

# THL (Théorie des langages)

## Programme du cours

David A. Madore

5 juin 2023

### INF105

Git: ad4d2dc Fri Jun 2 14:13:54 2023 +0200

**1.** Présentation générale. Alphabet, mots, langages. Opérations et notions sur les mots : concaténation de deux mots, longueur d'un mot ; préfixe, suffixe, facteur, sous-mot et mot miroir.

Opérations sur les langages : opérations booléennes (complémentaire, union, intersection), concaténation, étoile de Kleene.

**2.** Définition des langages rationnels. Expressions rationnelles.

Automates finis : automates déterministes (DFA), automates déterministes à spécification incomplète (DFAi), automates non déterministes (NFA), automates non déterministes à transitions spontanées ( $\varepsilon$ -NFA).

**3.** Équivalence entre DFA, DFAi, NFA et  $\varepsilon$ -NFA. Langages reconnaissables.

Stabilité des langages reconnaissables par complémentaire, union, intersection ; stabilité par concaténation et étoile de Kleene.

Les langages rationnels sont reconnaissables. Automate de Glushkov *ou* (au choix) automate de Thompson d'une expression rationnelle.

**4.** Automates à transitions étiquetées par des expressions rationnelles (informellement), équivalence avec les autres sortes d'automates, équivalence avec les expressions rationnelles (par élimination des états =algorithme de Kleene). Équivalence entre langages rationnels et reconnaissables.

Énoncé et démonstration du lemme de pompage pour les langages rationnels (=reconnaissables).

**5.** Exemples d'utilisation du lemme de pompage.

DFA minimal\* (=canonique). Algorithme de minimisation (=algorithme de Moore). (On insistera plus sur l'aspect algorithmique que sur la formulation théo-

---

\*. On conviendra d'utiliser la notion d'automate déterministe *complet*, et la première étape de minimisation sera de compléter l'automate en lui ajoutant éventuellement un puits.

rique du théorème de Myhill-Nerode.) Conséquence : on peut décider algorithmiquement si deux expressions rationnelles sont équivalentes.

**6.** TD sur les automates finis et langages rationnels.

**7.** Grammaires hors contexte, langages algébriques (=définis par une grammaire hors contexte). Dérivations<sup>†</sup>. Arbre d'analyse (=de dérivation). Ambiguïté (grammaires inambiguës et ambiguës).

Stabilité des langages algébriques par réunion, concaténation et étoile de Kleene. Les langages rationnels sont algébriques : d'après ce qu'on vient de dire et directement en associant une grammaire à un DFA ou NFA.

L'intersection d'un langage algébrique et d'un langage rationnel est algébrique (admis sans démonstration).

L'appartenance d'un mot au langage défini par une grammaire hors contexte est algorithmiquement décidable (admis sans démonstration).

**8.** Éléments de calculabilité<sup>‡</sup> : algorithme, terminaison d'un algorithme, thèse de Church-Turing.

Ensembles/langages<sup>§</sup> décidables (=calculables, =rékursifs) et semi-décidables (=semi-calculables, =rékursivement énumérables). Un ensemble est décidable ssi lui et son complémentaire sont semi-décidables. Un ensemble est semi-décidable ssi il est (vide ou) énuméré par une fonction calculable.

**9.** Notion de machine universelle. Indécidabilité du problème de l'arrêt.

**10.** TD sur les grammaires hors contexte / langages algébriques, et sur la calculabilité.

---

<sup>†</sup>. On pourra même sauter complètement la notion de dérivation et définir le langage engendré par une grammaire à travers les arbres d'analyse.

<sup>‡</sup>. Mieux vaut sans doute ne pas perdre de temps à introduire un modèle de calculabilité particulier (machine de Turing ou fonctions générales rékursives, par exemple) : insister sur le fait que tout langage de programmation raisonnable, suffisamment idéalisé, est équivalent.

<sup>§</sup>. Souligner qu'ici contrairement au reste du cours, on peut indifféremment considérer des ensembles d'entiers naturels ou de mots.