Traitement du signal analogique en temps discret

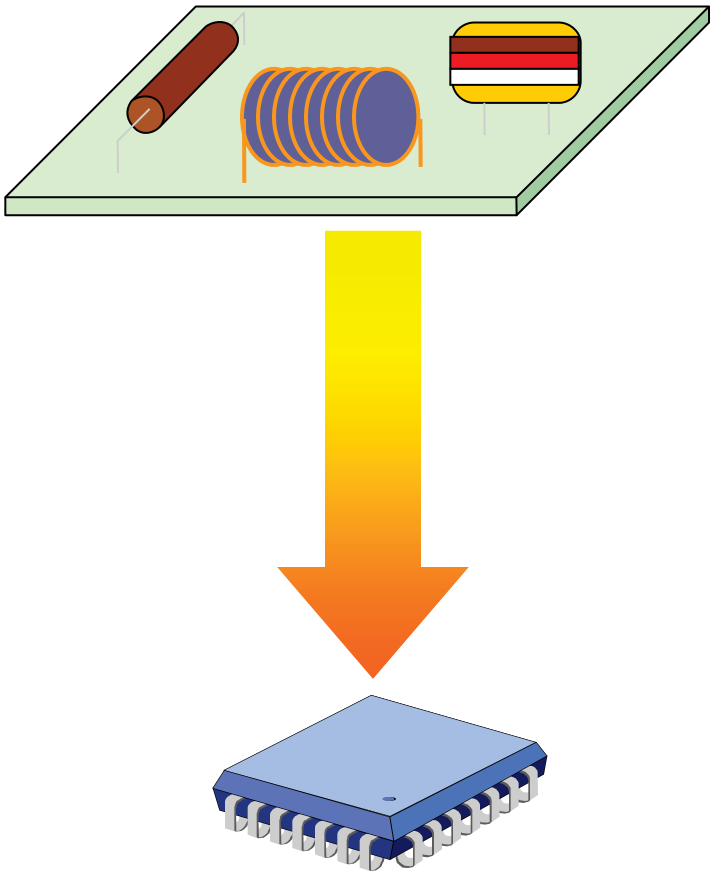
Electronique des Systèmes d'Acquisition
ELEC 101

Site web: http://perso.telecom-paristech.fr/~jabbour/enseignement/elec101/

Plan

- Introduction
- Principe des capacités commutées
- Exercices

Introduction

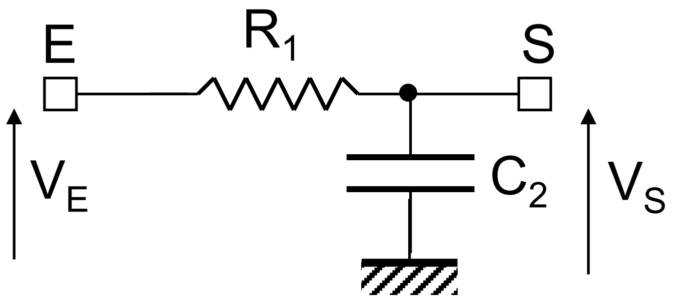


- Filtres discrets RLC
- Filtres actifs RC
- Capacités commutées
- …

➢ Intégration monolithique

Limitations des montages actifs RC

- **Un exemple : Intégrer une constante de temps : $\tau = R_1.C_2 = 10^{-4}$ s (bande vocale)**



$$T(\omega) = \frac{V_S(\omega)}{V_E(\omega)} = \frac{1}{1 + jR_1C_2\omega}$$

- Si C_2 = 10 pF, alors R_1 = 10 MΩ ;

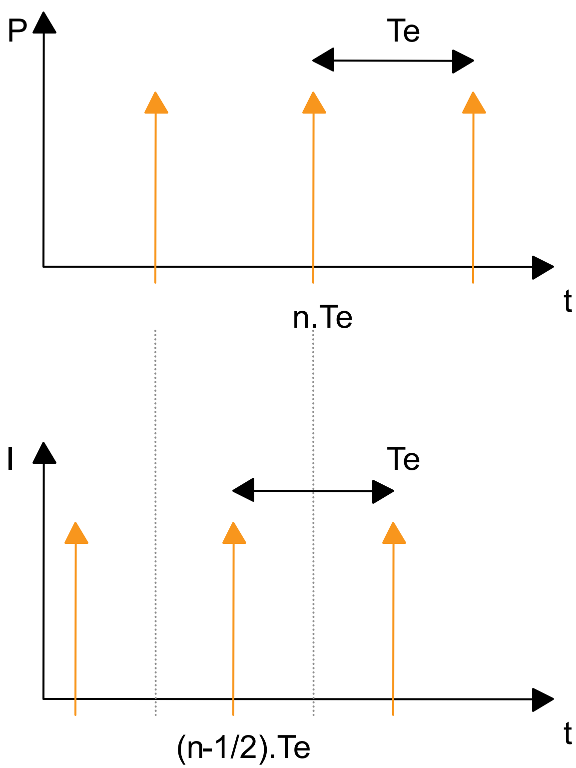
$$fc = \frac{1}{2\pi R1C2} = 1{,}59\ \text{KHz}$$

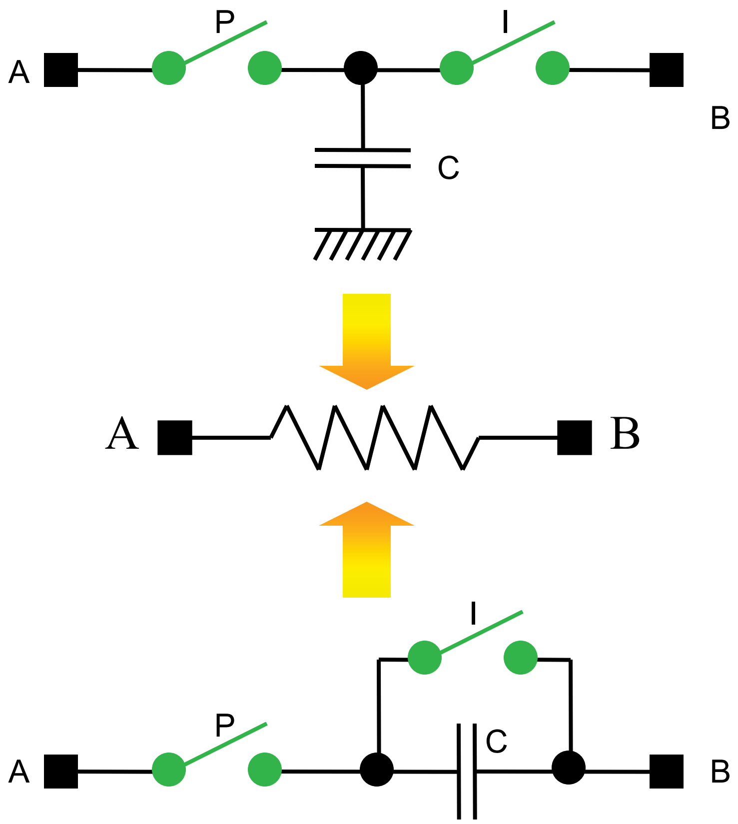
- Précision absolue des capacités et résistances ~ 15 %. Vu que les variations de R et C ne sont pas corrélées, le produit R_1C_2 peut varier ~ ±30 % ➡

$$1{,}22\ \text{KHz} < fc < 2{,}27\ \text{KHz}$$

- La valeur des résistances dépend de la température

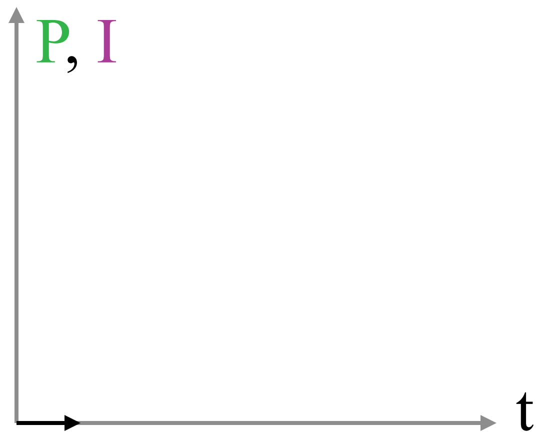
Montages élémentaires



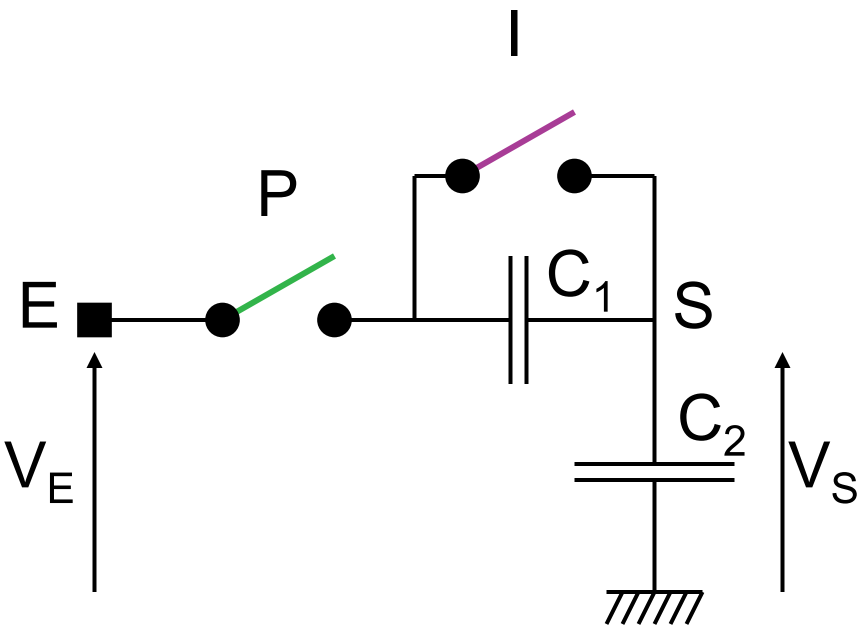


Principe des capacités commutées

- **Exemple : Filtre passe-bas du premier ordre**

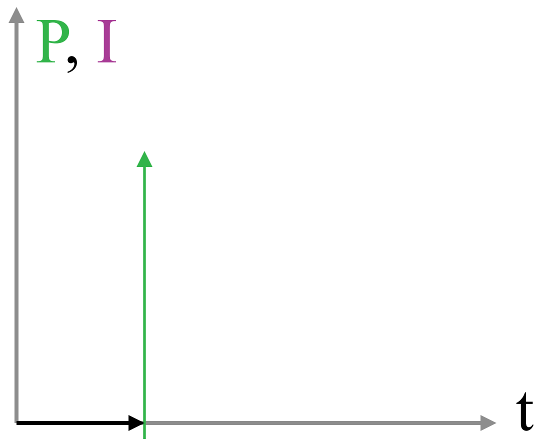


Interphase

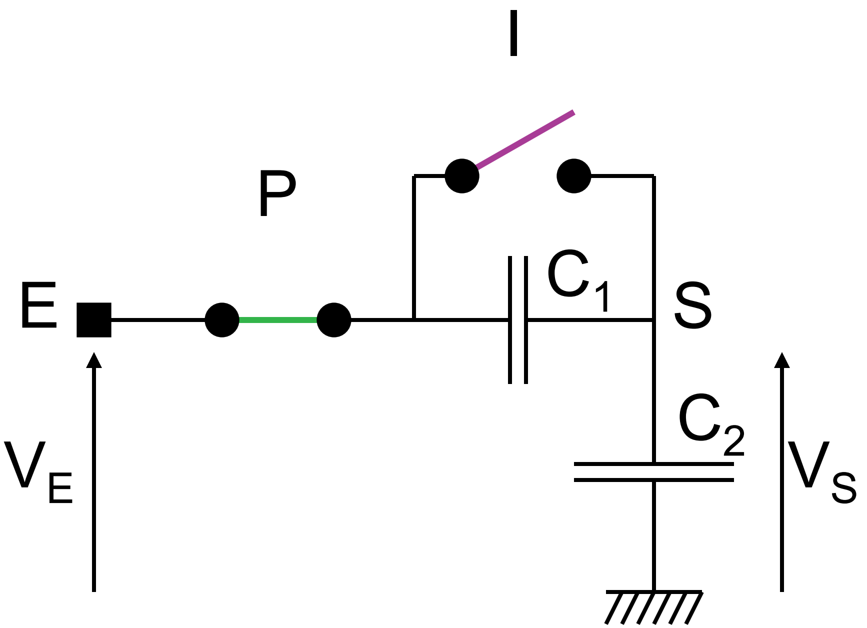


Principe des capacités commutées

- **Exemple : Filtre passe-bas du premier ordre**

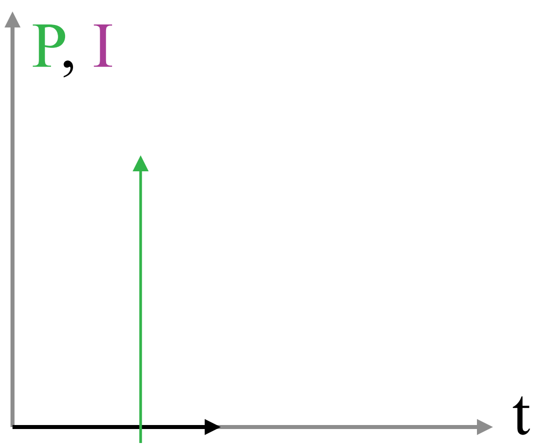


Phase paire : n.Te

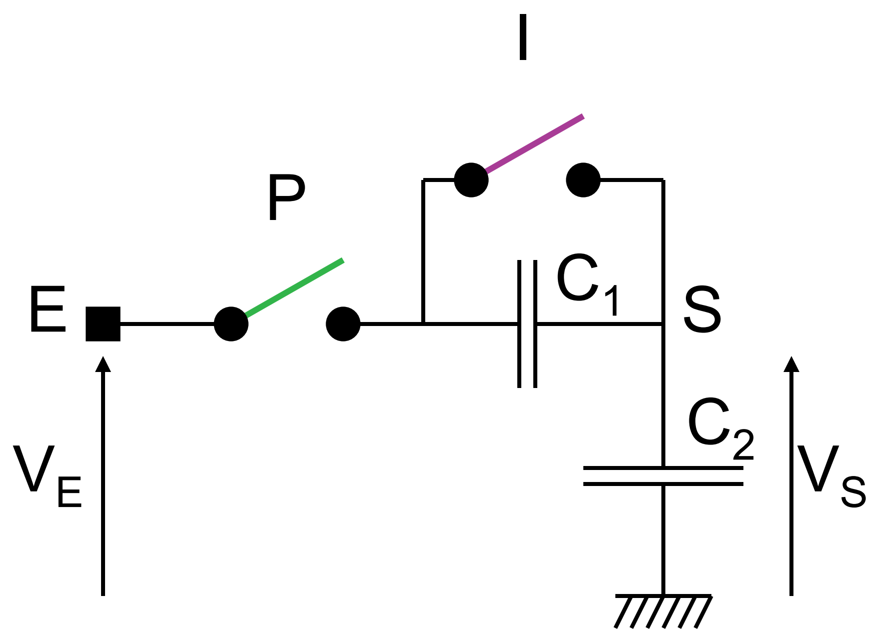


Principe des capacités commutées

- **Exemple : Filtre passe-bas du premier ordre**

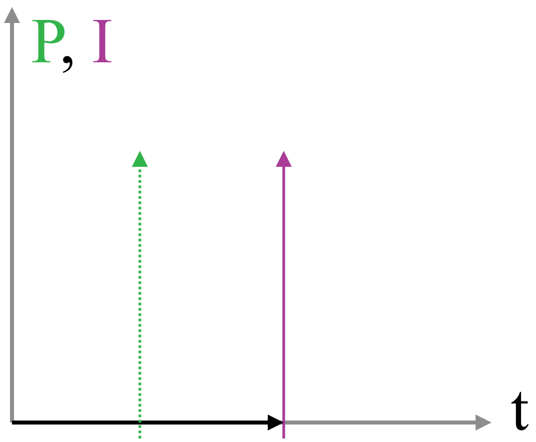


Interphase

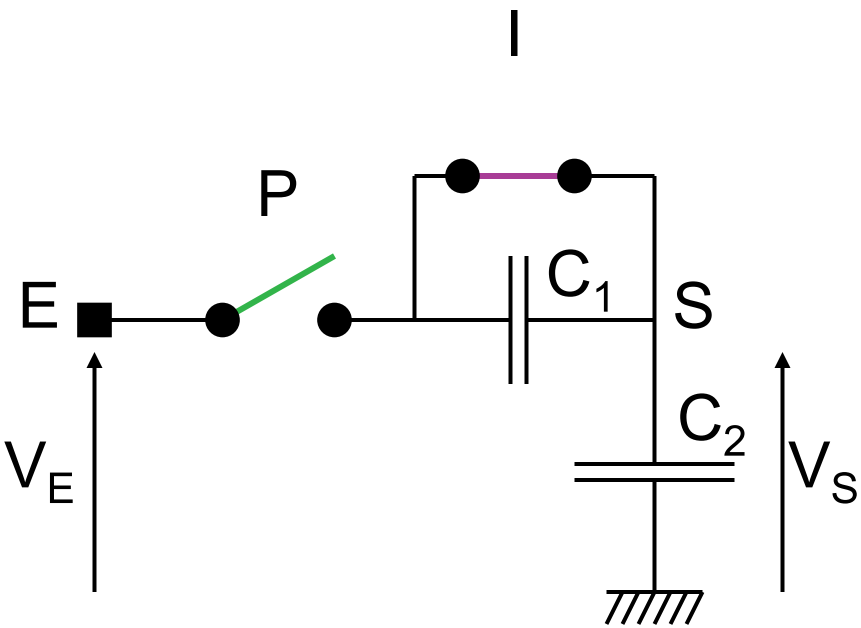


Principe des capacités commutées

- **Exemple : Filtre passe-bas du premier ordre**

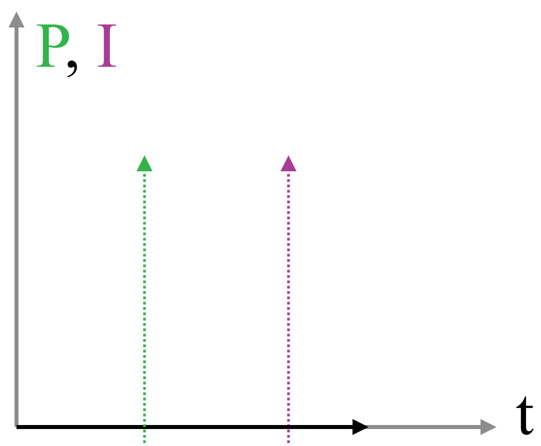


Phase impaire : (n+1/2).Te

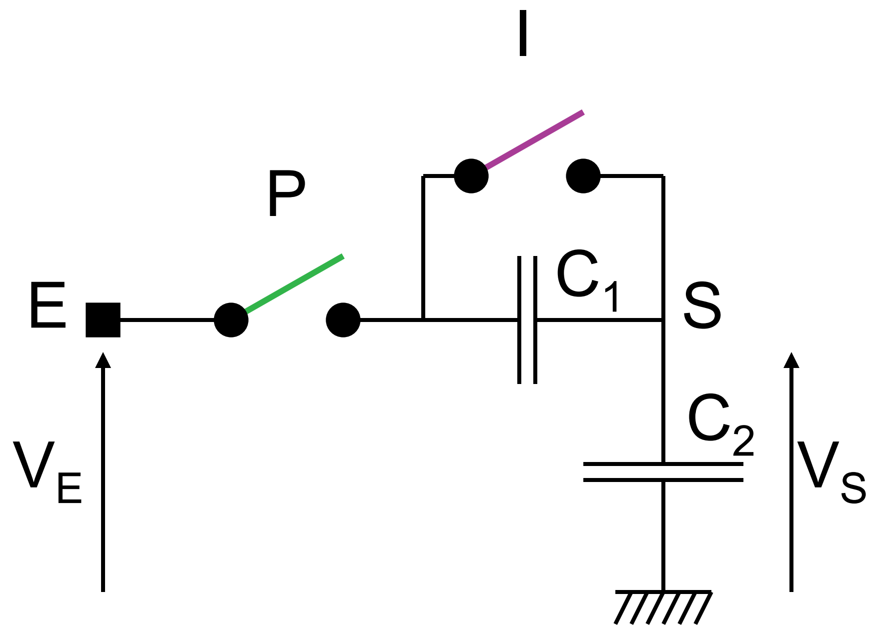


Principe des capacités commutées

- **Exemple : Filtre passe-bas du premier ordre**

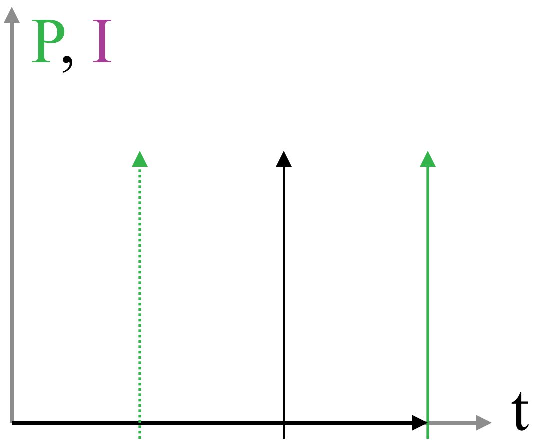


Interphase

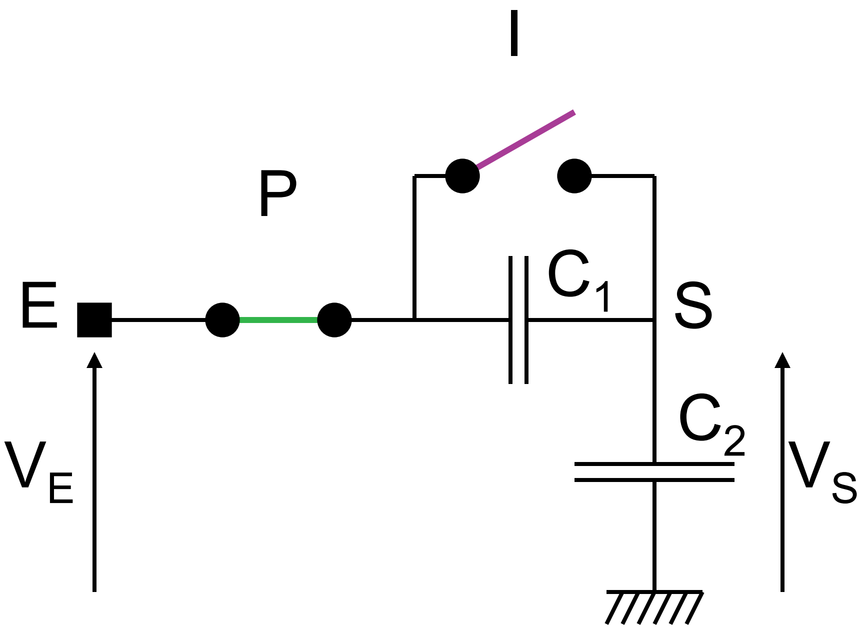


Principe des capacités commutées

- **Exemple : Filtre passe-bas du premier ordre**



Phase paire : (n+1).Te



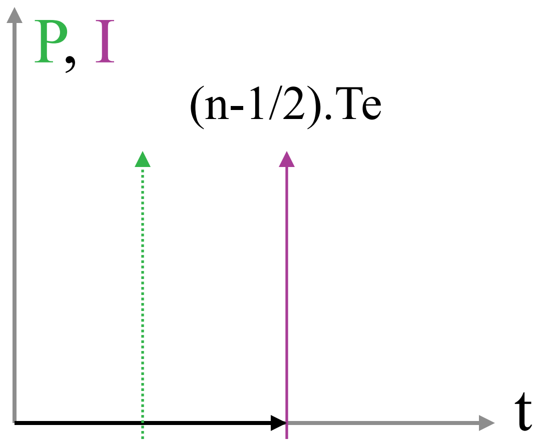
Hypothèses de calcul

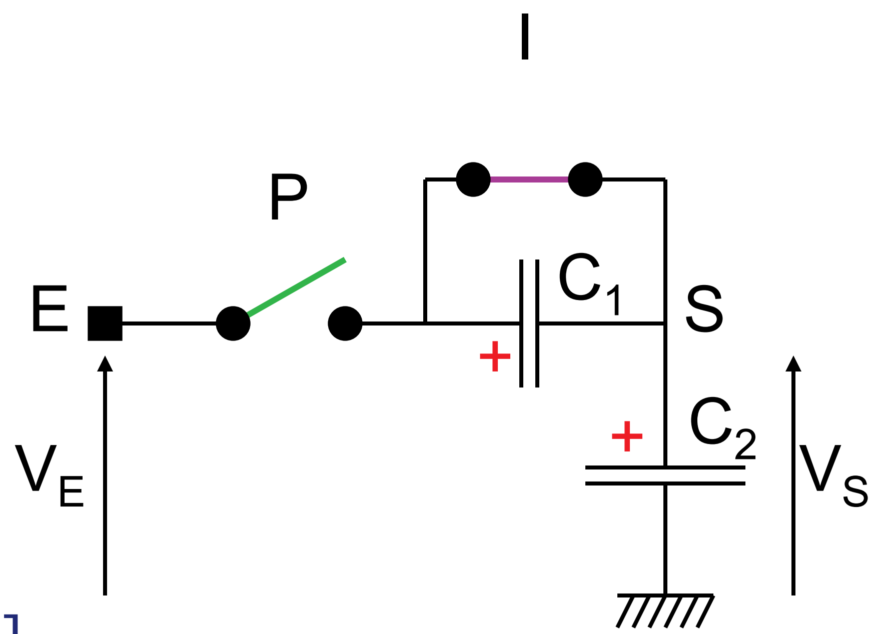
- **Charges et décharges instantanées**
  - Capacités parfaites
  - Commutateurs parfaits
  - Les phases sont des impulsions

- **Pas de fuite de charges**

Filtre passe-bas du premier ordre

- **Bilan des charges des capacités en phase I**



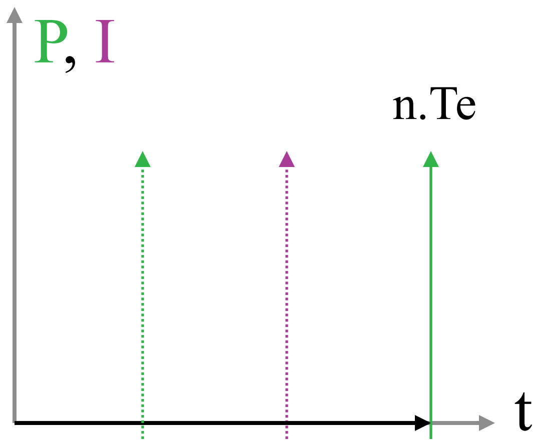


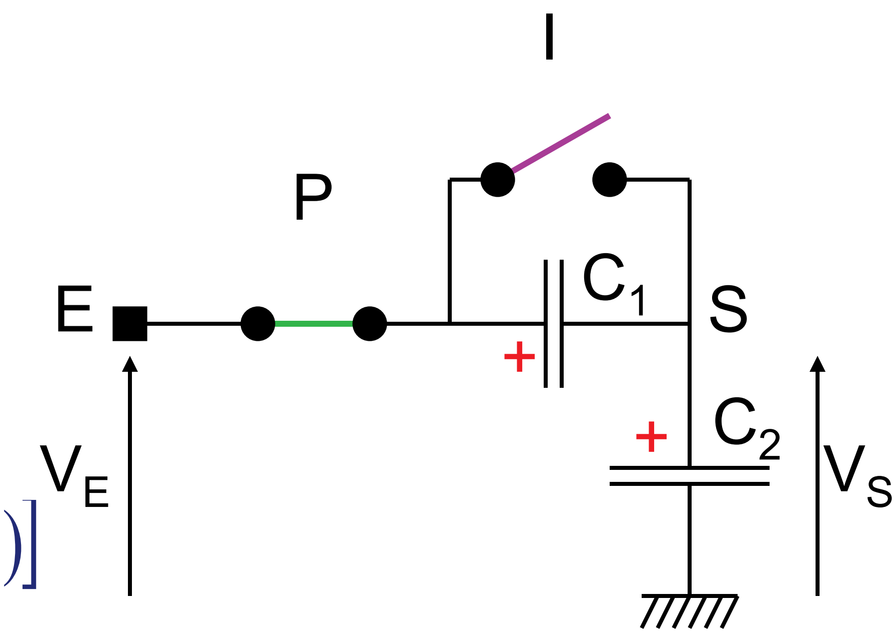
$$Q_1^I\left[(n-1/2).T_e\right]=0$$

$$Q_2^I\left[(n-1/2).T_e\right]=C_2.V_S^I\left[(n-1/2).T_e\right]$$

Filtre passe-bas du premier ordre

- **Bilan des charges des capacités en phase P**

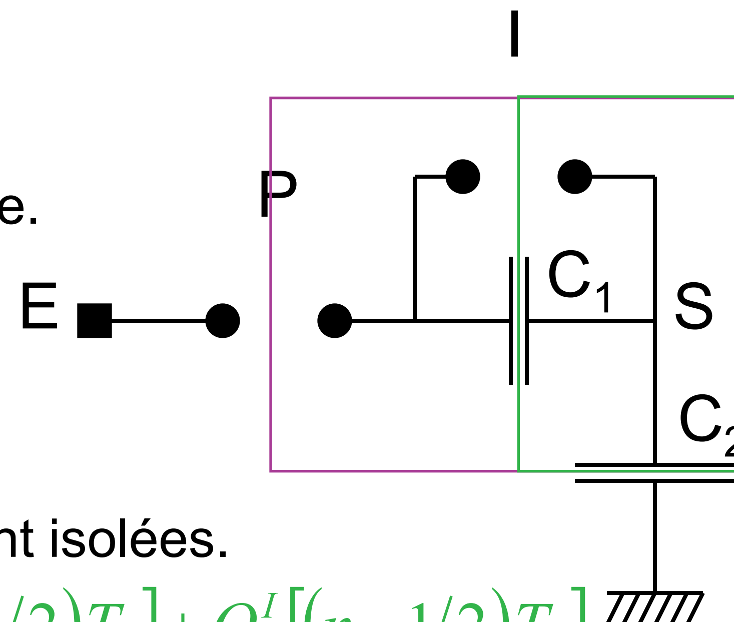




$$Q_1^P(n.T_e) = C_1.\left[V_E^P(n.T_e) - V_S^P(n.T_e)\right]$$
$$Q_2^P(n.T_e) = C_2.V_S^P(n.T_e)$$

Filtre passe-bas du premier ordre

- **Conservation des charges dans le réseau :**



- En phase I : C_2 est isolée.

$$Q_2^I\left[\left(n-1/2\right)T_e\right]=Q_2^P\left[\left(n-1\right)T_e\right]$$

- En phase P : C_1 et C_2 sont isolées.

$$-Q_1^P\left(nT_e\right)+Q_2^P\left(nT_e\right)=-Q_1^I\left[\left(n-1/2\right)T_e\right]+Q_2^I\left[\left(n-1/2\right)T_e\right]$$

Filtre passe-bas du premier ordre

- **Equation aux différences finies**

$$-Q_1^P(nT_e)+Q_2^P(nT_e)=-Q_1^I\left[(n-1/2)T_e\right]+Q_2^P\left[(n-1)T_e\right]$$

$$-C_1\left[V_e^P(nT_e)-V_s^P(nT_e)\right]+C_2V_s^P(nT_e)=0+C_2V_s^P\left[(n-1)T_e\right]$$

$$\boxed{(C_2+C_1)V_s^P(nT_e)-C_2V_s^P\left[(n-1)T_e\right]=C_1V_e^P(nT_e)}$$

Application de la transformée en Z

- **Equation aux différences finies :**

$$(C_2 + C_1) V_s^P(nT_e) - C_2 V_s^P[(n-1)T_e] = C_1 V_e^P(nT_e)$$

- **Application de la transformée en Z :**

$$(C_2 + C_1) V_s^P(Z) - C_2 Z^{-1} V_s^P(Z) = C_1 V_e^P(Z)$$

- **Fonction de transfert en Z :**

$$\boxed{T^{PP}(Z) = \frac{V_s^P(Z)}{V_e^P(Z)} = \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1}\left(1 - Z^{-1}\right)}}$$

Rapport capacitif

Fonction de transfert en fréquence

- **Changement de variable :** $Z = e^{+j\omega T_e} = e^{2\pi j F / F_e}$

$$T^{PP}(\omega) = \frac{V_s^P(\omega)}{V_e^P(\omega)} = \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1}\left(1 - e^{-j\omega T_e}\right)}$$

- **Hypothèse de sur-échantillonnage :** $F_e >> F_{max}$

$$\boxed{T^{PP}(\omega) = \frac{V_s^P(\omega)}{V_e^P(\omega)} \cong \frac{1}{1 + j\frac{C_2}{C_1 F_e}\omega}}$$

$$avec: e^{-j\omega T_e} \cong 1 - j\frac{\omega}{F_e}$$

Avantages et Inconvénients

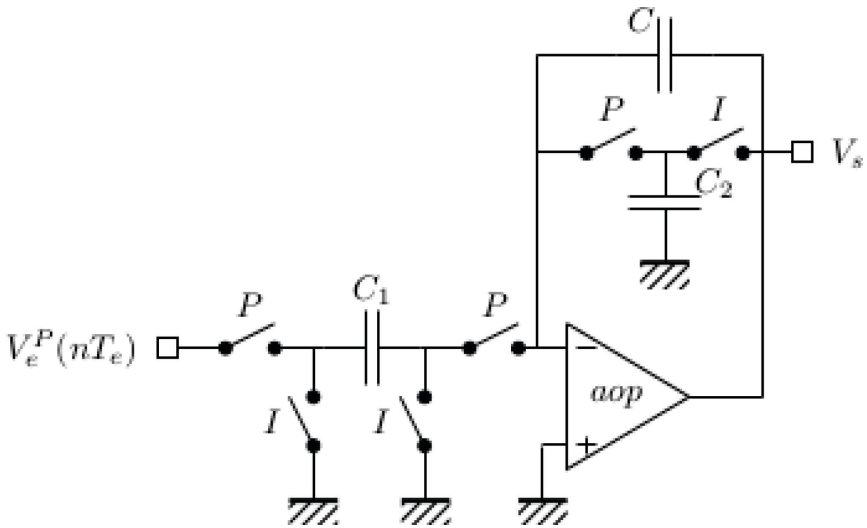
- **Avantages:**
  - Meilleur précision (~0.1 % vs ~30 %) car la constante de temps est fixée par un rapport capacitif (Les variations sur C1 et C2 sont corrélées)
  - La constante peut être modifiée en ajustant Fe:

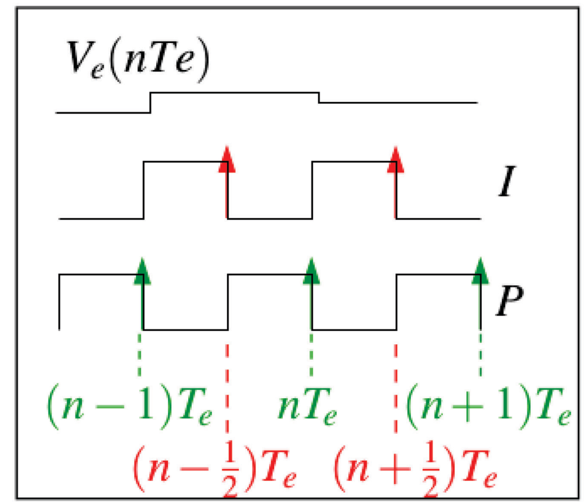
    C1= 1 pF; C2 =10 pF; Fe=100 KHz ➡ $\tau = 10^{-4}$ s

    C1= 1 pF; C2 =10 pF; Fe=200 KHz ➡ $\tau = 0.5 10^{-5}$ s

- **Inconvénients:**
  - Contraintes plus importantes sur les amplificateurs opérationnels car le temps de charge effectif est 2 (pour 2 phases) fois moins important

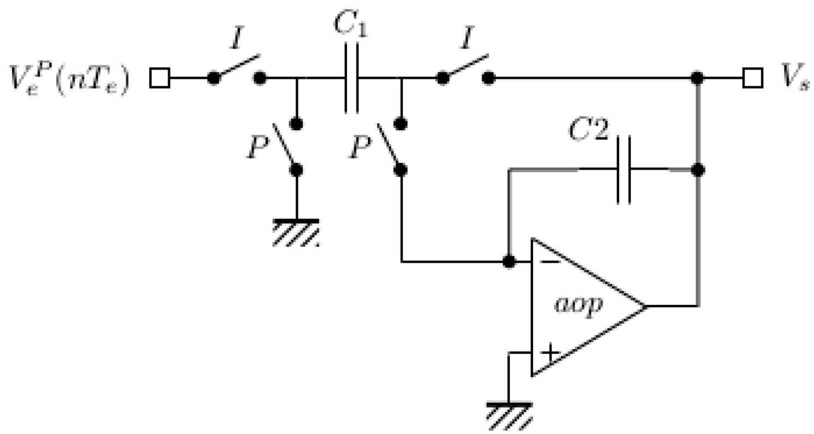
Exercice 1

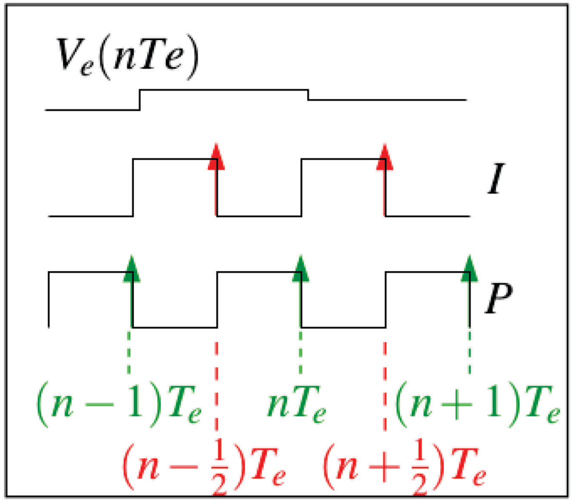




- **L'amplificateur opérationnel, les commutateurs et les condensateurs sont parfaits.**
- **Question 1.** *La sortie Vs étant considérée aux instants pairs (instant nTe), calculer la fonction de transfert du circuit à capacités commutées.*
- **Question 2.** *Pour C=C2, quelle est la fonction réalisée ?*

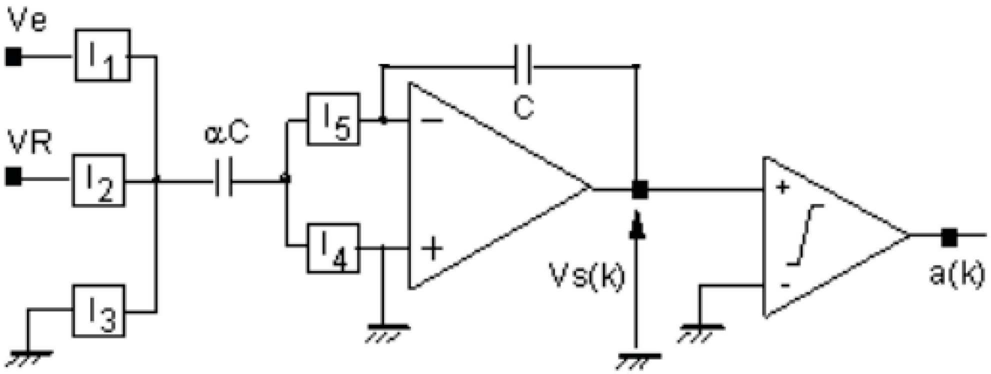
Exercice 2

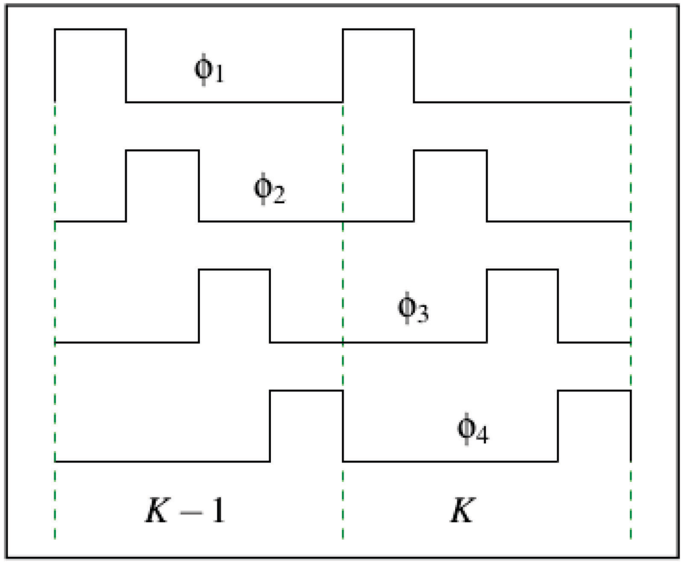




- **L'amplificateur opérationnel, les commutateurs et les condensateurs sont parfaits.**
- **Question 1.** *La sortie Vs étant considérée aux instants pairs (instant nTe), calculer la fonction de transfert du circuit à capacités commutées.*
- **Question 2.** *Pour C1=C2, quelle est la fonction réalisée ?*

Exercice 3





	I1	I2	I3	I4	I5
Φ1	1	0	0	1	0
Φ2	0	0	1	0	1

a=0	I1	I2	I3	I4	I5
Φ3	0	1	0	1	0
Φ4	0	0	1	0	1

a=1	I1	I2	I3	I4	I5
Φ3	0	0	1	1	0
Φ4	0	1	0	0	1

- **Montrer par une analyse du circuit que:**

$$Vs^2(k) = Vs(k-1) + \alpha Ve(k)$$

$$Vs(k) = Vs^4(k) = Vs^2(k) - \alpha VR(a(k) - \bar{a}(k))$$