

Hauteurs pour les sous-schémas et exemples d'utilisation de méthodes arakeloviennes en théorie de l'approximation diophantienne

Résumé :

Dans cette thèse on définit et étudie un certain nombre de notions dans le cadre de la géométrie d'Arakelov qui, d'une part, possèdent un intérêt intrinsèque et, d'autre part, sont susceptibles d'applications à la théorie de l'approximation diophantienne.

La plus grande partie du texte est consacrée à l'élaboration d'une théorie des hauteurs pour les sous-schémas et à la preuve de «formules de Hilbert-Samuel» pour ces hauteurs. Pour deux classes importantes de sous-schémas (les sous-schémas intègres et les sous-schémas «lisses avec multiplicités») on montre que la hauteur du sous-schéma relativement à une grande puissance d'un fibré en droites positif est asymptotiquement déterminée par la hauteur du cycle associé. La démonstration repose essentiellement sur le «théorème de Hilbert-Samuel arithmétique» de Gillet et Soulé, auquel elle se ramène par l'utilisation de techniques de géométrie analytique hermitienne. On fait ensuite une analyse plus fine du développement asymptotique des hauteurs de certains sous-schémas particuliers. Notamment, dans le cas de la dimension relative zéro, on exprime le terme constant du développement asymptotique en fonction de la ramification du sous-schéma, ce qui résout une question de Michel Laurent sur les hauteurs des matrices d'interpolation.

Enfin, dans une partie indépendante, on expose diverses applications de méthodes arakeloviennes à des problèmes d'approximation diophantienne. En particulier on donne une nouvelle démonstration d'un critère classique d'indépendance algébrique dont l'originalité est qu'elle n'utilise plus de théorie de l'élimination mais uniquement des techniques de théorie de l'intersection arithmétique.

Mots-clés : géométrie d'Arakelov, approximation diophantienne, hauteurs, formule de Hilbert-Samuel arithmétique, critère d'indépendance algébrique.

Hugues RANDRIAM
ENST / INFRES
46, rue Barrault
75634 Paris Cedex 13
randriam@enst.fr