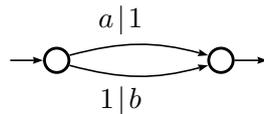


### Leçon 4 — Exercices

- 1 .— (a) Montrer que si  $K$  est dans  $\text{Rat } A^*$  et  $L$  dans  $\text{Rat } B^*$ ,  $K \times L$  est le graphe d'une relation synchrone de  $A^*$  dans  $B^*$  (Proposition ??).
- (b) Montrer que  $K \times L$  est également le graphe d'une relation synchrone à droite.
- 2 .— Montrer que  $\alpha_1$  n'est pas une relation synchrone à droite et que  $\beta_1$  n'est pas une relation synchrone à gauche.
- 3 .— Compléter le transducteur synchrone ci-dessous.



- 4 .— Soit  $A$  un alphabet totalement ordonné. L'ordre radiciel est un *bon ordre* sur  $A^*$  et donc sur tout sous-ensemble (langage)  $L$ . Cet ordre permet de définir, pour tout langage  $L$  de  $A^*$ , la *fonction successeur*  $\text{Succ}_L$  qui envoie chaque mot de  $L$  sur son successeur dans  $L$  dans l'ordre radiciel.

Montrer que si  $L$  est un langage rationnel de  $A^*$ , alors  $\text{Succ}_L$  est une relation (fonctionnelle) synchrone (donc *rationnelle*).