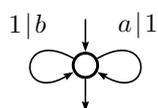
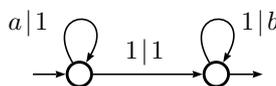


Leçon 5 — Exercices

1. — Appliquer la construction de la preuve du théorème 1.3 pour obtenir des transducteurs temps-réel à partir des deux transducteurs qui réalisent la relation universelle sur $\{a\}^* \times \{b\}^*$.

(a) \mathcal{U}_1 (b) \mathcal{U}_2

2. — Donner une réalisation par représentation des relations suivantes :

(a) l'ordre lexicographique (c'est-à-dire la relation qui à un mot associe tous les mots plus grands dans l'ordre lexicographique); (b) l'ordre radiciel (*idem*).

3. — Soit $\varphi_1: \{a, b, c\}^* \rightarrow \{x, y\}^*$ le morphisme défini par :

$$\varphi_1(a) = x, \quad \varphi_1(b) = yx, \quad \varphi_1(c) = xy.$$

Donner une représentation matricielle de la relation φ_1 , de la relation φ_1^{-1} .

4. — **Composantes finie et infinie d'une relation rationnelle.**

Soit $\tau: A^* \rightarrow B^*$ une relation. Les *composantes finie* τ_f et *infinie* τ_∞ de τ sont définies par :

$$\tau_f(w) = \begin{cases} \tau(w) & \text{si } \|\tau(w)\| \text{ est fini} \\ \emptyset & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et} \quad \tau_\infty(w) = \begin{cases} \emptyset & \text{si } \|\tau(w)\| \text{ est fini} \\ \tau(w) & \text{sinon} \end{cases}$$

Montrer que si τ est rationnelle, τ_f et τ_∞ sont rationnelles et effectivement calculables à partir de τ .