

## TD n°2 « Fonctions de l'Electronique » *Oscillateurs quasi-sinusoidaux*

### Exercice n°1 : oscillateur à Pont de Wien

1) Donner le montage élémentaire d'un oscillateur à Pont de Wien.

2) Soient  $Y_2(p)$  l'admittance opérationnelle de R en parallèle avec C,  $Z_1(p)$  l'impédance de R en série avec C et A l'amplification de la chaîne directe. En notant  $p=j\omega$ , exprimer  $V_R(p)$  en fonction de  $Y_2(p)$ ,  $Z_1(p)$  et  $V_S(p)$ . Sachant que  $V_R(p)=V_S(p)/A$ , montrer en utilisant la transformée de Fourier que  $V_S(t)$  satisfait l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2V_S}{dt^2} + 2m\omega_0 \frac{dV_S}{dt} + \omega_0^2 V_S = 0$$

$$\text{avec } 2m\omega_0 = \frac{3-A}{RC} \text{ et } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

3) Pour  $m < 1$ , la solution de l'équation différentielle précédente est de la forme

$$V_S(t) = V_{sm} \exp(-m\omega_0 t) \sin\left[\omega_0 t \sqrt{1-m^2} + \varphi\right]$$

Déterminer la valeur de m puis celle de A pour assurer une oscillation d'amplitude constante. En déduire la relation qui doit lier  $R_2$  et  $R_1$ . Quelle est la fréquence des oscillations ?

4) Retrouver les résultats précédents à partir du critère de Barkhausen.

### Exercice n°2 : étude des non linéarités dans un oscillateur à pont de Wien (*Extrait du Devoir Surveillé de l'année 2005-2006*)

Dans le montage de la figure 1, on se propose d'étudier le principe de fonctionnement de l'oscillateur à pont de Wien. Dans un premier temps, on considère le montage en boucle ouverte c'est-à-dire sans connexion entre s et e. Le montage en boucle ouverte est décomposé en un amplificateur large bande suivi d'un quadripôle sélectif.

1) En supposant l'amplificateur idéal, exprimer le gain  $A = v/e$  en fonction des résistances  $R_1$  et  $R_2$ . Comment s'appelle ce type de montage ? Tracer la caractéristique  $v = g(e)$  dans le

domaine linéaire et dans le domaine saturé (on notera  $\pm V_{\text{sat}}$  les niveaux de saturation de l'amplificateur).

- 2) Soit  $B(j\omega) = s/v$  le gain du quadripôle sélectif en sortie ouverte. Montrer que le gain  $B(j\omega)$  se met sous la forme :

$$B(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + 3RCj\omega + R^2 C^2 (j\omega)^2}$$

- 3) Lorsqu'on ferme la boucle, la connexion impose  $s = e$ , c'est-à-dire  $A_{\text{min}} B(j\omega_0) = 1$  qui est la condition d'entretien limite des oscillations. Déterminer la pulsation  $\omega_0$  des oscillations entretenues et le gain minimum  $A_{\text{min}}$  nécessaire à l'entretien.
- 4) Comment est déterminée l'amplitude des oscillations ? Que se passe-t-il si l'amplificateur présente un coude de saturation très aiguë ?
- 5) On envisage maintenant le cas d'un amplificateur présentant une caractéristique cubique du type :

$$V = Ae - \frac{4A^3 e^3}{27 V_{\text{sat}}^2}$$

prolongée par des paliers de saturation en  $v = \pm V_{\text{sat}}$  (cf. figure 2). En supposant une excitation sinusoïdale du type  $e = E_1 \sin(\omega_0 t)$ , quel est le gain équivalent (de pulsation  $\omega_0$ ) pour le premier harmonique.

- 6) Exprimer alors la condition d'entretien limite du premier harmonique et déterminer son amplitude  $E_1$ . Représenter graphiquement la courbe  $E_1(A)$ .
- 7) A partir du schéma de la figure 3, établir l'équation différentielle du quadripôle sélectif en régime quelconque.
- 8) Dédire de la question précédente que si l'on renonce à l'approximation du premier harmonique le système bouclé est régi par une équation de Van der Pol :

$$\frac{d^2 y}{d\theta^2} - \varepsilon (1 - y^2) \frac{dy}{d\theta} + y = 0$$

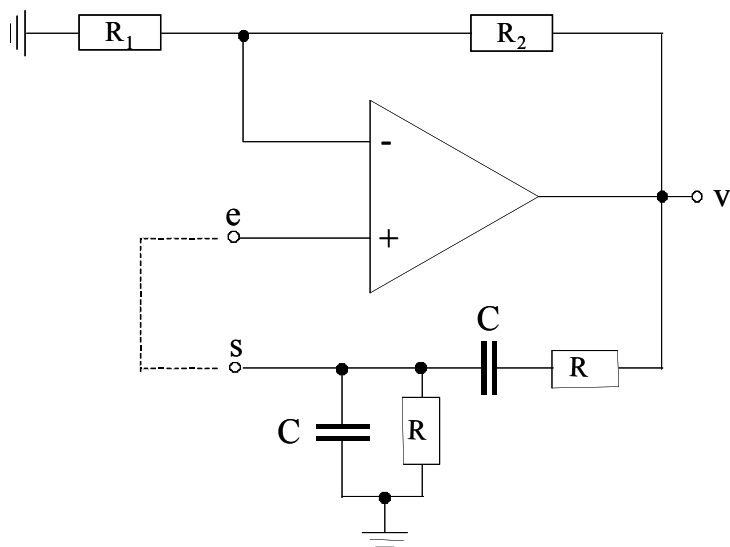
On posera pour simplifier les expressions :  $\theta = \frac{t}{RC} = \omega_0 t$ ,  $\varepsilon = A - 3$  et  $y = \frac{2}{3} \frac{e}{V_{\text{sat}}} \sqrt{\frac{A^3}{A-3}}$

- 9) Chercher une solution à l'équation de Van der Pol sous la forme :

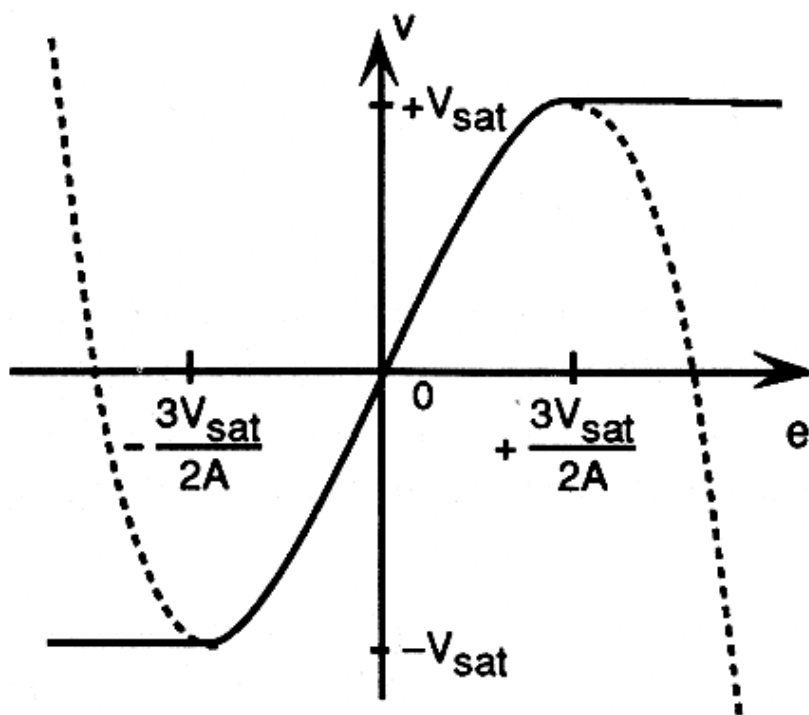
$$y = y_1 \sin\theta + f(\theta)$$

Où  $y_1 \sin\theta$  est la solution principale obtenue par la méthode du premier harmonique à la question 6. La fonction  $f(\theta)$  sera considérée comme une perturbation :  $f$  et  $df/d\theta$  seront négligés devant la solution principale.

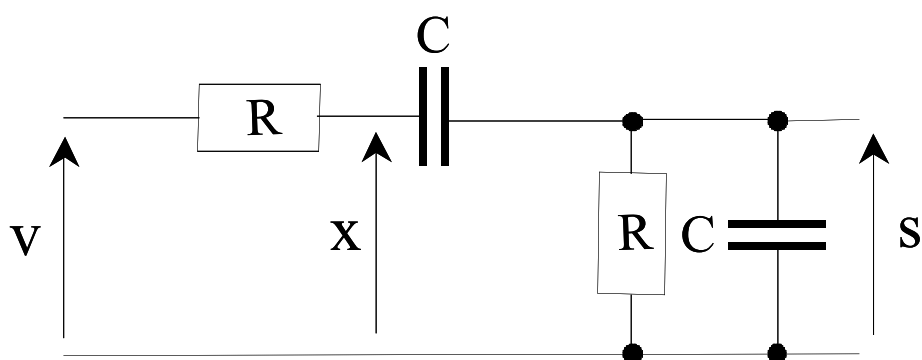
Reporter sur le graphique précédent l'amplitude du 3<sup>ème</sup> harmonique  $E_3$  en fonction du gain central  $A$ . Conclusions.



**Figure 1**



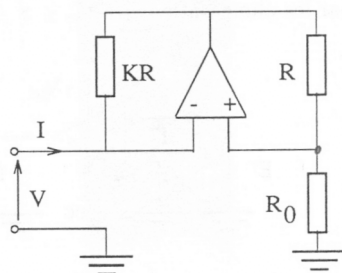
**Figure 2**



**Figure 3**

**Exercice n°3 : simulation d'une résistance négative**

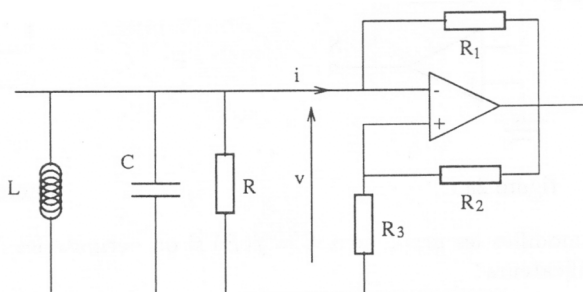
1) L'analyse des oscillateurs nécessite parfois le concept de résistance négative. Tracer la caractéristique  $V=f(I)$  du montage de la figure 1, et vérifier qu'elle présente localement une résistance négative. Préciser les coordonnées des coudes qui séparent les trois régions de la courbe caractéristique.



**Figure 1**

2) Pour le circuit de la figure 2, écrire l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension  $v(t)$ , sachant que  $v = -i R_1 R_3 / R_2$ .

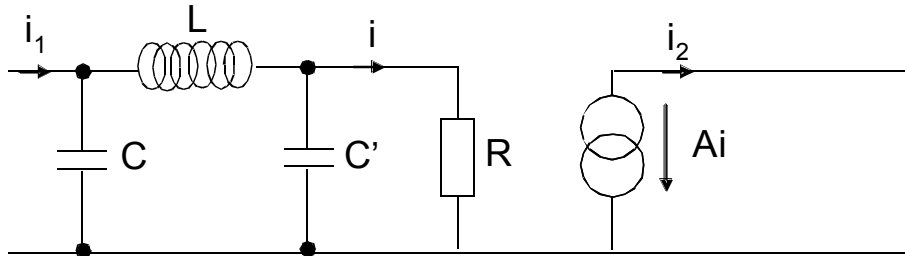
3) A quelle condition  $v(t)$  est-elle sinusoïdale



**Figure 2**

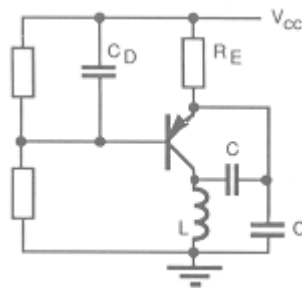
### Exercice n°4 : oscillateur Colpitts

- 1) Calculer la fonction de transfert en courant  $i_2 / i_1$  du circuit de la figure 1.



**Figure 1**

- 2) Quelles sont les conditions d'entretien limite des oscillations dans le montage de la figure 1 convenablement bouclé ?
- 3) Vérifier que le montage de la figure 2, dit oscillateur Colpitts, admet un schéma équivalent, pour les signaux alternatifs, identifiable au schéma de la figure 1. En déduire les conditions limites d'entretien des oscillations en fonction des éléments  $L$ ,  $C$ ,  $C'$ ,  $R_E$  et des paramètres  $h_{11}$  et  $h_{21}$  du transistor.



**Figure 2**

*Remarque :  $h_{11}$  et  $h_{21}$  sont les paramètres hybrides du transistor relatifs au montage émetteur-commun*