

Association des Professeurs
de Mathématiques de
l'Enseignement Public

LES
OLYMPIADES
ACADÉMIQUES
DE
MATHÉMATIQUES
2018

TOME 1
énoncés



Coordination : Pierre MICHALAK (Vice Président des Olympiades)
Mise en forme : Jean BARBIER

OLYMPIADES DE MATHÉMATIQUES 2018

PRÉFACE

La dix-huitième édition du concours vient de s'achever qu'à peine trois mois plus tard ce recueil est déjà entre vos mains ! Saluons donc le travail considérable accompli par Jean Barbier (de l'APMEP) et Pierre Michalak (du Jury national) cet été pour recueillir, classer, et corriger l'intégralité des annales des Olympiades nationales de mathématiques du millésime 2018. C'est ainsi que la base, accessible d'un simple clic sur le site de l'APMEP, s'enrichit chaque année d'une centaine d'énoncés... Et d'autant de solutions !

Les Olympiades nationales de mathématiques sont une manifestation majeure portée par la Direction Générale de l'Enseignement Scolaire (DGESCO), réunissant à chaque édition près de 23 000 lycéens - toutes séries confondues - de France et des établissements Français de l'étranger (élèves de première dans l'hémisphère Nord, de tout début de Terminale dans l'hémisphère Sud) de l'enseignement général, technologique, agricole, ou militaire ; public ou privé¹. Ce succès, à replacer dans le cadre de la Semaine des mathématiques, doit à l'implication sans faille des acteurs de terrain : divisions des examens et concours, inspecteurs d'académie, chefs d'établissements, professeurs. Il associe de fidèles partenaires, qui apportent à l'événement soutien matériel (lots, financement) et expertise scientifique (conférence d'un chercheur aux cérémonies académiques de remises des prix, relecture des exercices nationaux comportant des questions d'algorithmique) : le Crédit Mutuel Enseignant, INRIA, Casio, Texas Instruments, Hewlett-Packard, Google, l'École polytechnique et, à partir de 2019, le CNRS. Pris en main par l'association Animath, les lauréats académiques et nationaux pourront, plus tard, bénéficier de stages d'approfondissement et s'illustrer sur des compétitions d'envergure internationale.

Tous les candidats passent l'épreuve au même moment. Les décalages horaires conduisent à délimiter trois grandes zones géographiques dont les sujets sont différenciés en conséquence : Europe – Afrique – Orient – Inde ; Amériques – Antilles – Guyane ; Asie – Pacifique – Nouvelle Calédonie – Polynésie Française. Une partie de l'épreuve porte sur des exercices dits nationaux, comptant pour le palmarès national. L'autre partie porte sur des exercices dits académiques, comptant pour les palmarès académiques, et pouvant, depuis 2016 et selon certains aménagements, être résolus en équipes mixtes (filles-garçons) de deux, trois, parfois quatre. Les sujets et palmarès académiques peuvent aujourd'hui s'inscrire dans une logique de grande région académique. Mentionnons enfin que certains exercices sont communs à toutes les séries, et que d'autres sont réservés à certaines. Tous respectent les programmes en vigueur, ne demandent aucun savoir encyclopédique (les connaissances de seconde suffisent souvent), mais exigent et développent les qualités de recherche, de calcul, de modélisation, de rédaction. Les copies peuvent être appréciées selon un barème par compétences ; toutefois, les meilleures d'entre elles seront ensuite départagées selon un barème linéaire au point très détaillé. Le calendrier de l'épreuve permet aux élèves qui le souhaitent de concourir également sur d'autres Olympiades nationales : géosciences, physique, chimie, sciences de l'ingénieur.

¹ Note de service n° 2015-175 du 27-10-2015, BOEN n°41 du 5-11-2015

Dans la veine des précédents, le cru du 14 mars 2018 (le 13 mars en Polynésie Française) des Olympiades nationales de mathématiques satisfait tous les goûts tant l'éventail des sujets abordés est large. Citons quelques bijoux parmi tant d'autres. En Amérique : un problème de proies (des moutons) – prédateurs (des loups) portait en filigrane un zest de symétries, un peu d'arithmétique, un soupçon de permutations. Et quid du travail sur les nombres qu'on retournait comme des chaussettes pour les additionner à eux-mêmes : voilà un beau texte, posé en Asie, qui alliait réflexion et habileté à programmer un algorithme sur sa calculatrice ! Comment ne pas évoquer l'Europe qui planchait sur une géométrie de l'à-peu-près si originale : farandole de triangles presque rectangles et quasi équilatères ou de pseudo angles droits ? Revenons enfin outre Atlantique vers un quatrième trésor qui mêlait subtilement probabilités et polynômes pour fabriquer les dés aux propriétés étonnantes...

Une fois compilée par l'APMEP, cette matière constitue un outil pédagogique précieux au service des futurs candidats et, **dans le quotidien de leurs classes**, de leurs enseignants. Qu'ils ne s'interdisent pas d'exploiter ces ressources au fil de leur progression, sous la forme de devoirs, de notes culturelles, d'approfondissements, d'activités de complément.

Certains lycées présentent une dizaine de candidats chaque année ; d'autres, **près de deux-cents**. Il faut aussi avoir conscience que **les meilleurs élèves résolvent tout, ou presque tout**, qui plus est dans un style impeccable. Devant ces disparités, **il est important que les établissements géographiquement proches unissent leurs forces pour offrir une préparation suivie aux élèves volontaires**. Citons en exemple l'organisation des lycées du grand-Clermont-Ferrand, dont les élèves se retrouvent hebdomadairement à l'IREM pour y préparer l'échéance, sous la houlette d'une petite équipe de professeurs qui s'y relaie. Cette initiative du Rectorat d'académie a fait des émules, puisqu'elle a par exemple été reprise dans le bassin chalonais, académie de Dijon, à la rentrée 2017, et dans celui de Troyes à la rentrée 2018. **Ces efforts participent du travail sur l'orientation des élèves**. Les enseignants désireux de s'investir sur de tels projets sauront s'inspirer de ces modèles de mutualisation, les transposer, les réinventer localement, en concertation avec les inspecteurs d'académie – inspecteurs pédagogiques régionaux et les proviseurs, et en réseau d'établissements. Ils contribueront ainsi à faire des Olympiades nationales de mathématiques et, au-delà, des concours en général (concours général, concours APMEP île de France – IREM, rallyes, Kangourou, Trophées tangente, Castor informatique, Al-kindî, concours de vidéos Audimath, ...) un adjuvant pédagogique efficace, un outil de travail collectif et une modalité, parmi beaucoup d'autres, de révéler et récompenser des jeunes gens méritants et aux profils variés.

Karim ZAYANA – inspecteur général – Président des Olympiades nationales de mathématiques Paris, le 11 octobre 2018.