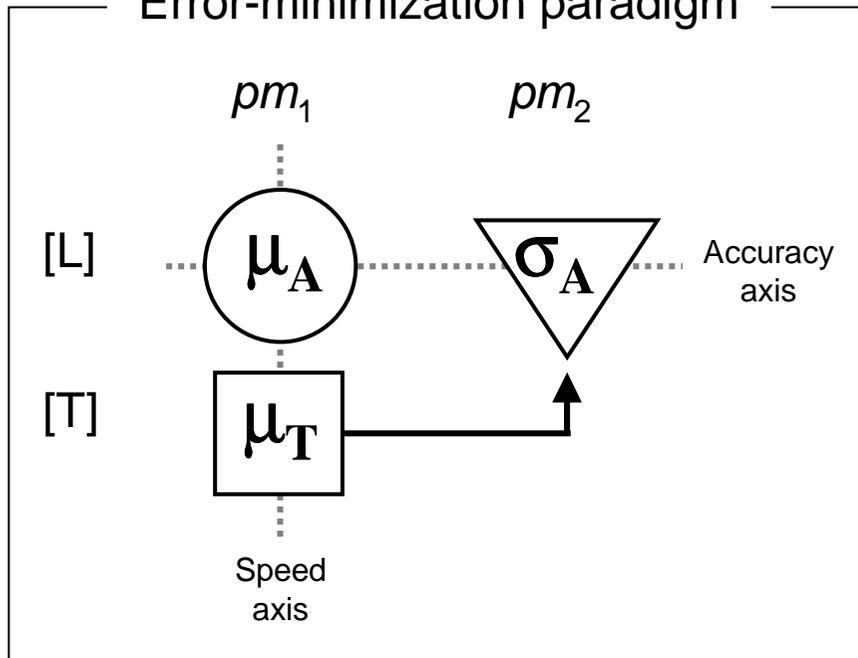


- Paramètre de la tâche (expérimentateur)
- ▽ Utilité négative à minimiser (participant)

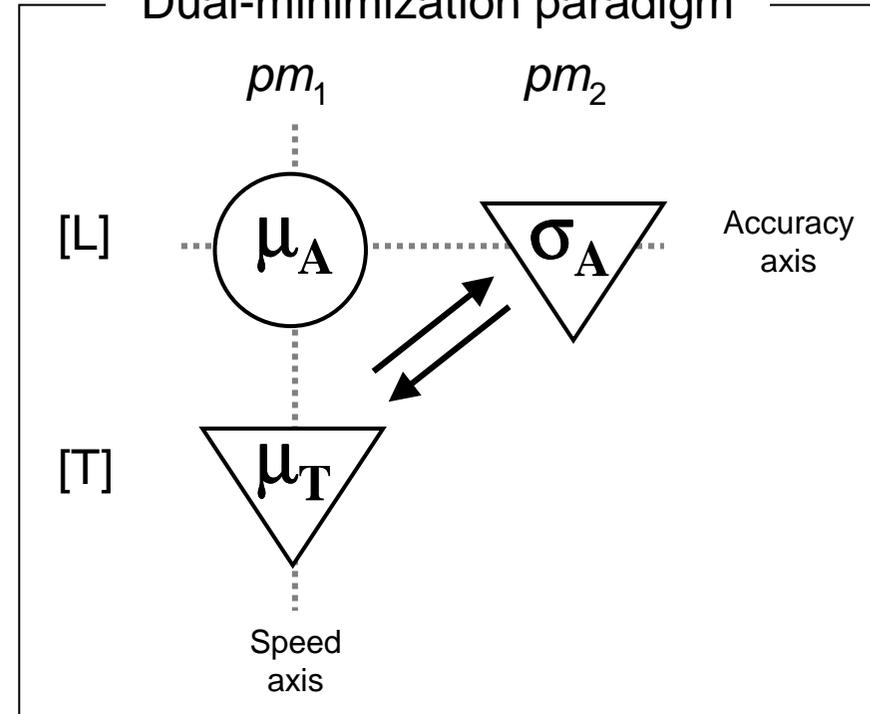
Time-minimization paradigm



Error-minimization paradigm

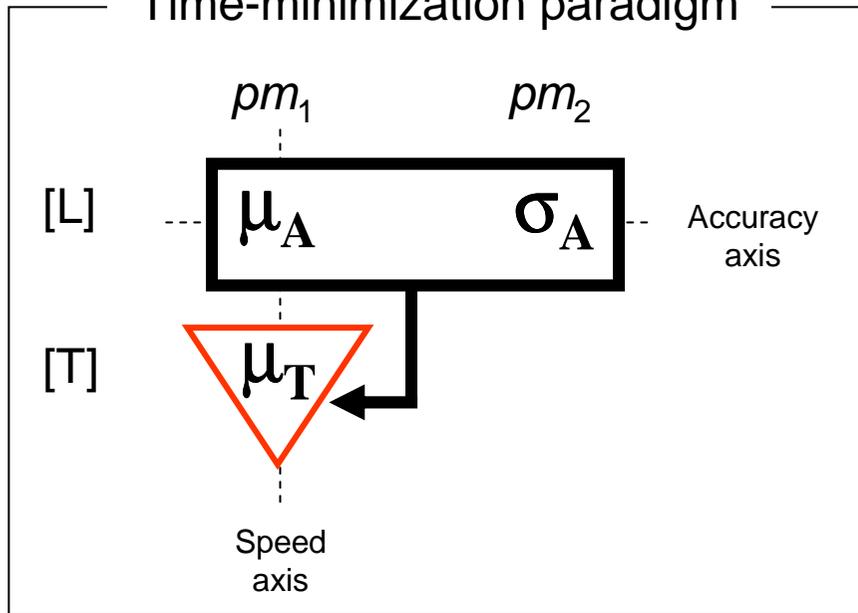


Dual-minimization paradigm

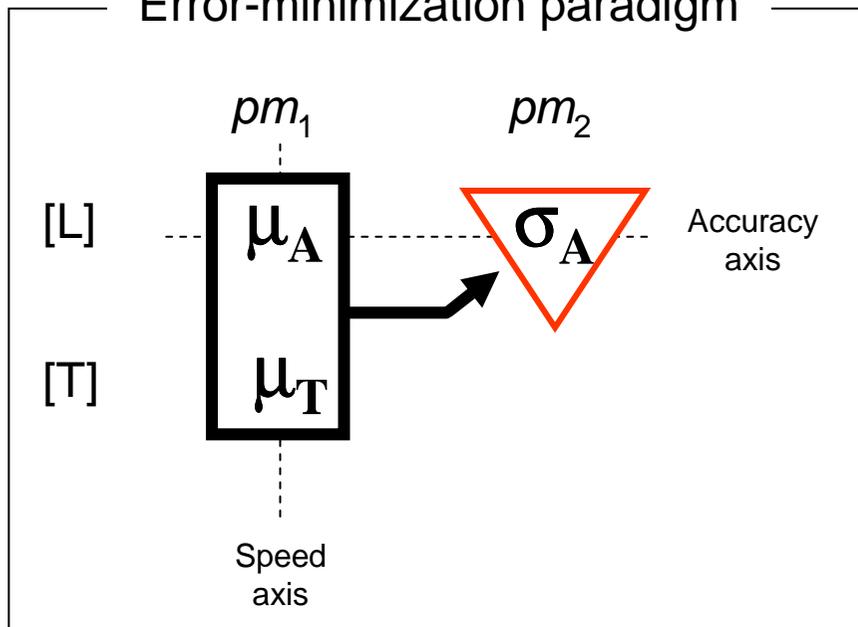


-  Task parameter to be set by experimenter
-  Causal variable to be manipulated by experimenter
-  Negative utility to be minimized by participant

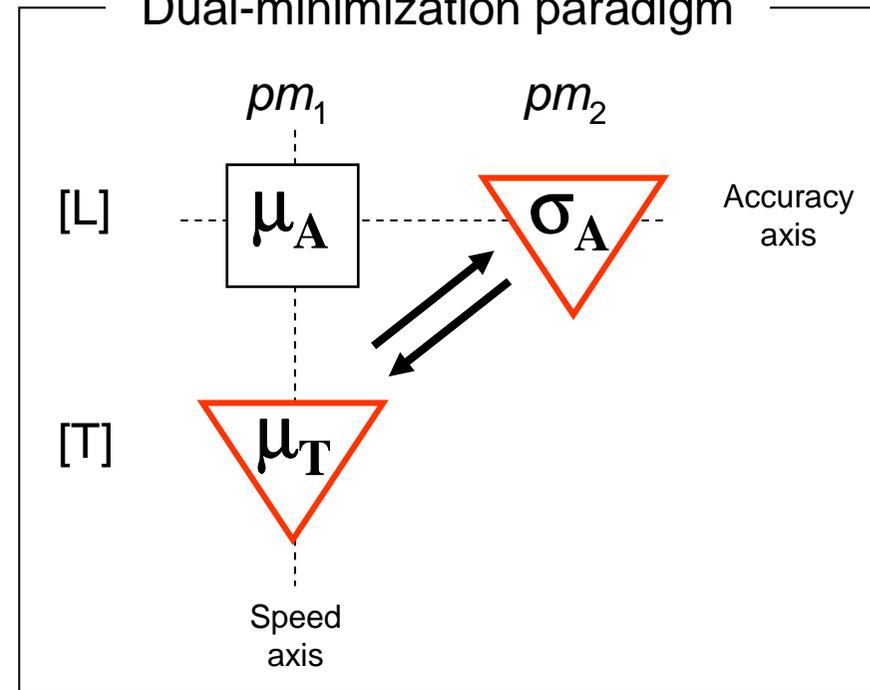
Time-minimization paradigm



Error-minimization paradigm



Dual-minimization paradigm



Références

Hoffrage, U., Lindsay, S., Hertwig, R., & Gigerenzer, G. (2000).
Communicating statistical information. *Science* 290, 2261-2262. *La
Recherche HS N°13*, 2003.

Réserve

Jacob Cohen (1994). The earth is round ($p < .05$)

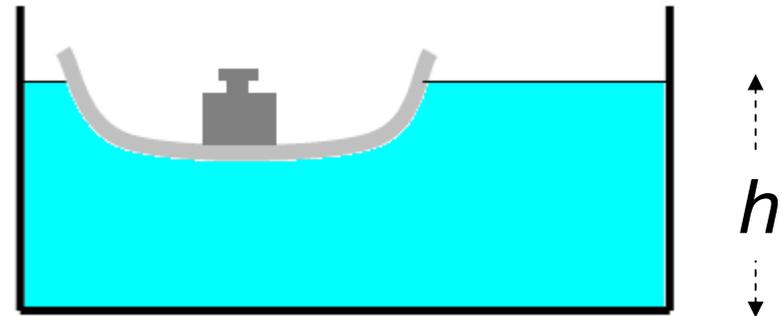
Chez les utilisateurs du test d'hypothèse nulle, croyance répandue que

- p est la probabilité que l'hypothèse nulle H_0 soit fausse -- on fait presque toujours la confusion entre $p(H|D)$ et $p(D|H)$.
- le complément $1-p$ est la probabilité de répliquer les résultats de l'expérience
- le rejet de H_0 entraîne la corroboration de l'hypothèse de travail

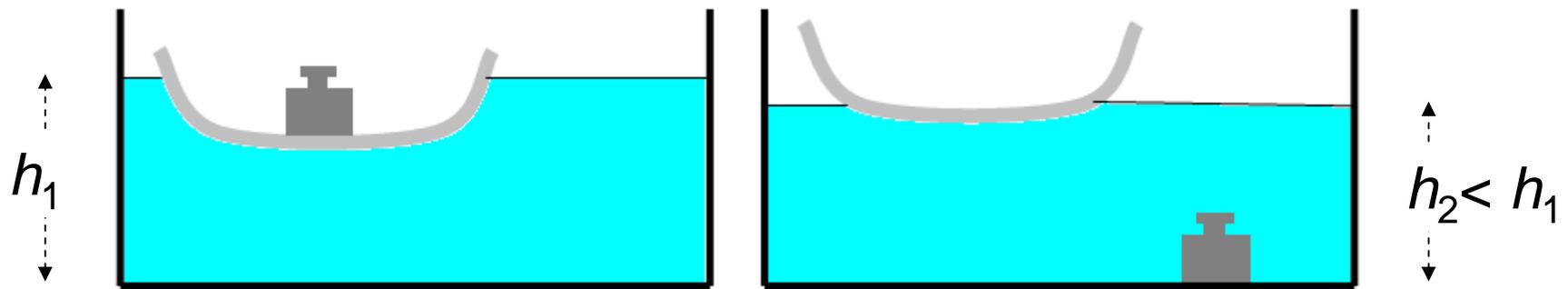
Jacob Cohen (1994). The earth is round ($p < .05$). *American Psychologist* 49, 12, 997-1003.

Volume displacements. The structure of extended forms obviously comes into consideration when one is making judgments about volume displacement. Understanding displacement problems requires that displacing objects be construed in terms of the parameters of mass and volume.

There is a famous anecdote in which Robert Oppenheimer (the leader of the Manhattan project), Felix Bloch (1952, nobel laureate), and George Gamow (a celebrated quantum theorist) were given a seemingly simple displacement problem: Consider a boat with a weight on it floating in a tank of water. The water level is marked on the tank. If the weight is taken off the boat and placed in the water, will the water level be higher, lower, or the same as the original mark? All three physicists answered incorrectly that the water level remains unchanged (Walker, 1977). The correct answer is that the water level goes down, because when the weight is in the boat it is displacing the volume of water equal to its mass, and when it is in the water it displaces only its own volume.



Proffitt & Gilden (1989)



Quatre écritures souvent considérées comme équivalentes dans le calcul des probabilités

$$p = .5$$

quotient d'une division, pente d'une fonction linéaire

$$p = 50\%$$

rapport normalisé à un niveau d'échelle conventionnel

$$p = 1/2$$

rapport ramené au plus petit rapport entre entiers

$$p = 15/30$$

fréquence "naturelle" ou fréquence relative brute

Test de détection de la séropositivité

Population où 1 personne sur 10000 est séropositive.

Expérimentations antérieures : test appliqué

- à un malade : test positif dans 99% des cas (sensibilité du test)
- à une personne saine : test positif dans 0,1% des cas (0,999 est la spécificité du test).

Sachant que le test est positif, quelle est la probabilité qu'un individu soit séropositif ?

M : "l'individu est séropositif", T : "test de détection positif".

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(M|T) &= \frac{\mathbb{P}(M \cap T)}{\mathbb{P}(T)} \\ &= \frac{\mathbb{P}(T|M)\mathbb{P}(M)}{\mathbb{P}(T|M)\mathbb{P}(M) + \mathbb{P}(T|M^c)\mathbb{P}(M^c)} \\ &= \frac{0,99 \times 10^{-4}}{0,99 \times 10^{-4} + 0,001 \times 0,9999} \simeq 0,09.\end{aligned}$$

Le dernier théorème de Fermat

$$x^n + y^n = z^n$$

n'a pas de solution pour n entier > 2

(ni pour $n = 0$)