

INF105

Contrôle de connaissances — Corrigé

Théorie des langages

12 juin 2020

Consignes.

Ce contrôle de connaissances est un QCM (questionnaire à choix multiples). Chaque question admet une unique réponse correcte. Les questions sont totalement indépendantes les unes des autres. La sélection des questions et l'ordre ont été tirés aléatoirement et n'obéissent donc à aucune logique particulière.

La réponse est attendue sous forme d'une liste de numéros de question suivie de la réponse proposée : par exemple, « 1A 2B 4D » pour signifier que la réponse proposée à la question 1 est (A), la réponse proposée à la question 2 est (B), et la réponse proposée à la question 4 est (D).

Une réponse incorrecte sera (deux fois) plus fortement pénalisée qu'une absence de réponse : il est donc préférable de ne pas répondre à une question que de répondre aléatoirement.

Durée : 1h de 15h30 à 16h30 (sauf 1h20 pour les tiers-temps, de 15h30 à 16h50)

Sujet généré pour : exemple

Git: 781376f Mon Jun 7 18:46:42 2021 +0200

Question 1.

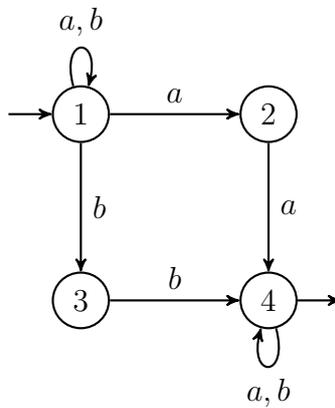
Soit w un mot quelconque sur un alphabet Σ . Le langage formé des mots dont w est un sous-mot est...

- (A) ni fini ni rationnel
- (B) fini mais pas rationnel
- (C) fini et rationnel
- (D) rationnel mais pas fini**

$\Sigma = \{z_1, \dots, z_k\}$
 $\Sigma \neq \emptyset$
 pas fin
 naturel; si $w = x_1 \dots x_n$
 L est adhésif par
 $(z_1, \dots, z_k)^* x_1 (z_1, \dots, z_k)^* x_2 \dots x_n (z_1, \dots, z_k)^*$
 une lettre quelconque
 p.e.x. si $w = aba$
 $\Sigma = \{a, b\}$
 $(ab)^* a (ab)^* b (ab)^* a$
 $(ab)^*$

Question 2.

Quel langage reconnaît l'automate fini sur l'alphabet $\Sigma := \{a, b\}$ représenté ci-dessous :



- (A) le langage formé des mots de longueur ≥ 2 dont la dernière lettre est égale à la première
- (B) le langage formé des mots comportant au moins deux a et comportant au moins deux b
- (C) le langage formé des mots ayant ab comme facteur
- (D) le langage formé des mots dont le nombre de a et le nombre de b sont tous les deux pairs
- (E) le langage formé des mots comportant (quelque part) deux lettres identiques consécutives**

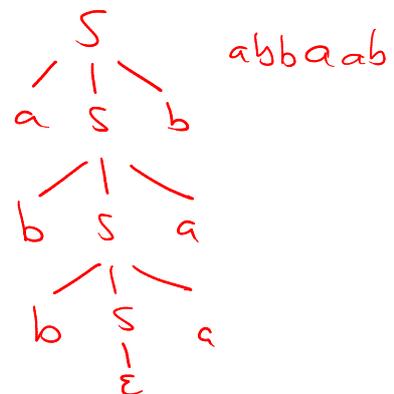
Question 3.

Le langage engendré par la grammaire hors-contexte $S \rightarrow aSb \mid bSa \mid \epsilon$ est...

- (A) algébrique mais pas rationnel**
- (B) ~~ni algébrique ni rationnel~~
- (C) ~~rationnel mais pas algébrique~~

$S \rightarrow aSb$
 $S \rightarrow bSa$
 $S \rightarrow \epsilon$

$\Sigma = \{a, b\}$
 $N = \{S\}$
 axiome S



(D) rationnel et algébrique

Question 4.

Lequel des mots suivants est un sous-mot de abcabcabc?

(A) *aabbcc*

(B) *abacbab*

(C) *acbba*

(D) *acbac*

sur $\Sigma = \{a\}$ $\overbrace{(aa \dots a)}^{42} *$ ditote les mots de lg multiple de 42
 $\overbrace{aa \dots a}^{1729} (a^*)$ de lg ≥ 1729

Question 5.

Lequel des langages suivants sur $\Sigma := \{a\}$ est rationnel?

(A) l'ensemble des mots dont la longueur est un nombre premier

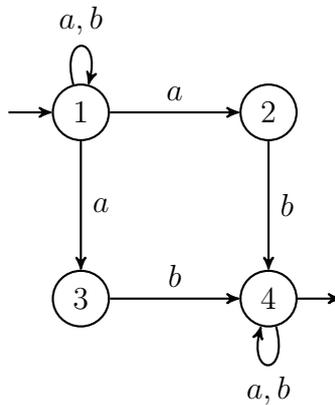
(B) l'ensemble des mots dont la longueur est une puissance de 42 (c'est-à-dire de la forme 42^i pour $i \in \mathbb{N}$)

(C) l'ensemble des mots dont la longueur est multiple de 42 et supérieure ou égale à 1729

(D) l'ensemble des mots dont la longueur est une puissance 42-ième (c'est-à-dire de la forme i^{42} pour $i \in \mathbb{N}$)

Question 6.

Quel langage reconnaît l'automate fini sur l'alphabet $\Sigma := \{a, b\}$ représenté ci-dessous :



(A) le langage formé des mots dont le nombre de *a* et le nombre de *b* sont tous les deux pairs

(B) le langage formé des mots de longueur ≥ 2 dont la dernière lettre est égale à la première

(C) le langage formé des mots ayant *ab* comme facteur

(D) rien du tout car ce n'est pas un automate fini valable

(E) le langage formé des mots comportant (quelque part) deux lettres identiques consécutives

(F) le langage formé des mots comportant au moins deux a et comportant au moins deux b

Question 7.

Supposons fixé un modèle standard de calculabilité, par exemple la machine de Turing. L'ensemble des programmes e dont l'exécution ne termine jamais est-il :

sur l'entrée \emptyset dis

(A) décidable

(B) non semi-décidable

(C) semi-décidable mais non décidable

Question 8.

Soit $L := \{w \in \Sigma^* : |w| \geq 42\}$ l'ensemble des mots sur $\Sigma := \{a, b\}$ dont la longueur est supérieure ou égale à 42. Ce langage L est...

(A) non semi-décidable

(B) semi-décidable mais non décidable

(C) rationnel mais infini

(D) fini

(E) algébrique mais non rationnel

(F) décidable mais non algébrique

Question 9.

Un alphabet Σ étant fixé, si r est une expression rationnelle sur Σ , existe-t-il toujours une expression rationnelle r' qui dénote le langage formé des mots qui *ne vérifient pas* r ?

(A) non, ce langage n'est pas forcément rationnel

(B) oui, et on dispose d'un algorithme permettant de calculer r' en fonction de r

(C) oui, mais on ne dispose pas d'algorithme permettant de calculer r' en fonction de r

Question 10.

Lequel des mots suivants appartient au langage dénoté par l'expression rationnelle $(ab|ba)^*$ sur l'alphabet $\Sigma := \{a, b\}$?

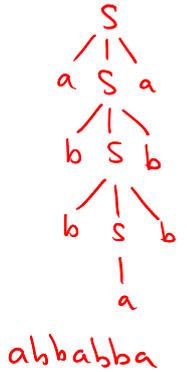
(A) $abaabb$

- (B) *abbaab*
- (C) *aaabbb*
- (D) *abbbba*

Question 11.

Le langage sur $\Sigma := \{a, b\}$ engendré par la grammaire hors-contexte $S \rightarrow aSa \mid bSb \mid \varepsilon \mid a \mid b$ est...

- (A) l'ensemble Σ^* de tous les mots sur Σ
- (B) l'ensemble des expressions bien-parenthésées si a désigne une parenthèse ouvrante et b une parenthèse fermante
- (C) l'ensemble des mots ayant le même nombre total de a que de b
- (D) l'ensemble des mots qui sont des carrés, c'est-à-dire $\{w^2 : w \in \Sigma^*\}$
- (E) l'ensemble des mots qui sont des palindromes, c'est-à-dire $\{w \in \Sigma^* : w = w^R\}$ (où w^R désigne le mot miroir de w)



Question 12.

Lequel des langages suivants sur $\Sigma := \{a, b, c\}$ est rationnel ?

- (A) l'ensemble des mots de longueur ≥ 6 dont le suffixe de longueur 6 coïncide avec le préfixe de longueur 6 (c'est-à-dire que les six dernières lettres sont les mêmes que les six premières, dans le même ordre)
- (B) l'ensemble des mots qui sont des palindromes, c'est-à-dire $\{w \in \Sigma^* : w = w^R\}$ (où w^R désigne le mot miroir de w)
- (C) l'ensemble des mots ayant le même nombre total de a que de b que de c
- (D) l'ensemble des mots qui sont des carrés, c'est-à-dire $\{w^2 : w \in \Sigma^*\}$

Question 13.

Lequel des langages suivants sur $\Sigma := \{a, b\}$ n'est pas rationnel ?

- (A) l'ensemble des mots dont le nombre total de a est multiple de 6
- (B) l'ensemble des mots dont le nombre total de a vaut au moins 6
- (C) l'ensemble des mots dont la longueur est multiple de 6
- (D) l'ensemble des mots dont le nombre total de a vaut au moins 6 de plus que le nombre total de b
- (E) l'ensemble des mots commençant par 6 fois la lettre a

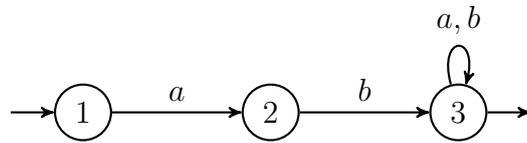
(aaaaaa) b*(ab*ab*ab*ab*ab*ab*)**

*(a1b)(a1b)(a1b)(a1b)(a1b)(a1b)**

*aaaaaa(a1b)**

Question 14.

Soit \mathcal{A} l'automate fini sur l'alphabet $\Sigma := \{a, b\}$ représenté ci-dessous :



Le nombre d'états de l'automate canonique (= automate fini déterministe complet ayant le nombre minimum possible d'états) équivalent à \mathcal{A} vaut :

- (A) un (1)
- (B) quatre (4)
- (C) trois (3)
- (D) deux (2)

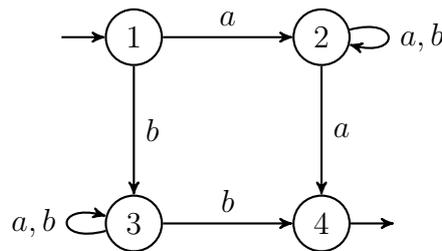
Question 15.

Lequel des mots suivants appartient au langage engendré par la grammaire hors-contexte $S \rightarrow aSbS \mid \varepsilon$ sur l'alphabet $\Sigma := \{a, b\}$?

- (A) *aaabbabbba*
- (B) *abbaabbaab*
- (C) *abaaabbabb*
- (D) *aaaaabbbab*

Question 16.

Quel langage reconnaît l'automate fini sur l'alphabet $\Sigma := \{a, b\}$ représenté ci-dessous :

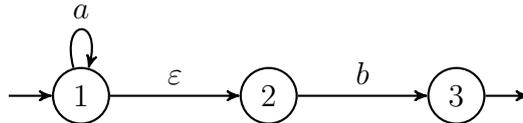


- (A) le langage formé des mots comportant (quelque part) deux lettres identiques consécutives
- (B) le langage formé des mots de longueur ≥ 2 dont la dernière lettre est égale à la première
- (C) le langage formé des mots dont le nombre de *a* et le nombre de *b* sont tous les deux pairs
- (D) le langage formé des mots comportant au moins deux *a* et comportant au moins deux *b*

(E) le langage formé des mots ayant ab comme facteur

Question 17.

L'élimination des transitions spontanées sur l'automate fini sur l'alphabet $\Sigma := \{a, b\}$ représenté ci-dessous



s'obtient-elle...

(A) en supprimant la transition étiquetée ε reliant 1 à 2 et en ajoutant une transition étiquetée b reliant 1 à 3

(B) en supprimant la transition étiquetée ε reliant 1 à 2 et en ajoutant une transition étiquetée a reliant 1 à 3

(C) en remplaçant la transition étiquetée ε reliant 1 à 2 par une transition étiquetée b (toujours reliant 1 à 2)

(D) en remplaçant la transition étiquetée ε reliant 1 à 2 par une transition étiquetée a (toujours reliant 1 à 2)

Question 18.

Supposons fixé un modèle standard de calculabilité, par exemple la machine de Turing, et soit $\Sigma := \{a, b, c\}$. L'ensemble des couples (r, w) formés d'une expression rationnelle r sur Σ et d'un mot w sur Σ vérifiant r (c'est-à-dire appartenant au langage dénoté par r) est-il :

(A) décidable

(B) semi-décidable mais non décidable

(C) non semi-décidable

Question 19.

Quel langage dénote l'expression rationnelle $(ba^*)^*$ sur l'alphabet $\Sigma := \{a, b\}$?

(A) l'ensemble des mots qui sont soit le mot vide soit commencent par un b

(B) l'ensemble des mots commençant et finissant par un b

(C) l'ensemble $\{w \in \Sigma^* : |w| \geq 1\}$ des mots non vides

(D) l'ensemble $\{(ba)^i : i \in \mathbb{N}\}$ des répétitions arbitraires du mot ba

(E) l'ensemble des mots commençant par b et finissant par a

(F) l'ensemble Σ^* de tous les mots

Question 20.

Lequel des mots suivants appartient au langage dénoté par l'expression rationnelle $a^*(bba^*)^*$ sur l'alphabet $\Sigma := \{a, b\}$?

- (A) $abbbba$
- (B) $abbaab$
- (C) $aaabbb$
- (D) $abaabb$

Question 21.

Le langage sur $\Sigma := \{a, b\}$ engendré par la grammaire hors-contexte dont les règles sont $S \rightarrow TT$ et $T \rightarrow aT \mid bT \mid \varepsilon$ est...

- (A) l'ensemble Σ^* de tous les mots sur Σ
- (B) l'ensemble des mots qui sont des palindromes, c'est-à-dire $\{w \in \Sigma^* : w = w^R\}$ (où w^R désigne le mot miroir de w)
- (C) l'ensemble des mots ayant le même nombre total de a que de b
- (D) l'ensemble des mots qui sont des carrés, c'est-à-dire $\{w^2 : w \in \Sigma^*\}$
- (E) l'ensemble des expressions bien-parenthésées si a désigne une parenthèse ouvrante et b une parenthèse fermante

Question 22.

Le langage engendré par la grammaire hors-contexte $S \rightarrow abS \mid baS \mid \varepsilon$ est...

- (A) rationnel mais pas algébrique
- (B) ni algébrique ni rationnel
- (C) rationnel et algébrique
- (D) algébrique mais pas rationnel

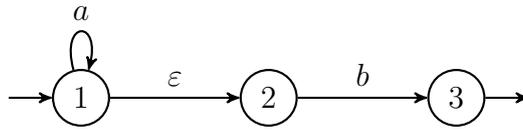
Question 23.

Soit w un mot quelconque sur un alphabet Σ . Le langage formé des sous-mots de w est...

- (A) fini et rationnel
- (B) ni fini ni rationnel
- (C) rationnel mais pas fini
- (D) fini mais pas rationnel

Question 24.

L'automate fini sur l'alphabet $\Sigma := \{a, b\}$ représenté ci-dessous



est-il...

- (A) un automate fini non-déterministe à transitions spontanées
- (B) un automate fini déterministe incomplet à transitions spontanées

Question 25.

Soit $L := \{a^{12i} : i \in \mathbb{N}\}$ l'ensemble des mots sur $\Sigma := \{a\}$ dont la longueur est multiple de 12. Ce langage L est...

- (A) algébrique mais non rationnel
- (B) rationnel mais infini
- (C) non semi-décidable
- (D) décidable mais non algébrique
- (E) semi-décidable mais non décidable
- (F) fini

Question 26.

Quel langage dénote l'expression rationnelle $aa^*(aa^*)^*$ sur l'alphabet $\Sigma := \{a\}$?

- (A) l'ensemble $\{w \in \Sigma^* : |w| \in 2\mathbb{N} \text{ et } |w| > 0\}$ des mots de longueur paire non nulle
- (B) l'ensemble $\{w \in \Sigma^* : |w| \geq 1\}$ des mots non vides
- (C) l'ensemble $\{w \in \Sigma^* : |w| \geq 2\}$ des mots de longueur au moins deux
- (D) l'ensemble Σ^* de tous les mots

Question 27.

Soit $L := \Sigma^* \{ab\} = \{wab : w \in \Sigma^*\}$, le langage des mots sur l'alphabet $\Sigma := \{a, b\}$ ayant ab pour suffixe. Le nombre d'états de l'automate canonique (= automate fini déterministe complet ayant le nombre minimum possible d'états) reconnaissant le langage L vaut :

- (A) un (1)
- (B) deux (2)
- (C) trois (3)
- (D) quatre (4)

Question 28.

Soit $L := \{a^{2^i} : i \in \mathbb{N}\}$ l'ensemble des mots sur $\Sigma := \{a\}$ dont la longueur est une puissance de 2. Ce langage L est...

- (A) fini
- (B) rationnel mais infini
- (C) décidable mais non algébrique
- (D) non semi-décidable
- (E) algébrique mais non rationnel
- (F) semi-décidable mais non décidable

Question 29.

Supposons fixé un modèle standard de calculabilité, par exemple la machine de Turing. L'ensemble des couples (e, n) formés d'un programme e et d'un entier naturel n et vérifiant la propriété « l'exécution du programme e termine en exactement n étapes » est-il :

- (A) non semi-décidable
- (B) semi-décidable mais non décidable
- (C) décidable

Question 30.

Le langage engendré par la grammaire hors-contexte $S \rightarrow abS \mid Sba \mid \varepsilon$ est...

- (A) rationnel mais pas algébrique
- (B) algébrique mais pas rationnel
- (C) ni algébrique ni rationnel
- (D) rationnel et algébrique

Corrigé. 1D 2E 3A 4D 5C 6C 7B 8C 9B 10B 11E 12A 13D 14B 15C 16B 17A
18A 19A 20A 21A 22C 23A 24A 25B 26B 27C 28C 29C 30D