INSA RENNES

MATERIAUX ET NANOTECHNOLOGIES

Année 2007-2008

TD n°3 « Fonctions de l'Electronique »
L'oscillateur à quartz

L'oscillateur à cristal est la solution naturelle lorsque la **fréquence des oscillations doit être stable et précise**. Un oscillateur à quartz permet d'obtenir des oscillations dont la fréquence est comprise entre quelques dizaines de kHz et quelques dizaines de MHz. L'objectif de ce problème est d'étudier le principe de fonctionnement d'un tel oscillateur. Pour ce faire, le modèle électrique du quartz sera étudié dans la partie A. L'oscillateur à quartz ainsi que la condition d'oscillation nécessaire à la génération de la tension sinusoïdale seront analysés dans la partie B.

PARTIE A : ETUDE DU QUARTZ

1) On utilise un quartz de fréquence 3,2768 MHz. Le schéma équivalent du quartz est représenté sur la figure 1 de l'annexe C. Montrer que l'expression de l'impédance complexe $Z_Q(j\omega)$ du quartz s'exprime en fonction de la pulsation ω selon la relation :

$$Z_Q(j\omega) = \frac{1 + jC_s\omega(r + jl_s\omega)}{j(C_s + C_p)\omega + j^2 C_s C_p \omega^2 (r + jl_s\omega)}$$

2) On néglige la résistance r du quartz. Donner l'expression simplifiée de l'impédance complexe $Z_Q(j\omega)$. En déduire la valeur de l'impédance du quartz en continu.

3) En négligeant la résistance r du quartz, montrer que l'expression simplifiée de l'impédance complexe peut se mettre sous la forme :

$$Z_Q(j\omega) = \frac{1}{jC_{eq}\omega}\left[\frac{1 - (\frac{\omega}{\omega_1})^2}{1 - (\frac{\omega}{\omega_2})^2}\right]$$

En déduire par identification les expressions de la capacité équivalente C_{eq}, ainsi que des pulsations ω_1 et ω_2.

4) Le système possède deux fréquences de résonance définies par : $f_1 = \omega_1/2\pi$ (**fréquence de résonance série**) et $f_2 = \omega_2/2\pi$ (**fréquence de résonance parallèle**). Montrer que $f_1 < f_2$.

5) Déterminer la valeur des fréquences f_1 et f_2 ainsi que l'écart f_1-f_2 pour le quartz considéré. On prendra : $l_s = 66{,}266$ mH ; $C_s = 3{,}560\ 10^{-14}$ F ; $C_p = 8{,}900\ 10^{-12}$ F.

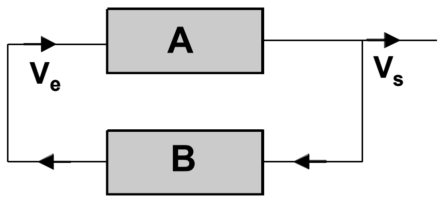
6) Etudier les variations du module et de l'argument de $Z_Q(j\omega)$ en fonction de la pulsation ω.

7) En déduire **la nature de l'impédance du quartz** à l'intérieur des différents intervalles de pulsation définis par ω_1 et ω_2. Conclure.

PARTIE B : ETUDE DE L'OSCILLATEUR

L'oscillateur à quartz étudié est représenté sur la figure 2 de l'annexe C. Ce dernier est réalisé à partir d'un inverseur CMOS (C : Complémentaire ; M : Métal ; O : Oxyde ; S : Semiconducteur)[1] possédant une impédance d'entrée infinie et une impédance de sortie nulle. La caractéristique de l'inverseur est donnée sur la figure 3 de l'annexe C. Soit V_e la tension d'entrée de l'inverseur, V_s sa tension de sortie en régime statique (régime continu de polarisation) et P son point de polarisation caractérisé par $V_e = V_s = V_{cc}/2$ (V_{cc} correspondant à la tension d'alimentation fixée à 15 V).
Lorsque l'inverseur est associé au quartz (association inverseur-quartz), les variations des grandeurs d'entrée et de sortie autour du point P sont respectivement notées $V_e(t)$ et $V_s(t)$. Ainsi, l'inverseur, travaillant autour de son point de fonctionnement se comporte comme **un amplificateur linéaire**. On appelle $A=V_s/V_e$ sa transmittance qui sera supposée réelle.
Dans la suite du problème, on ne tiendra pas compte de la résistance R_{31} (1MΩ) et on posera $C_{31} = C_{32} = C_3$.

1) L'oscillateur à cristal représenté sur la figure 2 de l'annexe C peut se mettre sous la forme du schéma-blocs ci-dessous :



avec **A le schéma-bloc représentant l'amplificateur réalisé à partir de l'opérateur CMOS et B celui lié à la chaine de retour** (comprenant les composants R_{32}, C_{31}, C_{32} et le quartz).

Montrer que la fonction de transfert du réseau de réaction B constituée par le quartz associé aux deux condensateurs C_3, et à la résistance R_{32} peut se mettre sous la forme :

$$B(j\omega) = \frac{1}{jR_{32}C_3\omega + (1 + jR_{32}C_3\omega)(1 + jC_3\omega Z_Q(j\omega))}$$

Dans cette expression $Z_Q(j\omega)$ est l'impédance complexe du quartz définie à la question 3) de la partie A du problème.

2) Si l'on admet une légère variation de la tension d'entrée $V_e(t)$ autour du point de repos P, alors le point de fonctionnement suit la caractéristique $V_s(V_e)$ entraînant ainsi une variation de la tension de sortie $V_s(t)$. On obtient donc un point de fonctionnement linéaire caractérisé par les points limites A et B. En utilisant la figure 3 de l'annexe C, déterminer la valeur numérique de la fonction de transfert A de l'amplificateur.

3) Enoncer le critère d'oscillation de Barkhausen.

---

[1] La technologie CMOS est une technologie utilisant systématiquement deux transistors MOS complémentaires : un de type N (conduction assurée par les électrons) et l'autre de type P (conduction assurée par des trous).

4) Montrer que la fréquence d'oscillation du système étudié peut s'écrire selon la relation :

$$f_0 = \frac{\omega_1 \omega_2}{2\pi} \sqrt{\frac{2C_{eq} + C_3}{2C_{eq}\omega_1^2 + C_3\omega_2^2}}$$

Calculer la valeur numérique de la fréquence d'oscillation f_0. On prendra C_3 = 100 pF.

5) Montrer que l'application du critère de Barkhausen permet également de dégager la condition d'oscillation du système. En particulier, on montrera qu'il existe une valeur minimale de A notée A_{min} pouvant s'exprimer directement en fonction de C_3, C_{eq}, ω_1, ω_2 et ω_0.

6) La figure 4 de l'annexe C représente les courbes $|B(j\omega)|$ et Arg $(B(j\omega))$ obtenues avec un quartz réel. Déterminer la fréquence d'oscillation du système. Le système oscille t-il ? Comment est la tension de sortie ? Discuter et conclure.

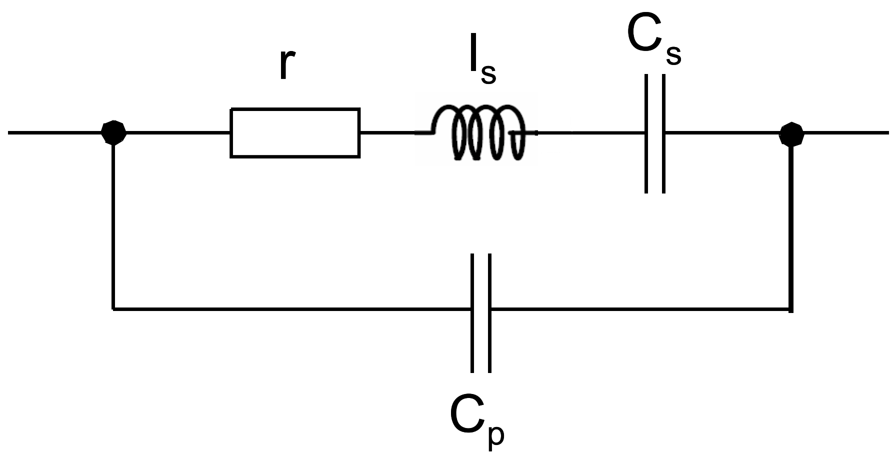


Figure 1

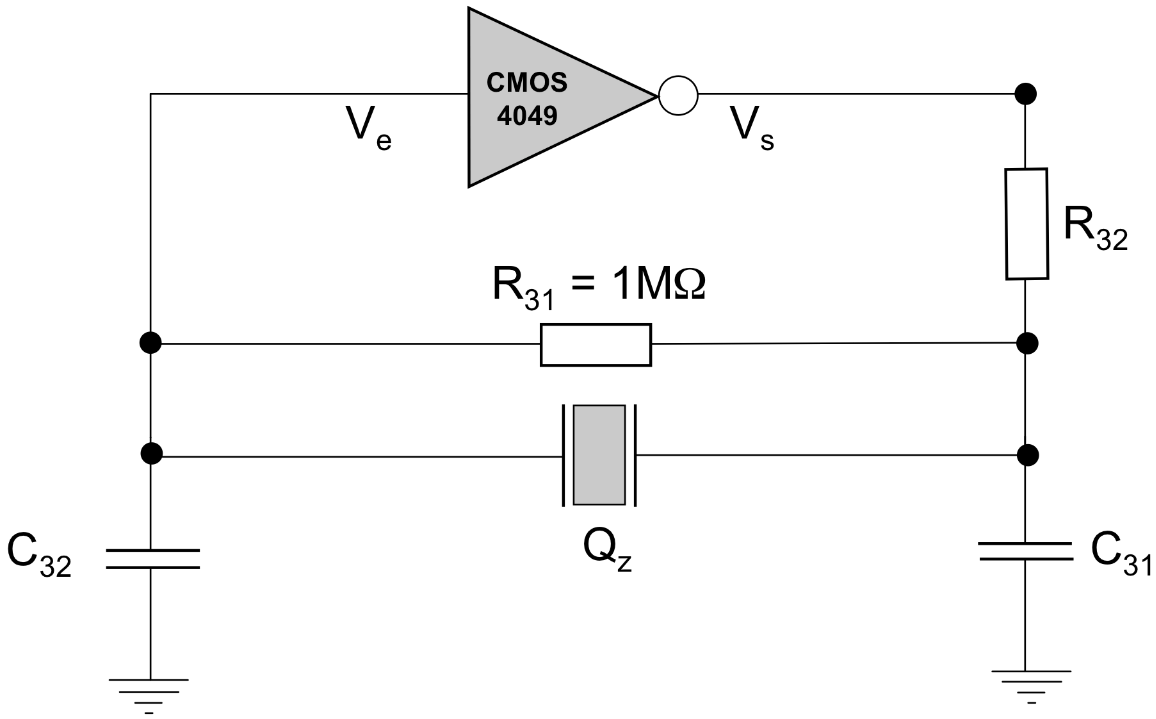


Figure 2

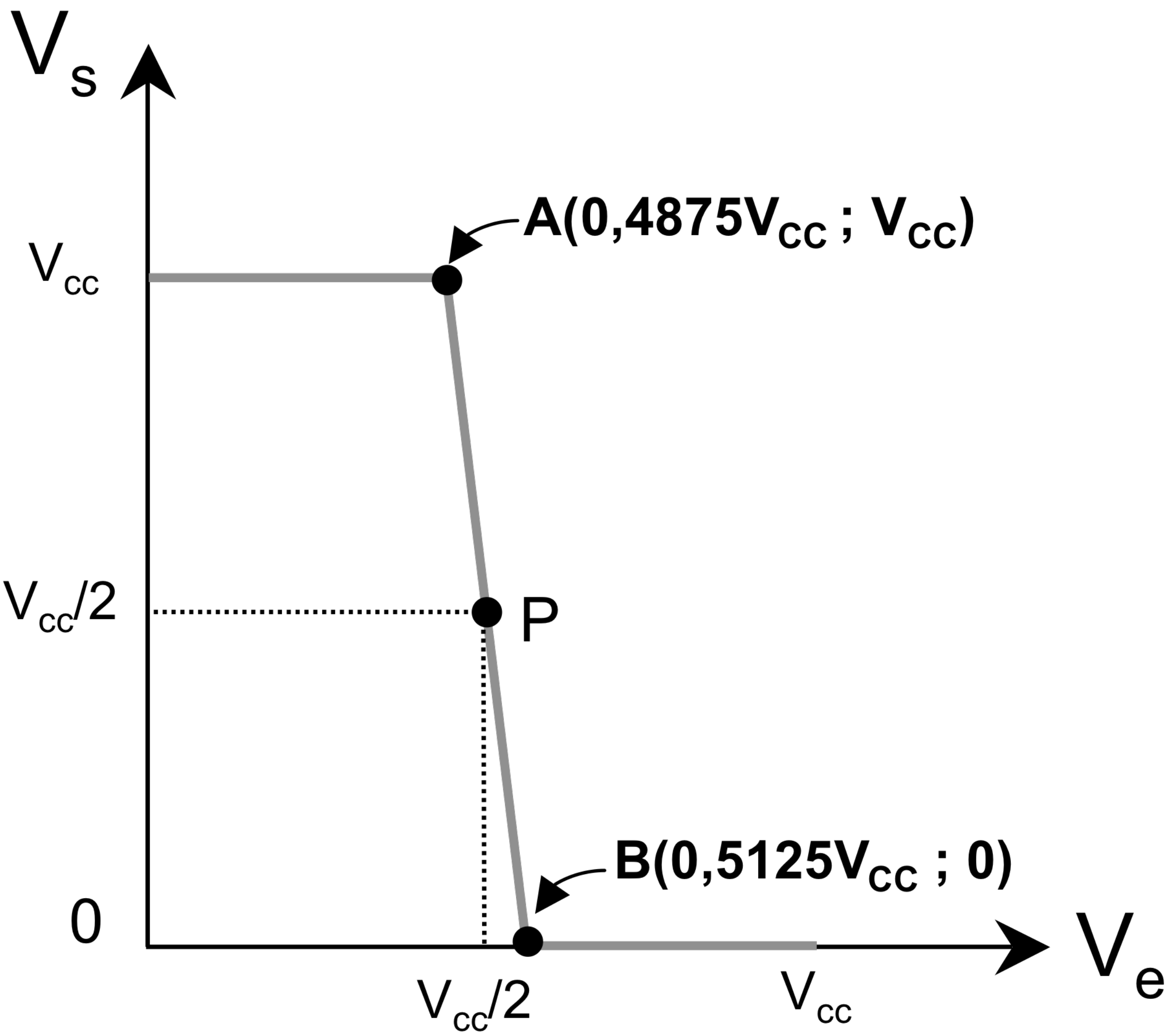


Figure 3

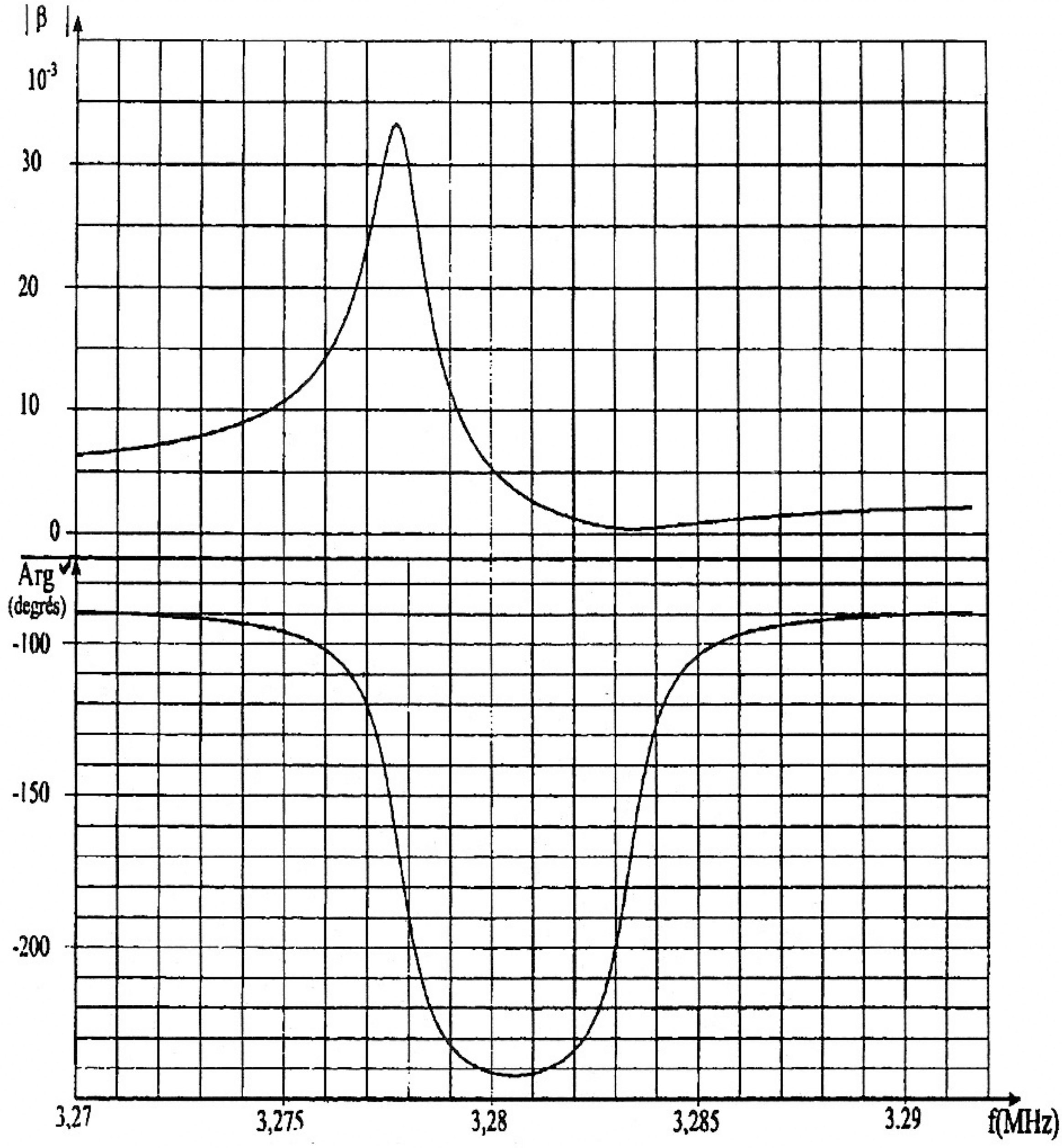

|β|
10^{-3}
30
20
10
0
Arg
(degrés)
-100
-150
-200
3,27
3,275
3,28
3,285
3.29
f(MHz)

Figure 4