



Master 2 Recherche AIC & SETI

Reconnaissance et interaction vocale

Quelques bases de traitement du signal

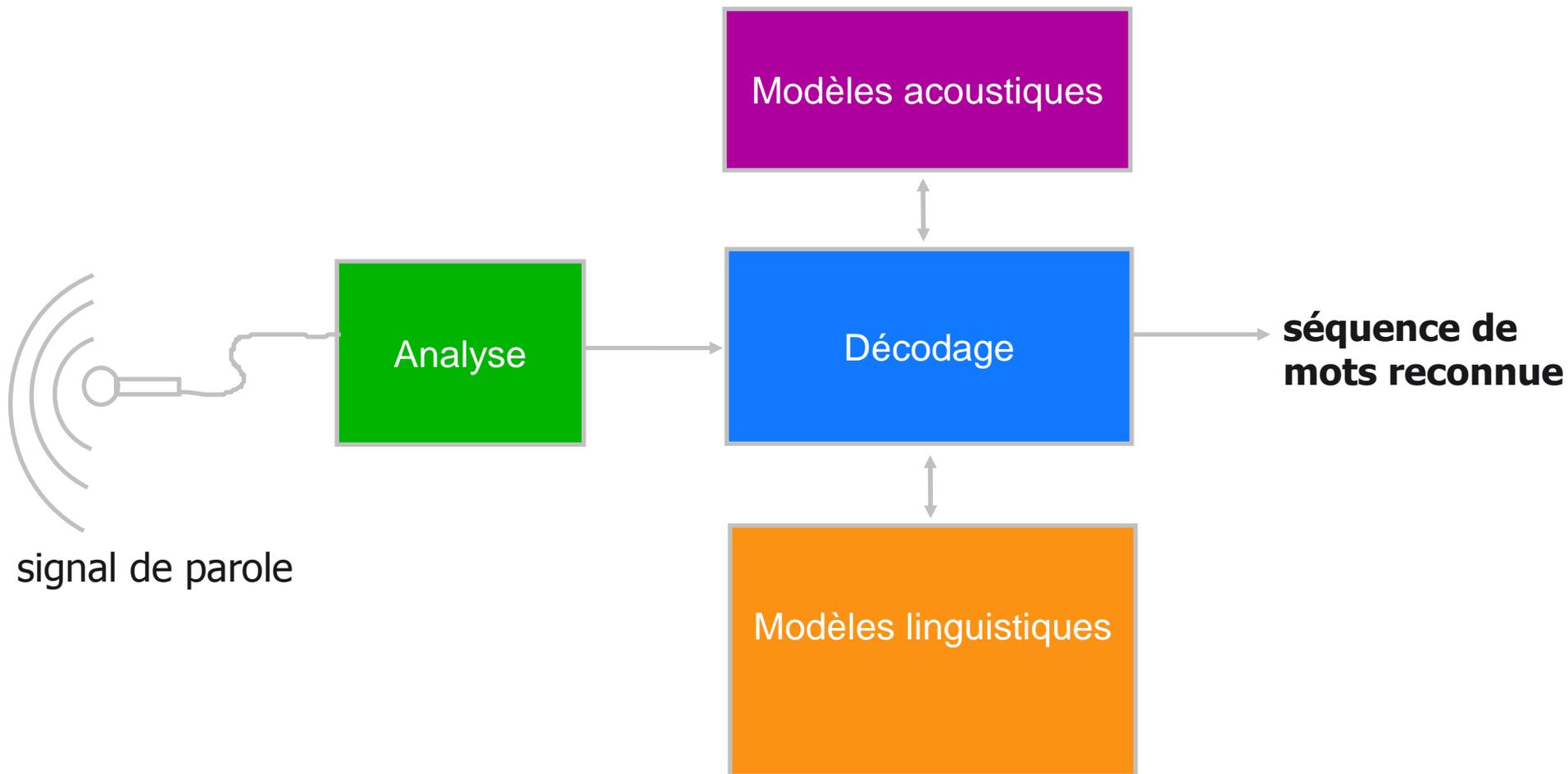
G. Richard



« Licence de droits d'usage"»

http://formation.enst.fr/licences/pedago_sans.html

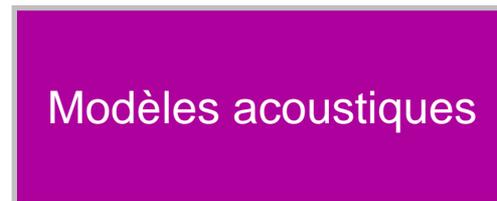
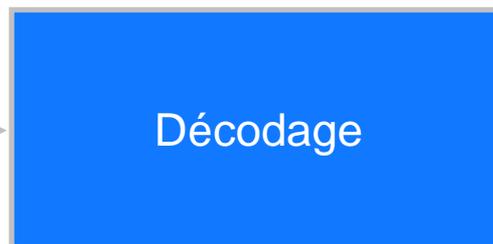
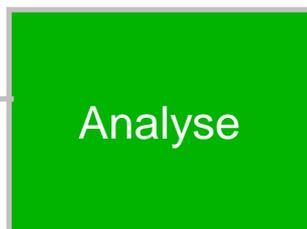
Le « traitement du Signal » dans la reconnaissance vocale



Le « traitement du Signal » dans la reconnaissance vocale

Capture du son

- Localisation de la source sonore
- Débruitage, déréverbération
- Séparation de sources



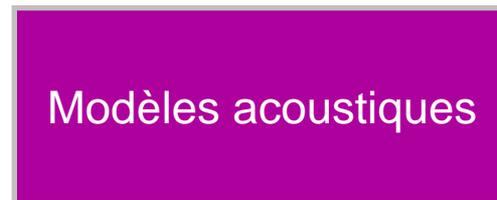
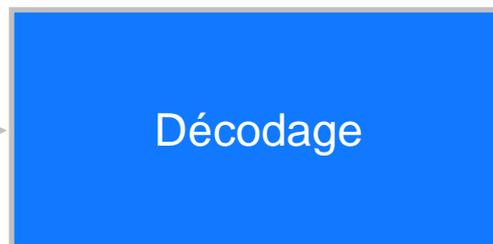
séquence de mots reconnue



Le « traitement du Signal » dans la reconnaissance vocale

Capture du son

- Localisation de la source sonore
- Débruitage, déréverbération
- Séparation de sources



séquence de mots reconnue

Paramétrisation

- MFCC, LPCC,...
- DNN,...



Contenu

■ Objectif du cours:

- Présenter quelques bases du traitement du signal

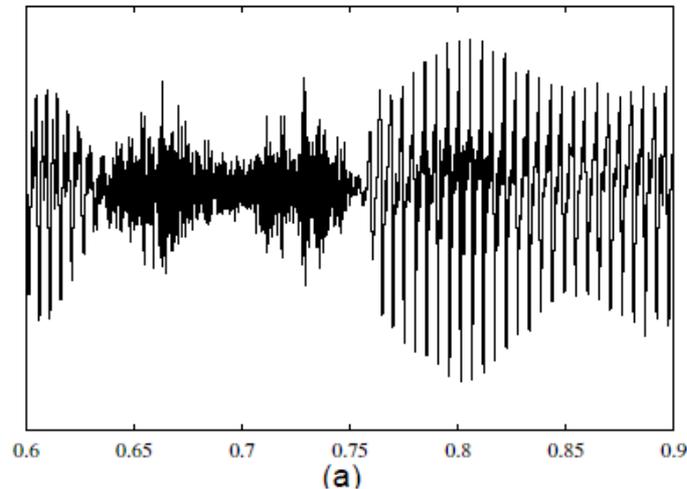
■ Contenu

- Représentation de Fourier
- Échantillonnage
- Transformée en Z
- Transformée de Fourier Discrète
- Filtrage
- La représentation cepstrale



Représentation des signaux

■ Qu'est-ce qu'un signal ?



■ **Signal déterministe:** $x(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$

■ **Signal aléatoire**



■ Séries de Fourier

Tout signal périodique $x(t)$ de période T peut être décomposé sous la forme d'une série de Fourier :

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} X_n e^{2j\pi nt/T}$$

$$X_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-2j\pi nt/T} dt$$



Formule de Parseval

Soit $x(t)$ et $y(t)$ deux signaux périodiques de période T

Soit $z(t) = x(t) \cdot y^*(t)$ Alors $Z_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k Y_{k-n}^*$

(Exercice)



Formule de Parseval

Soit $x(t)$ et $y(t)$ deux signaux périodiques de période T

Soit $z(t) = x(t) \cdot y^*(t)$ Alors $Z_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k Y_{k-n}^*$

En faisant $n=0$, on obtient

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k Y_{k-n}^* = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) y^*(t) dt$$

En faisant $x(t) = y(t)$ on obtient

$$P = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |X_k|^2 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$$

Interprétation: La puissance d'un signal est égale à la somme des puissances élémentaires de chacune de ses composantes.

Composante = signal « sinusoidal » $X_n e^{2j\pi n t/T}$



Représentation de Fourier (temps continu)

- Soit $x(t)$ appartenant à $L_2 \cap L_1$ la transformée de Fourier existe et appartient à L_2

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-2j\pi ft} dt$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{2j\pi ft} df$$



Propriétés

| Properties | $x(t)$ | $X(f)$ |
|-------------|--------------------------|---------------------------|
| Convolution | $x(t) \star y(t)$ | $X(f)Y(f)$ |
| Similitude | $x(at)$ | $\frac{1}{ a } X(f/ a)$ |
| Translation | $x(t - t_0)$ | $X(f) \exp(-2j\pi t_0 f)$ |
| Modulation | $x(t) \exp(2j\pi f_0 t)$ | $X(f - f_0)$ |
| | real | $X(f) = X^*(-f)$ |

Important ?

Exercice

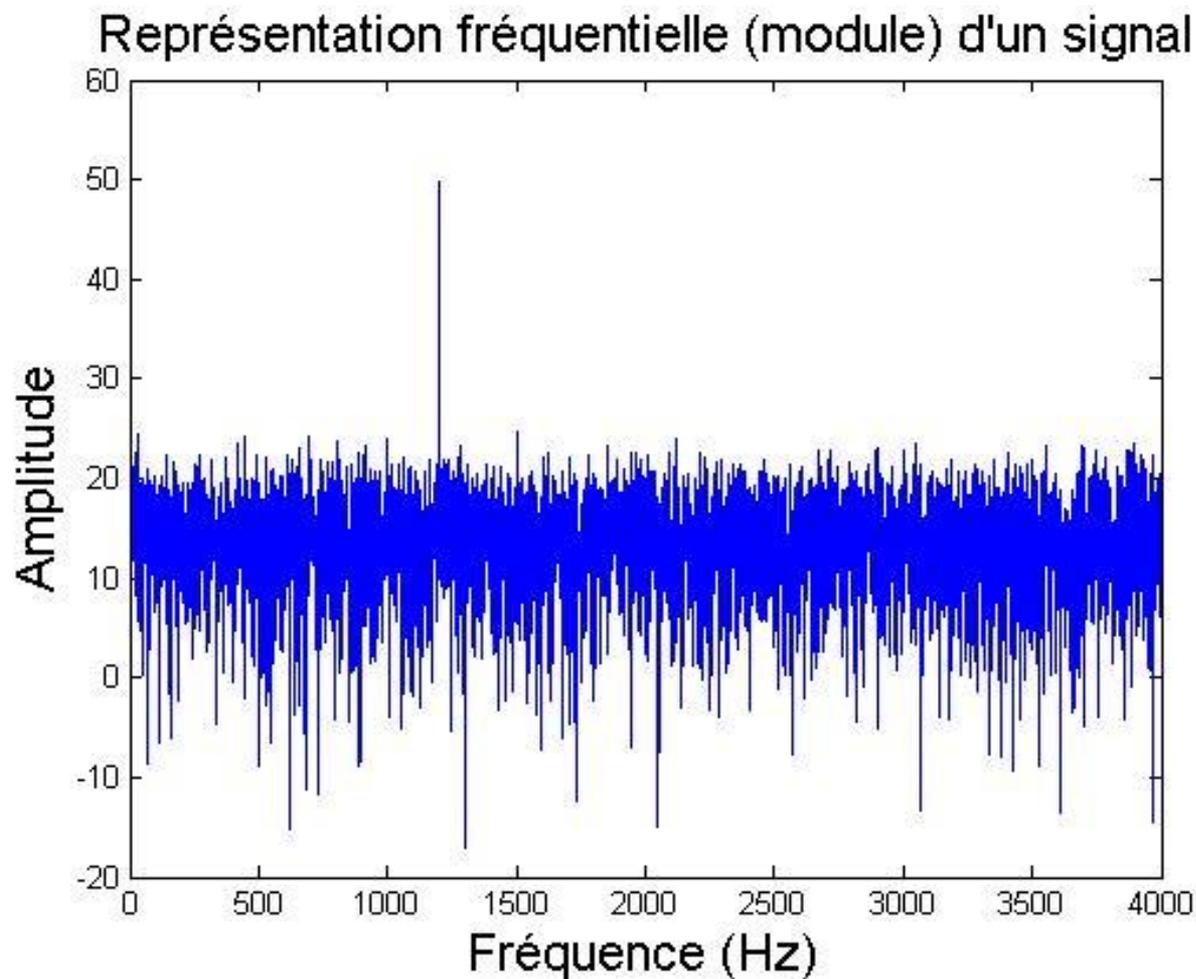
■ Parseval

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2 df$$

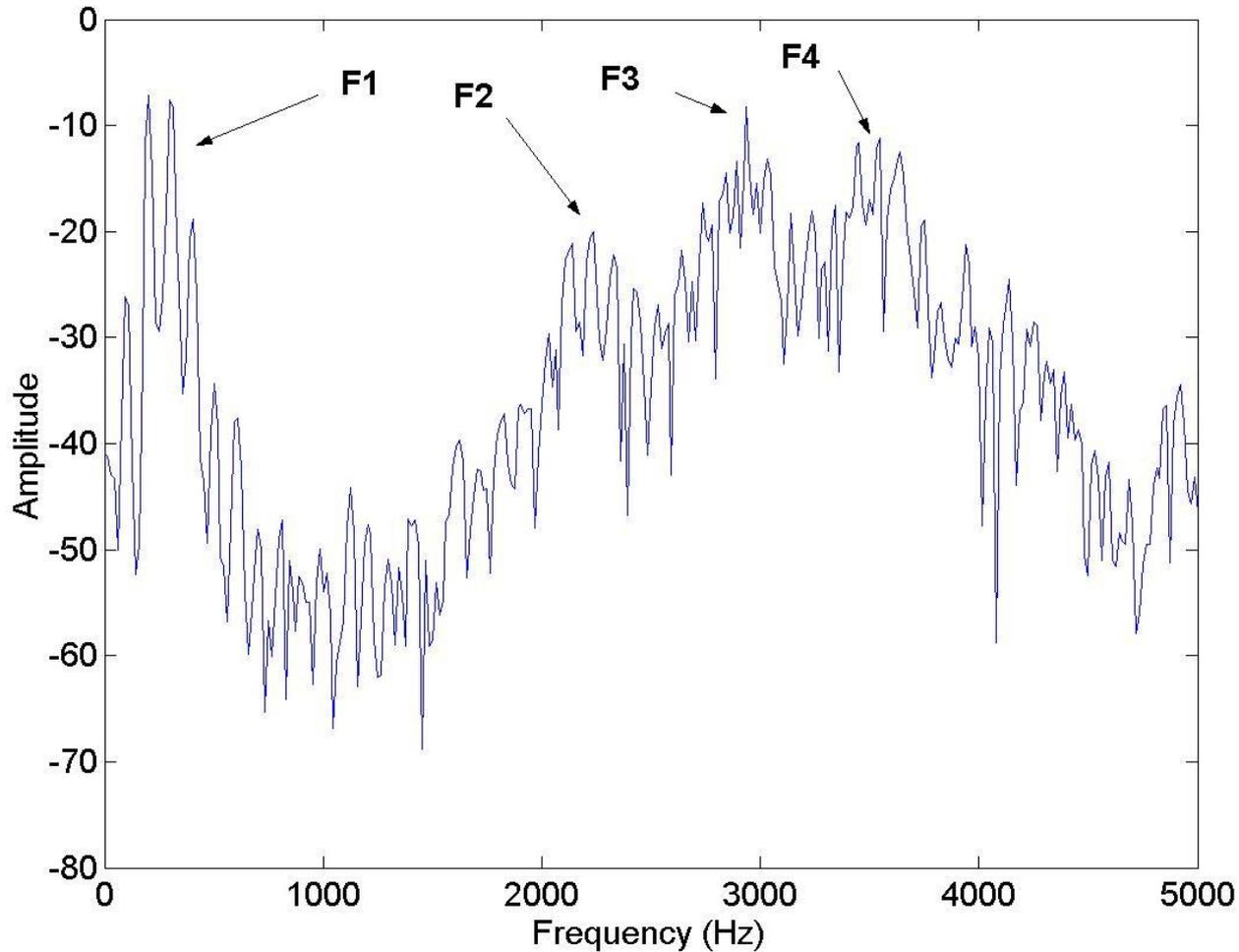
■ Spectre (ou densité spectrale d'énergie): $|X(f)|^2$



Exemple: Spectre de quel signal ?

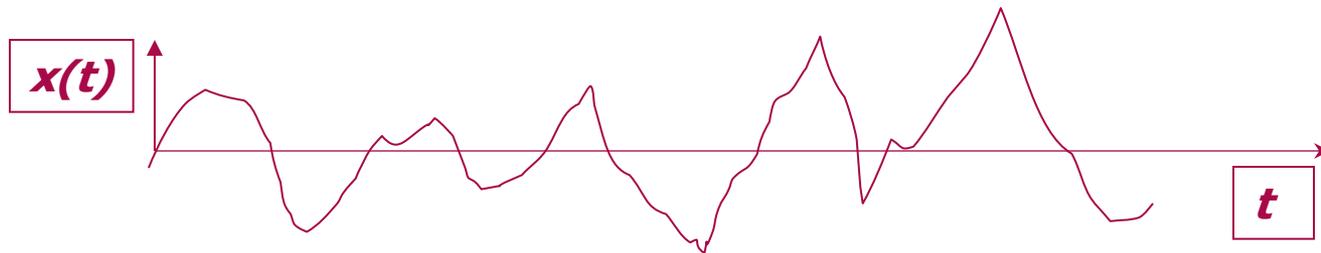


Exemple: Spectre d'un segment de /i/

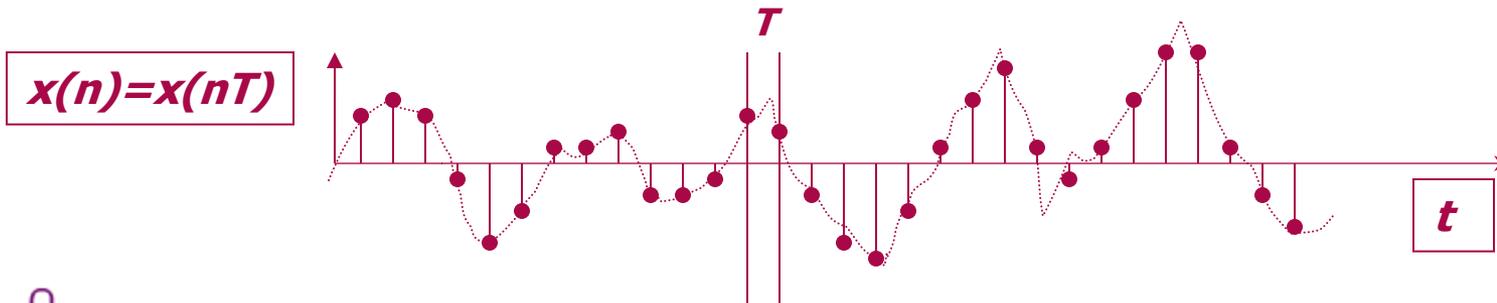


Représentation du signal

- Soit un signal $x(t)$ à valeurs continues dans le temps:



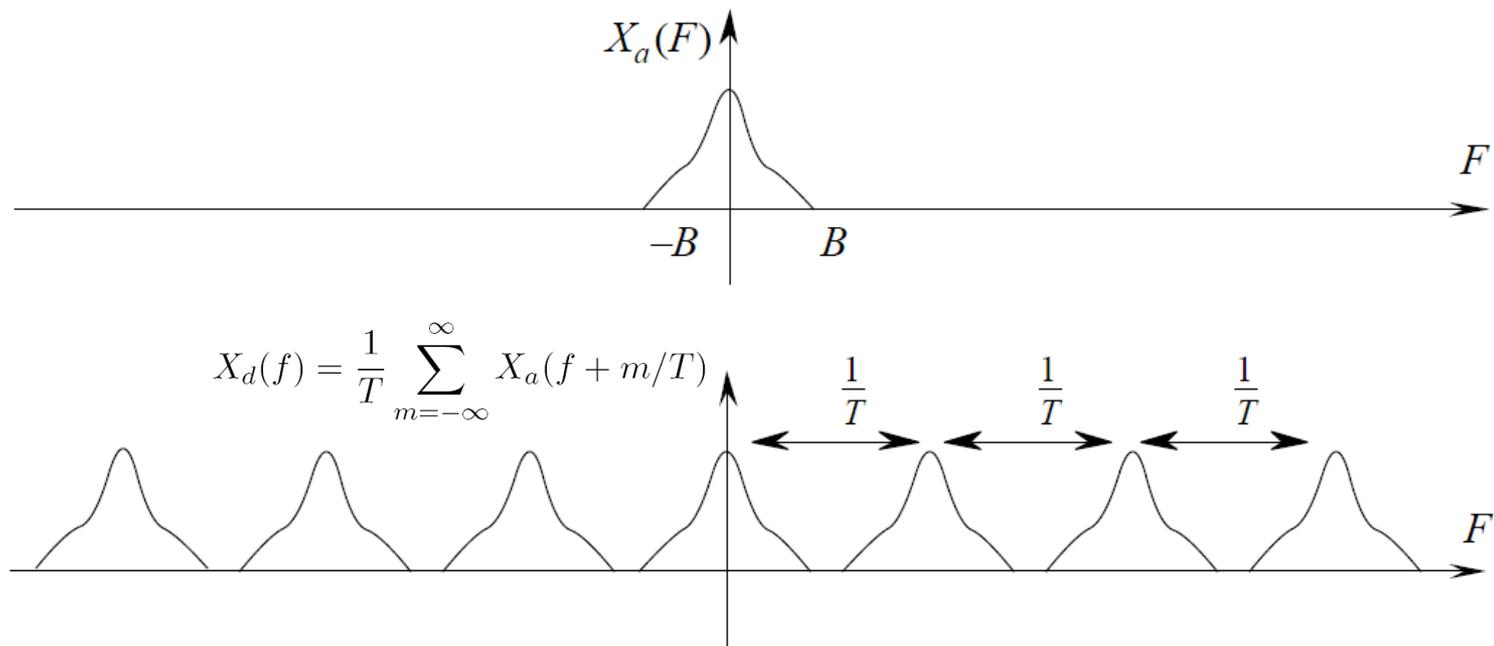
- Soit $x(nT)$ le signal échantillonné à des valeurs discrètes $t=nT$



Échantillonnage: Formule de Poisson

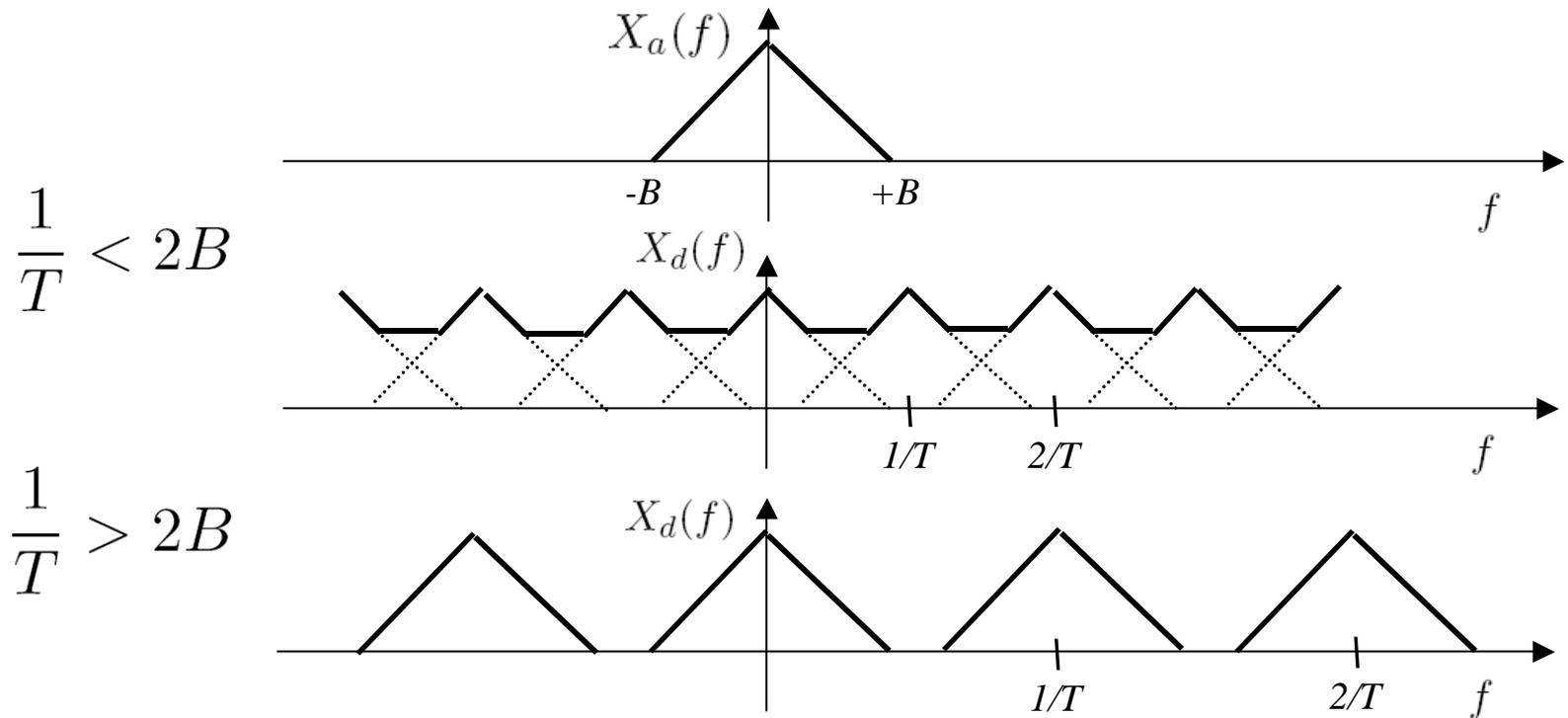
- Interprétation: Echantillonnage ➔ périodisation du spectre

$$X_d(f) = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_a(f + m/T) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-2j\pi fnT}$$



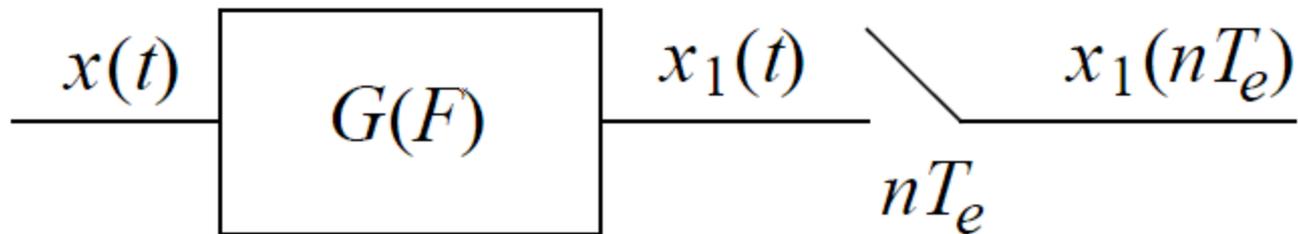
Reconstruction

■ 2 situations:



Échantillonnage d'un signal à bande illimitée

- Nécessité de filtrer le signal analogique pour obtenir un signal à bande limitée avant échantillonnage



Transformée en Z / TFTD

- La transformée en Z d'un signal $x(n)$ est donnée par:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)z^{-n} \quad \text{avec } z \in \mathcal{C} = \{z \in \mathbb{C} : R_1 < |z| < R_2\}$$

- La Transformée de Fourier à Temps Discrêt (TFTD) est donnée par:

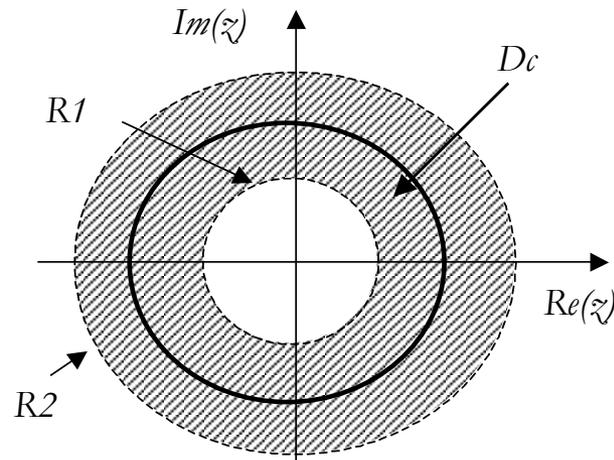
$$X(e^{2j\pi f}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-2j\pi n f}$$
$$x_n = \int_{-1/2}^{1/2} X(e^{2j\pi f})e^{2j\pi n f} df$$

➔ $X(e^{2j\pi f})$ est périodique de période 1



Quelques résultats

- Le domaine de convergence D_c est une couronne circulaire



- Si $x(n)$ est de durée finie D_c est le plan tout entier $D_c = R_1 \leq |z| < \infty$
- Causalité: si $x(n)$ est nul à gauche ($x(n)=0$ pour $n < 0$) on a
 - Exemple:

$$x(n) = a^n u(n) \begin{matrix} \xrightarrow{\text{red}} \\ \xleftarrow{\text{blue}} \end{matrix} X(z) = \frac{1}{1 - az^{-1}} \text{ Converge pour } |z| > a$$



Quelques propriétés

- Linéarité
- Symétrie hermitienne

$$x(n) \text{ real} \Leftrightarrow X(e^{2j\pi f}) = X^*(e^{-2j\pi f})$$

- Convolution

$$y(n) = h(n) \star x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) \Leftrightarrow \begin{cases} Y(z) = H(z)X(z) \\ Y(e^{2j\pi f}) = H(e^{2j\pi f})X(e^{2j\pi f}) \end{cases}$$

- Décalage fréquentiel

$$y(n) = x(n) \exp(2j\pi f_0 n) \Leftrightarrow Y(e^{2j\pi f}) = X(e^{2j\pi(f-f_0)})$$

- Décalage temporel (retard)

$$y(n) = x(n - n_0) \Leftrightarrow \begin{aligned} Y(e^{2j\pi f}) &= e^{2j\pi f n_0} X(e^{2j\pi f}) \\ Y(e^{2j\pi f}) &= e^{-2j\pi f n_0} X(e^{2j\pi f}) \end{aligned}$$



Transformée de Fourier Discrète (TFD)

- Par définition, la TFD est une fonction périodique de période 1.
- En pratique, nous prenons N échantillons, et on discrétise l'intervalle de fréquences [0-1] en L valeurs telles que:

$$f = k/L \quad \text{avec} \quad k \in \{0, 1, \dots, L-1\}$$

- On obtient:

$$X_e(k/L) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-2j\pi nk/L}$$

$$\{x_0, \dots, x_{N-1}\} \Leftrightarrow \{X_0, \dots, X_{N-1}\} \quad \text{with} \quad \begin{cases} X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-2j\pi nk/N} \\ x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{2j\pi nk/N} \end{cases}$$

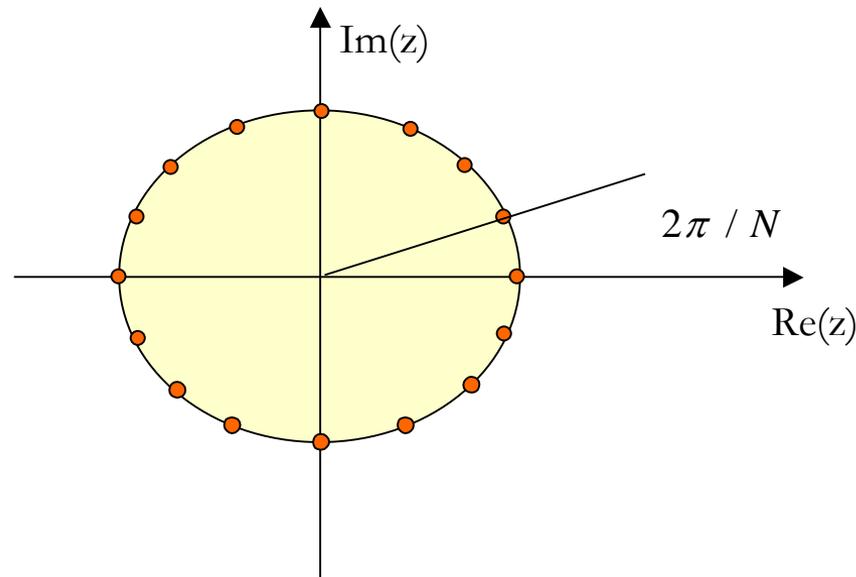
avec



Relation TZ \leftrightarrow TFD

- Cela correspond à un échantillonnage de la transformée en z en N points régulièrement espacés autour du cercle unité

$$X(k) = X(z) \Big|_{z=e^{2j\pi k/N}}$$



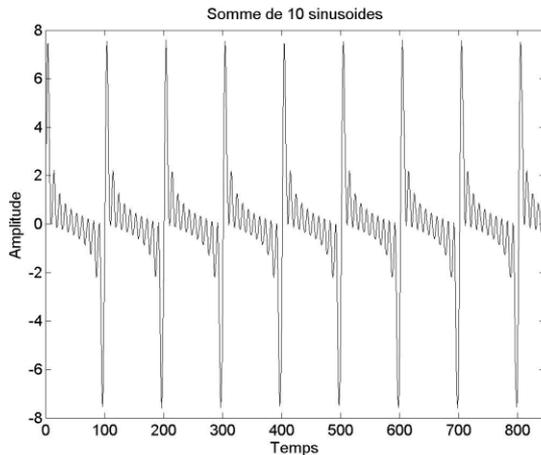
Représentation temps-fréquence

■ Transformée de Fourier discrète

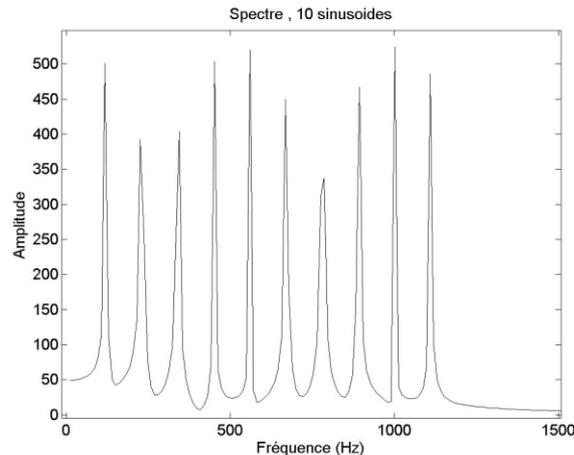
$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-2j\pi nk/N}$$

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{2j\pi nk/N}$$

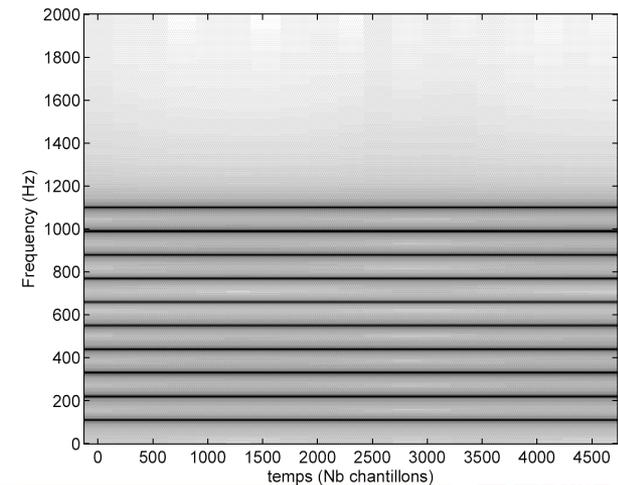
x_n



$|X_k|$

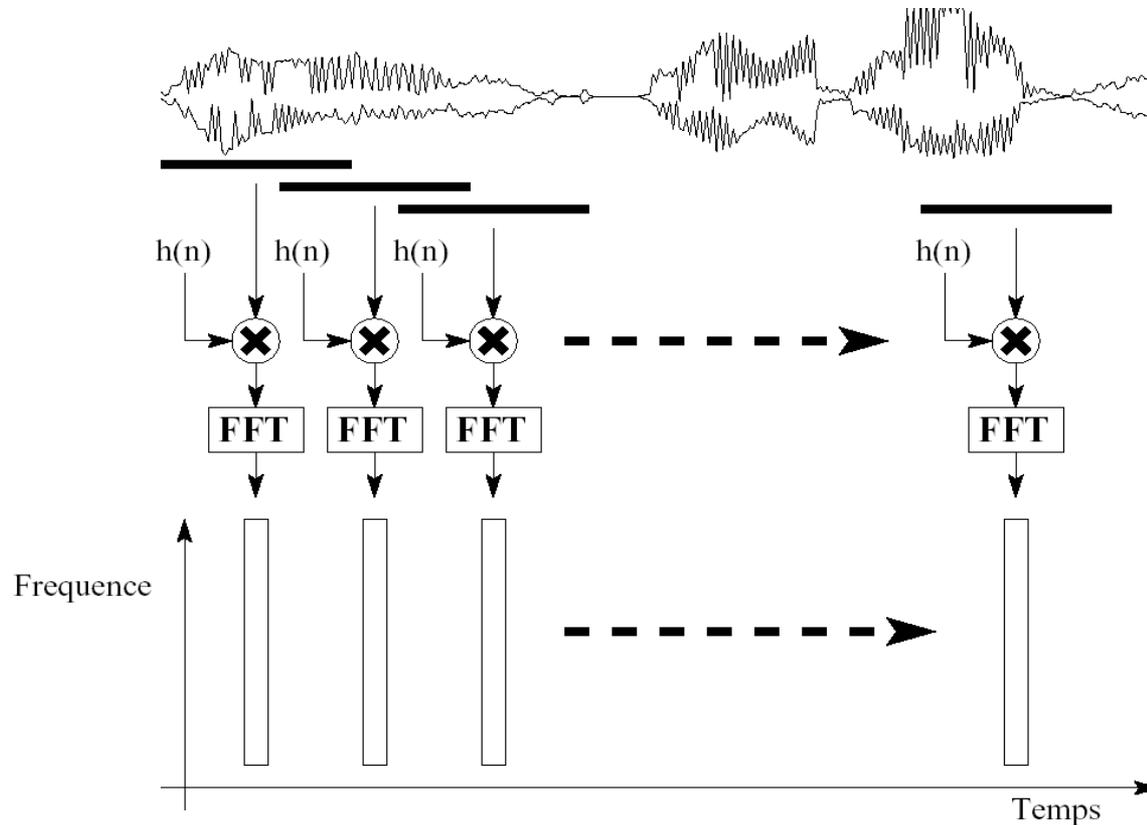


Spectrogramme



Paramétrisation: paramètres spectraux

■ Paramétrisation spectrale: analyse d'un signal audio (d'après Laroche)

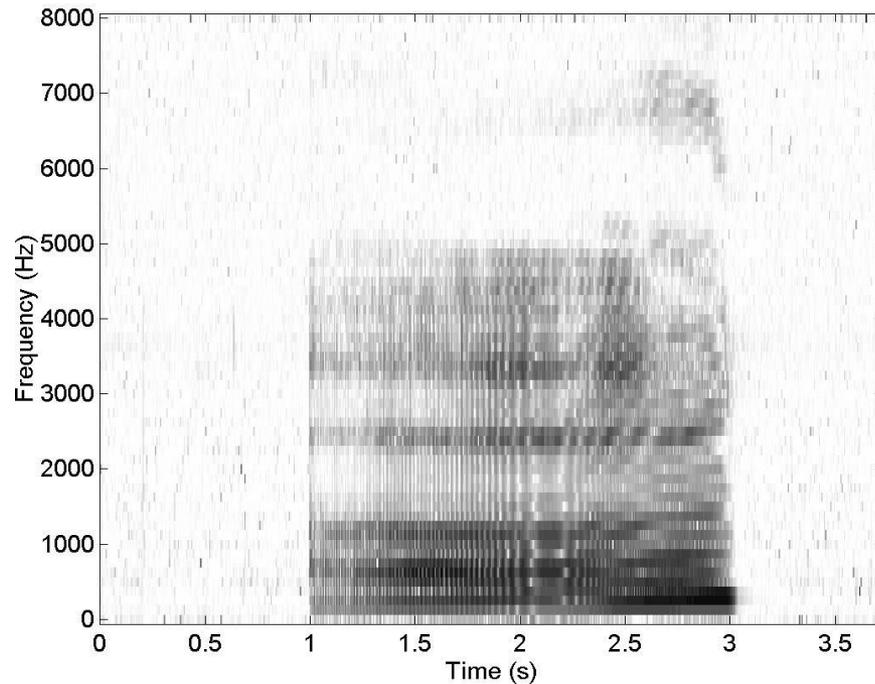
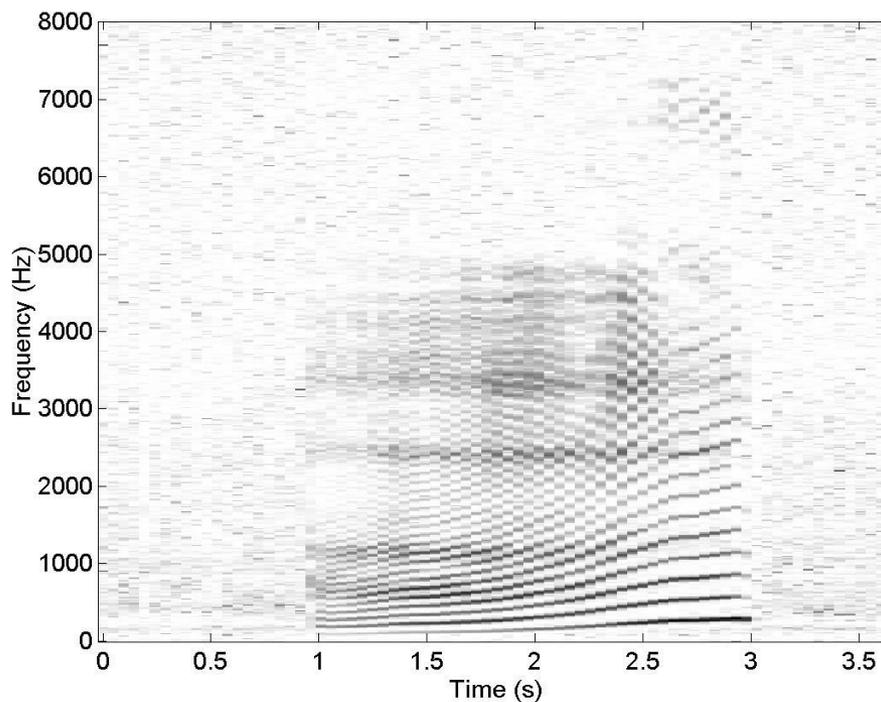


Description du signal de parole

Importance de la taille de la fenêtre d'analyse

Bande étroite

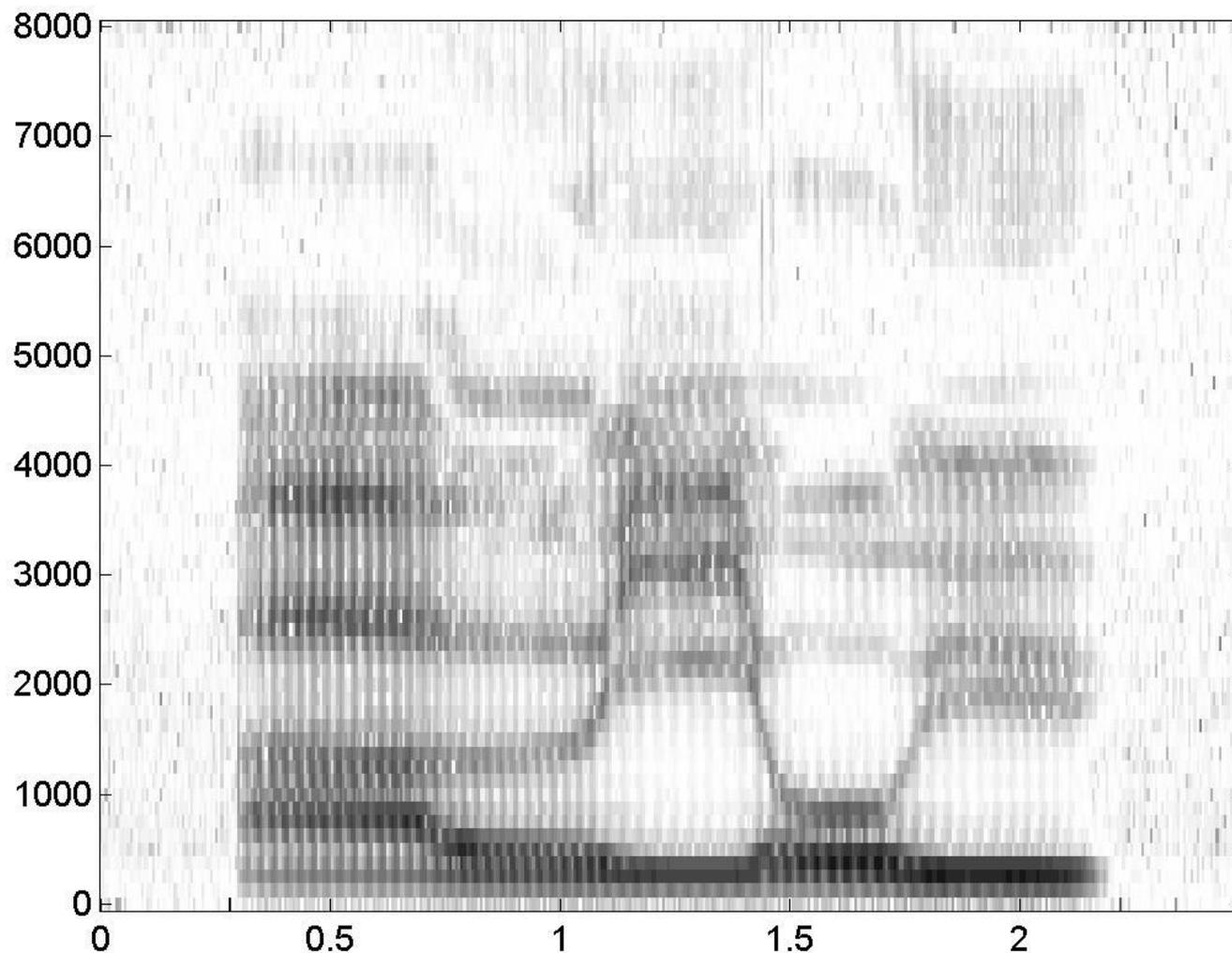
Large bande



Spectrogrammes sur une voyelle /a/ avec un pitch montant

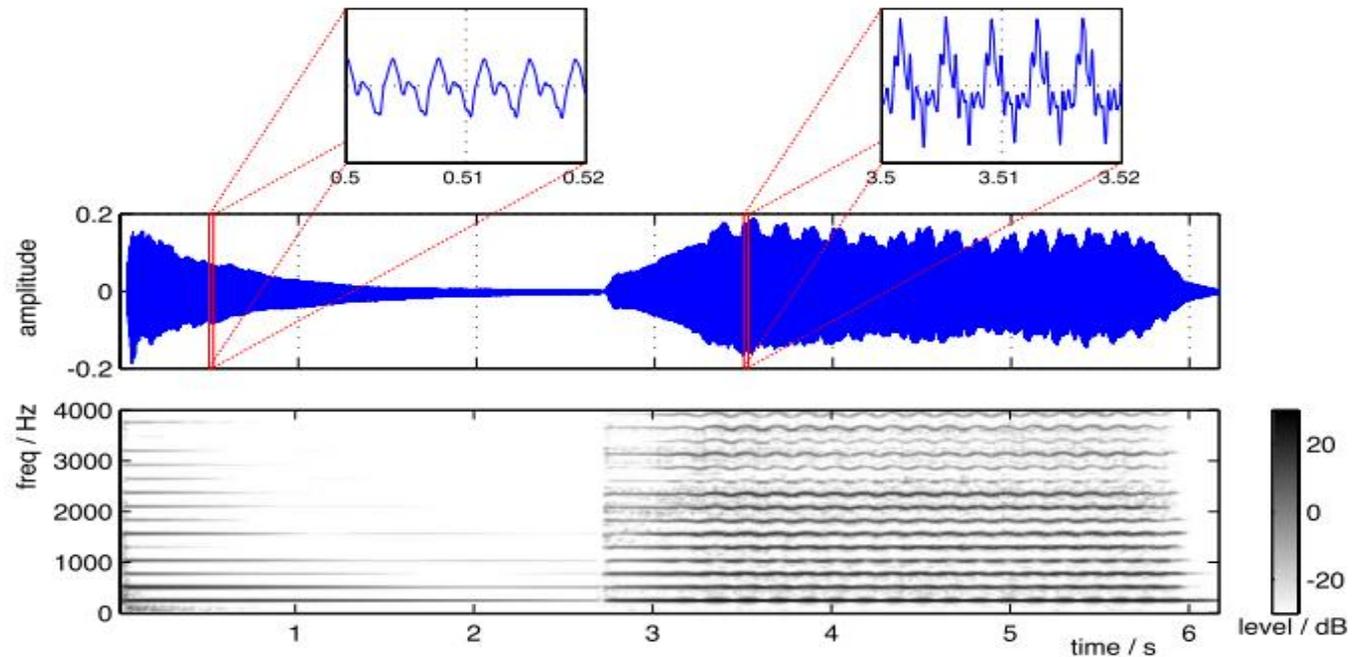


Spectrogramme des voyelles / a e i o u/



Représentations du signal audio

- Exemple sur un signal audio: note Do (262 Hz) jouée par un piano et un violon.

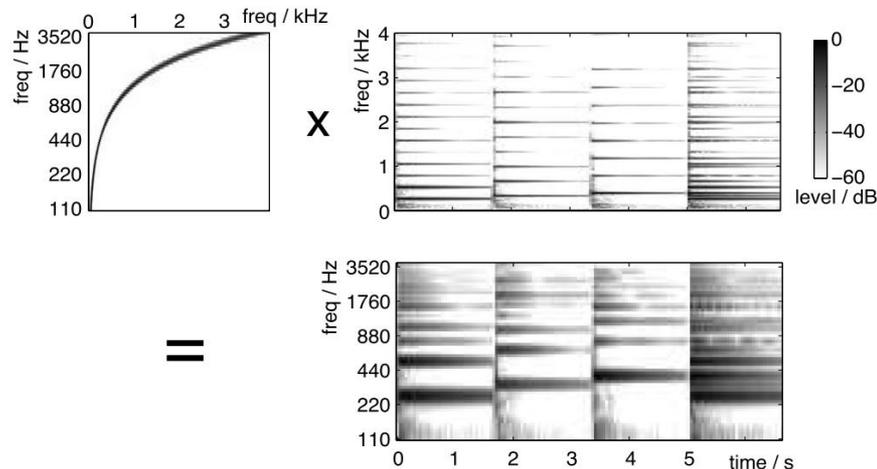


D'après M. Mueller & al. « Signal Processing for Music Analysis, IEEE Trans. On Selected topics of Signal Processing, oct. 2011



Représentations du signal audio

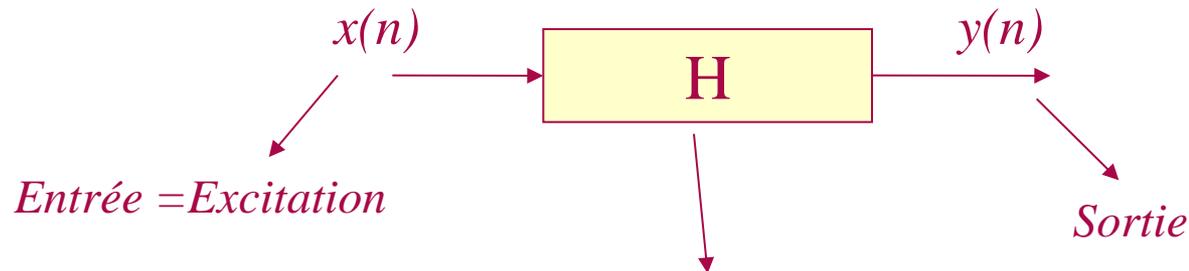
- **Exploitation de propriétés perceptives: Echelles fréquentielles non linéaires**
 - Transformée à « Q » constant
 - Transformée temps- log(fréquence)



D'après M. Mueller & al. « Signal Processing for Music Analysis, IEEE Trans. On Selected topics of Signal Processing, oct. 2011



■ Système linéaire invariant dans le temps



Filtre est caractérisé par sa réponse impulsionnelle $h(n)$ et sa fonction de transfert $H(z)$

- La convolution permet de caractériser la transformation entrée/sortie réalisée par un filtre linéaire invariant.

$$y(n) = \sum_{-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) = \sum_{-\infty}^{\infty} x(n-k)h(k)$$

$$y(n) = x(n) * h(n)$$



Notions de Filtrage (2)

■ Equation récurrente entrée/sortie (pour un filtre RIF)

$$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i x(n-i)$$

■ Par transformée en Z:

$$Y(z) = \sum_{-\infty}^{\infty} y(n)z^{-n} \rightarrow Y(z) = H(z)X(z)$$

■ Réponse en fréquence

$$H(e^{2j\pi f}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)e^{-2j\pi kf} = H(z)|_{z=e^{2j\pi f}}$$

$$H(e^{2j\pi f}) = |H(e^{2j\pi f})|e^{j\phi(f)}$$

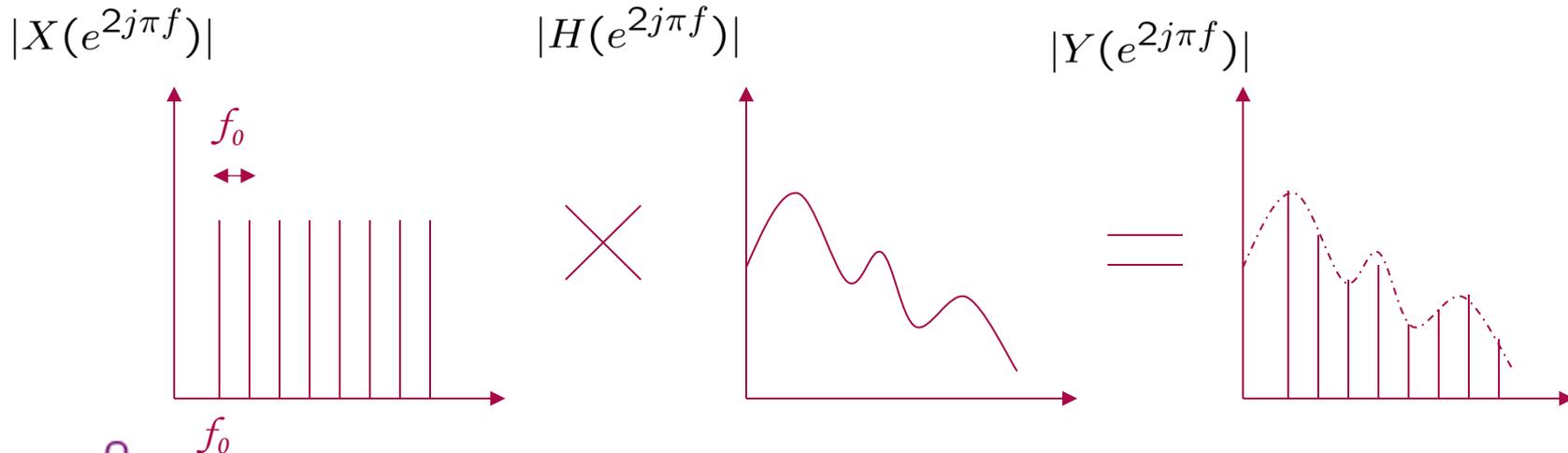
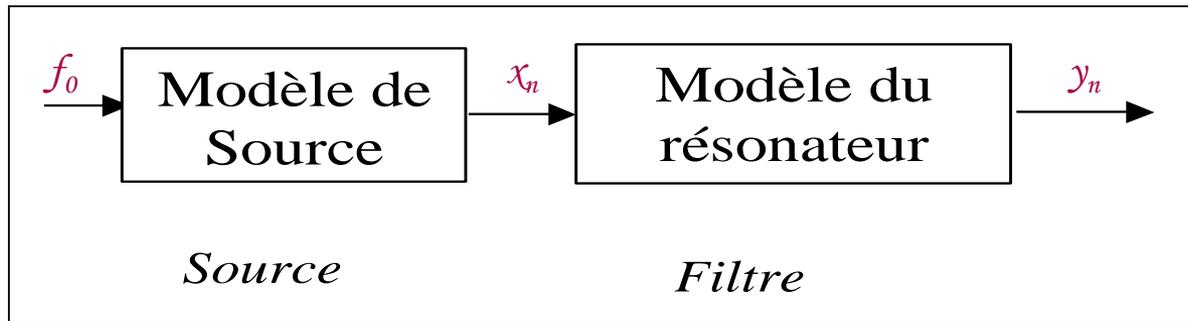
Module

Phase



Modèle source-filtre

■ enveloppe spectrale, source



Echelle Mel

- Correspond à une approximation de la sensation psychologique de hauteur d'un son (Tonie)

- Existence de formules analytiques:

$$mel(f) = 1000 \log_2\left(1 + \frac{f}{1000}\right)$$

- Exemples:

- Gamme mel

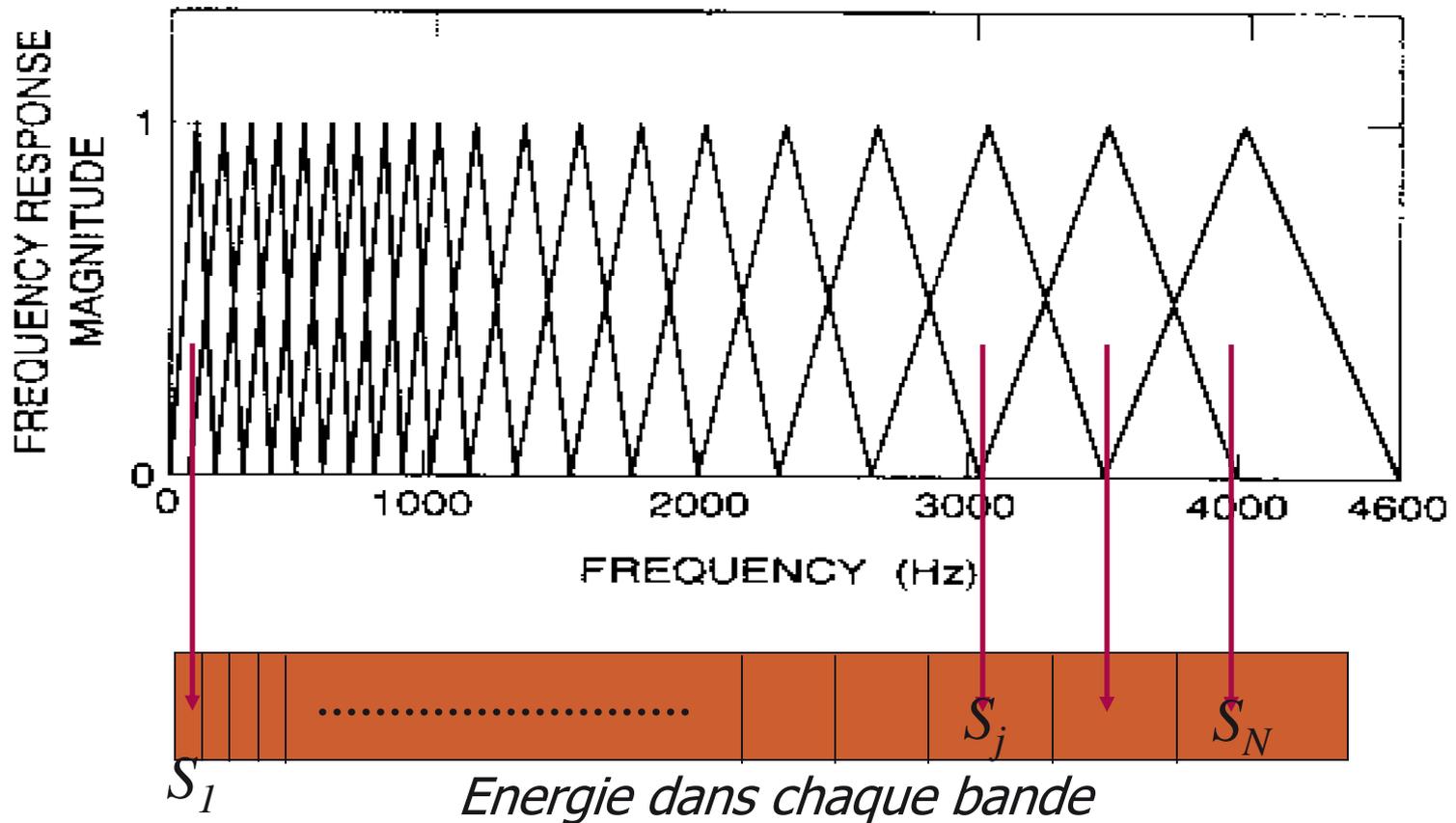


- Gamme Hertz



Filtre en échelle Mel

■ Filtrage Mel (d'après Rabiner93)



Représentation cepstrale

■ Intérêt

- Modèle source filtre de la parole

$$s(t) = g(t) * h(t)$$

- ✓ Modèle source filtre dans le domaine spectral

$$S(\omega) = G(\omega)H(\omega)$$

- ✓ Cepstre (réel): somme de 2 termes

$$c(\tau) = FFT^{-1} \log |S(\omega)| = FFT^{-1} \log |G(\omega)| + FFT^{-1} \log |H(\omega)|$$

$$c_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \log |X(k)| e^{2j(\pi)kn/N}$$

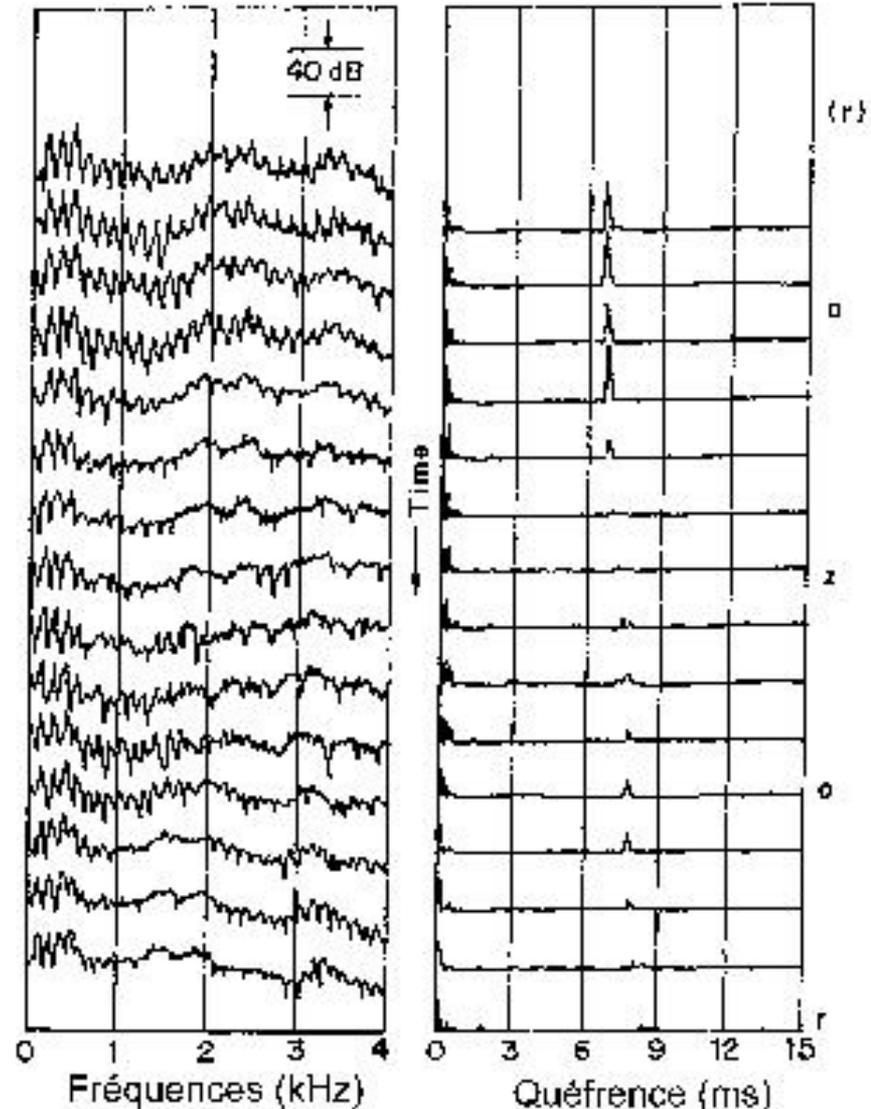


Représentation cepstrale (d'après Furui2001)

■ Exemples:

- de Spectres à court terme (gauche)
- et de cepstre $c(\tau)$ (droite)

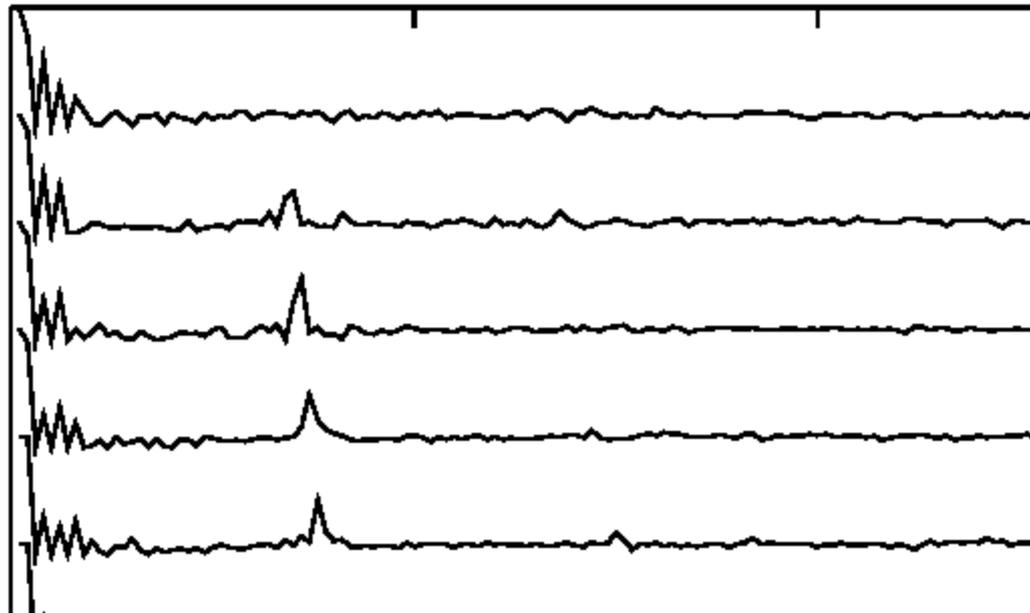
■ τ est homogène à un temps et est appelé quéfreance



Représentation cepstrale

- Séparation de la contribution du conduit vocal et de la source par liftrage

Cepstre réel



Représentation cepstrale

■ Contribution de la source

$$p_n = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \alpha_i \delta(n - iT) \quad \longrightarrow \quad \hat{p}_n = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \beta_i \delta(n - iT)$$

■ Contribution du conduit vocal

■ (hypothèse: filtre causal, stable, minimum de phase)

$$F(z) = K \frac{\prod_{j=1}^M (1 - a_j z^{-1})}{\prod_{j=1}^N (1 - b_j z^{-1})} \quad \begin{array}{l} |a_j| < 1 \\ |b_j| < 1 \end{array}$$



Représentation cepstrale

■ Contribution du conduit vocal

$$\log(F(z)) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^{-n}$$

■ Développement en série

$$\log(1 - a) = - \sum_{n=1}^{\infty} a^n / n \quad \text{pour} \quad |a| < 1$$

$$\hat{c}_n = \begin{cases} \log(K) & n = 0 \\ - \sum_{j=1}^M \frac{a_j^n}{n} + \sum_{j=1}^N \frac{b_j^n}{n} & n > 0 \end{cases} \quad |z| > |a_j|, |b_j|$$

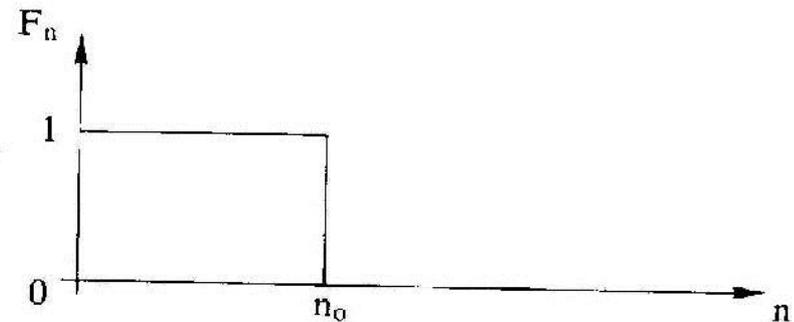


Représentation cepstrale

■ Exemples de liftres (d'après Calliope89)

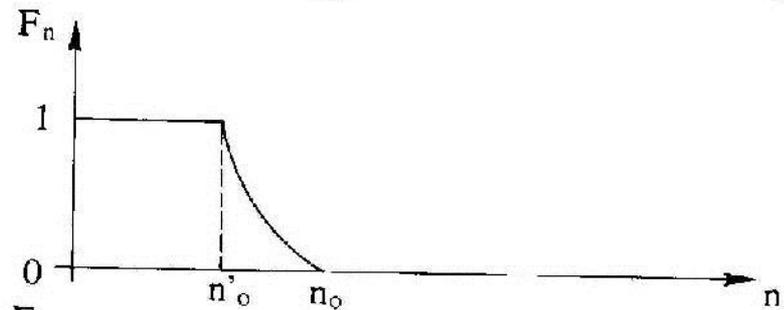
(1) filtre rectangulaire

$$\begin{cases} F_n = 1 & \text{si } n < n_0 \\ F_n = 0 & \text{si } n \geq n_0 \end{cases}$$



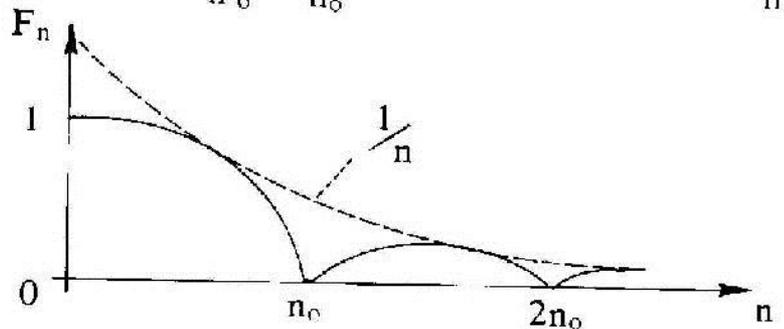
ou (2) filtre adouci

$$\begin{cases} F_n = 1 & \text{si } n < n'_0 < n_0 \\ F_n = 1 - e^{-\alpha(n-n'_0)} & \text{si } n \geq n'_0 \end{cases}$$



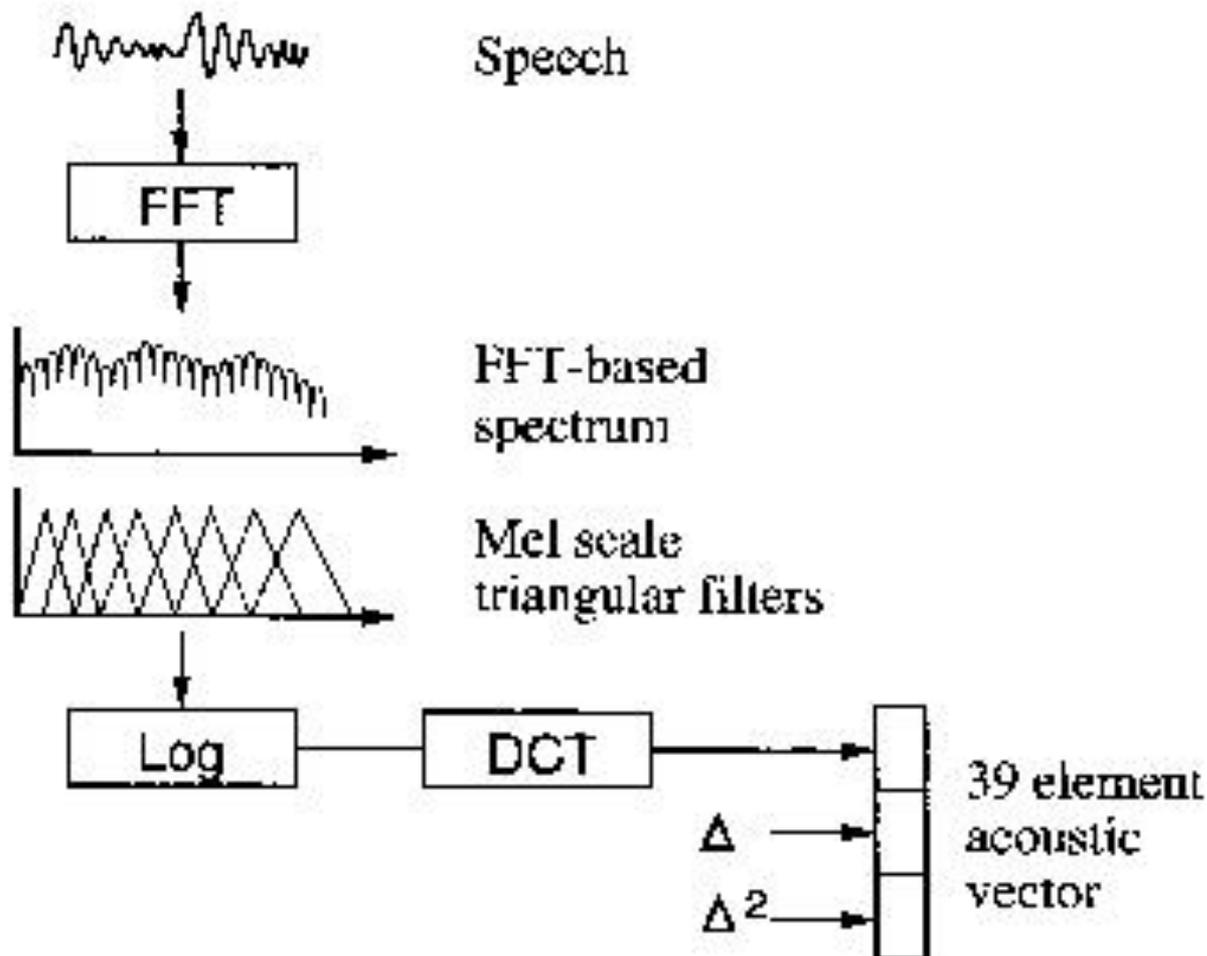
ou (3) filtre de Combs

$$F_n = \hat{C}_n - C_{n-n_0}$$



Paramétrisation MFCC

« Mel-Frequency Cepstral Coefficients »



■ Calcul des coefficients MFCC

$$\tilde{c}_n = \sum_{k=1}^K (\log \tilde{S}_k) \cos \left[n \left(k - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{K} \right]$$

pour $n = 1, 2, \dots, L$

■ Une implémentation classique:

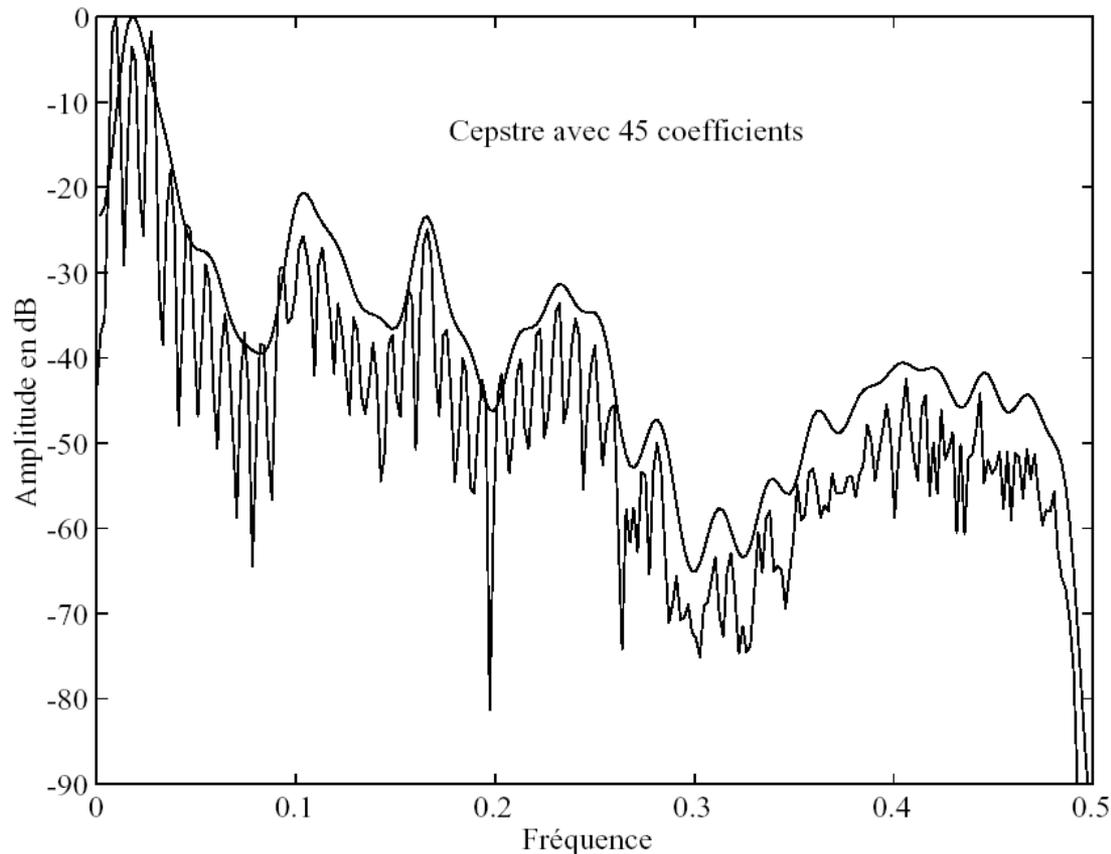
- 13 Coefficients (sans C0)
- Filtres Mels espaces de 150 Mel (largeur de bandes 300 Mels)
- Utilisation des dérivées premières et secondes
- Soit des vecteurs de 39 paramètres acoustiques



Lissage cepstral

■ Estimation de l'enveloppe par le cepstre:

- Calcul du cepstre réel C_n , puis lissage basses fréquences
- Reconstruction de l'enveloppe spectrale d'amplitude $E = \text{FFT}(C_n)$



Quels paramètres aujourd'hui pour la reconnaissance avec DNN

- **MFCC toujours possible mais souvent remplacé par :**
 - Spectrogramme
 - Mel-spectrogramme (plusieurs fenêtres successives autour de la fenêtre courante comme entrée du DNN): le plus courant
 - Des « bancs de filtres perceptifs »
 - Un réseau spécifique pour des features discriminants
 - ... voir le signal de parole brut (*mais pas encore aussi performant*)



■ Pour en savoir plus:

- G. Blanchet, M. Charbit, « Signaux et images sous Matlab », Ed. Hermès, 2001
- *(existe en anglais chez ISTE, 2006)*



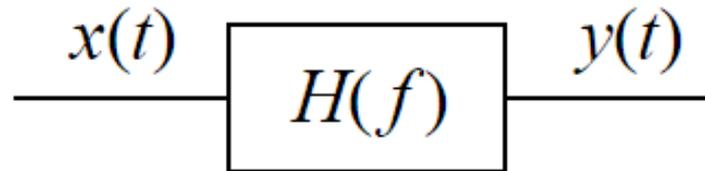


Quelques transparents supplémentaires pour le théorème d'échantillonnage



Systeme linéaire invariant dans le temps

■ Soit $x(t)$ u



$$x(t) \rightarrow y(t) = \int_{\mathbb{R}} x(u)h(t-u)du = \int_{\mathbb{R}} h(u)x(t-u)du = y(t) \star h(t)$$
$$\Leftrightarrow Y(f) = H(f)X(f)$$



Échantillonnage

- Soit $x(n)$ la version échantillonnée de $x_a(t)$:

$$x(n) = x_a(nT)$$

- Peut-on reconstruire $x_a(t)$ à partir de $x(n)$?

$$x_a(t) = \sum_n x(n)h(t - nT)$$

- En prenant la Transformée de Fourier

$$\begin{aligned} X_a(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n x(n)h(t - nT)e^{-2j\pi ft} dt \\ &= \sum_n x(n)e^{-2j\pi fnT} \cdot H(f) \\ &= X_d(f) \cdot H(f) \end{aligned}$$

- où

$$X_d(f) = \sum_n x(n)e^{-2j\pi fnT}$$



Échantillonnage (2)

- Or $X_d(f)$ est périodique:

$$X_d(f) = X_d(f + 1/T)$$

- Et est donc développable en série de Fourier

$$X_d(f) = \sum_{-\infty}^{\infty} X_n e^{-2j\pi f n T} = \sum_n x(n) e^{-2j\pi f n T}$$

- avec

$$x(n) = \frac{1}{(1/T)} \int_{-1/2T}^{1/2T} X_d(f) e^{2j\pi f n T} df$$



Échantillonnage (3)

■ Or
$$x_a(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X_a(f) e^{2j\pi ft} df$$

■ Posons $t=nT$

$$\begin{aligned} x_a(nT) &= \int_{-\infty}^{\infty} X_a(f) e^{2j\pi fnT} df \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{\frac{2m-1}{2T}}^{\frac{2m+1}{2T}} X_a(f) e^{2j\pi fnT} df \end{aligned}$$

■ posons $\nu = f - m/T$

$$\begin{aligned} x_a(nT) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-1/2T}^{1/2T} X_a(\nu + m/T) e^{2j\pi \nu nT} d\nu \\ &= \int_{-1/2T}^{1/2T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_a(\nu + m/T) e^{2j\pi \nu nT} d\nu \end{aligned}$$

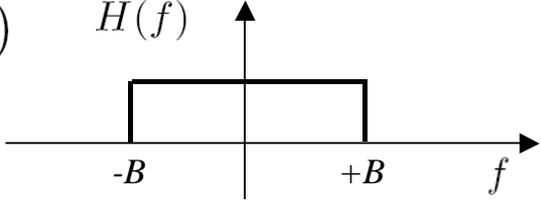


$$X_d(f) = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_a(f + m/T)$$



Reconstruction (2)

- Sans perte d'information possible uniquement si $\frac{1}{T} > 2B$
- En choisissant

$$H(f) = T \text{rect}_{2B}(f)$$


$$H(f) = T \text{rect}_{2B}(f) \quad \longleftrightarrow \quad h(t) = T \cdot \frac{\sin(2\pi Bt)}{\pi t}$$

- Formule de reconstruction

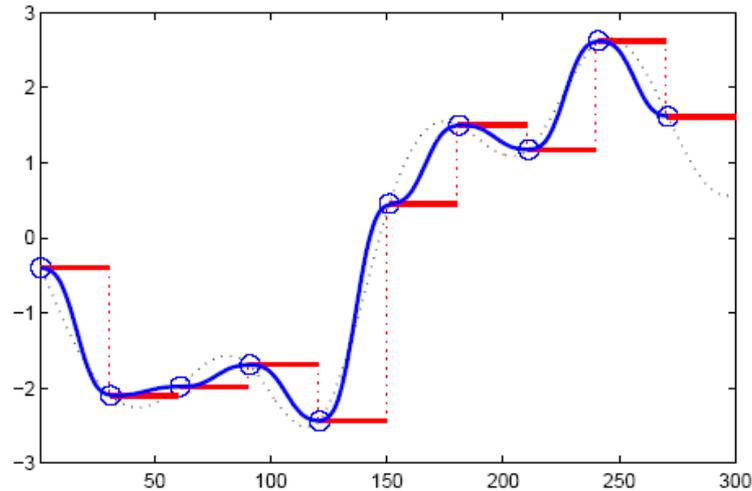
$$x_a(t) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT) \frac{\sin(2\pi B(t - nT))}{\pi(t - nT)}$$



Reconstruction pratique

■ Bloqueur d'ordre zéro

$$x_0(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_a(kT_e)h(t - kT_e) \quad \text{où} \quad h(t) = \text{rect}_{(0, T_e)}(t)$$



$$X_0(F) = \frac{H(F)}{T_e} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X_a\left(F - \frac{n}{T_e}\right) \quad \text{où} \quad H(F) = \frac{\sin(\pi FT_e)}{\pi F} e^{-j\pi FT_e}$$

