DTUR /2000/ENSSAT /11 n°149

Thèse

présentée devant

L'Université de Rennes I

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Rennes I

Mention : PHYSIQUE

par

Renaud GABET

École Nationale Supérieure
de Sciences Appliquées et de Technologie
Laboratoire d'Optronique
École Doctorale Physique et Matériau
U.F.R. S.P.M.

Étude expérimentale et théorique de l'injection optique dans un laser à semi-conducteurs : application à la détection de faibles signaux cohérents à 1.55 μm

Soutenue le 24 novembre 2000 devant la Commission d'Examen :

J. DUPONT-ROC	Directeur de recherche CNRS, E.N.S.	Président
M. TÊTU	Professeur à l'Université Laval, Québec	Examinateur
J. BAUDON	Professeur à l'Université de Paris-Nord	Rapporteur
J.P. GOEDGEBUER	Professeur à l'Université de Franche-Comté	Rapporteur
G.M. STÉPHAN	Professeur à l'Université de Rennes I	Examinateur
P. BESNARD	Maître de Conférence à l'Uni. de Rennes I	Directeur de thèse

A Céline, présente depuis le début de mes études,

A ma famille.

Remerciements

Je voudrais tout d'abord exprimer ma profonde reconnaissance envers Pascal BESNARD dont je fût de premier doctorant et qui a su me guider pour terminer ce travail dans les meilleures conditions, dans une ambiance chaleureuse et dynamique.

Je remercie également G.M. STEPHAN pour la confiance qu'il m'a accordée depuis mon stage de DEA et les idées et les conseils qu'il m'a donnés au cours de ces trois années. Je remercie aussi le directeur du laboratoire d'Optronique Jean-Claude SIMON.

Je tiens également à remercier les membres du jury, et parmi eux, Jaques BAUDON et Jean-Pierre GOEDGEBUER qui m'ont fait l'honneur de rapporter mon travail. Je remercie également Michel TETU pour avoir accepté de faire partie de mon jury et Jaques DUPONT-ROC d'avoir accepté d'en être le président.

Je tiens à remercier Marc BONDIOU avec qui j'ai commencé ma thèse, ainsi que Sophie CLEMENT et Stéphane BLIN dont les stages de DEA m'ont apportés un inestimable renfort dans les rudes tâches expérimentales.

Les conseils et l'expérience de Jean-Marc GOUJON en matière de LATEX m'ont aussi étés d'une grande aide au moment de la frappe du manuscrit.

Mes remerciements vont à tous les collègues m'ayant apporté leur aide au laboratoire : Michel BILLON, Marie-Laure CHARES, Patrice FERON, Fredérique GINOVART, Patrice Le BOUDEC, Françoise LISSILOUR, Michèle MOIZART, Serge MOTTET ainsi qu'à mes amis Laurent BRAMERIE, Arnaud CARER, Thierry CHARTIER et Sylvain FEVE.

Enfin, je remercie Michel VALETTE, Henry L'HER et Serge LE FLECHER pour leur aide et leur disponibilité dans la mise au point et la résolution de problèmes expérimentaux ainsi que tout le personnel administratif.

Table des matières

Table des figures

Liste des tableaux

Introduction

Le phénomène de verrouillage d'un oscillateur par un autre a pour la première fois été constaté par Christian Huygens en 1665 [1]. Il observa que les balanciers de deux pendules fonctionnaient à la même fréquence lorsqu'elles étaient disposées de part et d'autre d'un mur alors qu'elles avaient des fréquences différentes si on les accrochaient sur deux murs distincts. Il fut très vite convaincu que les très faibles vibrations transmises à travers le mur suffisaient à synchroniser la fréquence d'une horloge sur l'autre.

Depuis lors et jusqu'à nos jours, les exemples de synchronisation d'oscillateurs de toutes sortes se sont multipliés :

- synchronisation d'oscillateurs électriques. Les descriptions de Van Der Pol [2] en 1927 puis de Adler [3] en 1946 en particulier font référence ;
- en 1968, grande application de l'injection dans l'électronique : synchronisation d'oscillateurs micro-onde sur un oscillateur de faible puissance pour réduire le bruit FM [4] (ou masers) ;

En 1966, Stover et Steier [5] effectuent la première expérience de synchronisation entre deux lasers à gaz. Cette expérience d'injection consiste en un couplage unidirectionnel de deux lasers : un premier, dit maître, émet au travers d'un isolateur optique son rayonnement dans un deuxième laser, dit esclave. L'isolateur empêche le retour du rayonnement de l'esclave vers le maître. La synchronisation de deux lasers consiste alors en l'imposition par le maître à l'esclave de ses propriétés spectrales comme, par exemple, sa fréquence ou sa largeur de raie (transfert de pureté spectrale).

D'un point de vue théorique, Van der Pol [2] établit dés 1927 les équations d'un oscillateur non-linéaire forcé et Adler [3] établit en 1943 un modèle basé sur une équation de champ et une de phase. Son modèle est valide pour le régime de verrouillage en fréquence. En dehors de la zone d'accrochage, le système ne présente plus de solutions stationnaires. Ce modèle reste aujourd'hui un modèle de référence et de nombreux autres modèles concernant l'injection optique en sont directement inspirés. Citons également la description de la synchronisation de deux lasers à gaz de Pantell [6] dés 1965, qui rompt avec l'approche adiabatique de Van Der Pol. Cependant, ces derniers présentent quelques insuffisances lorsqu'ils sont appliqués à l'optique. En effet, lorsqu'on injecte un signal optique dans une cavité Fabry-Perot, le signal de sortie dépend fortement du désaccord en fréquence entre le signal injecté et la fréquence de résonance de la cavité. Il est donc clair que les équations décrivant le laser injecté doivent pouvoir également décrire le cas d'une cavité F.P sans milieu actif. Par exemple, un signal injecté dans une cavité en anti-résonance est très réfléchi et l'injection optique est alors très faible. Il parait donc primordial de considérer des pertes dépendantes de la fréquence de la cavité, ce que ne fait pas le modèle d'Adler.

En 1967, Tang et Statz [7] publient la première analyse théorique du problème de synchronisation en utilisant une équation du champ laser de type Van Der Pol dont le terme excitateur est le champ synchronisant. Les effets dynamiques associés à la population sont éliminés adiabatiquement. Il propose cette fois un modèle à deux composantes fréquencielles du champ dans lequel on tient compte des non-linéarités avec les paramètres de saturation propre et croisée. Une des composantes du champ représente le champ propre du laser esclave tandis que la seconde représente le champ induit dans la cavité esclave par le champ extérieur. Ce type d'approche comme l'équation d'Adler présente toujours le désavantage de ne pas tenir compte des pertes pour le champ induit dépendantes du désaccord en fréquence.

Expériences d'injection sur différents types de lasers

Très rapidement, les études se généralisent à d'autres sources :

- en 1971, la largeur spectrale d'un laser à colorant injecté par un laser argon est réduite d'un facteur $2,5.10^5$ passant de 400 à 0.0016 Å (de 48 THz à 200 MHz) [8]. C'est un transfert de pureté spectrale.
- en 1972, un laser à colorant en injecte un autre en fonctionnement impulsionnel. Ce dernier délivre alors 600 mJ sur une bande spectrale de 0.01 nm [9].
- en 1972, Buczek et Freiberg applique la technique au laser CO_2 en synchronisant ce laser de forte puissance (60 W) sur une référence stable de faible puissance (0.5 W) [10].
- vers 1976, l'injection est utilisée pour choisir le mode de cavité et la valeur de fréquence d'émission d'un laser TEA-$\mathrm{CO_2}$ (Transvers Electric Atmospheric) de forte puissance [11].

En quinze ans, les scientifiques ont appris à se servir de l'injection optique pour faire fonctionner un oscillateur laser à une fréquence donnée par une référence, à réduire son bruit de fréquence, à l'accorder continûment sur une certaine plage de longueur d'onde, particulièrement s'il s'agit d'une source de puissance. De plus, les modèles rendent compte de plus en plus précisément des effets observés et la technique semble applicable à tous les types de lasers. Les expériences sur les lasers à semi-conducteurs sont beaucoup plus récentes.

Injection de lasers à semi-conducteur

La synchronisation de deux lasers à semi-conducteurs à été pour la première fois observée en 1980 par S.Kobayashi et T.Kimura [12] [13] entre deux lasers AlGaAs/GaAs à double hétérostructure à 840 nm. Ils étudient la bande d'accrochage (de l'ordre du GHz), la puissance requise, ou encore la cohérence et décrivent une asymétrie dans la cartographie (puissance injectée / désaccord en fréquence ($\nu_{\text{maître}}$-ν_{esclave})), due à la dépendance de l'indice de réfraction avec la densité de porteurs, en donnant les frontières de la bande d'accrochage. Les résultats obtenus étaient en accord avec le modèle d'Adler [3] et les calculs de Van Der Pol [2]. Avec Lang, Kobayashi met au point un modèle théorique de l'injection [14] en prenant en compte la dépendance de la densité de porteurs injectés avec l'indice de réfraction dans la zone active.

Depuis ces premiers résultats, la synchronisation des lasers à semi-conducteurs a fait l'objet de très nombreuses investigations, notamment dans les télécommunications optiques. Voici quelques expériences ou publications intéressantes :

Conditions et paramètres d'accrochage, cartographie.

Depuis la première expérience d'injection d'un laser à semi-conducteurs, de nombreux physiciens se sont intéressés aux conditions d'accrochage. Tout d'abord et comme nous l'avons dit plus tôt, Kobayashi, Lang ou Kimura [15] [12] [13] puis Golberg [16] étudient les formes de courbes d'accrochage et les instabilités du laser injecté. Ils montrent une asymétrie de la plage d'accrochage dû au facteur de couplage phase-amplitude, c'est à dire au couplage entre la densité de porteurs et l'indice de réfraction dans le milieu actif. Ils mettent également en évidence de la bistabilité dans la largeur d'accrochage. Puis, Mogensen en 1985 [17] trace théoriquement et expérimentalement dans le plan (puissance injectée/désaccord en fréquence entre le maître et l'esclave libre) une cartographie des différents régimes d'injection dont la plage d'accrochage dissymétrique et les instabilités dynamiques (mélange multi-onde) pour des lasers CSP à 830nm et BH à 1.3μm.

Petitbon et Gallion en 1988 [18] apportent des précisions sur les positions et largeurs des plages d'accrochage, sur les variations de puissance du laser injecté ainsi que sur la mise en évidence des oscillations de relaxation à l'intérieur de la plage d'accrochage.

Otsuka [19] en 1981 étudie théoriquement l'injection de deux lasers à semi-conducteurs dans différentes configurations. Les lasers sont multimodes ou monomodes. Il considère n équations (n modes) pour le champ et une équation pour l'inversion de population. En 1984, il décrit également un comportement dynamique complexe du laser injecté et notamment la présence de bifurcations du doublement de période vers le chaos [20]. Lee [21] complète le travail de cartographie de Petitbon et Mogensen en y ajoutant les zones de doublement de période et de chaos. Citons également la carte très complète de Kovanis et Simpson [22]. Enfin, en 1999, Wieczorek et Lenstra étudient les bifurcations dans un laser à semi-conducteurs soumis injection optique [23].

Récemment, le même travail a été entrepris sur d'autres lasers à semi-conducteurs comme les lasers Fabry-Perot [24] où les VCSELs [25] mettant en évidence des largeurs de plages d'accrochage de 20 à 60 GHz. Sur ce dernier type de laser, Boïko et Besnard effectuent des basculements de polarisation jusqu'à 1 GHz [26]. Enfin, Saboureau en 1997 étudie la stabilité d'un laser accroché par injection optique et soumis à contre-réaction optoélectronique et montre ainsi une possibilité d'élargir les plages d'accrochage et d'améliorer la stabilité de la puissance de sortie [27].

Transfert de pureté spectrale

Une application immédiate de l'injection optique aux premiers lasers à semi-conducteurs de type Fabry-Perot est la stabilisation et l'affinement spectral [28], qui permet, par exemple, d'assurer le fonctionnement monomode d'un laser soumis à une modulation très rapide [29] [30]. L'affinement spectral de lasers à semi-conducteurs par injection optique [31] a depuis été très étudié. Il est aujourd'hui largement employé car il existe désormais une panoplie de techniques de stabilisation en fréquence et d'affinement spectral d'un laser semi-conducteurs solitaire, récemment recensées par Othsu [32]. Dans les télécommunications sur fibres optiques, la recherche d'émetteurs à faibles largeurs de raie est nécessaire dans les systèmes de transmission à détection cohérente [33].

L'affinement spectral est également très employé en spectroscopie ou en métrologie comme, par exemple pour la réalisation de télémètres lasers employant des diodes lasers.

Génération de porteuses micro-ondes

La possibilité de générer des porteuses micro-ondes par injection optique de lasers semi-conducteurs à été mis en évidence dés 1982 par Golberg [34]. Le principe est d'injecter une source par un laser maître modulé et de générer par battement hétérodyne une porteuse micro-onde de très grande finesse spectrale ($<$5kHz) et possédant un faible jitter (« 20kHz). D'autres techniques basées sur le même principe permettent aussi de générer des porteuses micro-ondes de plus en plus fines et stables comme le battement entre deux lasers esclaves accrochés sur deux bandes latérales d'un laser maître modulé par Golberg en 1983 [35], [36].

En 1996 Noël réalise une transmission de 100 Mbit/s QPSK sur 100 km de fibre, multipléxée sur vingt chaînes TV, à l'aide d'une porteuse micro-onde de 60 GHz générée cette fois par modulation directe du laser esclave sur une porteuse optique à 1550 nm [37], [38].

Bouyer génère une porteuse de 9.5 GHz et dont la largeur est inférieure au Hertz. Ces porteuses de plus en plus fines et stables ont également une utilisation dans la métrologie, par exemple pour stimuler des transitions Raman entre niveau hyperfin de l'état fondamental du Césium [39].

Analyse de bruit

En 1986, Schunk et Petermann analysent le bruit dans les lasers à semi-conducteurs bloqués en fonction du désaccord en fréquence entre le maître et l'esclave en prenant en compte le bruit d'émission spontanée et le bruit de porteurs [40]. En 1997, Saboureau [27] et Huntington [41] réduisent le bruit d'intensité d'un laser injecté. Enfin, un aspect fondamental de l'injection dans les lasers à semi-conducteurs concerne la réduction ou compression de bruit d'amplitude [42] à la limite quantique (en deçà du bruit de grenaille photonique).

Réduction de la jigue temporelle

En 1995, Seo réduit la jigue temporelle d'un laser DFB déclenché de 1.6 à 0.9 ps en injectant un laser continu, sans augmenter la largeur des impulsions [43]. Par la même méthode, Gunning émet un train d'impulsions de durée 4 ps à la fréquence de 2.5 GHz à 1548 nm. Le jigue est de l'ordre de 0.6 ps [44]. Enfin, Langlois et Piché réduisent le bruit des impulsions d'un laser à semi-conducteurs fonctionnant en régime de synchronisation modale par l'injection de photons cohérents [45].

Lasers couplés, bistable optique, stabilisation d'un laser multisection

Dés 1983, Dutta et Agrawal étudient les cavités couplées et montrent qu'il est possible d'utiliser de tels montages comme éléments optiques bistables dont les paramètres peuvent être ajustés en réglant le courant d'injection de chaque laser [46]. Puis, Aida étudie l'effet d'une petite injection sur un bistable optique [47]. En 1996, Annovazi [48] synchronise deux systèmes chaotiques. Une des applications étant la sécurisation dans la transmission de données. La même année, Teshima stabilise un laser DBR à trois sections en injectant un signal multimode [49] et contrôle précisement la fréquence d'un laser à modes bloqués [50]. Enfin, en 1997, Zhou contrôle la commutation d'un laser bistable par injection optique et atteint un temps de réponse de commutation de l'ordre de 10 ps avec une fréquence de répétition de 100 MHz [51]. En 1999, Boïko et Besnard étudient les bistabilités de VCSEL optiquement injectés dont une des applications principales est la mémoire optique [26].

Augmentation de la bande passante de modulation, réduction de la dérive de fréquence due aux variations du gain et contrôle du seuil laser

L'aspect dynamique de l'accrochage est un des domaines de recherche actif. En particulier, lorsque le laser esclave est modulé, comme c'est la cas pour un laser émetteur dans un système de transmissions haut débit sur fibre optique, l'injection par un laser approprié peut réduire le chirp (modulation de fréquence consécutive à la modulation d'amplitude) préjudiciable aux performances de liaison [52]. En 1996, Wang augmente la bande passante de modulation (de l'ordre de la fréquence des oscillations de relaxation pour un semi-conducteur) par injection optique sans augmenter le courant d'injection [53]. Une autre formulation est de considérer que l'injection a pour effet d'augmenter la fréquence des oscillations de relaxation du laser esclave et de diminuer leur amplitude [18]. Ces oscillations de relaxation constituent un facteur limitant en vue de la modulation à haute fréquence du courant d'alimentation du laser. En 1997, Parker réussit à contrôler optiquement le gain optique ainsi que le seuil laser d'un laser à semi-conducteurs en introduisant des photons cohérents issus d'une seconde source par le côté du ruban actif du laser [54].

Conversion FM-AM, conversion en longueur d'onde tout optique

Dés 1981, Otsuka effectue une conversion FM-AM induite par injection [19]. En 1982, Kobayashi amplifie un signal FM par injection [55]. En 1996, Cerboneski convertie la fréquence d'un laser à cavité externe soumis à injection [56]. En 1997, Hörer réalise une conversion en longueur d'onde tout optique d'un laser Fabry-Perot soumis à la fois à l'injection d'un fort signal continu mais aussi d'un signal modulé jusqu'à 20 Gbit/s [57].

L'injection et les fonctions optiques

Un domaine en plein essor est celui des lasers injectés réalisant des fonctions optiques. On peut utiliser des lasers à semi-conducteurs spécialement conçus à cet effet (par exemple des lasers à contre réaction répartie (DFB) à plusieurs sections). Un train d'impulsions numériques peut ainsi, lorsqu'il est injecté en face avant du composant, être :
- remis en forme et réamplifié,
- resynchronisé [58], après extraction d'horloge,
- translaté en longueur d'onde [59].

On appelle ces traitements sur le signal optique "génération 2R" pour Remise en forme - Réamplification du signal ou "génération 3R" pour Remise en forme - Réamplification - Resynchronisation du signal. Chacune de ces opérations doit s'effectuer de manière tout-optique sans conversion opto-électronique ou électro-optique.

Les expériences d'injection au laboratoire d'Optronique de l'ENSSAT

L'idée de l'étude de l'injection au laboratoire d'optronique de l'ENSSAT a commencée avec Patrick EVEN sur les lasers à gaz [60]. Le but de ce travail était de contribuer à la compréhension fondamentale des propriétés spectrales d'un laser à gaz (He-Ne à 3.39 μm) optiquement injecté. Après avoir montré les limites du modèle d'Adler, P. EVEN propose un modèle dans lequel le signal injecté génère un champ cohérent non résonnant, en plus du champ normal résonnant dans le laser esclave. Cette approche permet la déscription de l'amplification régénérative, à la fréquence injectée, quand le laser est en dessous du seuil d'oscillation. Elle permet également de décrire convenablement la forme de raie du laser injecté et de comprendre les phénomènes de bistabilité et d'hystérésis du laser injecté [61][62].

Elle s'est poursuivie avec Marc Bondiou sur les lasers semi-conducteur. Son travail portait sur les propriétés spectrales de lasers s.c. soumis à injection optique. Il a décrit, à l'échelle du gigahertz, le comportement du laser injecté en identifiant deux catégories : le laser polarisé près ou loin du seuil. Il a notamment relevé et cartographié des régimes de dynamiques non-linéaires. A l'échelle du mégahertz, il a montré que l'accrochage total d'un laser esclave sur un laser maître s'accompagnait d'un transfert de largeur de raie quelqu'en soit la valeur (transfert de pureté ou d'impureté spectrale). Il a également montré que le transfert d'impureté spectrale est progressif en fonction de la puissance injectée. Ce travail a permis de mieux cerner les limites de transferts de qualité spectrale. Il a permis également d'adapter le modèle présenté par P. Even pour modéliser le transfert partiel de largeur de raie.

J'ai poursuivi le travail de M. Bondiou pour compléter l'étude expérimentale et théorique des propriétés spectrales du laser injecté.

Dans la première partie du manuscrit, après avoir décrit la mise en œuvre de nos lasers et le matériel utilisé au cours de ce travail de thèse, nous présenterons, par une série d'-expériences, les principales caractéristiques de nos lasers : puissance optique, fréquences de relaxation, facteur de Henry, longueur d'onde et largeur de raie. Pour cette dernière, nous montrerons qu'il existe une anomalie autour du seuil qui est présente sur les lasers DFB alors qu'elle n'existe pas sur les lasers de type Fabry-Perot.

Dans la deuxième partie, après avoir exposé les principales propriétés spectrales du laser injecté en fonction des différents paramètres d'injection (puissance injectée, désaccord en fréquence entre le maître et l'esclave et point de fonctionnement de ce dernier), nous montrerons qu'il est possible d'utiliser un laser comme amplificateur ultrasensible de lumière cohérente : la lumière laser. L'utilisation d'un laser comme amplificateur est déjà connue quand le laser opère sous le seuil mais pas au dessus. Nous verrons que le spectre optique du laser injecté est modifié par le champ injecté jusqu'à des puissances de l'ordre du picowatt et qu'une détection en champ (battement hétérodyne) nous a permis d'atteindre des seuils de détection de l'ordre du femtowatt. Les puissances alors détectées sont des puissances continues. Nous verrons enfin que ces différentes techniques nous ont permis de mesurer des largeurs de raie de lasers microsphériques évoluant proche du seuil et donc peu puissants et multimodes, largeurs de raie que nous n'arrivions pas à mesurer avec des appareils classiques de type Fabry-Perot ou autohétérodyneur, même précédés d'un amplificateur à fibre.

La troisième partie mettra à profit l'expérience accumulée au laboratoire sur les lasers injectés pour dresser des cartographies intra et intermode dans le plan (puissance injectée/désaccord en fréquence entre le maître et l'esclave) présentant les différents régimes d'injection : accrochage total, mélanges multi-ondes avec ou sans doublement ou quadruplement de période et chaos. Nous préciserons également les zones de bistabilités, généralement citées dans la littérature mais jamais cartographiées.

Sur le plan théorique, après avoir présenté dans la quatrième partie l'originalité de notre système de détection, nous modéliserons à l'aide de la fonction d'Airy généralisée l'évolution des formes de raie du laser injecté quand l'injection s'effectue en centre de raie et quand la puissance injectée décroît jusqu'à des niveaux de l'ordre du picowatt, résultats en accord avec les expériences du chapitre 2. Cette fonction d'Airy est calculée dans le domaine des fréquences où le laser est vu comme un système filtrant et amplifiant dont le champ de sortie est la réponse à différentes sources (émission spontanée, champ injecté...). Elle est donc adaptée à la description de densité spectrale et permet également de décrire à la fois le laser opérant sous le seuil et au dessus du seuil.

Enfin, la cinquième partie sera consacrée à l'élaboration d'une fonction de transfert du laser DFB en s'appuyant sur la théorie des modes couplés et en incluant simultanément l'influence du réseau, des miroirs, du gain, des pertes et du facteurs de Henry. Après avoir exposé les différents spectres de sortie du laser DFB obtenus en fonction des différents paramètres qui viennent d'être énumérés, nous montrerons que cette fonction nous permet de décrire l'évolution de la largeur de raie du laser et notamment la saturation quand le gain augmente ou l'anomalie autour du seuil, résultats décrits expérimentalement dans la première partie.

Première partie

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Chapitre 1

Les lasers utilisés : généralités et caractérisations

Après un état de l'art des différents types de lasers existants, nous décrirons brièvement les différents lasers utilisés au cours de ce travail de thèse, leur mises en oeuvre ainsi que leurs différentes caractéristiques. Puis nous présenterons les différents dispositifs expérimentaux ayant permis les différentes études.

Cette expérience, comme nous l'avons dit dans l'introduction fait suite aux travaux de thèse de M. Bondiou. On pourra consulter la référence [63] qui donne un état de l'art récent et détaillé de la mise en œuvre pratique des lasers à semi-conducteurs et des composants fibrés.

1.1 Les lasers : l'état de l'art

1.1.1 Historique

Le mot "laser" est une abréviation anglo-saxonne signifiant "Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation".

Le laser est constitué de deux éléments :

- Un amplificateur de lumière utilisant l'émission stimulée,
- Un résonateur optique.

Les premiers oscillateurs -et résonateurs- sont essentiellement les cavités (ou interféromètres) de Fabry-Pérot et furent construits en 1890. La mise au point de l'amplification s'échelonna de 1917 (postulat de l'émission stimulée par Einstein) à 1950 (pompage optique par Kastler).

La première réalisation date de 1960 (Maiman).

1.1.2 Caractéristiques principales d'un faisceau laser

Les propriétés d'un faisceau laser sont très différentes de la lumière "naturelle" produite par exemple par le soleil ou les lampes à incandescence.

Une lampe à incandescence peut fournir de manière continue une puissance de l'ordre du kW, dont le spectre en longueur d'onde s'étale sur plusieurs dizaines de nanomètres. Ses longueurs de cohérence spatiale et temporelle sont très faibles. Par exemple, la longueur de cohérence d'une lumière blanche s'étalant de 0.4 à 0.8 μm est de 0.8 μm. De plus, cette lumière n'est pas polarisée.

Les propriétés du faisceau laser sont diverses :
- localisation spatiale de l'énergie lumineuse : toute la puissance lumineuse est concentrée dans un mode de propagation. Le rayonnement laser est focalisable sur de très petites surfaces. Des densités exceptionnelles de puissance allant jusqu'à plusieurs mégawatts par mm^2 sont possibles.
- localisation temporelle de l'énergie lumineuse : la durée des impulsions de lumière produites peuvent être réduites à quelques 10^{-15} s [64].
- la monochromaticité de son rayonnement : la couleur de la lumière émise est extrêmement pure, elle correspond à une onde quasi-sinusoïdale de fréquence située dans le domaine optique (10^{14} Hz). La lumière laser est une association de photons aux propriétés très voisines, conséquence intrinsèque de l'émission stimulée et du filtrage opéré par la cavité. Cette uniformité des photons est traduite par la notion de "cohérence du faisceau" dans laquelle résident toutes les propriétés remarquables d'une telle source. Par exemple, la longueur de cohérence d'un laser HeNe de largeur de raie 1.5 GHz est de 0.2 m et peut atteindre 30 km pour un laser CO_2 d'une largeur de raie égale à 10 kHz. Notons également plus récemment la réalisation de lasers fonctionnant dans le visible (563 nm) et dont la largeur de raie est sub-hertzienne [65],
- la lumière est polarisée.

1.1.3 Les différents types de lasers et leurs applications

Depuis le premier laser, de nombreux types de lasers ont été inventés pour couvrir de plus en plus de longueurs d'onde et de plus en plus de gamme de puissance. Les combinaisons sont nombreuses puisque l'on peut jouer sur :
- la géométrie de la cavité : plan-plan, plan-concave, en anneau, etc.
- le milieu amplificateur : gazeux, solide, liquide, ion, etc.
- le pompage : optique, électronique, chimique, etc.

De nos jours, les différents types de lasers couvrent à peu près tout le domaine du spectre allant de quelques nanomètres (lasers expérimentaux à rayons X mous ou Xasers), à quelques dizaines de micromètres (infrarouge lointain) et leurs domaines d'applications sont multiples.
Par exemple :
- lasers à gaz :
  - *Hélium-Néon* : l'hélium sert au pompage, il est excité par décharges électriques,

la transition laser se fait dans le néon. La longueur d'onde d'émission est en règle générale à 632 nm bien que d'autres longueurs d'ondes soient possibles. Il peut être utilisé pour l'alignement, le guidage d'engins de chantier, la topographie, la métrologie (interférométrie, granulométrie, profilométrie), l'holographie, l'impression laser, l'utilisation pédagogique...
  - CO_2 (dioxyde de carbone) : la transition se fait entre les niveaux vibration-rotation de la molécule. Le milieu amplificateur contient un mélange de CO_2, He et N_2. L'azote sert au pompage du niveau supérieur et l'hélium au dépeuplement du niveau inférieur. Le rayonnement émis est situé dans l'infrarouge à 10.6 μm. Ce laser peut fournir des puissances moyennes élevées (plusieurs kW).
- lasers à solides :
  - *Rubis* : c'est le premier laser ayant fonctionné (1960). Il est de plus en plus abandonné à cause de son manque de fiabilité.
  - *Nd-YAG* (Neodyme Ytterbium Aluminium Garnet) : c'est un des lasers les plus utilisés et il permet d'obtenir de très fortes puissances crêtes de l'ordre de 10^{14} W en régime impulsionnel. Il est utilisé pour le travail des matériaux, l'ophtalmologie, le micro-usinage...
  - *Titane-Saphir* : impulsion brève, lasers de puissance, rayon X.
- lasers à colorants : les très larges bandes spectrales des colorants permettent d'émettre une longueur d'onde ajustable continûment par action sur la cavité et les différents choix de colorants permettent de couvrir le spectre de l'ultraviolet à l'infrarouge. Ils sont utilisés dans des domaines aussi diverses que la spectroscopie, la dermatologie, la photochimiothérapie ou la production d'impulsions femtosecondes... Ces lasers sont maintenant concurrencés par les Oscillateurs Paramétriques Optiques (O.P.O.).

Citons également les lasers à fibre optique ou bien encore les lasers à excimères qui délivrent un rayonnement de puissance dans l'UV utilisé dans la médecine (ablation froide de tissus organiques ou angioplastie) ou dans l'impression graphique.

Enfin, citons le cas qui nous intéresse le plus : le cas des diodes lasers qui est l'élément central de ce travail de thèse et qui est décrit dans le paragraphe suivant.

La liste de ces lasers n'est pas exhaustive. Toutes ces données sont bien entendu en constante progression et il est difficile de prévoir la vitesse de cette évolution.

1.1.4 Les lasers à semi-conducteurs

Le fonctionnement de la diode laser, encore appelée laser à semi-conducteurs, a été démontré pour la première fois en 1962 [66][67][68][69]. Elle est aujourd'hui un composant optoélectronique produit industriellement par quantités annuelles de plusieurs millions pour certains types de lasers. Le marché des diodes laser représente 2.1 milliards de Dollars par an dont 63 % pour les longueurs d'onde inférieures au μm. La croissance annuelle étant de 15 à 20 % depuis quelques années.

Comme champ d'application, on peut citer le pompage des lasers solides, l'ophtalmologie, la lecture de vidéodisques ou bien-sûr les télécommunications.

Le mécanisme de base sera expliqué dans le paragraphe suivant ainsi qu'une description des différentes caractéristiques des lasers à semi-conducteurs utilisés dans le cadre de ma thèse. On peut cependant dresser une liste rapide des différentes formes prises par le milieu amplificateur ainsi que des différentes cavités utilisées, le but étant toujours d'améliorer les caractéristiques du laser.

1.1.4.1 Le milieu amplificateur

Le milieu amplificateur est constitué d'une jonction d'un matériau semi-conducteur. Il se présente généralement sous la forme d'un ruban de quelques dixièmes de micromètres. Une différence importante avec les lasers à gaz est le pompage effectué par un courant électrique. L'inversion de population représente la même entité que la pompe : le nombre de porteurs. Cette jonction peut prendre différentes formes :

- *jonction P-N à l'équilibre :* une homojonction P-N est la réunion de deux semi-conducteurs de même composition et de types de dopage différents, par exemple GaAs de type P et GaAs de type N. Une polarisation directe correspond à une tension positive appliquée au matériau P et permet aux trous et aux électrons de diffuser et de se recombiner au voisinage de la jonction. L'épaisseur de la zone de recombinaison ou zone active est fixée par les mécanismes de diffusion et de recombinaison et est de l'ordre de quelques microns. C'est une caractéristique des matériaux que l'on ne peut réduire significativement.
- *double hétérojonction* : un moyen d'ajuster par construction l'épaisseur de la zone active est de réaliser par épitaxie une structure à double hétérojonction (DH) qui comprend une couche du matériau devant constituer la couche active, par exemple GaAs, entre deux couches de matériaux de types respectivement P et N, par exemple $Ga_{0.7}Al_{0.3}As$. Ces jonctions, appelées hétérojonctions parce que situées entre des matériaux de bandes interdites différentes, constituent des barrières de potentiel pour les électrons et les trous : c'est le confinement électronique.
  La structure à double hétérojonction forme ainsi un guide optique, assurant un confinement transversale dans le milieu actif (direction Oz sur la figure 1.1).
  Le guidage latéral peut se classer en deux familles (susceptibles de nombreuses variantes selon le mode de réalisation) : la première famille rassemble les lasers à guidage par le gain ; le matériau de la région active est conservé sur toute la surface du dispositif mais le passage du courant est limité à la région du ruban. Il en résulte que la densité d'électrons injectés et le gain sont maximaux au centre du ruban alors que

la partie réelle de l'indice y présente un minimum. La structure est donc antiguidante ce qui induit des pertes à la propagation qui doivent être compensées par le gain. La deuxième famille regroupe les lasers à guidage par l'indice, dits à hétérostructure enterrée, ou le matériau actif est enlevé en dehors du ruban. Le matériau est ensuite enfoui dans le matériau constituant la deuxième couche de confinement.

- *structure à confinements séparé ou SCH (Separate Confinement Heterostructure) :* les confinements électriques (couche active) et optique (guide) sont assurés par des couches différentes. La couche active supposée en GaAs est insérée dans un guide optique en $Ga_{0.8}Al_{0.2}As$ compris entre deux couches de types P et N en $Ga_{0.6}Al_{0.4}As$ par exemple.
- *effets de taille quantique :* la couche active des structures DH ou SCH constituent un puits de potentiel pour les électrons et les trous. Lorsque son épaisseur devient inférieure à leur libre parcours moyen, de nouveaux effets dit de taille quantique surviennent et les diodes laser sont dites à puits quantiques ou QW (Quantum wells). On parle de diodes laser à puits quantique unique (SQW) ou à multipuits quantiques (MQW) suivant le nombre de puits quantiques insérés dans le guide optique. Sans entrer dans les détails, il est possible en ajustant l'épaisseur des puits quantiques d'ajuster la longueur d'onde d'émission de la diode, son courant de seuil et sa largeur de raie, à composition du matériau actif fixée. Certaines propriétés dynamiques peuvent de plus être améliorées.

L'utilisation de cristaux à composition variable permet de couvrir plusieurs gammes de longueurs d'ondes. Par exemple le composé ternaire de la famille GaAlAs est susceptible d'émettre des photons de longueur d'onde entre 650 et 870 nm, les composés quaternaires de la famille GaInAsP permettent de couvrir la plage 930-1650 nm.

1.1.4.2 Les cavités

Les cavités sont également très variées.

Par exemple :

- *diode Fabry-Perot :* la cavité est obtenue par simple clivage du matériau qui confère aux faces un coefficient de réflexion de l'ordre de 30 %, ce qui est suffisant puisque le gain d'un tel laser est très grand (100 par simple passage). La rétroaction peut-être considérée comme localisée sur les faces. Du fait de la petite taille du milieu amplificateur, le faisceau présente une divergence asymétrique de l'ordre de 30°. Ces structures ont le désavantage (du moins pour les télécommunications) d'être fortement multimodes et de présenter des largeurs de raie de l'ordre de 100MHz. Plusieurs solutions ont été trouvées pour rendre monomodes ces lasers et affiner leur raie d'émission.
  Une puce laser de référence est représentée schématiquement à la figure 1.1. Elle comprend une région active en forme de ruban, en matériau dont le gap détermine la longueur d'onde d'émission, insérée dans une jonction P-N en matériau à bande inter-

dite supérieure de manière à former une structure à double hétérojonction. La lumière se propage selon l'axe Ox en étant amplifiée par émission stimulée. Elle se réfléchit partiellement sur les faces "avant" et "arrière", qui sont le plus souvent obtenues par clivage du cristal suivant les plans (110).

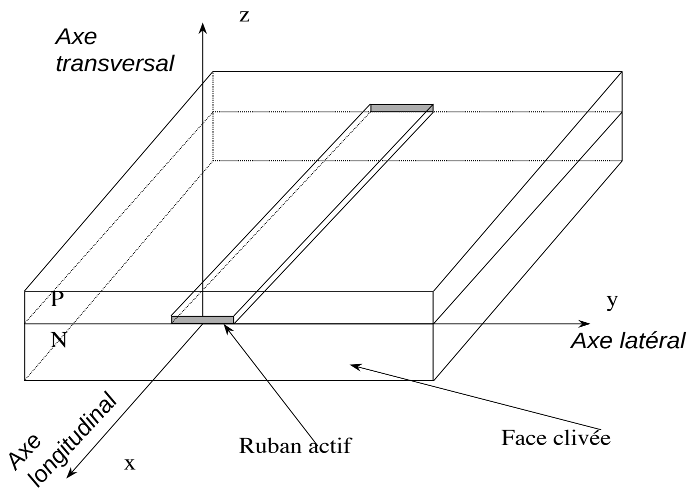


FIG. 1.1 – Géométrie d'une puce de diode Laser

- *diode laser DFB ou DBR :* une méthode pour réduire cette largeur de raie est d'améliorer la fonction de sélection spectrale des miroirs. Dans les lasers DFB (Distributed Feed-Back), la contre-réaction nécessaire à l'effet laser est distribuée sur tout le composant grâce à un réseau gravé directement sur la région active. Pour les lasers DBR (Distributed Bragg Reflector), le réseau est gravé sur un guide en bout de région active. Le résultat fonctionnel est une amélioration très importante de la cohérence temporelle, ou en d'autres termes, de la largeur spectrale du mode longitudinal devenu unique. On peut même réduire encore la largeur de raie en utilisant une cavité externe.
- *les micro-lasers ou diode à cavité verticale :* les diodes laser de référence ont une cavité optique dont l'axe est dans le plan "horizontal" des couches épitaxiales. Au contraire, une diode laser à cavité verticale (VCSEL ou Vertical Cavity Surface Emitting Laser) a une cavité optique perpendiculaire à ce plan et émet à travers la surface du dispositif. Plusieurs avantages ou possibilités nouvelles sont attendues d'une telle géométrie :
  - réduction du courant de seuil attendue jusqu'à environ 0.01 mA due à la diminution du volume actif. Les performances actuelles sont de l'ordre de 0.1 mA.
  - faible coût car il n'est plus nécessaire d'aligner la face clivée sur le support.
  - organisation possible en matrice à deux dimensions éventuellement adressable. Il est donc possible d'obtenir des densités élevées de composants par cm^2.
  - géométrie du faisceau de sortie circulaire.

La faible dimension du milieu actif dans le sens de propagation du rayonnement (épaisseur d'une ou deux couches épitaxiales par puits quantiques) limite le gain atteignable et rend nécessaire l'utilisation de miroirs de Bragg à coefficients de réflexion très élevés. Les résultats les plus solides sur ce type de composant ont été obtenus avec des structures à puits quantiques contraints en GaInAs, émettant vers 980 nm où le substrat GaAs est transparent. Des courants de seuil inférieurs à 1 mA associés à des puissances en continu voisines de 1 mW ont été rapportés. A l'inverse, des puissances cohérentes relativement élevées (300 mW) par mise en phase de réseaux bidimensionnels de VCSEL sont possibles. Enfin, en 1999, des VCSELs à 1.55 μm ont été mis au point [70].

Citons également les diodes lasers de puissances qui sont généralement obtenues en augmentant la largeur totale de la zone active et qui permettent d'obtenir des puissance de 100 W en régime continu ou de 2 kW en régime impulsionnel ou les diodes à cascades quantiques qui permettent d'obtenir des longueur d'onde de 1 à 20 μm.

On peut donc dire que les diodes lasers présentent, par rapport aux autres lasers, plusieurs différences fondamentales :

- la densité d'atomes actifs est celle de la matière condensée, voisine de $10^{22} cm^{-3}$, ce qui permet d'obtenir des gains d'émission stimulée élevés pour des dispositifs très compacts, utiles notamment pour les télécommunications (de l'ordre de 100 cm^{-1}).
- le pompage par injection est un procédé dont le rendement est très grand puisque le courant d'alimentation est fourni sous une tension voisine de hν/q et que le rendement quantique peut atteindre 100 % : l'énergie nécessaire pour injecter un électron est voisine du photon émis.
- leur technologie de fabrication collective permet des coûts de fabrication réduits.

Cependant, les niveaux d'énergie ne sont pas discrets comme pour un laser à gaz par exemple. Ils sont constitués de bandes d'énergie, ce qui du point de vue fondamental ajoute de la complexité.

Par ailleurs, la recherche sur les diodes lasers est très active et les travaux en cours continuent d'étendre le domaine des performances accessibles (puissance, longueur d'onde, cohérence, etc.). Les principales difficultés surviennent lorsque l'on cherche à réunir plusieurs caractéristiques extrêmes comme puissance et cohérence spatiale, longueur d'onde "courte" et fiabilité, ou encore longueur d'onde "grande" et température ambiante de fonctionnement.

1.2 Types de lasers à 1550 nm utilisés au cours de ce travail de thèse

Les lasers à semi-conducteurs choisis sont évidemment les éléments clés de l'étude. Le choix s'est porté sur des lasers émettant à 1550 nm parce qu'il s'agit de la troisième fenêtre de transmission (de moindre absorption) de la silice, majoritairement employée dans les systèmes de télécommunications de haute capacité par fibres optiques. Les deux autres fenêtres étant à 850 nm (maximum de détectivité du silicium) et à 1300 nm. Nous nous sommes limités au cas des lasers à émission par la tranche (dit lasers conventionnels).

Il s'agit principalement de trois types de lasers que nous allons décrire.

1.2.1 Lasers à contre-réaction répartie de type massif

Nous les désignerons par la suite par l'acronyme anglais DFB pour *Distributed FeedBack*. Ce sont des lasers de structure classique (type double hétérojonction et ruban enterré) rendus monomodes par le réseau d'indice photolithographié le long de la couche active. Ces lasers sont appelés également DFB massifs, par allusion à la nature monocouche de la zone active. Ce sont des DFB de première génération, encore fabriqués pour certaines applications (télécoms optiques terrestres à relativement bas débit, par exemple 622 Mbits/s)[1]. Nous avons opté pour la mise en œuvre de ce type de laser sur embases plutôt qu'en têtes optiques. En effet, pour pouvoir être commercialisés, ces lasers peuvent être intégrés en tête optique, c'est à dire en boîtier parallépipédique de format électronique classique (type DIL ou butterfly). A l'intérieur de ce boîtier sont réalisées un certain nombre de fonctions, notamment un élément de maintien de température, un couplage laser-fibre (type fibre lentillée permettant le couplage ou *pigtailing* de la lumière émise par la face avant du laser dans une fibre monomode à 1550 nm), une photodiode de contrôle mesurant la puissance émise en face arrière ou encore un isolateur optique de type Faraday.

Par rapport à l'emploi de lasers sur embases, la tête optique présente plus d'inconvénients que d'avantages dans le cadre de nos différentes expériences :

avantages :

le couplage laser-fibre réalisé par le fabriquant peut être de bonne qualité (stabilité et efficacité de couplage), éventuellement meilleur que celui pouvant être obtenu sur un banc d'optique. De même, l'environnement acoustique, thermique et électromagnétique à l'intérieur du boîtier blindé et scellé est en principe optimal, et sans doute meilleur que celui réalisé dans les conditions de montage des embases dans notre laboratoire.

inconvénients :

- polarisation inconnue : la fibre du boîtier n'est pas à maintien de polarisation. On ne peut donc garantir, par exemple, l'état de polarisation du faisceau injecté ;
- perte d'insertion inconnue : le taux de couplage du laser dans la fibre reste inconnu pour l'utilisateur car le fabriquant le donne rarement. En revanche il est facile à obtenir sur notre montage en remplaçant l'interface laser-fibre par une sphère intégratrice. La connaissance de ce taux de couplage est indispensable pour quantifier, par exemple, la puissance injectée, comme nous le verrons par la suite ;
- face arrière inaccessible : pour des raisons qui apparaîtrons par la suite, nous verrons qu'il peut-être utile de disposer du rayonnement laser en face arrière ;

[1]Nous remercions M. Depouteaux et M. Abgrall, d'Alcatel Optronics Lannion, d'avoir mis à notre disposition un premier lot d'une cinquantaine de ces lasers.

– contre réaction optique inconnue : l'environnement optique (réflexions parasites) est de nature à perturber le laser à semi-conducteurs, notoirement très sensible à la contre-réaction optique. On ne peut garantir que cette contre-réaction soit la même quelle que soit la tête optique, alors que le montage sur embase permet d'exercer un contrôle plus facile.

Pour toutes ces raisons, nous avons mis en œuvre des lasers sur embases plutôt que des têtes optiques. Nous allons brièvement décrire ces structures.

Après une succession d'épitaxies, une tranche contenant un grand nombre de structures élémentaires est obtenues. Les structures sont individuellement découpées (clivées suivant les axes cristallographiques) en parallépipèdes, communément appelés puces ou *chips*, dont la dimension est, pour un DFB, de l'ordre de 0.300 mm de long par 0.250 mm de large sur 0.100 mm d'épaisseur. La figure 1.2 représente schématiquement la puce laser. La zone active est suivant l'axe z. La longueur de la cavité suivant z fixe l'espacement longitudinal des modes laser. La figure 1.3 représente la section dans le plan (x,y) d'un laser à hétérostructure et ruban enterré. Enfin, la figure 1.4 schématise l'embase conductrice en BeO (oxyde de béryllium) sur laquelle sont montées les puces laser de type DFB massif. Elle sont fixées sur l'embase par brasage. L'électrode d'arrivée du courant de polarisation de la diode (correspondant à la zone dopée *p* pour une structure dite *p-up*), encore appelée anode, est reliée par l'intermédiaire de fils d'or ou *bonding* du haut de la structure laser à une électrode séparée, appelée pavé report, placé sur l'embase mais isolée électriquement de celle-ci. Pour alimenter la diode, il suffit alors de venir déposer sur le pavé report le câble coaxial d'alimentation en courant, la gaine étant en contact avec le reste de l'embase. L'embase mesure approximativement 2 mm de largeur sur 6 mm de longueur.

1.2.2 Lasers à contre-réaction répartie et à multi-puits quantiques

Nous les désignerons par la suite par l'acronyme anglais DFB MQW pour *Multiquantum wells*. De deuxième génération par rapport aux précédents, leur spécificité est de présenter une couche active formée de plusieurs épaisseurs constituant chacune un puits quantique pour les porteurs qui sont alors mieux confinés.

Le lot que nous avons utilisé provient, contrairement aux DFB massifs, d'une même tranche (ou *wafer*) épitaxiée : ces lasers présentent donc des caractéristiques macroscopiques très voisines, en particulier leur courant de seuil ainsi que leur longueur d'onde (pour des points de fonctionnement similaires). Nous les devons également à la courtoisie du même fabricant[2]. Ce sont des lasers actuellement développés pour des applications haut débit éventuellement multiplexées en longueur d'onde (WDM pour *Wavelength Division Multiplexing*). Le modèle d'embase sur lequel elles sont fixées est plus récent que celui des lasers DFB massifs. Le pavé est remplacé par un mince dépot conducteur dont les caractéristiques

[2]Nous remercions Mme M.-R. Capella et M. J. Abgrall, respectivement d'Alcatel Optronics Nozay et Lannion, d'avoir mis à notre disposition un deuxième lot d'une douzaine de ces lasers.

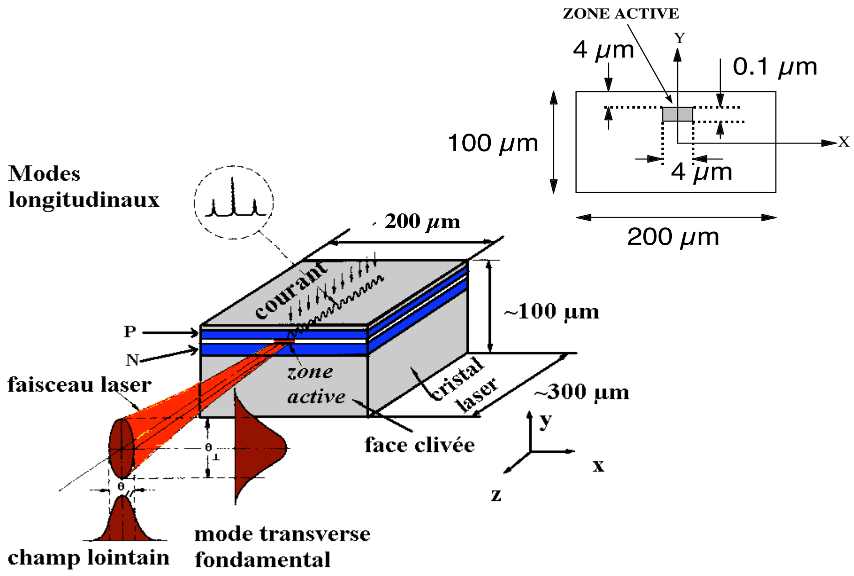


FIG. 1.2 – Représentation schématique d'un laser semi-conducteurs à hétérojonction et ruban enterré.

Perspective et dimensions typiques.

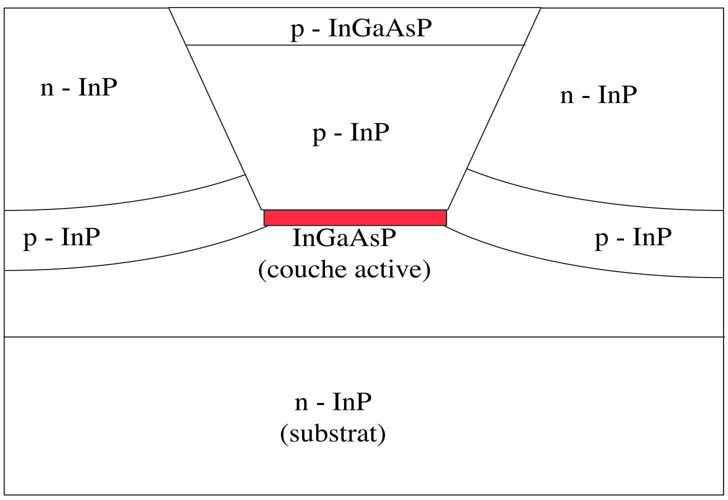


FIG. 1.3 – Représentation détaillée de la section d'un laser semi-conducteurs à hétérojonction et ruban enterré.

La structure multi-puits quantiques éventuelle de la zone active ainsi que le réseau d'indice photogravé dans la couche active ne sont pas représentés.

électriques contribuent à l'adaptation d'impédance du laser en vue de sa modulation jusqu'à 2.2 voire 10 Gbit/s.

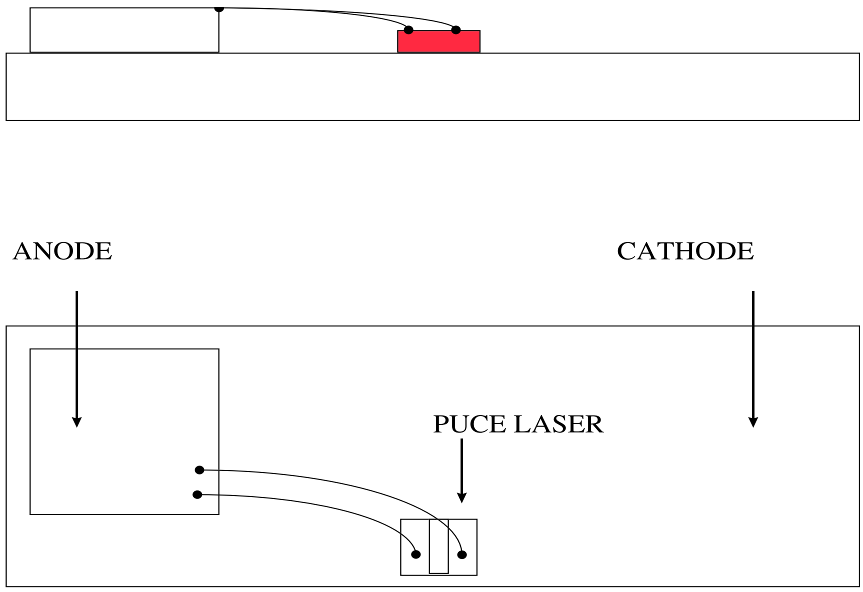


FIG. 1.4 – Représentation schématique d'une embase BeO sur laquelle sont montées les puces laser de type DFB massif.

1.2.3 Lasers accordables à cavité externe

Ce type de source, aujourd'hui largement employé à 1550 nm dans les laboratoires de recherche en télécommunications, est très intéressant à de multiples titres :

- caractère monomode longitudinal (taux de supression des modes longitudinaux secondaires supérieur à 30 dB) ;
- faible largeur de raie (de l'ordre de 100 kHz, soit inférieure d'un facteur 10 aux meilleurs DFB MQW dont nous disposons) ;
- accordabilité continue monotone, c'est à dire sans sauts de mode, et linéaire en fonction d'une commande en tension, sur de très larges plages (jusqu'à 60 nm), *à puissance de sortie constante* ;
- polarisation de sortie linéaire et indépendante du point de fonctionnement (puissance d'émission choisie et longueur d'onde sélectionnée).

De telles caractéristiques, à la fois attractives et uniques, tiennent au développement intense dont ont bénéficié ces sources depuis leur mise au point[3] au début des années 90 [71]. Elles s'imposent depuis l'avènement du WDM (Wavelength Division Multiplexing) comme sources polyvalentes, du moins en laboratoire.

Nous disposons au laboratoire de deux sources, une première sur laquelle la tête optique est intégrée dans le même boîtier que l'électronique et une seconde à tête déportée. La plage

[3]En particulier au CNET Lannion, à l'origine de la source Tunics de la société Photonétics dont nous avons fait l'acquisition.

d'accordabilité sans sauts de mode est de 60 nm (centrée à 1550 nm). Le choix de n'importe quelle longueur d'onde entre 1520 et 1580 nm nous permet d'injecter n'importe quel laser appartenant aux lots dont nous disposons. La puissance de sortie est de 1 mW, soit environ 1/10 de la puissance disponible en sortie d'un laser maître DFB MQW.

Les caractéristiques de ces deux sources sont très proches :

- en mode incrémental, le moteur pas-à-pas sur le miroir de la cavité[4] assure une résolution de 1 pm (environ 125 MHz),
- en mode continu, l'application d'une tension analogique sur le transducteur piezoélectrique du miroir de la cavité, assure un accord fin et continu sur une plage de ± 3 GHz.

Les commandes (accord fin ou grossier, puissance) sont interfaçables. Enfin, il faut signaler que ces sources ne peuvent être employées comme laser esclave : la cavité externe est immédiatement suivie d'un isolateur optique intégré, inamovible, interdisant l'injection.

Par ailleurs, elle n'est modulable en amplitude qu'à basse fréquence, jusqu'à 8 MHz (de manière interne, via le courant d'injection de la diode semiconductrice de la cavité).

Pour résumer, nous désignerons par la suite les deux types de lasers sur embase mis en oeuvre par les appellations : laser DFB massif ou laser DFB MQW. Nous éviterons d'appeler la source à cavité externe par son nom commercial.

1.3 Couplage laser-fibre

1.3.1 Interfaces de couplage

Pour le couplage laser-fibre, nous avons employé des interfaces commerciales constituées d'une micro-optique de reprise du faisceau, d'un isolateur - le cas échéant, c'est à dire pour le laser maître ou pour le laser esclave quand il est accessible en face arrière - à effet Faraday miniature (fonctionnant en faisceau quasi-parallèle) et d'une micro-optique de focalisation dans la fibre. Le tout est intégré dans un cylindre métallique indéformable de très petites dimensions qu'il suffit de positionner par rapport au faisceau de la diode par l'intermédiaire d'un micropositionneur trois axes XYZ de très bonne résolution (donnée à 20 nm par le fabricant) et de très grande stabilité. Cette dernière est confirmée par le fait que la puissance couplée par l'interface après mise en température de l'expérience est extrêmement stable (pas d'écart supérieur à 0.2 dB sur une heure, à condition de ne pas faire varier la température consigne du laser). Ce point est déterminant en particulier pour la stabilité de la puissance injectée dans l'esclave. La figure 1.5 représente une photographie du bloc

[4] La cavité est conçue suivant le montage Littman-Metcalf modifié (double passage par le réseau).

d'injection du laser esclave. On reconnaît l'interface de couplage que l'on appellera ILFE. Sur ce montage, le laser n'est accessible qu'en face avant. Le montage maître est le même, le cylindre de couplage comprenant en plus un isolateur Faraday. La figure 1.6 représente un schéma simplifié de ce bloc d'injection. Pour le laser esclave, l'isolateur n'est pas présent.

Comme nous venons de la dire, l'Interface Laser-Fibre Maître (ILFM) contient un isolateur intégré de grande isolation (double étage, isolation maximale de l'ordre de 70 dB à 1550 nm), ce qui garantit au laser maître des conditions de contre-réaction parasite minimale. L'axe du polariseur d'entrée de l'isolateur a été matérialisé par le fabricant par un trait gravé sur le cylindre métallique de l'ILFM. Ainsi, le seul réglage à ce niveau consiste pour nous à aligner le plan contenant le trait parallèlement à la polarisation linéaire émise par nos lasers conventionnels. Celle-ci se trouve dans le plan de la jonction et, de fait, parallèle au plan de l'embase.

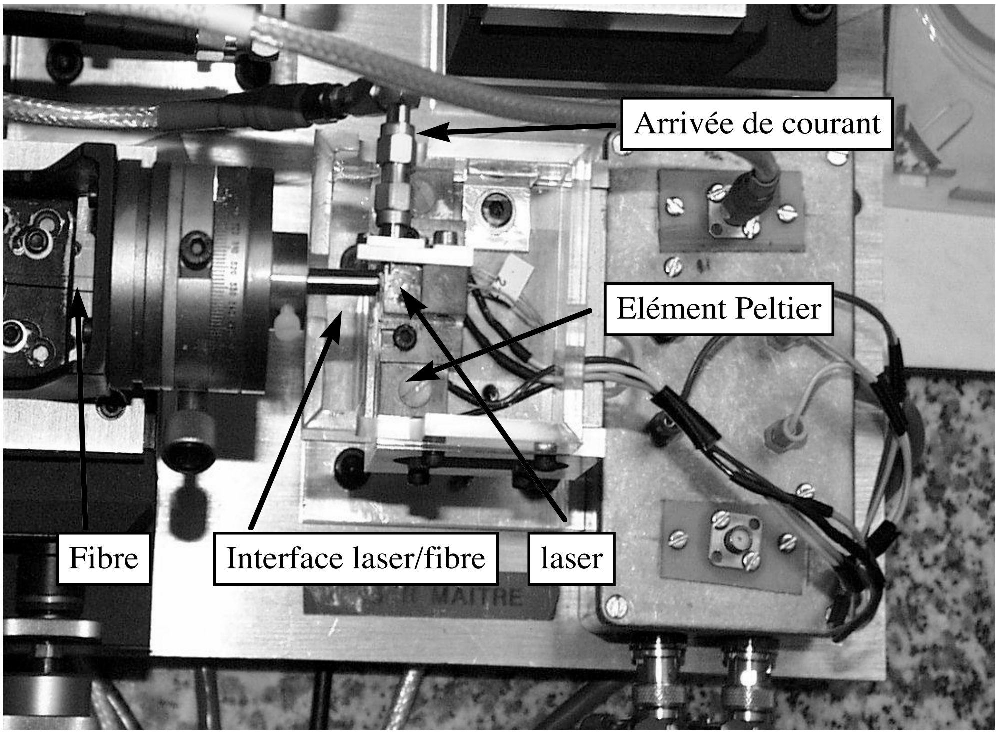


FIG. 1.5 – Photographie du bloc d'injection dit "bloc esclave".

Lors de la spécification de l'interface, nous avons choisi de prendre comme distance de travail 1 mm (cette distance correspond à la frontale, distance de la face de sortie du laser au plan de la première monture de l'interface, dans les conditions de couplage optimale). Il est à noter qu'il s'agissait là au départ de la seule propagation en espace libre, du moins apparente,

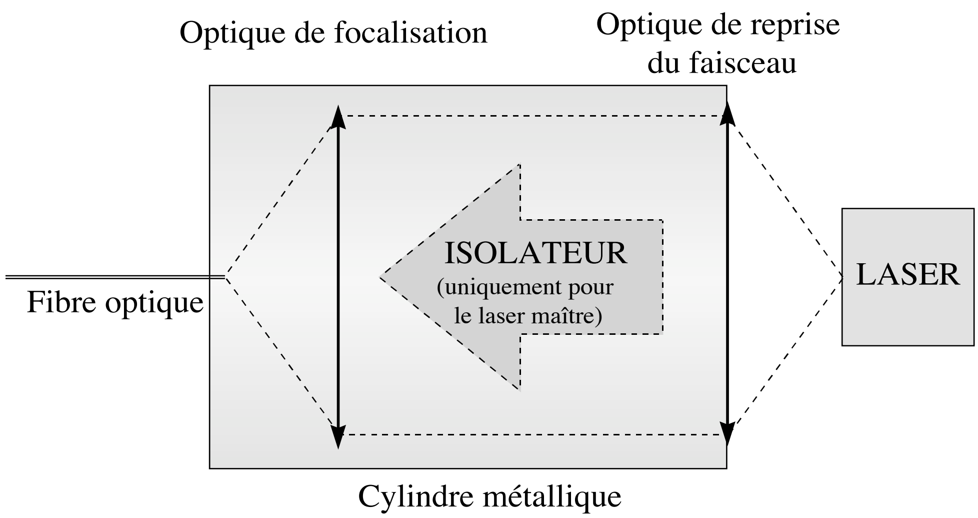


FIG. 1.6 – Schéma simplifié du premier bloc d'injection dit "bloc esclave".

de notre expérience. En dépit de la faible longueur de cette propagation, nous l'avons quand même protégée par un boîtier de manière à minimiser les fluctuations thermiques et d'indice dues aux mouvements d'air.

Lorsque l'on étudie le laser par sa face arrière, cette distance de travail est portée à 3 mm (puisque la face arrière du laser se situe à 2 mm de l'arête de l'embase). Une photographie de ce bloc (que l'on appellera "bloc détecteur" pour des raisons que l'on verra plus loin) est visible sur la figure 1.7. L'avantage de ce bloc d'injection sera montré au chapitre 2.2.1

On considère le couplage laser maître-fibre comme satisfaisant sitôt que l'efficacité de couplage, ou perte d'insertion, devient égale à celle spécifiée et mesurée par le fabricant (3,8 dB pour l'ILFM) dans des conditions analogues. Nous avons de surcroît demandé au fabricant de monter une fibre à maintien de polarisation sur l'ILFM de façon à ce que la polarisation puisse être maintenue vers les éléments suivants conduisant à l'esclave. Le fabricant a donc aligné la polarisation émergeant du polariseur de sortie de l'isolateur suivant l'un des deux axes d'entrée de la fibre à maintien de polarisation. Rappelons qu'une telle fibre à forte biréfringence induite par contrainte se comporte comme un milieu uni-axe taillé perpendiculairement à l'axe. La polarisation injectée par la lentille de focalisation de l'ILFM peut, dans notre cas, se trouver indifféremment suivant l'axe lent ou rapide dans la mesure

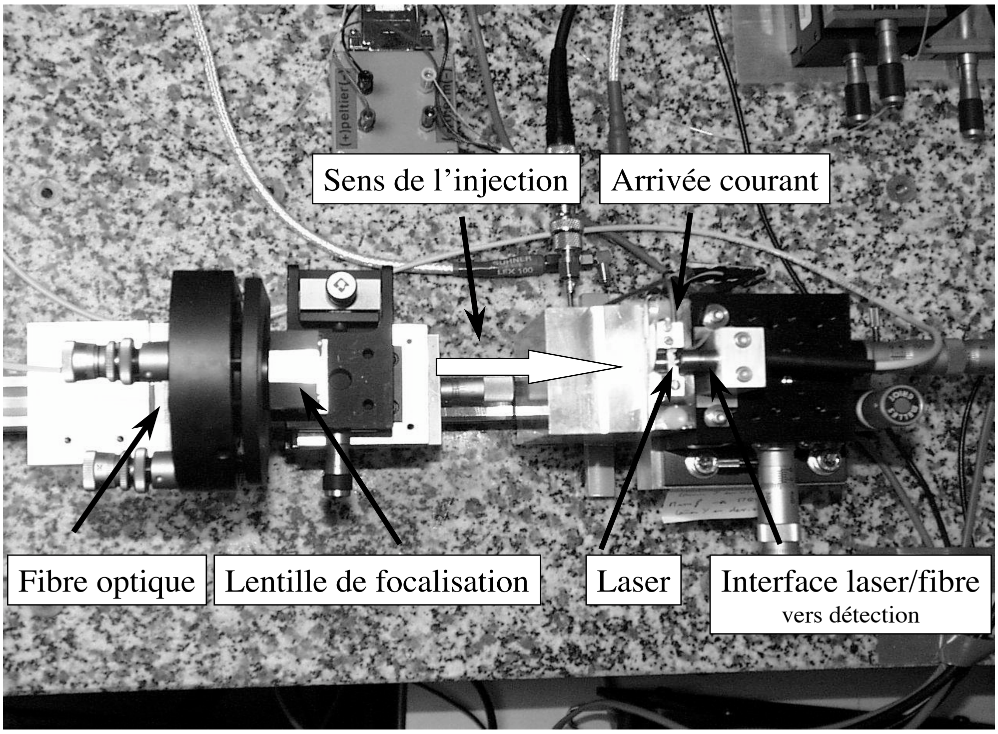


FIG. 1.7 – Photographie du deuxième bloc d'injection dit "bloc détecteur"

où nous travaillons en continu (pas d'aspect temporel pour le flux émis par le maître). La figure 1.8 représente la coupe d'une fibre à maintien de polarisation. On peut voir les deux zones de contrainte, de part et d'autre du coeur, qui induisent la biréfringence.

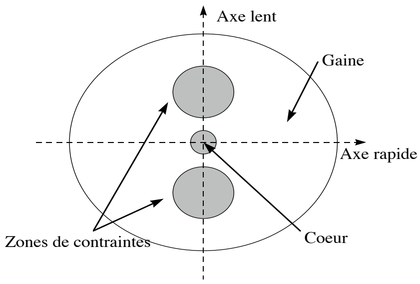


FIG. 1.8 – Représentation schématique d'une fibre à maintien de polarisation (type Panda).

Le raccordement d'une fibre à maintien de polarisation (en abrégé PM pour *Polarization*

Maintaining) à la suivante se fait par des connecteurs sur tous les éléments fibrés PM intervenant dans l'expérience : ceux-ci permettent le raccord *réversible* de n'importe lequel de ces éléments entre eux, quel qu'en soit l'ordre, ce qui s'est avéré utile en phase de mise au point de l'expérience.

1.3.2 Minimisation des pertes en retour

La connexion doit présenter le minimum de réflexions ou *pertes en retour*. Cette perte en retour est égale au rapport exprimé en dB entre les puissances incidente et réléchie. À cet effet nous avons choisi le montage de connecteurs biais FC-APC (pour *Fiber Connector - Angled Physical Contact*) sur lesquels la face clivée de la fibre est polie suivant un angle de valeur conventionnelle égale à 8 ° par rapport à l'axe optique de la fibre (par opposition avec des connecteurs droits *PC* (pour Physical Contact), sur lesquels la face clivée de la fibre est polie à angle droit de l'axe optique). Cet angle a une valeur suffisante pour garantir une perte en retour maximale d'environ -50 dB au niveau de l'interstice résiduel entre les deux faces en contact. Cette réflexion silice-air parasite est ainsi produite sous un angle supérieur au demi-angle au sommet du cône d'acceptance de la fibre. À titre de comparaison, la perte en retour maximale provoquée par l'association de deux connecteurs droits est de -30 dB environ.

Cette spécification est surtout utile pour l'environnement optique vu par le laser esclave : il est essentiel qu'il subisse le minimum de réflexions de la part des autres éléments, en dehors des dioptres[5] inhérents à l'interface laser-fibre esclave ILFE qui le raccorde au reste de l'expérience.

Symétriquement à ce qui vient d'être évoqué, l'Interface Laser-Fibre Esclave ILFE, qui, contrairement à l'ILFM, ne contient pas d'isolateur intégré, est fibrée PM et doit être alignée en rotation de manière à ce que la polarisation émise par le laser esclave soit maintenue et alignée sur l'axe lent[6]. L'alignement azimutal effectué dans ces conditions a permis de retrouver pour l'ILFE un taux de couplage, ou perte d'insertion, de 3 dB, voisin de celui spécifié et mesuré par le fabricant. Cette valeur a été vérifiée et retrouvée assez régulièrement, de sorte que l'on a pu considérer que l'obtention d'un couplage optimal *à l'émission* s'assortissait nécessairement de la perte d'insertion nominale de 3 dB.

[5] La réflexion air-verre (non traité) présente une perte en retour de -14 dB (4%). Après traitement, les faces de la première lentille de reprise ont une perte en retour inférieure à -60 dB.

[6] Si l'expérience avait été montée en espace libre, tout cela serait réglé par l'ajustement relatif des polarisations maître et esclave au moyen d'une lame demi-onde. L'inconvénient de travailler en fibré du point de vue de la polarisation est cependant largement compensé par la stabilité de l'injection et son caractère quantitatif.

1.3.3 Réciprocité de l'interface laser-fibre esclave

Pour déterminer la puissance injectée dans le laser esclave, il nous a fallu déterminer la perte d'insertion de l'interface laser-fibre dans le sens de l'injection vers le bloc esclave. Or, seule la perte d'insertion dans le sens laser-fibre est facile à mesurer. Il suffit pour cela de placer une sphère intégratrice devant le laser seul pour un point de fonctionnement donné, puis, après avoir replacé le bloc d'injection et optimisé le couplage, de mesurer la puissance en sortie de fibre. La perte d'insertion de l'ILFE est alors égale à la différence entre ces deux puissances (exprimées en dB).
Cette manipulation est malheureusement impossible dans le sens inverse. En effet, si on peut évaluer la puissance perdue lors de la traversée de l'ILFE, il est par contre impossible de connaître avec exactitude la puissance qui est réellement couplée au laser. Une première hypothèse fut de considérer la perte réciproque puisque l'ILFE ne contient pas d'éléments non réciproques (de type isolateur par exemple). De plus, les dimensions transverses des optiques sont au moins trois fois plus grandes que les dimensions du faisceau, ce qui nous permet de négliger les problèmes dus à la diffraction. Pour vérifier cette hypothèse expérimentalement, nous avons essayé d'estimer les pertes par désadaptation de modes. Nous avons donc mesuré la taille du mode laser. Pour cela, nous avons réalisé des mesures en champ lointain[7] de notre laser pour mesurer son pincement (qui se situe sur la face de sortie) ainsi que de l'interface laser-fibre pour déterminer le sien au point focal. Nous émettons pour cela l'hypothèse que l'intensité des faisceaux en sortie de fibre et de diodes lasers peut être représentée par une approximation gaussienne [72]. La propagation libre du faisceau conserve alors une répartition gaussienne du champ et de l'intensité. Le rayon de mode du faisceau s'élargit alors sous l'effet de la diffraction suivant la relation 1.1 :

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi n \omega_0^2}\right)^2} \tag{1.1}$$

où
- z et r sont les coordonnées du repère cylindrique associé à l'extremité du composant,
- n est l'indice du milieu,
- ω_0 est le taille du faisceau,
- $\omega(z)$ est le rayon de mode du faisceau à une distance z du point de pincement.

On détermine alors facilement l'angle de divergence θ du faisceau à $1/e^2$ de l'intensité maximale par l'equation 1.2 :

$$\theta = \arctan\left[\frac{\lambda}{\pi n \omega_0}\right] = \arctan\left[\frac{\omega(z)}{z}\right] \tag{1.2}$$

La mesure de θ permet via 1.1 et 1.2 de déterminer la valeur du "waist" et ainsi de caractériser les composants.

[7]Nous remercions pour cela Monique Thual et Philippe Chanclou du CNET, d'avoir mis à notre disposition leur expérience de "champ lointain" et de nous avoir aidé à réaliser les mesures.

Le principe de la mesure en champ lointain est d'effectuer un relevé de puissance sur un cercle dont le centre est la source lumineuse. On obtient ainsi la répartition de la puissance lumineuse en fonction de l'angle d'émission. On effectue la mesure dans deux plans orthogonaux pour nos faisceaux. En effet, pour une diode laser, les pincements sont le plus généralement différents suivant ces deux plans. La source (diode laser, interface laser/fibre...) à mesurer est placée au centre du montage composé d'une platine de rotation et d'un berceau goniométrique. La platine de rotation ($\Delta\theta = 0.1^o$) permet d'effectuer le relevé de puissance en fonction de l'angle. Le berceau goniométrique permet de modifier le plan de détection. Une fibre plastique à gros coeur ($600\mu m$) située à 6.5 cm de la source est utilisée pour recueillir une fraction du faisceau source et pour transmettre le signal optique sur un détecteur. La résolution de la mesure en champ lointain est donnée par le rapport du diamètre de la surface de la fibre qui récolte la puissance lumineuse par la distance entre celui-ci et la source. Ceci donne une résolution de 0.53^o.

Le schéma de l'expérience ainsi qu'une étude détaillée est visible dans la thèse de Philippe Chanclou [72] déjà citée.

La figure 1.9 représente les courbes obtenues pour l'ILFE en champ lointain sur le plan parallèle et perpendiculaire. Les courbes en traits pleins représentent les relevés expérimentaux tandis que les pointillés représentent l'approximation gaussienne.

Les mêmes courbes ont été obtenues pour un laser DFB MQW. Les résultats sont répertoriés dans le tableau 1.1.

	Waist du plan perpendiculaire $\omega_\perp(\mu m)$	**Waist du plan parallèle** $\omega_{||}(\mu m)$
ILFE	3.40 ± 0.06	3.53 ± 0.06
Laser DFB MQW	1.537 ± 0.02	1.943 ± 0.02

TAB. 1.1 – Dimensions du pincement du faisceau du laser DFB MQW et de l'interface laser fibre

Si on définit le coefficient de couplage de deux faisceaux gaussiens par l'intégrale de recouvrement des champs alors, pour deux faisceaux elliptiques, le coefficient de couplage se décompose en deux facteurs qui représentent les contributions relatives à chaque composante x et y (eq 1.3) :

$$\eta = \eta^x \eta^y \tag{1.3}$$

Si on effectue le calcul du rendement de couplage au niveau du plan de waist (couplage laser/fibre optimum), dans le cas de deux faisceaux focalisées où les waists sont superposés, le rendement de couplage a pour expression :

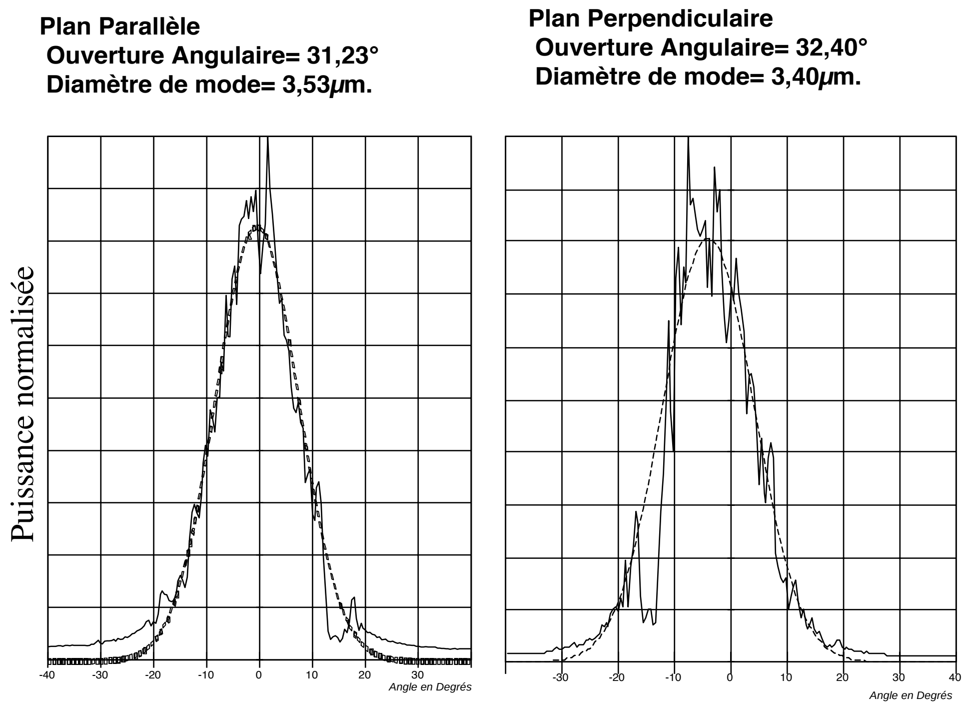


FIG. 1.9 – Diagramme de rayonnement en champ lointain de l'interface Laser/Fibre esclave. *Traits pleins : courbes expérimentales ; Traits pointillés : approximation gaussienne.*

$$\eta^x = \frac{2\omega_{x01}\omega_{x02}}{\omega_{x01}^2 + \omega_{x02}^2} \tag{1.4}$$

Cette équation n'est valable que si les waists sont parfaitement superposés, sans décalage latéral ni défaut angulaire.

Dans ce cas, l'expression du coefficient de couplage entre le laser et le faisceau injecté par l'ILFE vaut :

$$\eta = 4\frac{\omega_{||1}\omega_{||2}\omega_{\perp 1}\omega_{\perp 2}}{\left(\omega_{||1}^2 + \omega_{||2}^2\right)\left(\omega_{\perp 1}^2 + \omega_{\perp 2}^2\right)} \tag{1.5}$$

soit :

$$\begin{aligned} \eta &= 0.634 \pm 0.1 \\ &= 2 \pm 0.7dB \end{aligned} \tag{1.6}$$

Il faut, de plus, rajouter à cette perte, la perte d'insertion due au passage à travers les différents dioptres du système. Celle-ci se mesure en injectant un laser dans l'interface dans le sens de l'injection puis en mesurant successivement à la sphère intégratrice la puissance disponible en entrée et la puissance en sortie de l'interface. La perte d'insertion du système étant la différence entre ces deux puissances. Cette perte vaut 0.25 dB.

La perte totale dans le sens de l'injection lorsque le réglage est optimal vaut donc $2.25 \pm 0.7dB$. Cette valeur, aux incertitudes de mesures près est la même que celle mesurée lorsqu'on effectue la première expérience (couplage dans le sens laser à semi-conducteurs-fibre). On peut donc affirmer que notre hypothèse préliminaire est vérifiée, la perte de l'interface laser fibre esclave est réciproque. **La puissance effectivement couplée dans l'esclave est égale à la puissance présentée à l'entrée de l'ILFE diminuée des 3 dB de la perte d'insertion de l'ILFE.**

1.4 Contrôle de fréquence des lasers

Les expériences que nous avons conduites exigent un contrôle approprié de la fréquence optique[8] des lasers mis en œuvre. Deux aspects se cachent sous le terme *contrôle* : la *stabilité* de la fréquence et sa *commande* par un paramètre.

1.4.1 Stabilité en fréquence.

La stabilité est déterminante dans une expérience d'injection optique. Le désaccord est arbitrairement défini comme la différence de fréquence entre le laser maître (ν_M) et le laser esclave (ν_{Elibre}). On le note $\Delta\nu = \nu_M - \nu_{E\,libre}$. Le contrôle du désaccord suppose donc celui de chaque fréquence laser individuellement. On ne peut évidemment envisager l'asservissement de la fréquence du laser esclave, qui doit pouvoir suivre la fréquence du maître. C'est donc seulement sur la bonne qualité de son alimentation en courant et de sa régulation en température que l'on doit compter. Cela exclut, pour ce qui concerne le laser esclave, les diverses techniques de stabilisation en fréquence [32] : asservissement sur une cavité Fabry-Perot étalon de grande finesse [73] ou sur une vapeur atomique [74] ou moléculaire [75].

De tels asservissements auraient pu être en revanche envisagés pour le laser maître. Cependant, dans les expériences d'injection quasi-statique, le balayage lent du désaccord doit se faire via la fréquence maître, de manière à garder fixe le point de fonctionnement du laser esclave car les phénomènes observés dépendent fortement de ce dernier. Il est donc également inutile de stabiliser la fréquence maître autrement que par la qualité de son alimentation en courant et de sa régulation en température.

Notons que dans nos expériences, la connaissance de la fréquence absolue des lasers n'est pas nécessaire.

[8]Ou longueur d'onde. Par habitude, on exprimera généralement les données en fréquence optique et, sauf ambiguïté, on parlera simplement de la fréquence d'un laser.

1.4.2 Régulation en température

La fréquence d'un laser semi-conducteurs dépend de sa température. Le coefficient fréquence/température des lasers que nous avons utilisés est de l'ordre de 10 GHz/K. On voit qu'une stabilisation en température à 0,01 K près induit une stabilité en fréquence à 100 MHz près. C'est suffisant pour des expériences où une instabilité (relative) de fréquence (désaccord) de cet ordre n'est pas gênante, en particulier si on ne cherche pas à mesurer des largeurs de raie en régime d'injection. Dans ce cas précis, on peut heureusement gagner un facteur 10 au moins sur de courtes durées, c'est-à-dire atteindre une stabilité inférieure à la largeur de raie des lasers conventionnels[9].

Très classiquement, le contrôle de température s'effectue par un contrôleur commercial comportant une boucle PID (Proportionnelle Intégrale Différentielle) dont les différents termes sont réglables. L'expérience montre que la stabilité de la température égale à 0,01 K spécifiée par le fabricant est atteinte, voire dépassée.

Même dans ces conditions, l'instabilité de fréquence induite par les fluctuations résiduelles de température demeure observable, par comparaison avec notre source de référence (le laser à cavité externe). Nous avons constaté qu'il était préférable de travailler à une température la plus voisine possible de l'ambiante : les fluctuations de température autour de la consigne ambiante se traduisent alors par des fluctuations du courant dans l'élément Peltier autour de la valeur nulle, qu'on peut visualiser puis annuler sur l'afficheur du contrôleur (à la résolution près de l'afficheur : 10 mA).

Enfin, les lasers maître et esclave ainsi que certains instruments de mesure comme les interféromètres Fabry-Perot ont été placés dans une enceinte non thermostatée constituée d'une caisse en bois calfeutrée d'une mousse isolante phonique. Sa fonction primitive n'est donc pas d'assurer le maintien de la température, même si elle le réalise en partie, mais de minimiser les turbulences au voisinage des lasers et de leurs radiateurs ainsi que d'éviter le couplage des bruits acoustiques aux lasers.

1.4.3 Alimentation en courant

Pour les lasers utilisés, le coefficient fréquence/courant ou *chirp* est de l'ordre de 1 GHz/mA (à comparer au coefficient fréquence/température précédent de l'ordre de 10 GHz/K).

Tout aussi classiquement, l'alimentation en courant se fait par une source de courant commerciale supposée adaptée aux besoins de l'étude :

- **source secteur** (ILX-Ligthwave, module 39020 pour châssis 3900) : bruit $< 1\,\mu$A écart quadratique moyen *rms* (en mode basse bande-passante avec filtre CW) ;

[9]La référence de temps est, comme nous le verrons, la durée de la mesure de la largeur de raie.

La figure 1.10 illustre la bonne stabilité du signal hétérodyne produit par une source accordable à cavité externe (Tunics PR de Photonétics qui cette fois possède une tête optique déportée de son électronique de contrôle) et un laser DFB MQW polarisé à 1.5 et 5 fois le seuil, alimenté par une source secteur et régulé en température au voisinage immédiat de la température ambiante.

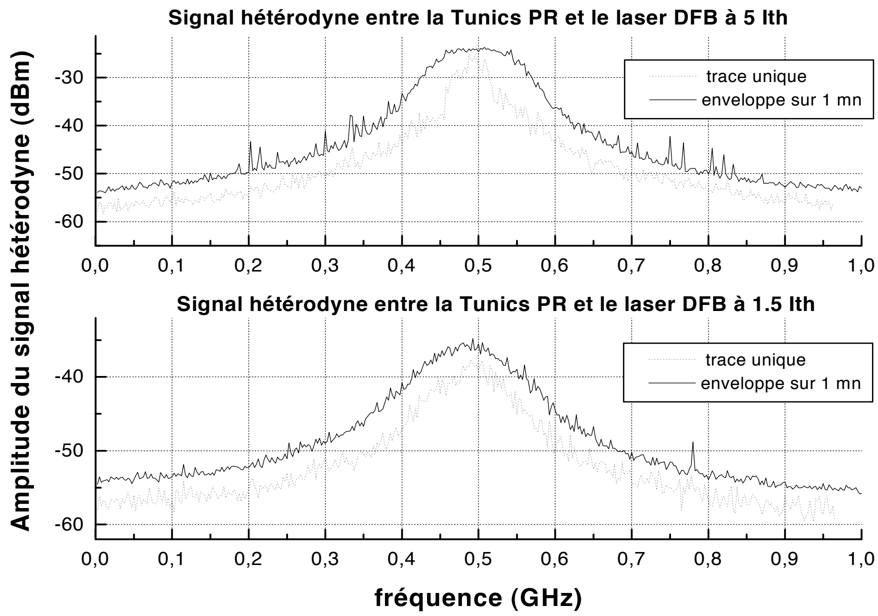


FIG. 1.10 – Stabilité du signal hétérodyne produit par deux sources :
Source accordable à cavité externe (Tunics PR (tête optique déportée de son électronique de contrôle) de Photonetics) et laser DFB MQW à 1.5 et 5 fois le seuil, alimenté par une source secteur et régulé en température au voisinage immédiat de la température ambiante. On montre une trace unique (balayage monocoup) et l'enveloppe du signal sur trente seconde (mode max-hold*). L'excursion crête-crête est estimée par la largeur du plateau : elle vaut 35 MHz pour le DFB à 1.5 fois le seuil et 80 MHz pour le DFB polarisé à 5 fois le seuil.*

On constate que plus on se situe loin du seuil, plus le bruit de fréquence est accru. Cela va à l'encontre des résultats communément admis. Il semble en fait que cette instabilité soit due à une contre réaction optique résiduelle (malgré l'isolateur garantissant un perte en retour inférieur à 70 dB). On comprend donc que plus le courant est élevé, plus la puissance est élevée, plus le taux de contre-réaction est important et plus l'instabilité fréquencielle est grande. Elle varie de 35 MHz sur 1 minute pour un laser polarisé à 1.5 fois le seuil, à 80 MHz sur 1 minute pour un laser à 5 fois le seuil. Ces stabilités relatives sont largement suffisantes pour la plupart des expériences que nous avons réalisées. (Si l'expérience dure 1 ms, la stabilité est de 1.3 kHz sur ce temps). On verra cependant que dans l'expérience du laser amplificateur, cette stabilité relative limitée à 80 MHz loin du seuil s'est avérée être une limitation à la détection.

1.4.4 Commande de la fréquence

Par la température : l'accord en fréquence se fait préalablement par la température, pour des raisons d'inertie et/ou d'oscillations amorties autour de la valeur consigne. Cet accord se trouve de plus limité à quelques 10 °C autour de la température ambiante (soit environ 100 GHz). Il apparaît au delà des problèmes qui deviennent critiques lors des mesures de largeur de raie en régime d'injection (moins bonne stabilité de la fréquence optique, et, accessoirement, chute éventuelle de la puissance optique).

Par le courant : l'accord se fait selon la résolution de la source de courant (10 μA, soit environ 10 MHz). On peut utiliser l'accord analogique via une source de tension continue en utilisant le connecteur d'entrée modulation de la source : le coefficient du convertisseur courant-tension du circuit de modulation est fixé par le constructeur à 20 mA/V, soit 20 μA/mV. Cette valeur importante rend délicat le contrôle de fréquence par une tension de l'ordre du volt, telle qu'elle se présente en sortie d'un générateur ou d'une alimentation stabilisée. Un contrôle encore plus fin peut être obtenu en utilisant un diviseur de tension.

Contrôle de la fréquence de la source accordable : Comme nous l'avons dit précédemment, la plage d'accordabilité sans saut de mode est de 60 nm, ce qui nous permet de nous placer, quand cette source est utilisée comme laser maître, autour de la fréquence esclave, sans être obligé d'écarter le laser esclave de la température ambiante. En mode continu, par application d'une tension analogique sur le transducteur piezo-électrique du miroir de la cavité, on peut faire varier la fréquence continûment sur une plage de ± 3 GHz.

1.5 Étude de la puissance optique et du spectre optique en fonction du courant (modulé ou non)

Comme pour tout type de laser[10] à semi-conducteurs, la puissance optique et le spectre optique de nos sources évoluent en fonction du courant de polarisation. On présente en figure 1.11 les spectres obtenus sur une large plage spectrale (50nm) à l'analyseur de spectre optique type monochromateur, d'un laser DFB MQW aux points de fonctionnement respectifs de $5\, I_{seuil}$ et $1,1\, I_{seuil}$.

On remarque que si la distance intermodale n'évolue pas significativement (à la résolution près de l'analyseur : 0.1 nm), le taux de suppression de mode passe de 38 à 30 dB lorsque l'on se rapproche du seuil.

On parlera par la suite :

- *d'injection intramodale* lorsque le désaccord en fréquence entre le laser maître et le laser esclave est balayée au voisinage de la valeur nulle ; autrement dit, la fréquence maître est balayée autour de la fréquence du mode principal esclave.
- *d'injection intermodale* lorsque la fréquence maître est balayée au voisinage d'un mode secondaire esclave. (Cf fig 1.11)

Quant à la puissance optique, on constate sur la figure 1.12 (points carrés), que, pour une valeur de courant supérieure au courant seuil, plus le courant de polarisation croît, plus la puissance augmente et ce de manière linéaire. Cependant, à partir de 60 mA (7 fois le seuil), la croissance dimininue puis la puissance optique sature pour enfin décroître. On s'est tout naturellement demandé si cette saturation devait être attribuée au facteur de compression de gain ou si une grande partie pouvait être due à un facteur thermique. Pour cela, au lieu d'appliquer un courant continu pour tracer la caractéristique, nous avons appliqué à notre laser des créneaux de courant, puis tracé la caractéristique :

- juste après l'établissement de la puissance optique,
- après stabilisation de la puissance optique.

[10] On peut distinguer les lasers à élargissement homogènes et non-homogènes. En effet, la condition de phase impose que seules les fréquences propres d'une cavité laser dont le gain à cavité froide est supérieur au gain au seuil soient amplifiées et susceptibles d'osciller. Néanmoins, le nombre de modes réellement observés dépend du type d'élargissement de la raie de transition optique du milieu. Pour un *élargissement homogène*, l'élargissement de la raie n'est dû qu'à des mécanismes de relaxation en phase. La raie est monolithique en ce sens que les mécanismes de saturation agissent sur la raie entière. Pour ce genre de système, à mesure que les modes permis sont amplifiés, la saturation tend à diminuer le gain de chaque mode : la courbe de gain décroît alors homothétiquement. Finalement, il ne reste plus qu'un seul mode amplifié survivant, qui correspond au maximum de la courbe de gain : l'oscillation laser d'un milieu homogène est, en général, monomode. Au contraire, dans le cas d'un laser à *élargissement non-homogène*, le système est en fait un assemblage de sous-systèmes indépendants et la courbe de gain est la convolution de chacun de ces systèmes. Chaque système possède ses équations bilans et chaque système se sature optiquement de façon indépendante. Chaque mode autorisé (modes permis dans la cavité), correspond au maximum d'une courbe de gain d'un milieu non-homogène et conduit à une oscillation laser. Donc, l'oscillation laser d'un milieu non-homogène est fondamentalement multimode. *Le laser à semi-conducteurs* est à première vue à élargissement non-homogène mais peut être considéré à élargissement homogène car le temps de relaxation intrabande est très rapide devant les temps de transition interbande. Malgré cela, le laser reste multimode quand il fonctionne près du seuil car l'émission spontanée est si forte qu'elle suffit pour alimenter plusieurs modes. On trouve des traitements du laser à semi-conducteurs en terme homogène et inhomogène.

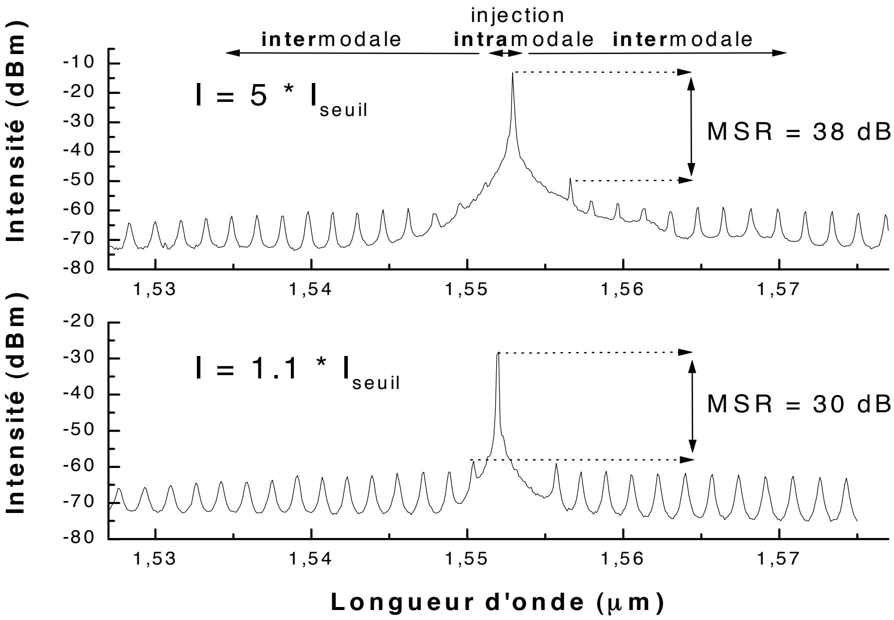


FIG. 1.11 – Spectres d'un DFB MQW à 1.2 et 5 fois le seuil
Le taux de suppression de modes latéraux est de 30 dB pour un laser polarisé à 1.1 fois le seuil et de 38 dB pour un laser à 5 fois le seuil. La distance intermodale est de 1,7 nm dans les deux cas. On montre les domaines d'injection intramodale et intermodale (excursion de l'analyseur de spectre optique : 50 nm; résolution : 0,1 nm; échelle verticale 5 dB/division).

Le résultat est visible sur la figure 1.12. Cette courbe représente l'évolution de la puissance optique en fonction du courant d'injection avant (courbe au points ronds) et après (courbe points carrés) saturation de la puissance. La durée des créneaux était de 100 μs à une fréquence de 5 kHz. Le temps de montée du créneau inférieur à la micro-seconde nous permet de mesurer la puissance avant l'installation des effets thermiques. Le créneaux est cependant assez long pour nous permettre de voir l'installation des effets thermiques et donc pour pouvoir comparer la puissance avant et après l'installation de ces effets. Enfin, le temps entre deux créneaux est assez long pour permettre aux effets thermiques de disparaître (5 kHz).

On constate que la saturation de la puissance optique avant l'installation des effets thermiques est bien moins importante que pour une caractéristique classique en régime statique. La saturation de la puissance optique est donc principalement due à un effet thermique et non au facteur de compression de gain. On peut supposer que la saturation résiduelle quand on évite les effets thermiques est elle due à ce facteur de compression de gain. Nous en reparlerons dans la partie théorique au chapitre 4. On aurait aimé regarder l'évolution de la puissance pour des courants plus importants mais les lasers ne le supportent pas.

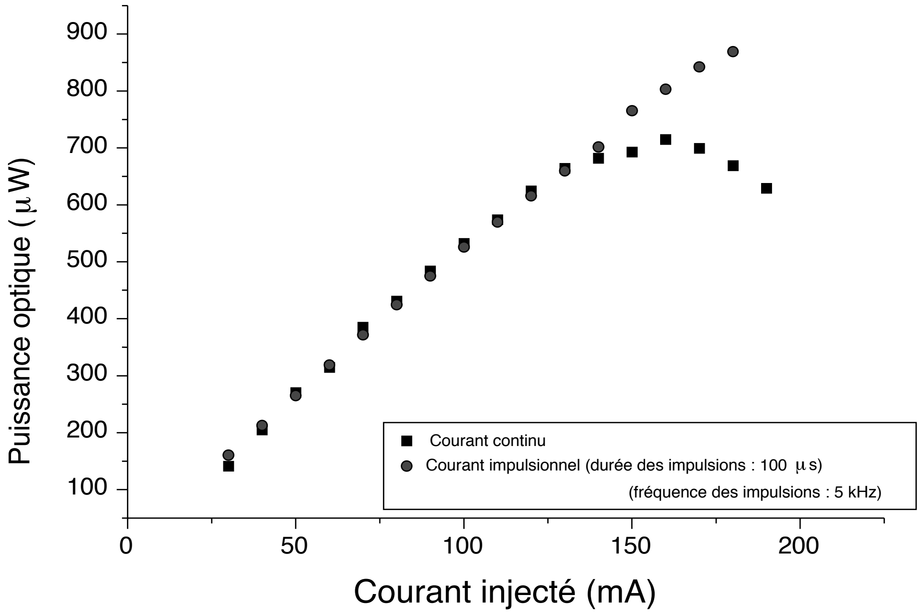


FIG. 1.12 – Caractéristique P(I) d'un laser DFB MQW pour un courant de polarisation continu ou impulsionnel.

Les carrés représentent la puissance optique du laser pour un courant d'alimentation continu, les ronds représentent la puissance optique du même laser pour un courant impulsionnel : durée des impulsions : $100\ \mu s$ *; fréquence des impulsions :* $5\ kHz$

1.6 Mesure de la fréquence des oscillations de relaxation

Le but de cette expérience est de mesurer les oscillations de relaxation de nos lasers. Deux méthodes ont été expérimentées et confrontées. La première fait appel à l'injection optique et la seconde est une mesure directe sur un oscilloscope rapide.

1.6.1 Mesure par injection optique

Le but de cette expérience ([31] *p. 93*) est d'exciter les oscillations de relaxation du laser par injection optique intramodale (cf fig 1.11) en se plaçant dans le creux de relaxation de la courbe d'accrochage, où la puissance émise par la diode laser esclave à la fréquence de référence fuit vers d'autres fréquences dans le spectre d'émission. Ces raies supplémentaires représentent l'oscillation de relaxation entretenue de la diode laser esclave (cf fig 1.14).

Le schéma de l'expérience est donné figure 1.13. Le laser maître (LM) injecte, via un isolateur, le laser esclave (LE) à étudier. L'injection se fait à travers la fibre à maintien de polarisation pour garantir une injection scalaire (la polarisation injectée est parallèle à la polarisation du laser esclave). Le montage utilisé est le montage esclave où le laser n'est accessible qu'en face avant. Le signal est donc injecté par un bras d'un coupleur et récupéré par l'autre bras via un isolateur pour éviter une contre-réaction optique sur le laser esclave. Ce signal est ensuite analysé.
Tout d'abord, lorsque l'interrupteur I.O.2 est fermé, le signal du laser esclave injecté est recombiné avec un partie du signal maître, décalé de 80 MHz (grâce au décaleur acousto-optique (D.A.O.)), pour former le signal hétérodyne appelé communément "force d'accrochage" et qui physiquement est proportionnel à l'amplitude de la composante du champ esclave à la fréquence maître. On peut visualiser cette force d'accrochage avec un détecteur rapide (dont la bande passante est supérieure à la fréquence de décalage) connecté à un analyseur de spectre électrique (ASE) dont la fréquence est bloquée sur la fréquence de décalage, l'excursion fréquencielle (span) est nulle et la combinaison *bande passante de résolution/filtre vidéo* adaptée (rapport signal sur bruit maximum) à la stabilité du signal hétérodyne [76]. Ce signal permet de nous assurer que nous nous situons bien sur le bord de la plage d'accrochage ou dans le creux de relaxation.

Un exemple de courbe d'accrochage avec des conditions d'injection telles qu'apparaît le creux de relaxation dans la plage de verrouillage est donné figure 1.14. Cette courbe représente l'amplitude du signal hétérodyne en fonction du désaccord en fréquence entre le maître et l'esclave. Lorsque le signal est maximum : $\nu_E = \nu_M$, lorsque le signal est minimum : $\nu_E \neq \nu_M$.

Lorsque pour un point de fonctionnement esclave donné, l'injection se fait bien dans le creux de relaxation de la courbe d'accrochage, on ouvre l'interrupteur I.O.2. On peut alors mesurer les oscillations de relaxation de deux manières :

– sur un analyseur Fabry-Perot d'ISL 135 GHz et de finesse 100. On distingue alors très nettement deux pics latéraux (dits pics de relaxation) de part et d'autre du pic laser central dont l'amplitude est d'autant plus importante que l'injection est située au creux de relaxation comme le montre la figure 1.14,
– on peut également, pour une mesure plus précise, mesurer la valeur de cet interpic (et donc de la valeur des oscillations de relaxation) en utilisant un détecteur rapide[11] couplé à un ASE. Un pic est alors clairement visible à la fréquence des oscillations de relaxation.

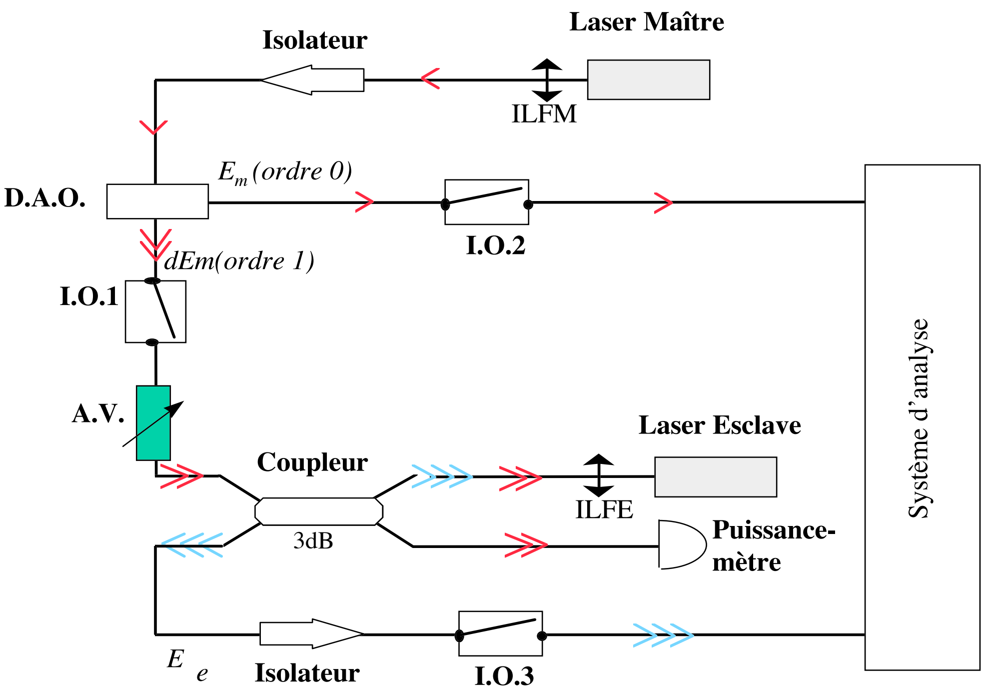


FIG. 1.13 – Schéma complet de l'expérience d'injection pour la mesure des oscillation de relaxation. *Seules les liaisons optiques (fibrées) sont représentées. On a symbolisé par E_m (resp. dE_m) le champ maître de référence (resp. décalé) et par E_e le champ esclave. DAO : décaleur acousto-optique ; IO : interrupteur optique ; AV : atténuateur variable ; ILFM (resp. ILFE) : interface laser-fibre maître (resp. esclave).*

Le laser maître est une source accordable à cavité externe de largeur de raie égale à 100 kHz. Nous avons testé deux types de laser esclave : un laser DFB massif, fonctionnant à 25°C et dont le courant de seuil est de 13.95 mA ainsi qu'un laser DFB MQW, fonctionnant à 25°C et dont le courant de seuil est de 6.95 mA. Les courbes obtenues pour les deux lasers et pour différents points de fonctionnement sont représentées figure 1.15.

La configuration de l'ASE pour cette expérience est :
– fréquence centrale = 8.65 GHz.

[11] La bande passante du détecteur rapide doit être supérieure aux fréquences de relaxation à mesurer.

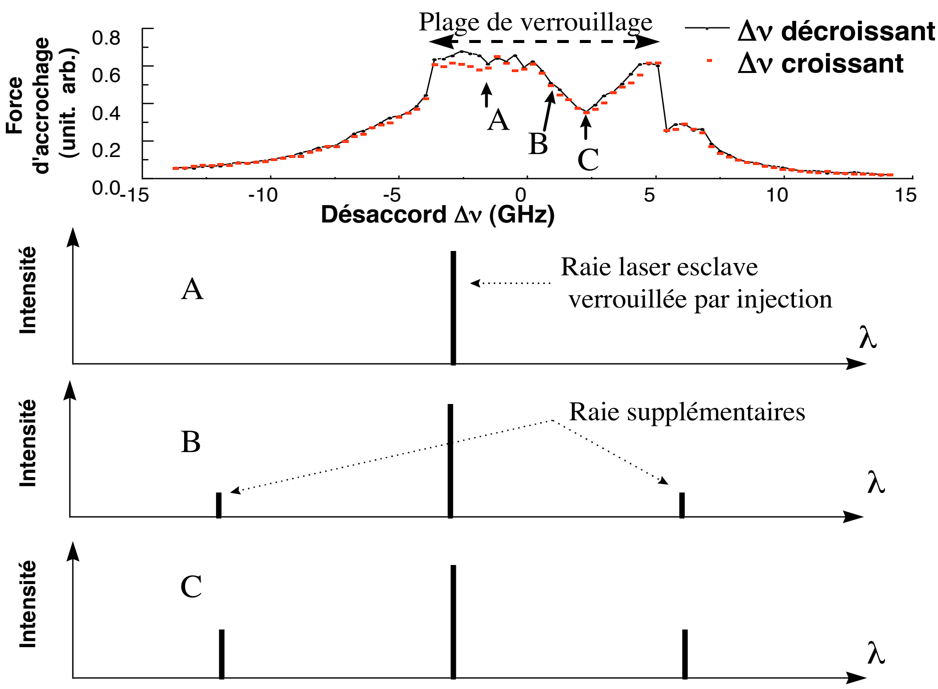


FIG. 1.14 – Courbe d'accrochage et spectres Fabry-Perot d'un laser esclave DFB MQW à $4 * I_{seuil}$ injecté : excitation des oscillations de relaxation.

Puissance de l'esclave libre $P_E = 3.3\ mW$, puissance injectée $P_i = 5.8\mu W$. On constate l'apparition de deux raies supplémentaires de part et d'autre du laser esclave, sur le spectre FP. Les deux raies, symétriques par rapport à la raie du laser, sont plus ou moins intenses selon que l'on se situe plus ou moins près du fond du creux de la figure de verrouillage(point C).

- excursion horizontale = 12 GHz.
- échelle logarithmique.
- bande passante de résolution = 3 MHz.
- bande passante vidéo = 1 MHz.

Les mesures sont entachées d'une incertitude due :

- à la résolution de L'ASE qui est de 3 MHz. Cela entraîne une erreur de :
  - 0.1% pour $\Omega_R = 3$ GHz
  - 0.03% pour $\Omega_R = 10$ GHz
- à la dispersion sur les mesures due à la difficulté de se placer au centre du creux de relaxation. Les fréquences sont moyennées sur 10 valeurs. La dispersion sur les mesures est de l'ordre de 1%.

On choisit donc comme incertitude ±1%.

Les droites trouvées montre que la loi "$\Delta\Omega_R$ proportionnelle à $(I - I_{seuil})^{\frac{1}{2}}$" est vérifiée. Il s'agit bien de l'oscillation de relaxation [77]. Cependant, on constate que pour les forts

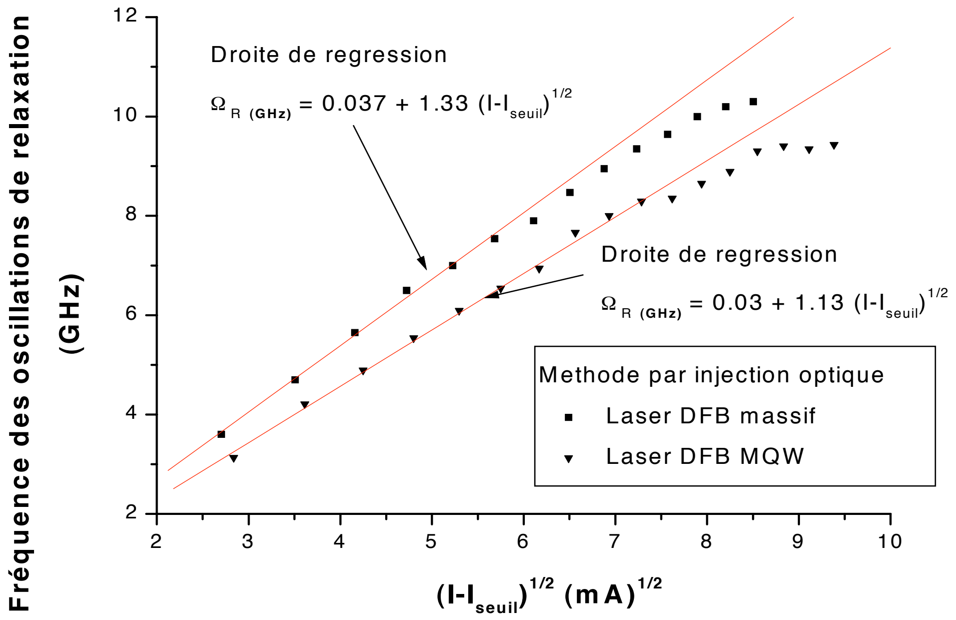


FIG. 1.15 – Fréquence des oscillations de relaxation en fonction de $(I - I_{seuil})^{\frac{1}{2}}$ obtenue par injection optique

Cette expérience a été menée sur deux types de lasers : un laser DFB massif (points carrés, $I_{seuil} = 13.95mA$) et un laser DFB MQW (points triangulaires, $I_{seuil} = 6.95mA$). Le laser maître est une source accordable à cavité externe ($\Delta\nu_{1/2} = 80kHz$). En traits pleins, les droites de regression linéaire sur les parties linéaires des deux courbes.

courants ($(I - I_{seuil})^{\frac{1}{2}} > 6\ mA^{\frac{1}{2}}$), les fréquences de relaxation tendent à saturer, la loi précédente n'est plus vérifiée. On explique cette saturation par un effet de température tout comme la saturation de la puissance optique car I-I$_{seuil}$ est proportionnel au facteur de confinement Γ et au gain différentiel G_N qui dépendant tous deux de la température. Enfin, on constate sur ces courbes que les fréquences des oscillations de relaxation du DFB massif sont légèrement supérieures à celles du DFB MQW.

1.6.2 Mesure directe

Pour vérifier les résultats précédents, nous avons voulu mesurer ces oscillations de relaxation par une autre méthode qui consiste à étudier la réponse de nos lasers à un échelon de courant [12].

Le schéma de l'expérience est visible figure 1.16. Elle consiste à polariser le laser grâce à un générateur de créneaux. Pour cela, le signal (tension) de modulation est ajouté à la tension de polarisation du laser par l'intermédiaire d'un té de polarisation. Le générateur de créneaux n'étant pas de très grande qualité, le signal est préalablement remis en forme puis amplifié. Le temps de montée des créneaux est alors de 50 ps et la fréquence de modulation est de 500 MHz. La réponse optique du laser est ensuite analysée par un détecteur large bande (DC à 20 GHz) suivi d'un oscilloscope rapide de même bande passante.

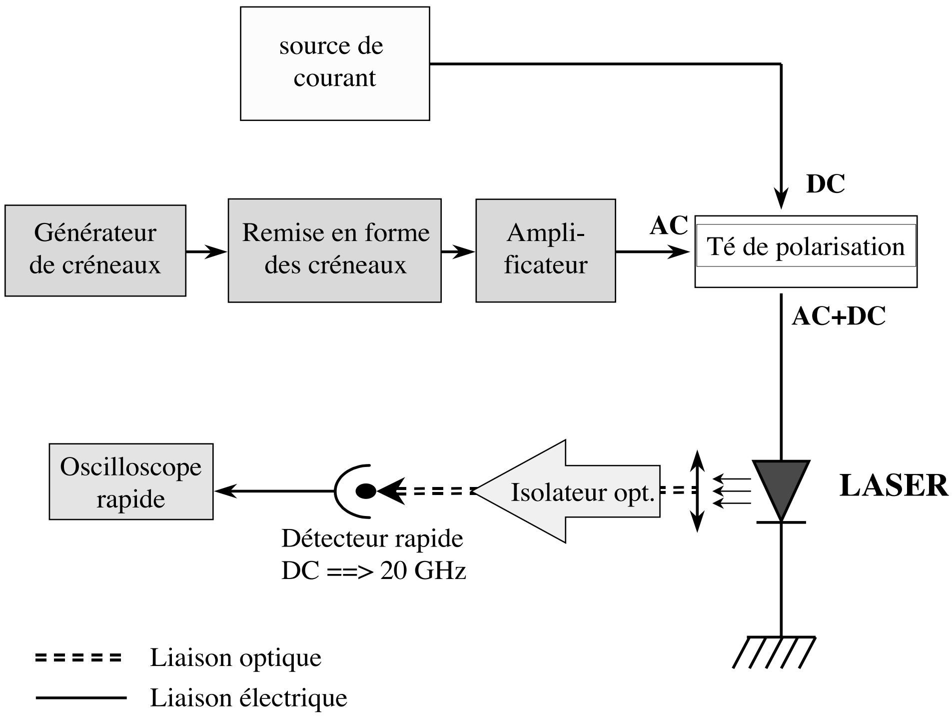


FIG. 1.16 – Schéma de l'expérience de la mesure des oscillations de relaxation par modulation du courant d'injection.
Le but de l'expérience est d'étudier la réponse optique du laser à un échelon de courant. Le temps de montée des créneaux est de 50 ps à la fréquence de 500 MHz.

Une illustration de la réponse d'un DFB MQW ($I_{seuil} = 6.95\ mA$) à des échelons de courant d'amplitude variable est donné figure 1.17. On aperçoit bien les oscillations de relaxation dont la fréquence augmente avec le niveau du créneau.

[12]Nous remercions L. Bramerie pour le prêt du matériel et l'aide qu'il nous a apporté pour réaliser cette expérience.

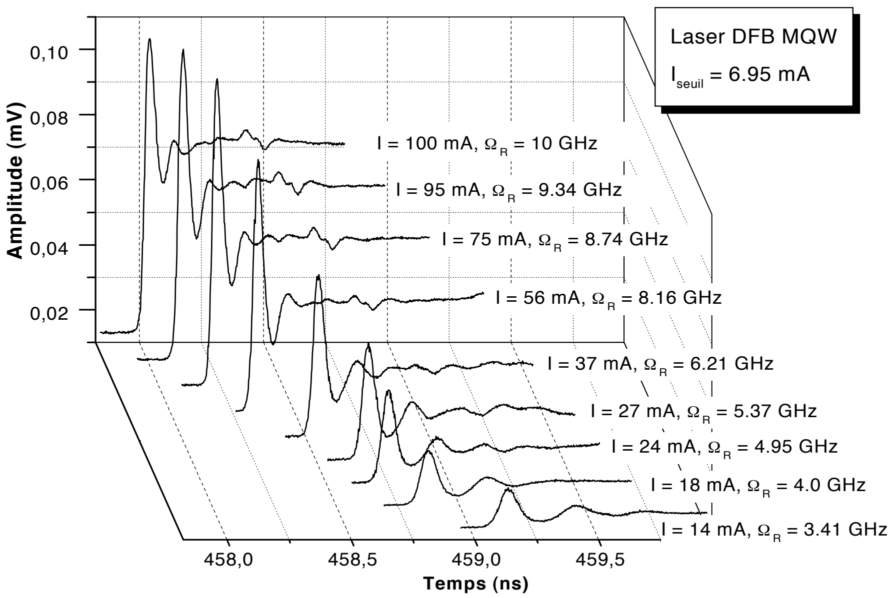


FIG. 1.17 – Réponse d'un laser DFB MQW à un échelon de courant d'amplitude variable. *Le courant de seuil du laser est de 6.95 mA à 25° C.*

La figure 1.18 représente la valeur des oscillations de relaxation en fonction de $(I - I_{seuil})^{\frac{1}{2}}$ obtenues par cette méthode (points ronds) pour le laser DFB MQW. Sur cette même figure apparaît également la valeurs de oscillations de relaxation obtenues par la méthode d'injection. On constate que ces deux méthodes donnent des résultats similaires.

La figure 1.19 est la même que la figure 1.18 mais pour un laser DFB massif. On constate cette fois une légère différence entre les deux méthodes. Cependant, le facteur d'amortissement des oscillations de relaxation est plus fort pour le laser DFB massif [13]. La mesure de

[13] Si on prend un système d'équations normalisées décrivant un laser à deux niveaux de la forme

$$\begin{aligned}\frac{dD(t)}{dt} &= \gamma_{||}(w - D(t) - N(t)\ D(t)) \\ \frac{dN(t)}{dt} &= -2\kappa\ N(t)(1 - D(t))\end{aligned}$$

où D(t) est l'inversion de population, N(t) est le nombre de photons, G est le gain, $\gamma_{||}$ est le temps de désexcitation des populations, κ le temps de désexcitation des photons et w est le taux de pompage. La seule solution stable de ce système est, au dessus du seuil (w > 1) : N(t)=w-1 et D(t)=1, ce qui signifie que le nombre de photons est proportionnel au gain net (gain-pertes) et que l'inversion de population est bloquée. L'autre solution triviale (D(t)=w, N(t)=0) est instable. On démontre facilement par une analyse linéaire de la stabilité que les deux exposants de Lyapounov s'écrivent sous la forme : $\lambda_{\pm} = -\gamma_{or} \pm i\omega_{or}$. Lorsque la partie réelle du coefficient de Lyapounov est positive, le système est instable, lorsqu'elle est négative, le système est stable. ω_{or} est la fréquence de relaxation et s'exprime : $\frac{\gamma_{||}}{2}\sqrt{8\frac{\kappa}{\gamma_{||}}(w-1)}$. γ_{or} est la constante d'amortissement (positive car le système est stable) et s'exprime :$\gamma_{or} = \gamma_{||}w/2$. On constate que la fréquence de relaxation au carré est proportionnelle à (w-1) (soit au gain net ou à l'intensité stationnaire). Quant au

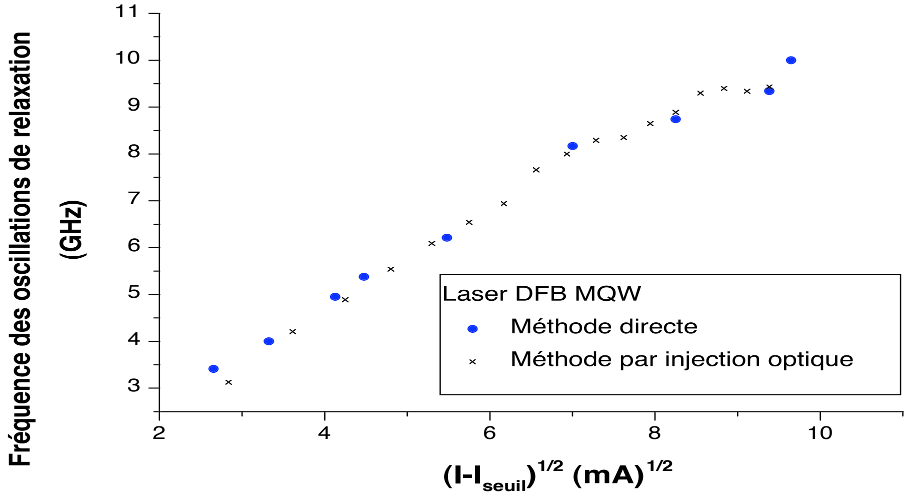


FIG. 1.18 – Fréquence des oscillations de relaxation en fonction de $(I - I_{seuil})^{\frac{1}{2}}$ obtenue par modulation du laser.
Cas du DFB MQW : le courant de seuil du laser est de 6.95 mA à 25° C. Les ronds représentent la courbe obtenue par modulation directe, les croix la courbe obtenue par injection optique.

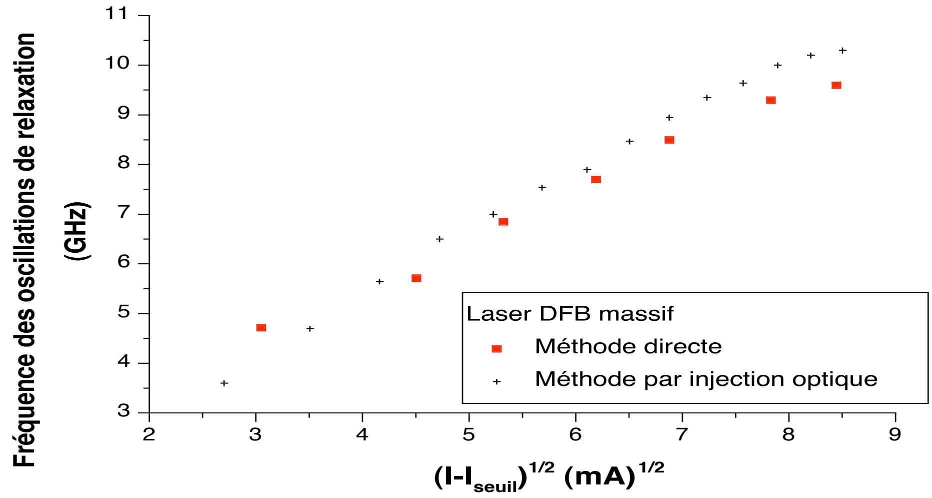


FIG. 1.19 – Fréquence des oscillations de relaxation en fonction de $(I - I_{seuil})^{\frac{1}{2}}$ obtenue par modulation du laser.
Cas du DFB massif : le courant de seuil du laser est de 13.95 mA à 25° C. Les carrés représentent la courbe obtenue par modulation directe, les croix la courbe obtenue par injection optique.

---

temps d'amortissement, il est proportionnel à w. Donc, plus le seuil est élevé, plus l'amortissement est important. Ce qui est la cas ici puisque le courant de seuil du DFB massif est de 13.95 mA contre 6.95 mA pour le DFB MQW.

la fréquence des oscillations de relaxation s'est donc parfois faite sur une demi-période, ce qui augmente l'incertitude des mesures et ce qui peut expliquer cette légère différence.

1.7 Mesure du facteur de Henry par injection optique

Plusieurs méthodes ont été répertoriées dans la littérature pour mesurer expérimentalement le facteur de Henry α_H qui couple la phase et l'amplitude d'un laser à semi-conducteurs comme les méthodes de Toffano et Birocheau basées sur une analyse spectrale du laser en dessous et au dessus du seuil [78]. Harder et Yariv [79] mesurent α_H en modulant à haute fréquence le laser et en mesurant la part de modulation d'amplitude et de modulation de phase. Citons également Liyama et Ida [80] qui pour mesurer ce facteur de couplage phase-amplitude étudient la variation de puissance du laser esclave injecté et bloqué en fonction du désaccord en fréquence entre le maître et l'esclave et de la puissance injectée. Les résultats trouvés sont rarement identiques et les incertitudes ne sont jamais meilleures que $\pm 25\%$.

Le principe de la méthode choisie est exposée p. 330 de la thèse de J.P. Bouyer [31]. Elle consiste, comme pour la mesure des fréquences de relaxation, à mesurer à partir d'une courbe d'accrochage la position en désaccord :

- du fond du creux de relaxation.
- du décrochage pour les désaccords négatifs, c'est à dire la valeur de la limite stable de la plage de verrouillage (lorsque $\nu_M < \nu_{Elibre}$).

(on trouvera une illustration de courbe d'accrochage figure 1.14).

Cette courbe d'accrochage est obtenue pour une puissance injectée pour laquelle le creux de relaxation décrit plus tôt apparaît (démarrage de la moyenne injection au sens de Bouyer).

Puis on déduit le facteur de Henry avec la formule[14] :

$$\frac{d\omega_-}{d\omega_{creux}} = \sqrt{1+\alpha_H^2} \tag{1.9}$$

où

- $d\omega_-$ est la valeur du désaccord pour lequel se produit le décrochage.
- $d\omega_{creux}$ est la valeur du désaccord pour lequel apparaît le creux de relaxation.
- α_H est le facteur de Henry.

On exprime donc α_H sous la forme :

$$\alpha_H = \left((\frac{d\omega_-}{d\omega_{creux}})^2 - 1 \right) \tag{1.10}$$

La connaissance du désaccord nul pour lequel on a ($\nu_{\text{Maître}} = \nu_{\text{Esclave libre}}$) est indispensable, ce qui augmente l'incertitude sur le résultat final. De plus, la détermination expéri-

[14] Bouyer montre dans sa thèse, par une analyse théorique de la phase le long de la plage de verrouillage que la limite inférieure de la plage d'accrochage est stable et proportionnelle à :

$$d\omega_- \propto x\frac{\sqrt{1+\alpha_H^2}}{2\sqrt{P_{SI}}}$$

où P_{SI} est le nombre de photons en absence d'injection, stockés dans la cavité et x le nombre de photons injectés par seconde. De même, il montre que la position du centre du creux de relaxation s'exprime :

$$d\omega_{creux} \propto \frac{x}{2\sqrt{P_{SI}}}$$

mentale d'un minimum (fond du creux de relaxation) ne conduit pas à des mesures aussi précises que celle d'un passage par zéro. Cette méthode a cependant l'avantage de ne pas nécessiter la connaissance de la puissance injectée.

Le montage expérimental est le même que la figure 1.13. On rajoute cependant sur le bras $n°$ 0 du décaleur acousto-optique un lambdamètre, de résolution 1 pm (125 MHz), égale à l'incrément le plus petit de la source accordable fonctionnant en pas à pas, pour mesurer les fréquences pour lesquelles se produisent les différents phénomènes. L'expérience se fait pour deux points de fonctionnement esclave (laser à étudier). Le laser maître est toujours la source accordable à cavité externe et le laser esclave le même laser DFB massif fonctionnant à température ambiante et dont le courant de seuil est de 13.95 mA. Pour chaque point de fonctionnement esclave, la mesure est répétée dix fois. La fréquence maître au désaccord nul est relevée entre chaque mesure. La position du creux est repérée par le minimum du signal de battement, situé entre deux maxima.

Les résultats sont répertoriés dans le tableau suivant :

Courant (mA)	**Facteur de Henry**
30	2.5 ± 0.7
40	2.5 ± 0.7

TAB. 1.2 – Facteur de Henry d'un laser DFB massif.

La source accordable ne nous a pas permis d'effectuer des mesures pour des points de fonctionnement supérieurs du laser. En effet, pour des longueurs d'onde inférieures à 1551.45 nm, il est impossible de balayer sans sauts de mode. Ce dysfonctionnement nous a empêché de faire des mesures de désaccord correctes.

Un calcul d'erreur nous amène à une incertitude de 30 %.

Le fabricant nous donne une valeur de $\alpha_H = 3$. Leur méthode ne fait pas appel à l'injection optique. Leur banc de mesure utilise un analyseur de réseau calibré permettant de déterminer les indices de modulation d'amplitude et de phase du champ laser lorsque le courant d'alimentation de la diode laser est modulé. A l'incertitude près, nos mesures donnent le même résultat.

1.8 Études de la largeur de raie des lasers s.c. DFB et F.P. autour et loin du seuil

Le but de ce paragraphe est d'étudier les largeurs de raie de nos lasers en fonction du courant de polarisation et plus précisément autour du seuil et loin du seuil. Les mesures de largeur de raie se font grâce à des analyseurs Fabry-Perot d'ISL et de finesse adaptés[15].

1.8.1 Étude de la largeur de raie autour du seuil : mise en évidence d'une anomalie.

Le but est d'étudier les différences d'évolution de largeur de raie entre un laser DFB et un laser Fabry-Perot. Cette étude a été faite en collaboration avec M. Têtu de l'université Laval à Québec.

Le laser DFB étudié est un MQW, dont le courant de seuil est $I_{seuil} = 7.3\ mA$ à 25°C. Le laser FP à un courant de seuil de 28 mA à 25°C. La longueur du milieu actif est 300 μm.

Le schéma de l'expérience est présenté figure 1.20.

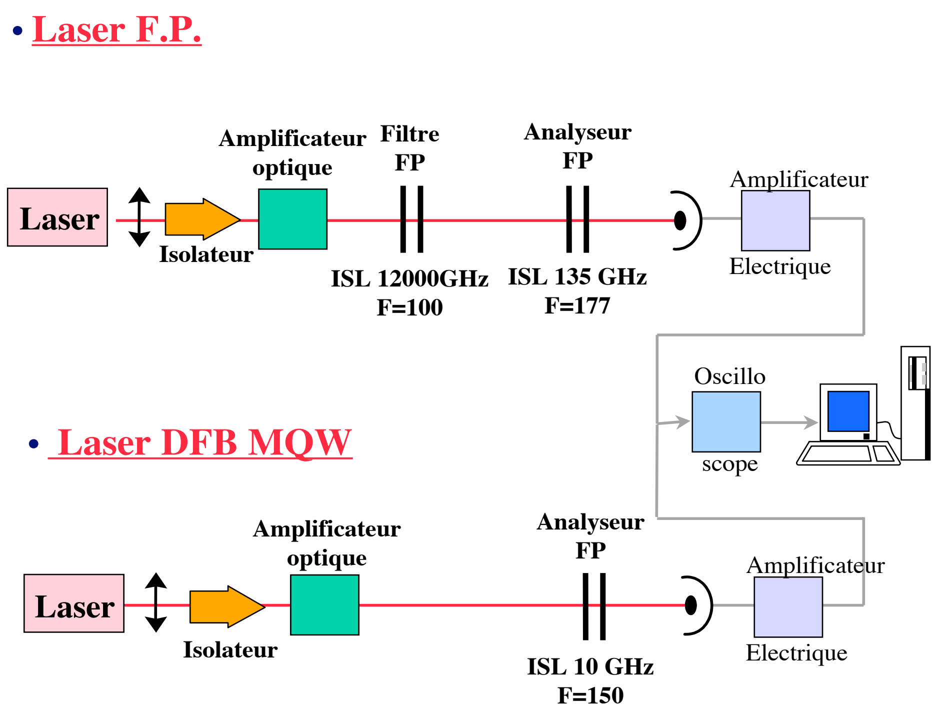


FIG. 1.20 – Schéma de l'expérience de mesure de largeur de raie autour du seuil pour un laser DFB MQW et Fabry-Perot.

[15]Nous remercions MM.L. Quetel et E. Delevaque de la société HighWave Technologies, Lannion, pour le prêt de cet analyseur Fabry-Perot.

Les lasers sont étudiés sur le montage ILFM.

- Pour le DFB MQW, le faisceau laser est envoyé, via un isolateur, dans un analyseur FP d'ISL 10 GHz et de finesse 150, ce qui lui confère un pouvoir de résolution de 66 MHz. Les courbes sont ensuite visualisées sur un oscilloscope puis ajustées numériquement par une lorenztienne sur ordinateur. Cet analyseur FP nous permet de mesurer des largeurs de raie entre 100 MHz et 3 GHz. Il suffit pour cela de retrancher au résultat obtenu par l'ajustement numérique la resolution du FP d'analyse qui constitue une erreur systématique.
- Pour le laser FP, l'expérience est la même mais le FP d'analyse possède un ISL de 135 GHz et une finesse de 177, ce qui lui confère une résolution de 0.76 GHz. On remarquera sur le schéma que la lumière est dans ce cas préalablement filtrée par un filtre FP D'ISL 12000 GHz et de finesse 100. Ce filtre permet de filtrer un des modes du laser FP qui n'est pas monomode, contrairement au DFB.

Les amplificateurs optiques sont nécessaires car la puissance optique de ces deux lasers proches du seuil est faible. L'incertitude de mesure sur la largeur de raie est de l'ordre de 10% et correspond à la dispersion observée sur les mesures pour un point de fonctionnement donné.

Les résultats expérimentaux sont présentés figures 1.21 et 1.22. On constate que pour le laser DFB, quand le gain varie autour du seuil, une anomalie est clairement visible. On observe un minimun local juste en dessous du seuil et un maximum local juste au dessus. Concernant le laser FP, même si on prend en compte les incertitudes de mesures, aucune anomalie n'est observée, la décroissance de la largeur de raie quand le gain augmente est régulière. Cette expérience a été menée sur plusieurs autres lasers DFB, aussi bien MQW que massifs et les résultats sont similaires. Un exemple pour un DFB massif est montré figure 1.23. Il montre bien l'anomalie similaire au cas du DFB MQW. On peut également observer sur la même figure l'évolution de la longueur d'onde autour du seuil. On constate que sous le seuil, la dérive en fréquence en fonction du courant de polarisation vaut +12 GHz / mA. Au dessus du seuil, la pente change de signe et vaut -1.34 GHz / mA. Cette dernière valeur est une valeur classiquement observée sur ce type de laser. En général, que ce soit pour les DFB massifs ou MQW, la dérive varie entre -1 et -2 GHz / mA. Ce phénomène de dérive en fréquence en fonction du gain du laser est expliquée en annexe C.

Deux publications intéressantes traitent de cette anomalie. Hui et Montrosset [81] dès 1993 ont mis en évidence l'anomalie de largeur de raie d'un laser DFB autour du seuil ainsi que la variation de longueur d'onde au dessous et au dessus du seuil. Birocheau met elle en évidence une bosse également pour le laser FP qu'elle explique théoriquement en utilisant des équations de Fokker-Planck. Nous ne sommes pas d'accord sur l'interprétation de cette courbe et la figure 1.22 montre que cette bosse n'apparaît pas sur nos lasers FP. Leur modèle théorique attribuait cette anomalie tant pour le DFB que pour le FP au facteur de Henry α_H. Nous montrerons dans la partie théorique de ce document que l'on peut attribuer cette anomalie à des effets de cavité et notamment de couplage avec le réseau(cf chapitre 5).

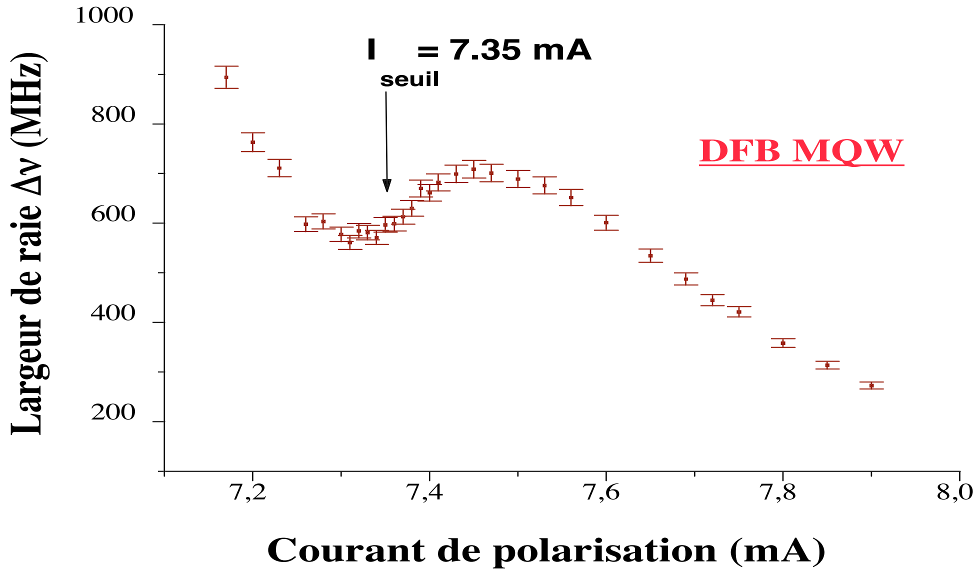


FIG. 1.21 – Largeur de raie en fonction du courant de polarisation pour un laser DFB MQW. *On constate clairement une anomalie autour du seuil. Un minimum local juste en dessous du seuil et un maximum local juste au dessus du seuil sont observés.*

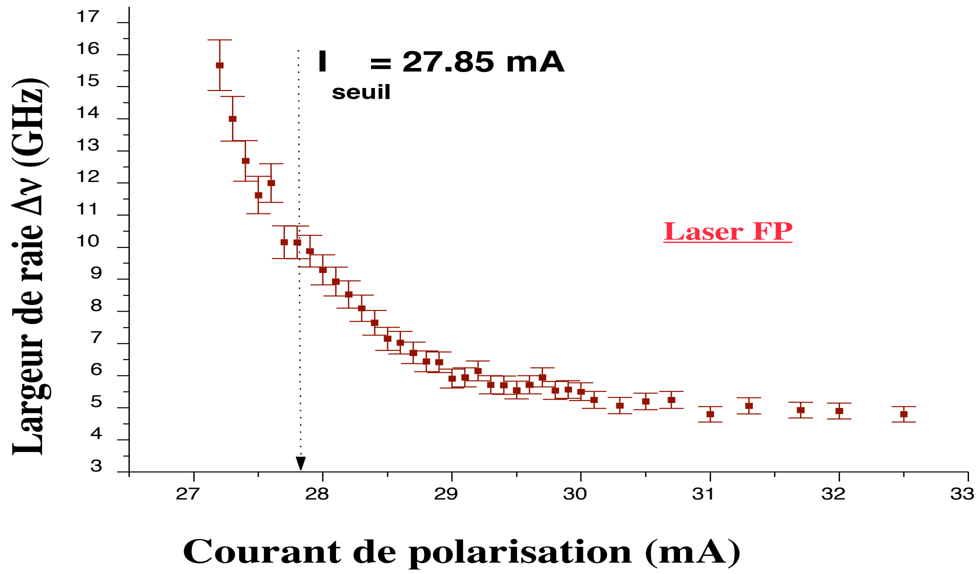


FIG. 1.22 – Largeur de raie en fonction du courant de polarisation pour un laser Fabry-Perot. *La décroissance est régulière.*

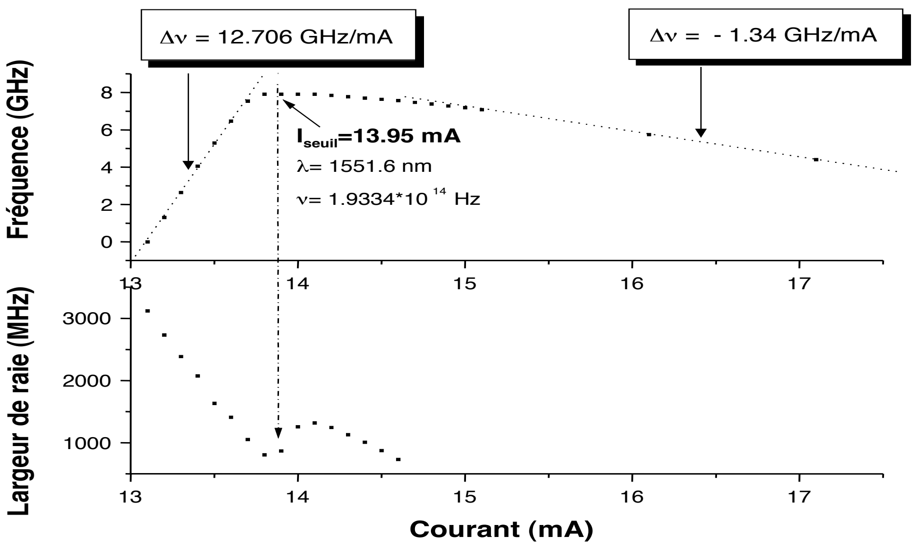


FIG. 1.23 – Evolution de la longueur d'onde et de la largeur de raie d'un laser DFB massif autour du seuil.
Le chirp sous le seuil vaut +12 GHz / mA. Le chirp au dessus du seuil vaut -1.35 GHz / mA. La même anomalie que pour les DFB MQW est observée.

1.8.2 Étude de la largeur de raie loin du seuil

Après avoir étudié les largeurs de raie autour du seuil, nous nous sommes intéressés à l'évolution des largeurs de raie loin du seuil. Nous avons vu aux chapitres 1.5 et 1.6 que si l'on polarise un laser DFB loin du seuil, la puissance optique sature et même diminue. Le même phénomène à été observé pour la fréquence des oscillations de relaxation. Qu'en est-il de la largeur de raie ?

Le résultat est donné figure 1.24. Le laser est un DFB massif. Les largeurs de raie inférieures à 20 MHz ont été mesurées à l'autohétérodyneur (longueur de fibre : 5 km, mesure de largeur de raie possible entre 40 kHz et 40 MHz). Les largeurs de raie supérieures ont été mesurées à l'analyseur FP (ISL = 300 MHz, Finesse = 150). Nous avons montré avec Marc Bondiou que la différence de mesure entre ces deux appareils avait pour valeur la résolution de l'analyseur FP.

On constate que pour les faibles courants, plus le gain du laser augmente, plus la largeur de raie diminue. Cette largeur de raie tend vers une asymptote qui est ici de 7 MHz mais qui en moyenne varie entre 1 MHz pour les DFB MQW jusqu'à 10 MHz pour les DFB massifs. Puis, pour les forts courants, la largeur de raie augmente de nouveau, parallèlement à une chute de la puissance optique.

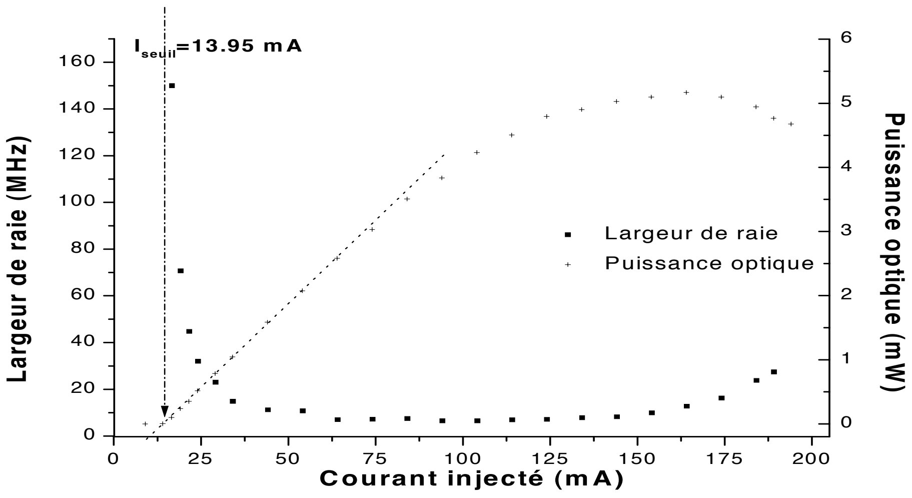


FIG. 1.24 – Largeur de raie en fonction du courant de polarisation pour un laser DFB Massif. *Les carrés représentent la largeur de raie, les croix la puissance optique.*

1.9 Conclusion

Dans ce chapitre de généralités, nous avons décrit les types de lasers utilisés au cours de ce travail de thèse, leur mise en oeuvre ainsi que leurs principales caractéristiques.

Nous avons montré que tant les DFB massifs que MQW présentaient une caractéristique (puissance optique/courant de polarisation) linéaire juste au dessus du seuil qui finie par saturer et même diminuer au dessus de $\sim 6\ I_{seuil}$. On a constaté que ce phénomène était principalement dû à des effets thermiques.

Nous avons mesuré, par deux méthodes, les oscillations de relaxation de nos lasers qui varient de 1 GHz près du seuil à 10 GHz loin du seuil et qui comme la puissance optique tendent à saturer à fort courant.

Le facteur de Henry α_H est autour de 2.5.

Quant à la largeur de raie, autour du seuil, nous avons montré que la décroissance n'était pas régulière et présentait une anomalie, anomalie qui n'est pas visible dans le cas d'un laser FP. A fort courant (10 à 11 fois le courant de seuil), la largeur de raie qui s'était stabilisée entre 1 MHz (DFB MQW) et 10 MHz (DFB massif) tend à augmenter de nouveau.

Nous allons maintenant étudier nos lasers soumis à injection optique.

Chapitre 2

Étude de l'injection intramodale à très faible puissance : un laser comme amplificateur de faibles signaux cohérents

Durant le début de ce travail de thèse, nous avons avec Marc Bondiou étudié les propriétés spectrales d'un laser à semi-conducteurs injecté. Pour situer les niveaux d'injection dont nous parlons, nous pouvons regarder la carte 2.1 que nous avions alors tracée et qui répertorie les différents régimes d'injection rencontrés (accrochage total, mélange multi-onde, chaos) en fonction du désaccord en fréquence $\Delta\nu$ entre le maître et l'esclave et de la puissance injectée P_i. Le laser étudié pour cette cartographie était un laser DFB MQW, polarisé à $4 * I_{seuil}$, d'une puissance de 3.3 mW (5.2 dBm).

La zone qui nous intéresse ici est la zone A (en gris) qui représente la zone d'accrochage total. Cette zone est quasiment symétrique pour les puissances inférieures à -25 dBm : c'est la zone de *faible injection*. Pour des puissances injectées supérieures, au milieu de cette zone apparaît un trou appelé creux de relaxation (cf § 1.6.1 ou § 1.7), nous parlons alors de *moyenne injection*. La zone de *très faible injection* se situe pour des puissances inférieures à -60 dBm où il n'y a plus accrochage total de fréquence.

Les puissances injectées et les valeurs de désaccord pour lesquelles se produisent les changements de zones dépendent bien évidemment du point de fonctionnement esclave et du type de laser utilisé.

La suite de cette partie étudie les propriétés spectrales du laser injecté dans la zone d'accrochage total en ce qui concerne la moyenne et la faible injection, et plus particulièrement à désaccord $\Delta\nu = (\nu_M - \nu_{Elibre})$ nul pour la très faible injection. Ces propriétés dépendent de la largeur de raie injectée. Plusieurs cas se présentent, nous les avons classés en deux groupes en fonction de la puissance injectée :

– moyenne et faible injection : accrochage de fréquence et de phase.

– très faible injection : accrochage partiel de phase et de fréquence.

Cette distinction entre accrochage de phase et de fréquence est usuelle en micro-ondes mais absente dans les systèmes optiquement injectés [82].

Nous verrons pour ce dernier cas que l'on peut utiliser le laser pour détecter de faibles signaux cohérents.

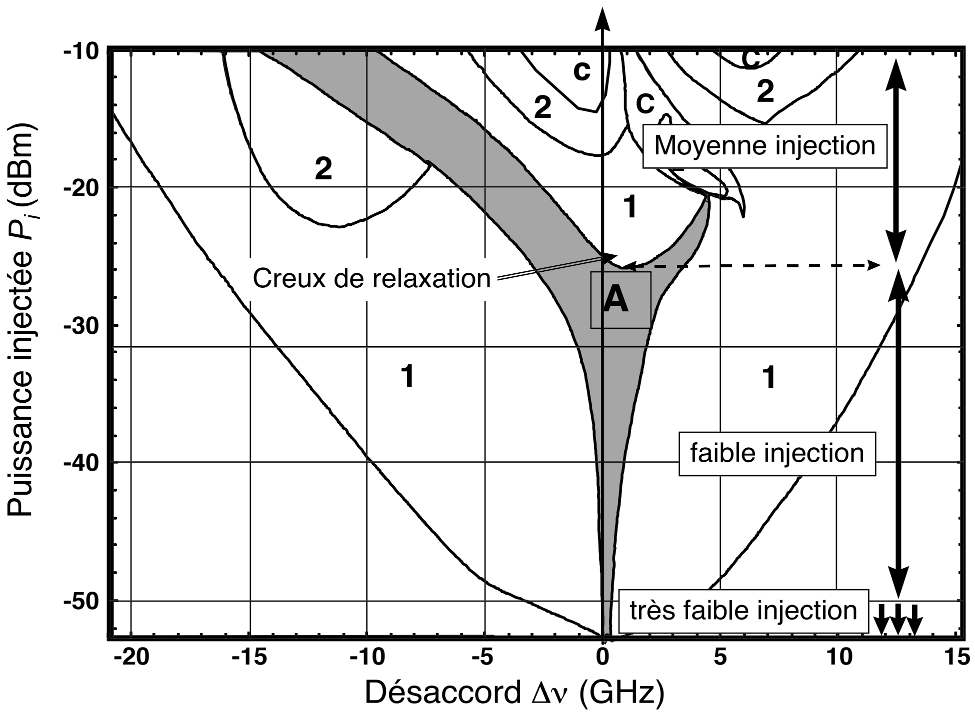


FIG. 2.1 – Carte de l'injection d'un laser DFB MQW à $4 * I_{seuil}$.
Puissance de l'esclave libre : $P_E = 3.3mW$*, Définition des zones :* A *accrochage total;* 1 *mélange multi-ondes simple;* 2 *mélange multi-ondes avec doublement de période;* C *régime chaotique. On peut également voir les plages de puissance injectée pour lesquelles l'injection est dite moyenne, faible ou très faible.*

2.1 Rappel sur les résultats déjà obtenus (en fonction de la largeur de raie)

2.1.1 Cas de la moyenne et de la faible injection : Accrochage total de fréquence et de phase

Comme nous l'avons dit dans la brève introduction de ce chapitre, nous nous situons dans le cas de la moyenne ou de la faible injection **sur la zone grise de la cartographie** . Dans ce cas, il existe une forte compétition entre l'émission spontanée de l'esclave et la source injectée, **l'accrochage en fréquence** est total, le laser esclave prend la même fréquence que le laser maître. En ce qui concerne les propriétés spectrales de l'esclave injecté, que la largeur de raie maître soit plus large ou moins large que la largeur de raie esclave, le laser esclave prend la largeur de raie du maître : il y a **accrochage total de phase** et donc transfert de *pureté* ou d'*impureté* spectrale :

- $\Delta\nu_{\text{Maître}} \leq \Delta\nu_{\text{Esclave}}$: transfert de pureté spectrale.
- $\Delta\nu_{\text{Maître}} \geq \Delta\nu_{\text{Esclave}}$: transfert d'impureté spectrale.

Cette propriété est visible sur la figure 2.2. On constate bien que quelque soit la largeur de raie maître, ce dernier transfert ses propriétés spectrales au laser esclave.

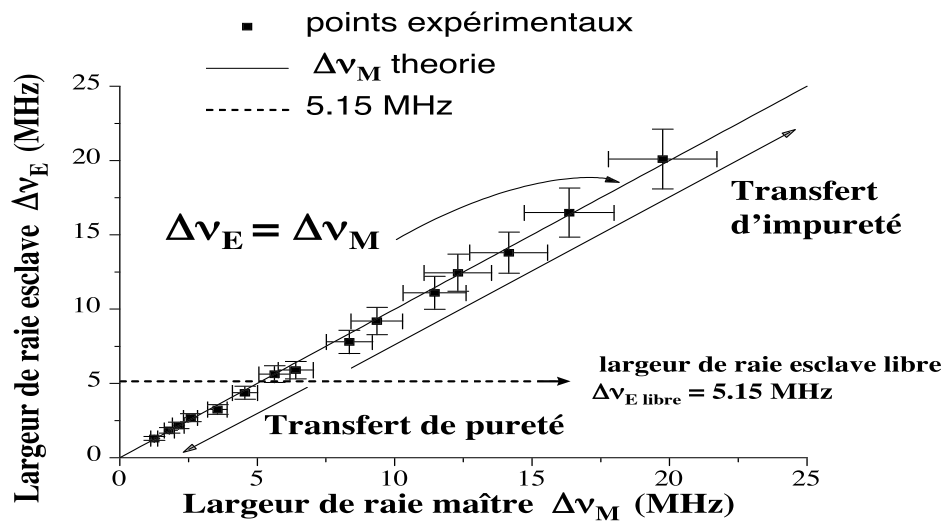


FIG. 2.2 – Courbe de transfert de largeur de raie sur un laser esclave polarisé loin du seuil. *La puissance injectée est $P_i = 2\mu W$. La puissance de l'esclave libre est $P_{Elibre} = 3mW$. On a représenté la première bissectrice ($\Delta\nu_M = \Delta\nu_E$) ainsi que la droite horizontale correspondant à la largeur de raie de l'esclave libre. Ces mesures ont été faites à l'autohétérodyneur.*

2.1.2 Cas de la très faible injection : accrochage de phase uniquement

Si on part de la situation précédente (pour laquelle on a transfert total de fréquence et de phase) mais cette fois dans le cas particulier où l'**on injecte en centre de raie**$\Delta\nu = 0$, et que l'on diminue progressivement la puissance injectée, deux cas se présentent en fonction de la largeur de raie injectée :

2.1.2.1 1^{er} cas : $\Delta\nu_{\textbf{Maître}} \geq \Delta\nu_{\textbf{Esclave}}$

Le premier cas est celui où la largeur de raie maître est plus importante que la largeur de raie esclave. On part donc du cas précédent où l'on a transfert total d'impureté spectrale (courbe 2.2). Si on diminue progressivement la puissance injectée, on constate que le laser esclave reprend progressivement sa largeur initiale. La forme de raie reste lorentzienne mais prend toutes les valeurs possibles entre la largeur maître et la largeur esclave libre. Il s'agit donc d'un *transfert partiel d'impureté spectrale* ou un *accrochage partiel de phase*. On peut considéré qu'il n'y a pas d'accrochage de fréquence dans ce cas puisque l'injection se fait en centre de raie.

La figure 2.3 montre la forme de raie du laser esclave pour différentes valeurs de puissance injectée. La figure 2.4 représente la valeur de la largeur de raie esclave en fonction de la puissance injectée. On constate que lorsque la puissance injectée décroît à partir d'une valeur pour laquelle on a accrochage total, le laser esclave retrouve progressivement sa largeur initiale. C'est donc bien un accrochage partiel de phase.

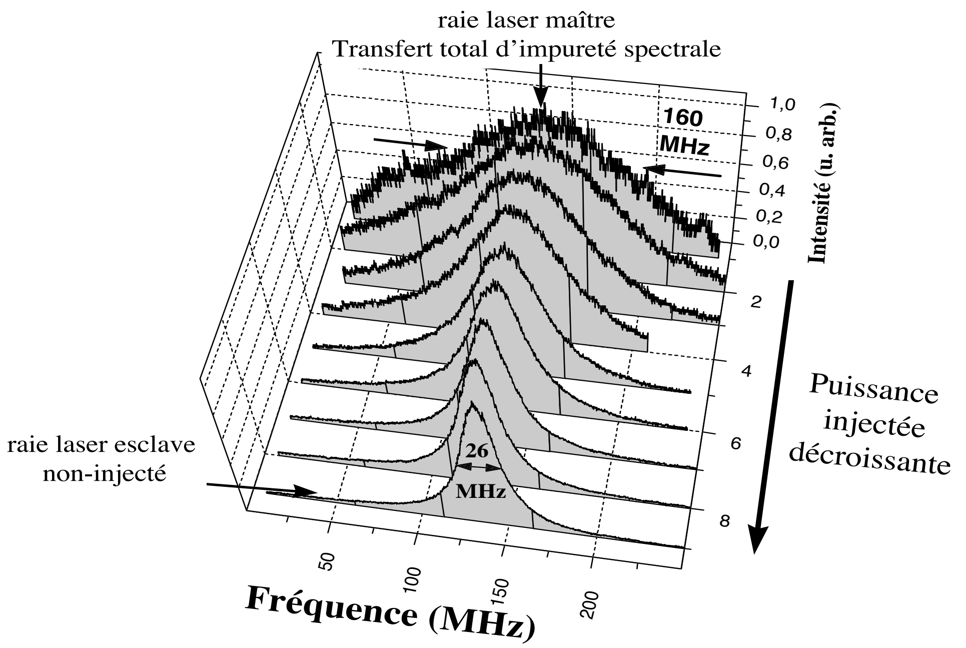


FIG. 2.3 – Spectre FP du laser esclave pour différentes puissances injectées.
La largeur du laser maître est de 160 MHz. Celle de l'esclave libre est de 26 MHz.

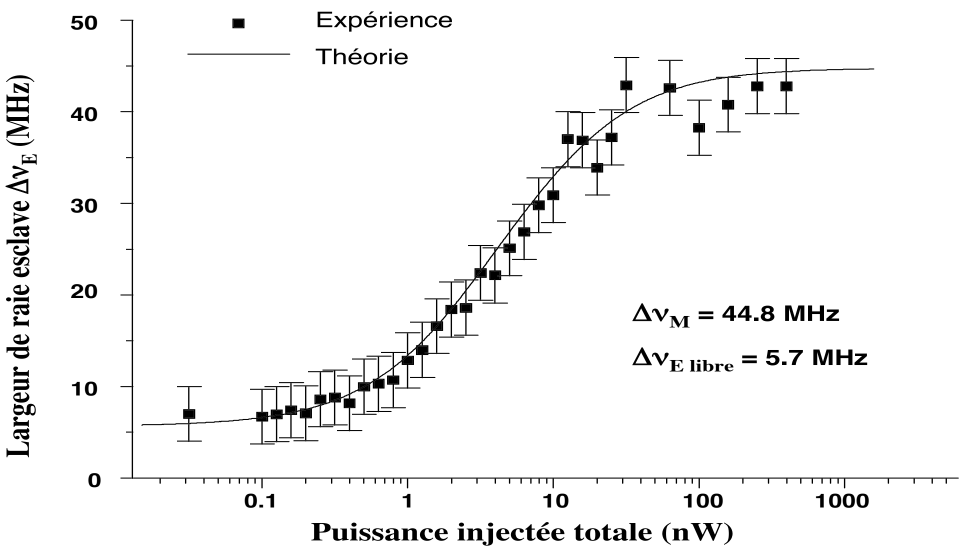


FIG. 2.4 – Largeur de raie du laser esclave en fonction de la puissance injectée. *La largeur du laser maître est de 44.8 MHz. Celle de l'esclave libre est de 5.7 MHz. La simulation théorique utilise la fonction de transfert du laser à semi-conducteurs.*

Ces résultats ont fait l'objet d'un article parut dans J. Opt. B [83](voir annexe D).

2.1.2.2 $2^{\text{ème}}$ cas : $\Delta\nu_{\text{Maître}} \leq \Delta\nu_{\text{Esclave}}$

Si la largeur maître est cette fois plus fine que largeur de raie esclave et si l'on part d'une situation d'accrochage total (dite transfert de pureté spectrale), on peut se demander si on va voir apparaître un accrochage partiel de phase lorsque la puissance injectée diminue. La réponse est non. La principale différence par rapport au transfert d'impureté spectrale est que le spectre du laser esclave ne va plus être assimilable à une lorentzienne. Le spectre est alors la superposition de deux lorentziennes, l'une dont la largeur à mi-hauteur est celle de la largeur de raie du maître, l'autre celle de l'esclave. Une série de spectres FP du laser esclave pour différents valeurs de puissances injectées est présentée figure 2.5.

Le laser maître possède une largeur de raie de 5.1 MHz (spectre n°9). La largeur de raie de l'esclave est de 93.9 MHz (spectre n°8). Partant d'une situation d'accrochage total (spectre n°1) où la puissance injectée est -33 dBm (0.5 μW), on constate que si on diminue la puissance injectée, la densité spectrale du faisceau injecté (donc la largeur de raie égale à celle du maître) perd de l'énergie au profit d'un piédestal qui constitue la densité spectrale du laser esclave libre (donc de largeur de raie égale à celle de l'esclave libre)(spectres 3 à 7).

Le même constat a été effectué autant pour un laser esclave DFB massif que MQW, injecté par une source de plus petite largeur. La compréhension du phénomène et son application à la détection spectralement sélective de très faibles niveaux de puissance est le centre de ce travail de thèse et fait l'objet d'une étude détaillée dans les paragraphes suivants.

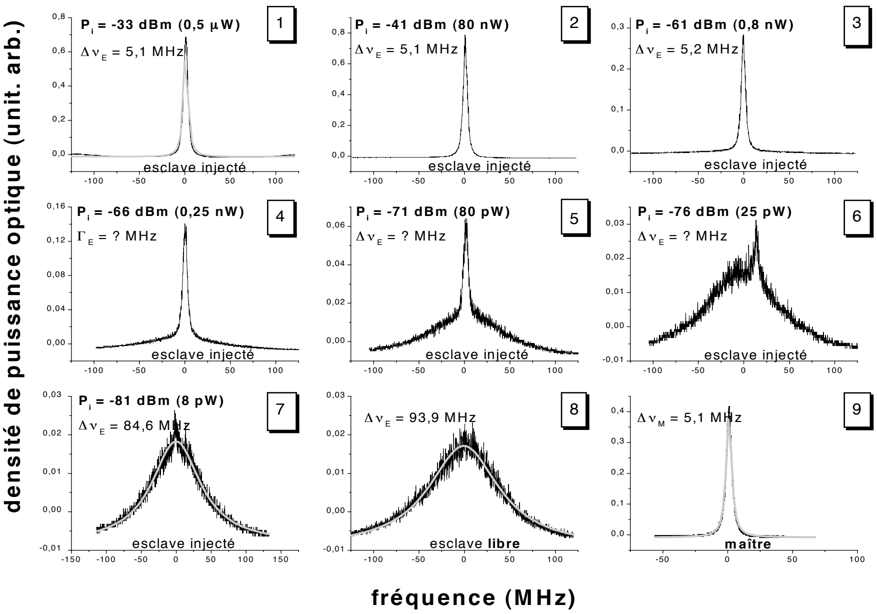


FIG. 2.5 – Spectres Fabry-Perot d'un laser esclave DFB massif à $2,2 \, . \, I_{th}$ de grande largeur de raie ($\approx$ 100 MHz) injecté par un laser de petite largeur de raie ($\approx$ 5 MHz).

Le dernier spectre représente, pour mémoire, le laser maître. Les spectres sont donnés sur une même échelle horizontale de 250 MHz (pleine échelle) sauf les spectres 7 et 9. Les échelles verticales sont adaptées pour la représentation optimale de chaque spectre. Les ajustements lorentziens des spectres, lorsqu'ils sont possibles, *sont superposés en trait gris pointillé à la courbe expérimentale en trait fin. Ces spectres ont été obtenus à l'analyseur FP (AFP) d'ISL 300 MHz et de résolution 2 MHz. Les valeurs de largeurs de raie données tiennent compte de la fonction d'appareil de l'AFP.*

2.2 Dispositif expérimental

2.2.1 Schéma de montage et matériel utilisé

Le schéma de l'expérience est donné figure 2.6.

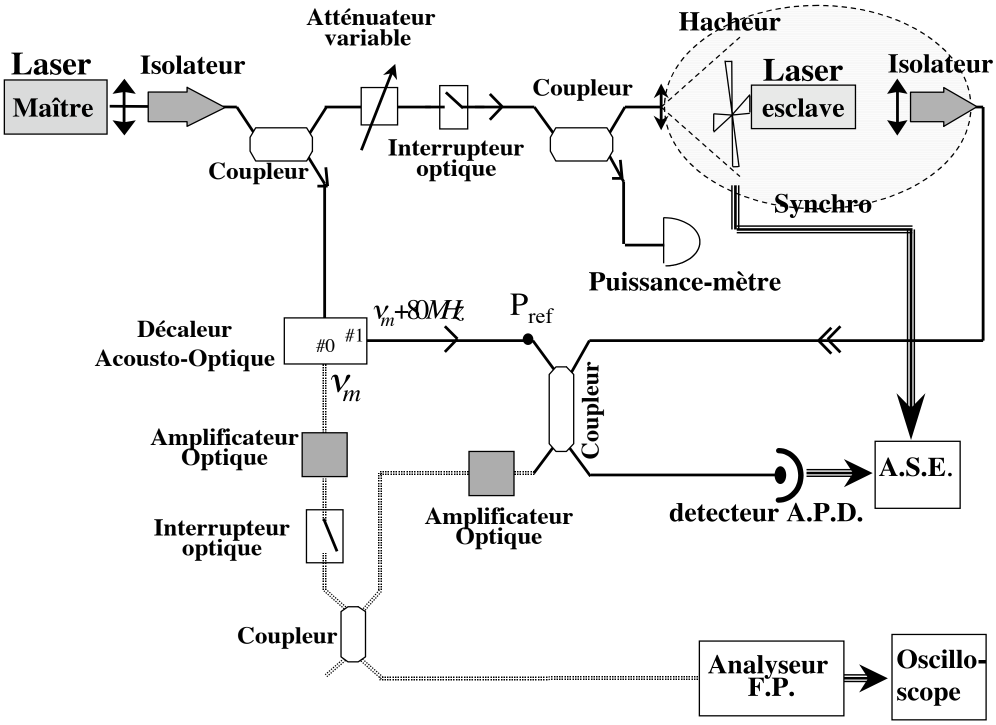


FIG. 2.6 – Schéma de l'expérience du laser amplificateur.
Ce montage permet d'injecter un laser par un autre et de visualiser les spectres FP du laser esclave ainsi que le battement entre le laser maître (décalé de 80 MHz) et le laser esclave. Légende : traits uniques : fibre à maintien de polarisation ; traits doubles pointillés : fibre monomode standard ; traits triples : liaisons électriques. A.P.D. : Photodiode à Avalanche. ASE : Analyseur de spectre électrique.

On reconnaît le laser maître qui, via un isolateur et un atténuateur variable, injecte un laser esclave que nous appellerons pour alléger le texte "laser amplificateur", "amplificateur", "laser esclave" ou encore "laser détecteur" par abus de langage dans le reste de ce chapitre. Dans cette expérience, l'utilisation du bloc d'injection dit "esclave" présenté en figures 1.5 et 1.6 est impossible. En effet, accessible uniquement en face avant, ce laser ne peut être isolé optiquement puisqu'il doit être injecté. Le laser est alors contre-réactionné. On ne peut donc observer sa forme de raie et encore moins en mesurer la largeur, sauf si il est accroché totalement en fréquence et en phase, ce qui n'est pas le cas ici. Dans le but de pallier la contre-réaction résiduelle, nous avons réalisé un second bloc d'injection dit bloc détecteur (photo 1.7). Le laser reçoit le rayonnement maître par l'intermédiaire d'une interface laser-fibre adaptée : le faisceau en sortie de fibre est repris par une lentille de focale 10 mm qui le focalise sur la face avant du laser amplificateur. Cette lentille est, contrairement au bloc esclave, placée à une distance suffisante ($>$ 10 cm) du laser amplificateur pour que celui-ci ne subisse pas de contre-réaction optique. La contre-partie est que la puissance injectée, à puissance maître donnée, est beaucoup plus faible qu'auparavant. Ceci n'est pas gênant puisque ce montage doit servir à étudier l'injection de très faibles puissances. Cependant, cette perte d'insertion très élevée exclut de collecter le signal du laser amplificateur par la même voie comme c'était le cas pour les expériences précédentes utilisant le bloc d'injection "esclave". Nous avons donc utilisé en face arrière du laser une interface laser-fibre commerciale à isolateur intégré. Le flux collecté est suffisant pour être étudié, malgré le traitement haute réflectivité de la face arrière ou les franges de Lloyd (réflexions sur l'embase) qui affectent la géométrie du faisceau.

Le laser peut alors être étudié :
- dans un premier temps, par un analyseur FP d'ISL 300 MHz et de résolution 2 MHz qui permet d'observer les modifications éventuelles du spectre optique du laser amplificateur,
- dans un second temps, lorsque l'injection devient trop faible pour que le spectre soit modifié de manière visible, un détecteur rapide suivi d'un analyseur de spectre électrique permet de visualiser le battement entre le laser amplificateur et une partie du laser maître décalé de 80 MHz en fréquence par un acousto-optique. La puissance de référence P_{ref} vaut -20 dBm (10 μW). Pour nous assurer que l'injection se fait bien en centre de raie, nous ajoutons sur l'analyseur FP une partie du laser maître par voir directe.

2.2.2 Étalonnage de la puissance injectée sur le bloc détecteur

La difficulté pour ce bloc d'injection est d'évaluer la puissance injectée dans le laser. Dans le chapitre 1.3.3, nous avions montré que la perte d'insertion L_2 de ILFE sur le bloc esclave était réciproque, ce qui n'est bien sûr pas le cas ici puisque, par exemple, toute la puissance issue du laser amplificateur et donc comprise dans un faisceau très divergent, n'est pas collectée par la lentille qui permet d'injecter le laser maître.

Une étape préalable à toute expérience est donc la détermination de la perte d'insertion L_1 de cette interface, c'est à dire la différence entre la puissance lue P_1 sur le puissance-mètre et la puissance réellement injectée $P_{\text{injectée}}$.

Un schéma explicatif du protocole expérimental nous permettant de connaître la puissance injectée est donné figure 2.7.

La première étape consiste à placer le laser sur le bloc esclave. Comme on l'a vu précédemment, la perte d'insertion L_2 est réciproque et de valeur 3 dB. On peut donc tracer la courbe d'étalonnage photovoltaïque du laser employé en fonction de $P_{\text{injectée}}$. Pour cela, on utilise le laser comme détecteur photovoltaïque (c'est à dire sans courant de polarisation) : il apparaît à ses bornes une tension photovoltaïque fonction du flux effectif injecté dans la jonction.

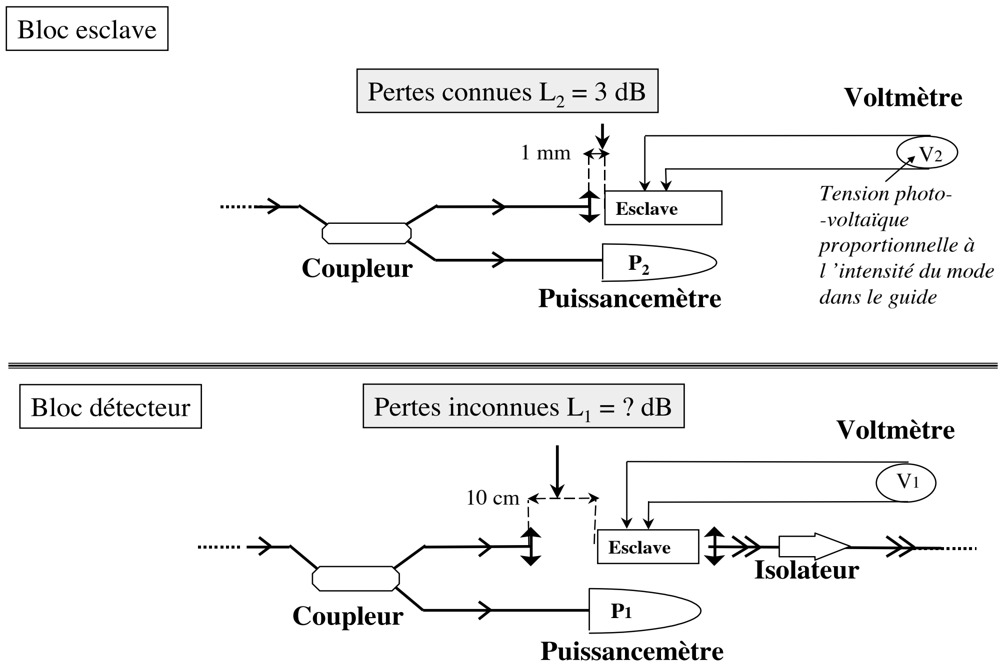


FIG. 2.7 – Détermination de la perte d'insertion du bloc détecteur.
Étalonnage : On choisit P_1 et P_2 telles que $V_1 = V_2$. Dans ce cas, on a : $P_{injectée} = P_2 - L_2 = P_1 - L_1$. On en déduit alors les pertes de l'interface laser-fibre du bloc détecteur : $L_1 = P_1 - P_2 + L_2$. En pratique : $P_{injectée} = P_1 - L_1$ [dBm].

Une courbe d'étalonnage est donnée figure 2.8. La courbe varie rapidement au delà d'un certain seuil de puissance (environ -50 dBm, soit 10 nW) à partir duquel la tension passe rapidement à des valeurs mesurables de l'ordre de 1 à quelques 100 mV.

Puis, on place le laser sur le bloc détecteur, toujours en mode photovoltaïque et on injecte une puissance telle que la tension photovoltaïque soit de l'ordre de quelques 10 mV (par exemple). On relève alors sur le puissance-mètre la valeur P_1 de la puissance lue. La courbe d'étalonnage nous permet de connaître la puissance $P_{\text{injectée}}$ réellement injectée.

On en déduit alors la perte d'insertion L_1 du bloc d'injection détecteur :

$$\begin{aligned} P_{\text{injectée}} &= P_2 - L_2 = P_1 - L_1 \\ &\hookrightarrow \mathbf{L_1 = P_1 - P_2 + L_2} \end{aligned} \tag{2.1}$$

Cette détermination doit être faite avant chaque expérience. Une vérification est faite également après pour vérifier que cette perte n'a pas changé. Le montage s'est révélé assez stable (0.5 dB/heure) et la perte L_1 entre 40 dB et 50 dB.

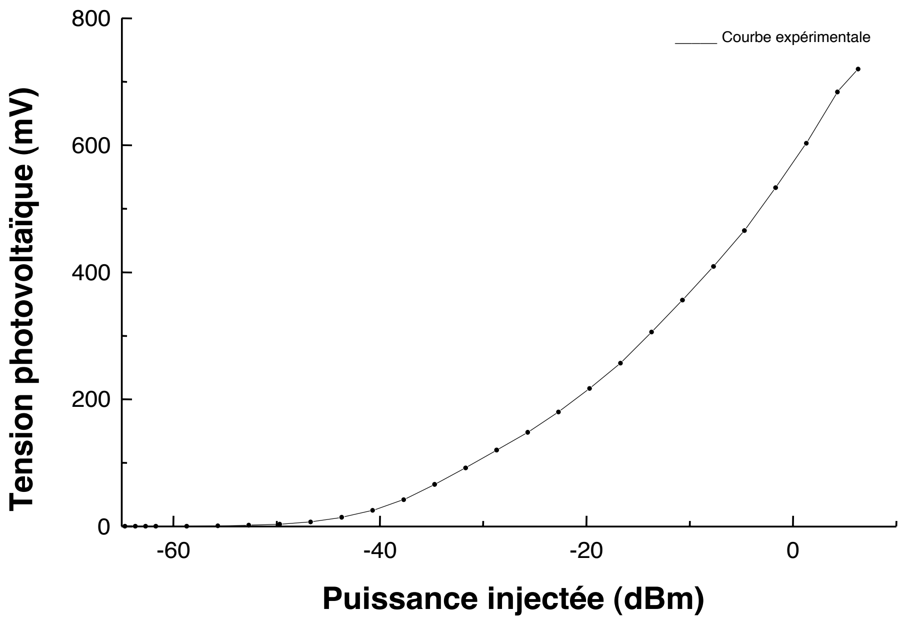


FIG. 2.8 – Courbe d'étalonnage photovoltaïque typique d'un laser DFB massif.

2.3 Résultats obtenus quand $\Delta\nu_{\mathbf{Maître}} \leq \Delta\nu_{\mathbf{Esclave}}$: Le laser amplificateur

2.3.1 Spectres Fabry-Perot

Le laser utilisé est un DFB massif dont le courant de seuil est de 16.0 mA à température ambiante. Le laser maître est la source accordable à cavité externe ($\Delta\nu_{1/2} = 100\ kHz$) dont la puissance de sortie vaut 1 mW.

2.3.1.1 Passage de la faible à la très faible injection

La première étude a consisté à étudier la transition entre la faible injection (limite d'accrochage total) et la très faible injection. La figure 2.5 montre l'évolution du spectre esclave pleine échelle lorsque la puissance injectée décroît. La figure 2.9 montre la même évolution mais l'échelle est la même pour tous les spectres. On constate une nouvelle fois que l'énergie de l'esclave est progressivement transférée au pic à la largeur maître au fur et à mesure que la puissance injectée croît.

Nous avons donc tracé l'amplitude maximale[1] du spectre du laser esclave en fonction

[1] c'est à dire l'amplitude du centre de la raie esclave puisque l'injection se fait ici à désaccord nul

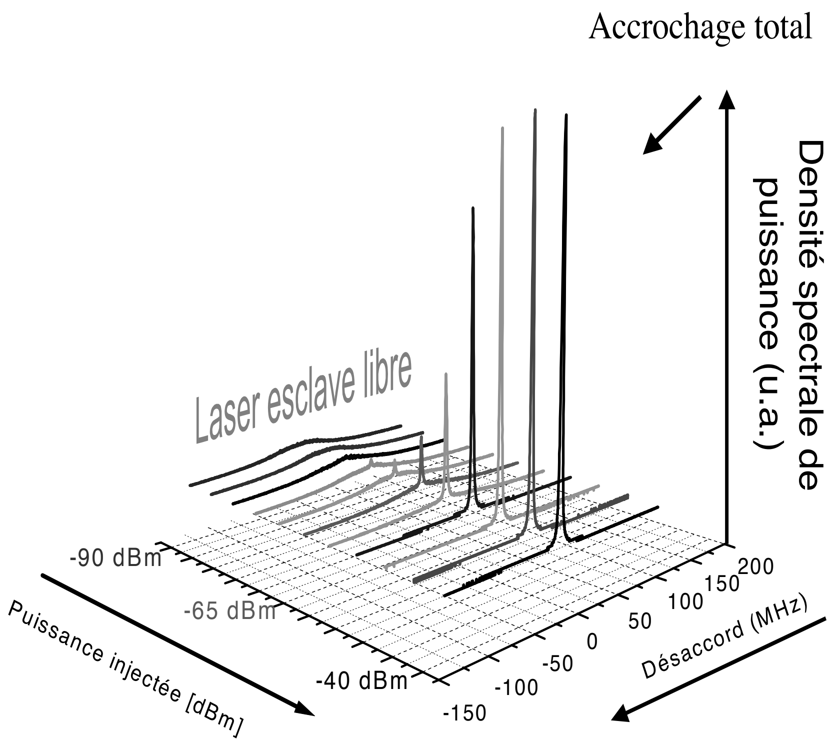


FIG. 2.9 – Spectres Fabry-Perot d'un laser esclave DFB massif polarisé à 1.4 I_{th} de grande largeur de raie (84 MHz) injecté par un laser de plus petite largeur (100 kHz)

On constate que l'énergie initialement répartie sur la largeur de raie esclave (esclave libre) est progressivement transférée en un pic dont la largeur correspond à la largeur maître. Le spectre obtenu pour une puissance injectée de -40 dBm correspond à une situation d'accrochage total.

de la puissance injectée pour différents points de fonctionnement esclave de 0.9 I_{seuil} à 2 I_{seuil}. Ces courbes sont visibles figure 2.10. L'incertitude de mesure est de l'ordre de 5% et correspond à la dispersion sur les mesures de hauteur de pic (chaque valeur est moyennée sur 10 mesures).

On constate sur ces courbes deux niveaux de saturation pour les points de fonctionnement compris entre 1.2 et 2 fois le seuil :

– Le niveau bas de saturation, qui apparaît quand la puissance injectée est inférieure à -70 dBm (0.1 nW), correspond à l'amplitude maximale du spectre de l'esclave libre. La puissance injectée n'est pas suffisante pour modifier notablement l'amplitude du spectre esclave. Nous détaillerons cette zone dans le paragraphe suivant. Il va de soi que plus l'esclave est loin du seuil, plus sa puissance est grande et donc, plus ce niveau de saturation est élevé.
– Le niveau de saturation, qui apparaît quand la puissance injectée est supérieure à

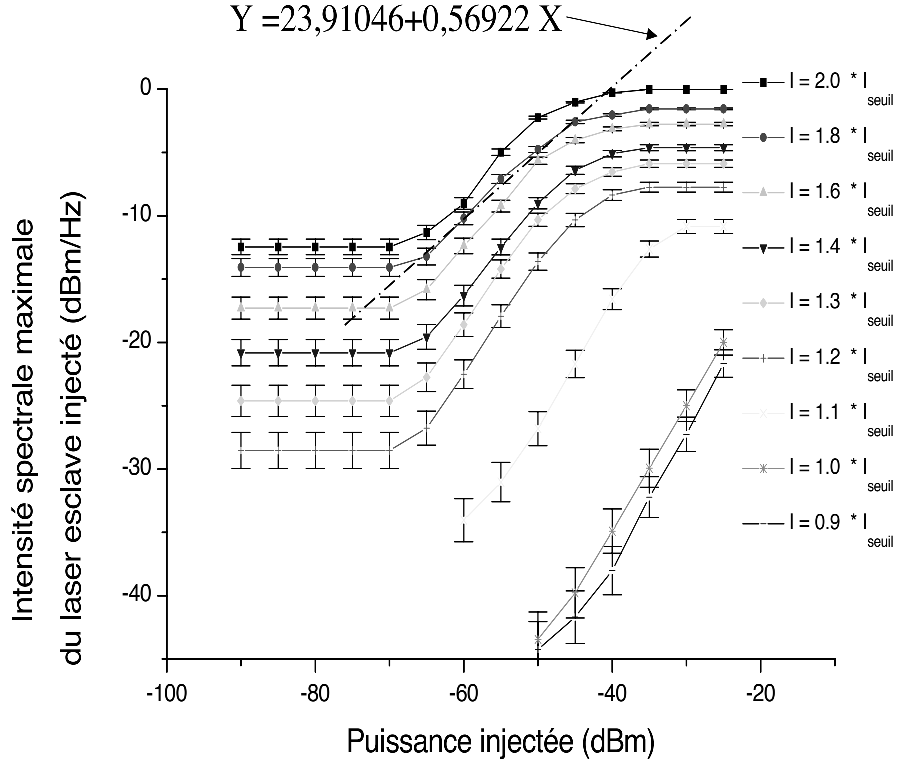


FIG. 2.10 – Évolution de l'amplitude maximale du laser esclave en fonction de la puissance injectée pour divers points de fonctionnements.

Le niveau bas de saturation correspond l'amplitude à l'esclave libre (la puissance injectée n'est pas suffisante pour modifier visiblement le spectre du laser esclave). Le niveau haut de saturation correspond à une situation d'accrochage total.

-40 dBm (0.1 μW) correspond à une situation d'accrochage total. A ce niveau de puissance injectée, la puissance totale du laser esclave n'est pas modifiée. L'accrochage étant total, sa largeur est celle du laser maître (100 kHz). Or, la résolution du FP est de 2 MHz. On peut donc en première approximation assimiler ce niveau à la puissance totale du laser esclave. Cependant, si la puissance injectée augmente trop, la puissance de sortie de l'esclave peut être modifiée et cette remarque n'est plus valable.

On constate également un zone linéaire (en échelle log-log) entre ces niveaux de saturation. Par exemple, pour le laser polarisé à 1.8 fois le seuil, aux incertitudes de mesure près, la pente de cette zone linéaire est 0.5. On peut donc écrire :

$$10\log(P_{pic[mW]}) = 0.5 * 10\log(P_{inj[mW]}) \tag{2.2}$$

Donc, la hauteur du pic est proportionnelle à la racine carré de la puissance injectée. Elle est donc linéairement dépendante de l'amplitude du champ injecté. On peut donc dire que **l'amplification est linéaire entre -45 et -65 dBm de puissance injectée** pour un laser polarisé à 1.8 fois le seuil. Le même constat peut être fait pour les lasers dont le courant de polarisation est supérieur à 1.5 fois le seuil. En dessous, cela n'est plus exactement vérifié.

Pour les points de fonctionnement égaux ou inférieurs à 1.1 fois le seuil, la puissance de sortie de l'esclave libre est trop faible et la largeur de raie trop large pour que la raie esclave libre soit visible avec cet analyseur Fabry-Perot. On ne peut donc voir apparaître le niveau de saturation bas. Par contre, il est intéressant de constater que l'on arrive à modifier le spectre esclave à ces points de fonctionnement. Cependant, l'accrochage total se produit pour des puissances injectées supérieures à -30 dBm, que nous n'avons pas représentés sur cette figure.

La figure 2.11 résulte de la courbe 2.10 et représente la détectivité du système de détection (laser amplificateur + F.P. d'analyse) en fonction de la puissance injectée pour différents points de fonctionnement. C'est en fait la hauteur maximale du spectre Fabry-Perot lorsque le laser est injecté rapportée à cette hauteur quand le laser est seul. **On constate que pour des puissances injectées supérieures à -70 dBm, la détectivité est d'autant meilleure que le laser est proche du seuil.** Il est important de souligner qu'une détectivité de 0 dB sur notre figure correspond à une multiplication par 1 de l'amplitude du centre de la raie esclave. En d'autres termes, cela revient à dire que le spectre esclave n'a pas été modifié.

On peut également rendre compte de l'amplification du laser esclave en terme de gain optique, c'est à dire en terme de rapport entre la puissance de sortie et la puissance injectée. Si on définit P_{max} comme la puissance maximale de la densité spectrale de puissance du laser injecté et P_{min} la puissance maximale de la densité spectrale de puissance du laser esclave libre, on peut tracer le gain du laser définit comme suit :

$$G = \frac{(P_{max} - P_{min})}{P_{inj}} \tag{2.3}$$

les unités étant en échelle linéaire.

C'est ce qui est tracé sur la figure 2.12. On constate sur cette figure que le gain est quasiment nul pour une puissance inférieure à -70 dBm. Au dessus, le gain augmente au fur et à mesure que la puissance injectée augmente pour atteindre des gains de l'ordre de 10^5 pour un laser polarisé à 2 fois son courant de seuil. Puis le gain diminue à partir de puissances injectées de l'ordre de -55 dBm. Cela s'explique par le fait que, comme on l'a vu sur la figure précédente, au dessus de cette puissance injectée, la hauteur du pic esclave commence à saturer, on se rapproche de l'accrochage total. Donc, si on continue d'augmenter la puissance injectée, le gain diminue.

Enfin, à la différence de la courbe qui décrivait la détectivité du système (Laser + Fp d'analyse), **l'amplification est d'autant plus grande que le laser est polarisé loin du seuil**, ce qui semble naturel puisque le système a plus de gain.

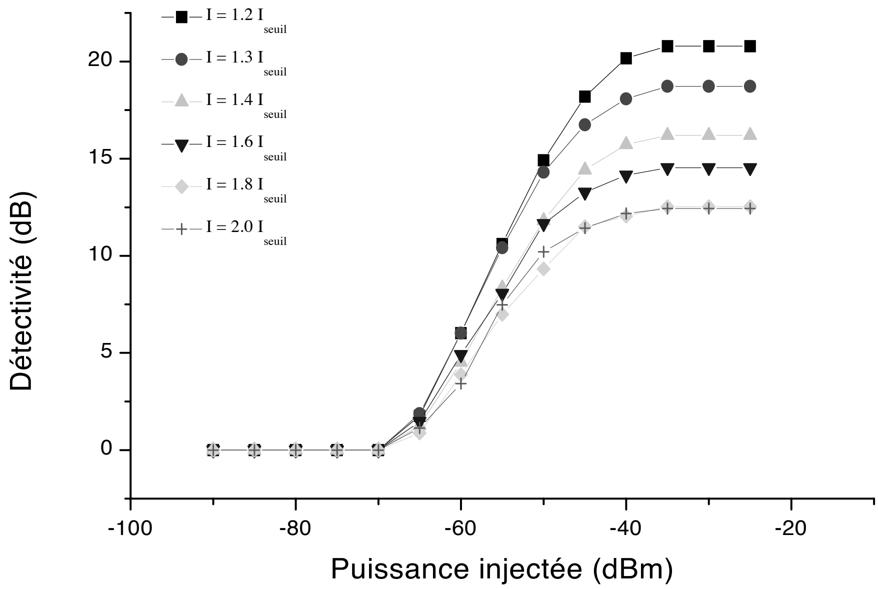


FIG. 2.11 – Évolution de l'amplitude maximale du laser esclave en fonction de la puissance injectée rapportée à l'amplitude du laser esclave libre pour divers points de fonctionnements.
Le niveau bas de saturation correspond l'amplitude à l'esclave libre (la puissance injectée n'est pas suffisante pour modifier visiblement le spectre du laser esclave). Le niveau haut de saturation correspond à une situation d'accrochage total.

Les figures 2.13 et 2.14 montrent, elles, un agrandissement du spectre esclave en se focalisant sur le piédestal. Nous avons tracé cette évolution pour deux points de fonctionnement esclave : 1.2 et 4 fois le courant de seuil. Les largeurs de raie correspondantes du laser esclave libre pour ces points de fonctionnement sont respectivement 84 et 18 MHz. Partant d'une situation d'accrochage totale, on voit clairement sur ces deux figures la diminution du pic à la largeur du laser maître au profit de la raie à la largeur de raie esclave au fur et à mesure que la puissance injectée diminue.

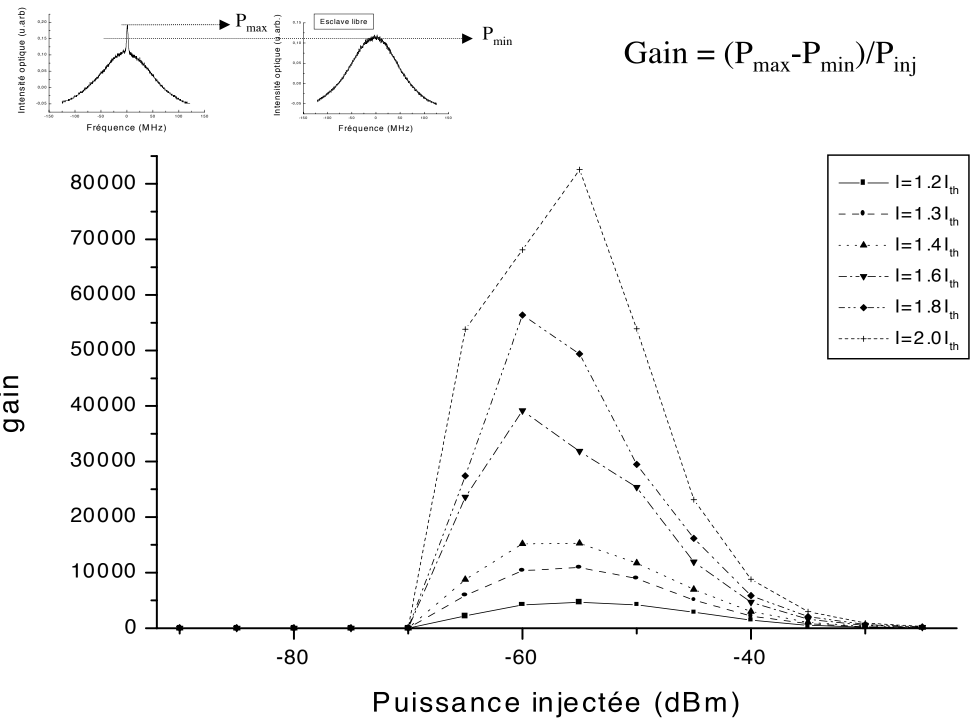


FIG. 2.12 – Évolution du gain du laser esclave en fonction de la puissance injectée pour divers points de fonctionnements du laser esclave.

Soit P_{max} la puissance maximale de la densité spectrale de l'esclave injecté et P_{min} la puissance maximale de la densité spectrale de l'esclave libre. Le gain s'exprime comme le rapport entre $(P_{max} - P_{min})$ et la puissance injectée. Toutes ces puissances sont exprimées en échelle linéaire.

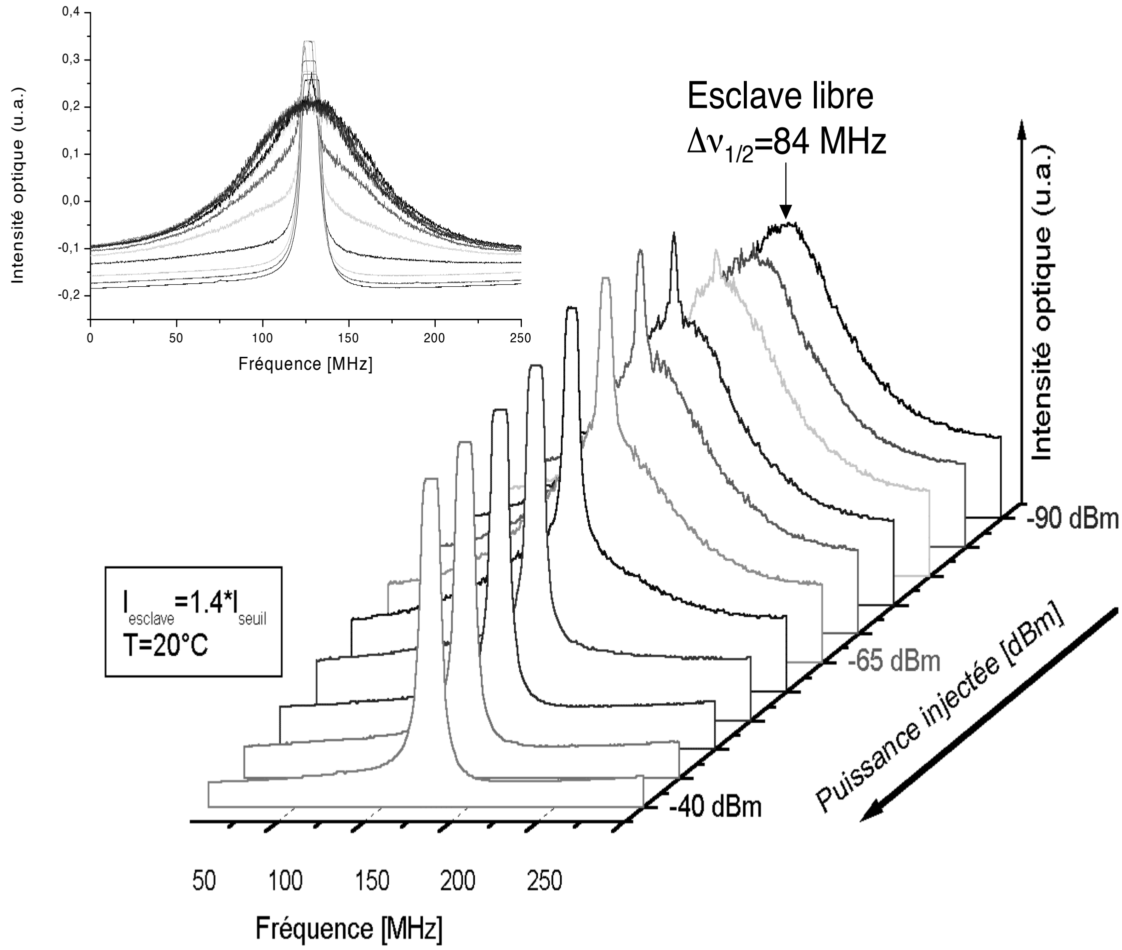


FIG. 2.13 – Évolution du piédestal du laser esclave polarisé à 1.2*I_{seuil} en fonction de la puissance injectée.

La largeur de raie de l'esclave libre est de 84 MHz. Le pic à la fréquence maître est limité par la résolution de l'analyseur Fabry-Perot (ISL=300 MHz, R=2 MHz).

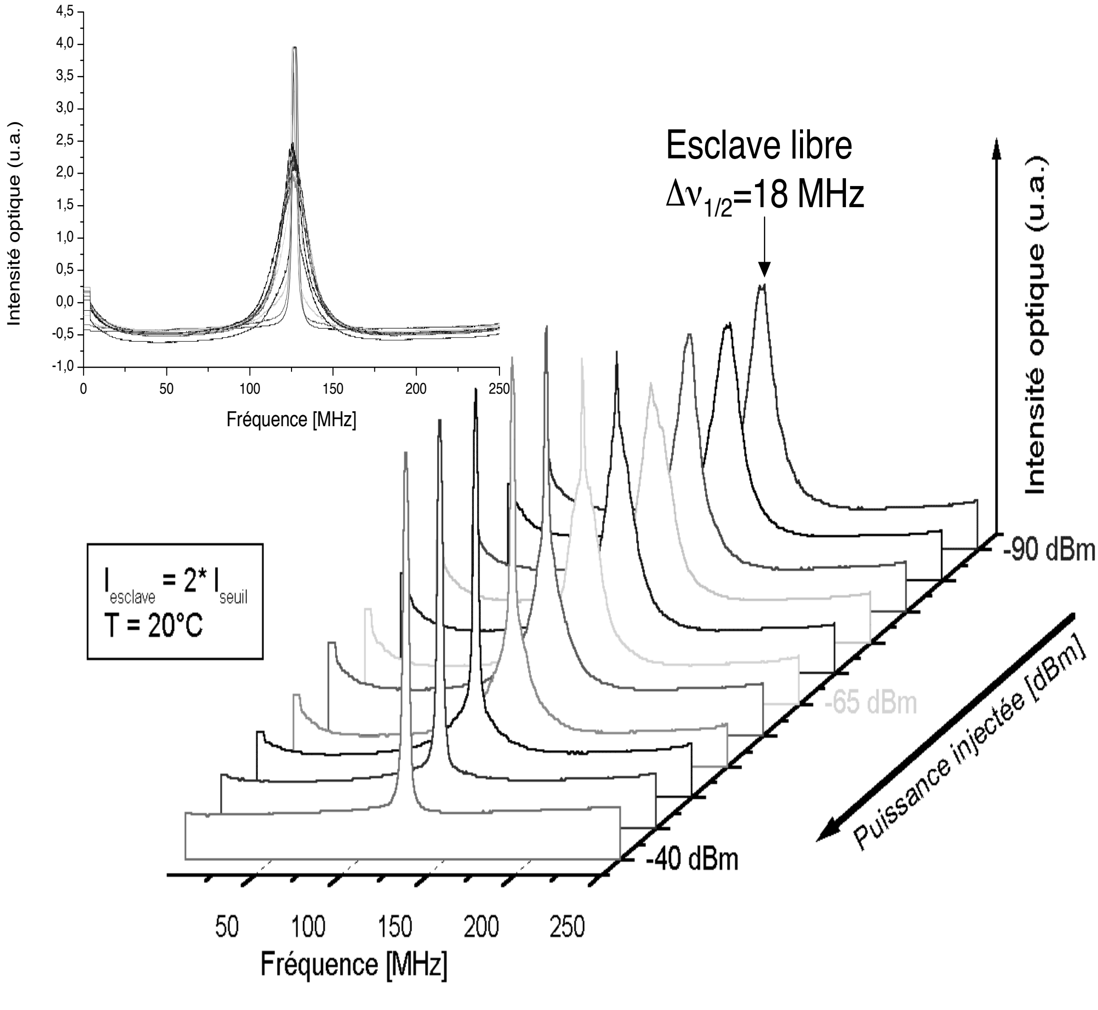


FIG. 2.14 – Évolution du piédestal du laser esclave polarisé à 2*I_{seuil} en fonction de la puissance injectée.

La largeur de raie de l'esclave libre est de 18 MHz. Le pic à la fréquence maître est limité par la résolution de l'analyseur Fabry-Perot (ISL=300 MHz, R=2 MHz).

2.3.1.2 Étude approfondie de la très faible injection

Nous nous concentrons maintenant sur des puissances injectées inférieures à -83 dBm, région dans laquelle il paraissait y avoir un niveau de saturation sur la courbe 2.10. En fait, on peut constater que le spectre est modifiée jusqu'à des puissances injectées de l'ordre du picowatt.

Des spectres Fabry-Perot ont été relevés pour différentes valeurs de puissances injectées et pour différents points de fonctionnement esclave :

- $I_E = 16.7\ mA(1.05 * I_{seuil}), P_{sortie} = -16.5\ dBm(0.022\ mW), \Delta\nu_{1/2} = 142\ MHz$,
- $I_E = 21.5\ mA(1.34 * I_{seuil}), P_{sortie} = -3\ dBm(0.5\ mW), \Delta\nu_{1/2} = 76.1\ MHz$,
- $I_E = 30.5\ mA(1.90 * I_{seuil}), P_{sortie} = +1.6\ dBm(1.47\ mW), \Delta\nu_{1/2} = 31.6\ MHz$.

Nous appellerons "piédestal" la raie dont la largeur est celle de l'esclave libre et "pic" la raie au dessus de ce piédestal qui représente la partie amplifiée du maître.

Chaque spectre est moyenné à l'oscilloscope sur quatre balayages. On constate sur les figures 2.15, 2.16 et 2.17 que, quelque soit la largeur de raie du laser détecteur (à condition qu'elle soit inférieure à la largeur de raie maître), au fur et à mesure que la puissance injectée décroît, le pic décroît au profit du piédestal pour aboutir à la raie de l'esclave libre quand la puissance injecté est de l'ordre de -90 DBm (picowatt). Le pic fin correspond donc à l'amplification du signal injecté. Les limites atteintes sont légèrement différentes en fonction de la largeur du détecteur. En effet, **la limite atteinte pour le laser de largeur 142 MHz est de -93 dBm (0.5 picowatt) contre -89 dBm ($\approx$ 1 picowatt) pour celui de largeur 32 MHz.** Ceci est dû à deux facteurs :

- tout d'abord aux largeurs de raie relatives entre le maître et l'esclave. En effet, nous considérons que le laser amplificateur détecte le signal injecté si on voit apparaître sur son spectre optique un pic à la largeur maître. Or, il est clair que plus la différence entre ces deux largeurs est grande, plus il est facile de distinguer le petit pic fin sortir du pic plus large. Donc, plus la largeur de raie de l'amplificateur est grande par rapport au laser maître, plus la détection au Fabry-Perot est aisée.
- la deuxième raison est également d'ordre expérimental et est due au fait que sur notre montage, et comme nous l'avons dit dans le premier chapitre, plus le laser détecteur est polarisé loin du seuil, plus les instabilités fréquencielles (rapportées à largeur de raie) sont importantes. Nous attribuons ce phénomène à une contre-réaction optique résiduelle sur la première lentille de l'optique de reprise, avant l'isolateur (cf paragraphe 1.4.3) qui sans pour autant affecter la forme de raie, entraîne des instabilités qui sont d'autant plus importantes que la puissance du laser est forte.

La détection est donc plus facile pour un laser proche du seuil.

Il faut noter que la résolution du Fabry-Perot n'est que de 2 MHz. La mesure de la largeur du pic le plus fin sur les différents spectres nous donne donc 2 MHz au lieu de 100 kHz. On peut penser qu'une meilleure résolution nous aurait donné une meilleur détec-

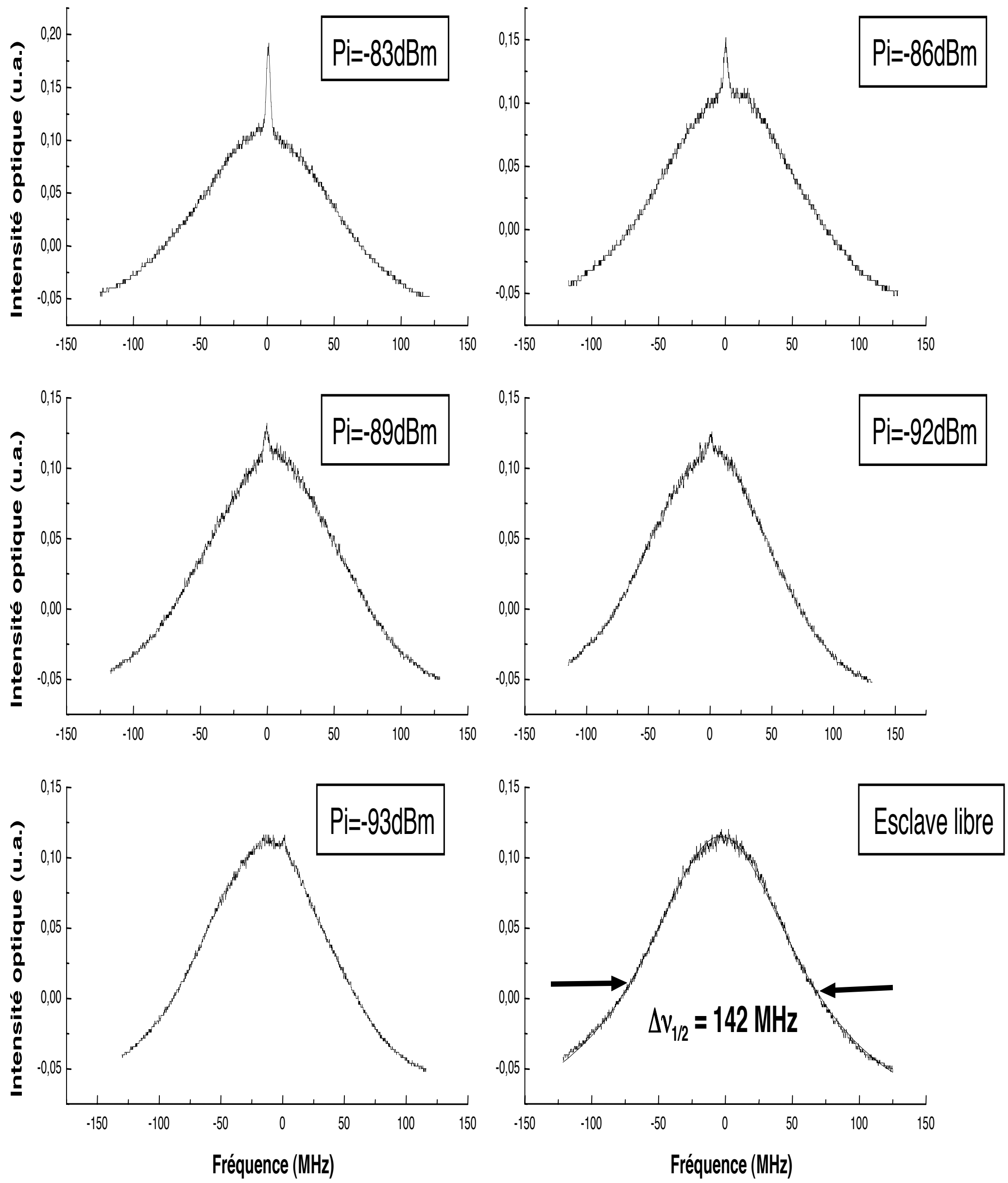


FIG. 2.15 – Spectres Fabry-Perot du laser amplificateur ($\Delta\nu_{1/2}^{esclave\ libre} = 142\ MHz$).
Le laser maître est une source accordable à cavité externe. Le courant du laser amplificateur (DFB massif, $I_{seuil} = 16.0\ mA$) est I = 16.7 mA, ce qui correspond à une puissance optique de 22 μW et une largeur de raie de 142 MHz (calculée par ajustement lorentzien).

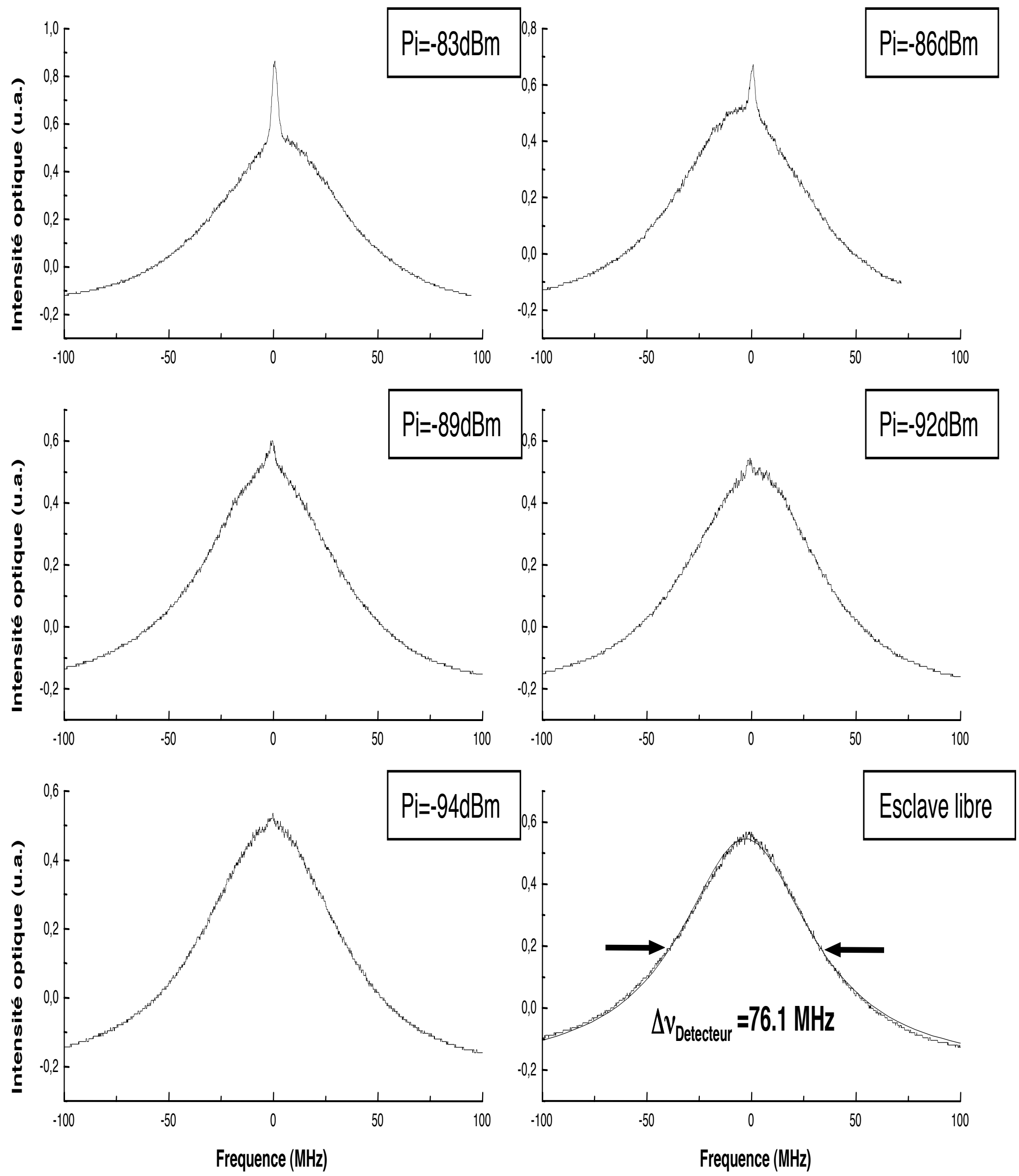


FIG. 2.16 – Spectres Fabry-Perot du laser amplificateur ($\Delta\nu_{1/2}^{esclave\ libre} = 76.1\ MHz$).

Le laser maître est une source accordable à cavité externe. Le courant du laser amplificateur (DFB massif, $I_{seuil} = 16.0\ mA$) est $I = 21.5\ mA$, ce qui correspond à une puissance optique de 0.5 mW et une largeur de raie de 76.1 MHz (calculée par ajustement lorentzien).

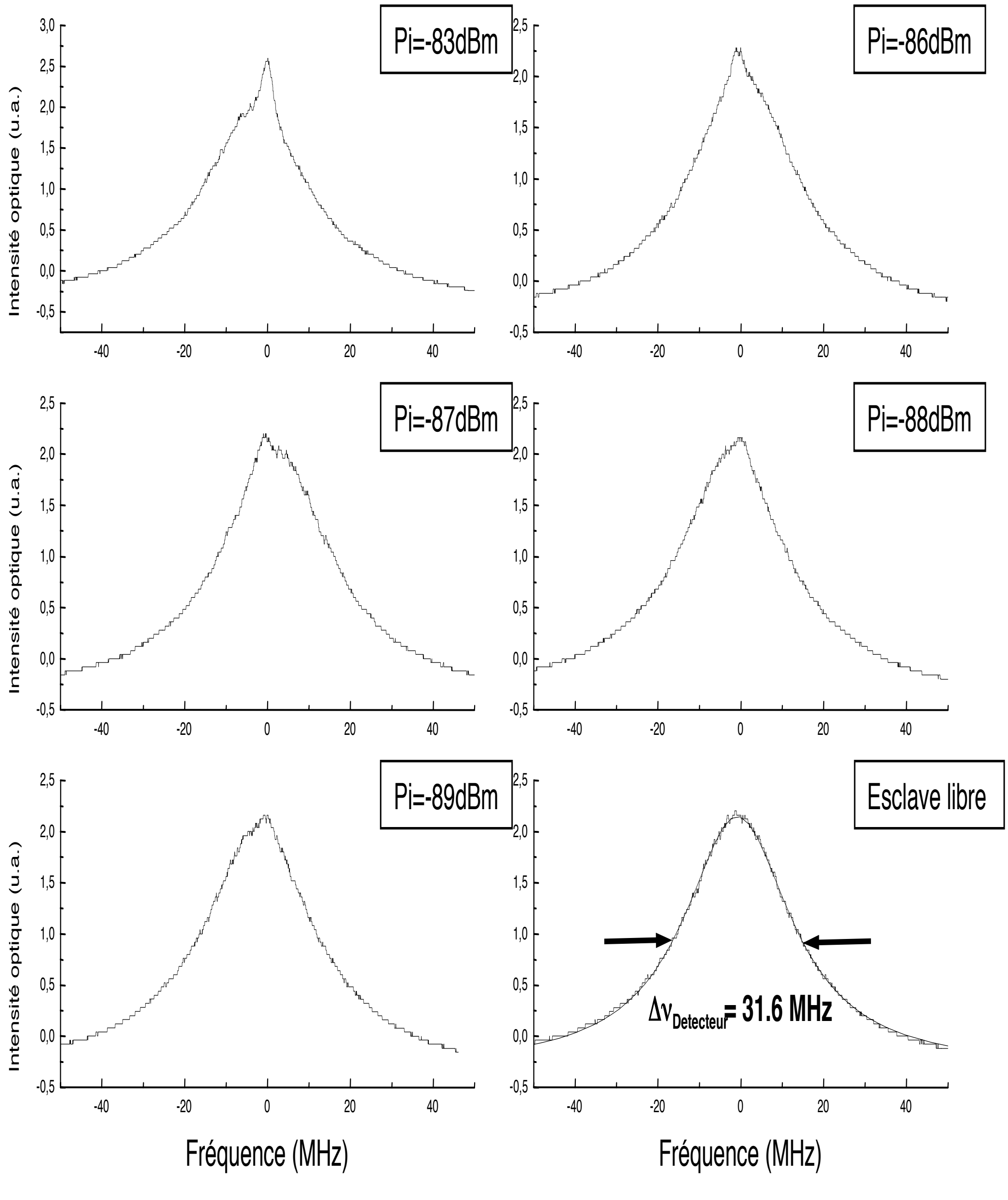


FIG. 2.17 – Spectres Fabry-Perot du laser amplificateur ($\Delta\nu_{1/2}^{esclave\ libre} = 31.6\ MHz$). *Le laser maître est une source accordable à cavité externe. Le courant du laser amplificateur (DFB massif, $I_{seuil} = 16.0\ mA$) est $I = 30.5\ mA$, ce qui correspond à une puissance optique de 1.47 mW et une largeur de raie de 31.6 MHz (calculée par ajustement lorentzien).*

tion. Cependant, pour un Fabry-Perot d'ISL 300 MHz, il nous aurait fallu une finesse d'au moins 3000 pour espérer mesurer approximativement une largeur de 100 kHz. Nous n'avons pas disposé de cet appareil au laboratoire durant ce travail de thèse.

2.3.2 Signal de battement entre le laser maître et le laser amplificateur

2.3.2.1 résultats expérimentaux

Nous avons donc vu que pour une puissance injectée inférieure à -93 dBm, le spectre optique du laser amplificateur n'est plus modifié (avec ce Fabry-Perot). Cette détection était une détection en "intensité" dans le sens où la détection est quadratique et l'information sur la phase du champ totalement perdue. Nous avons voulu effectuer une détection "en champ" généralement beaucoup plus sensible mais impossible à réaliser avec un détecteur quadratique, en vue d'abaisser la limite de détection. La détection "en champ" ne peut se faire que par des méthodes interférentielles. Nous avons donc effectué un battement hétérodyne entre le laser amplificateur et le laser maître décalé de 80 MHz et modulé par un hacheur (fréquence de modulation : 2 Hz).

Le laser du paragraphe précédent n'étant plus opérationnel, le laser utilisé ici est un autre DFB massif mais dont le courant de seuil est de 21.69 mA à température ambiante. Le détecteur utilisé pour mesurer le signal de battement est une photodiode à avalanche au germanium d'une surface de 0.07 mm^2, de bande passante $DC \leftrightarrow 2\ GHz$, suivi d'un amplificateur qui nous permet un gain ajustable de 1 à 30.

Le signal de battement est ensuite observé sur un analyseur de spectre électrique (ASE). Sa configuration est la suivante :

- Fréquence : 80 MHz,
- Excursion horizontale : 0 Hz,
- Bande passante vidéo (VBW) : 30 Hz,
- Bande passante de résolution (RBW) : 3 kHz.

La bande passante de résolution représente la largeur spectrale du filtre centré à 80 MHz. La bande passante vidéo représente la fréquence de coupure du filtre passe bas situé entre la détection et l'écran de l'ASE qui permet de couper le bruit haute fréquence et par conséquent lisser le signal avant la visualisation. Ces deux derniers paramètres ont été choisis de manière empirique pour optimiser le signal de battement et notamment le rapport signal sur bruit. La figure 2.18 représente le signal de battement pour différentes valeurs de RBW comprise entre 100 kHz et 1 kHz à VBW fixée à 30 Hz. De même, la figure 2.19 représente le signal de battement pour différentes valeurs de VBW entre 100 kHz et 1 Hz à RBW fixée à 3 kHz. Comme nous l'avons dit, le meilleur compromis est obtenu pour une VBW de 30 Hz et une RBW de 3 kHz. Par conséquent, le temps de montée des créneaux est $t = 1/30\ Hz = 33\ ms$.

Sur ces figures, le niveau haut du signal représente le niveau du battement hétérodyne lorsque le laser est injecté en centre de raie, le niveau bas correspond au signal de battement entre le laser maître et le laser esclave quand l'injection est coupée mais lorsque la fréquence maître est égale à la fréquence esclave. Il ne s'agit en aucun cas du bruit de fond du système de détection. Un désaccord en fréquence lorsque l'injection est coupée provoque une baisse du signal de battement. Cependant, le bruit observé sur chacun des niveaux est lui dû au système de détection et en particulier au bruit de détecteur.

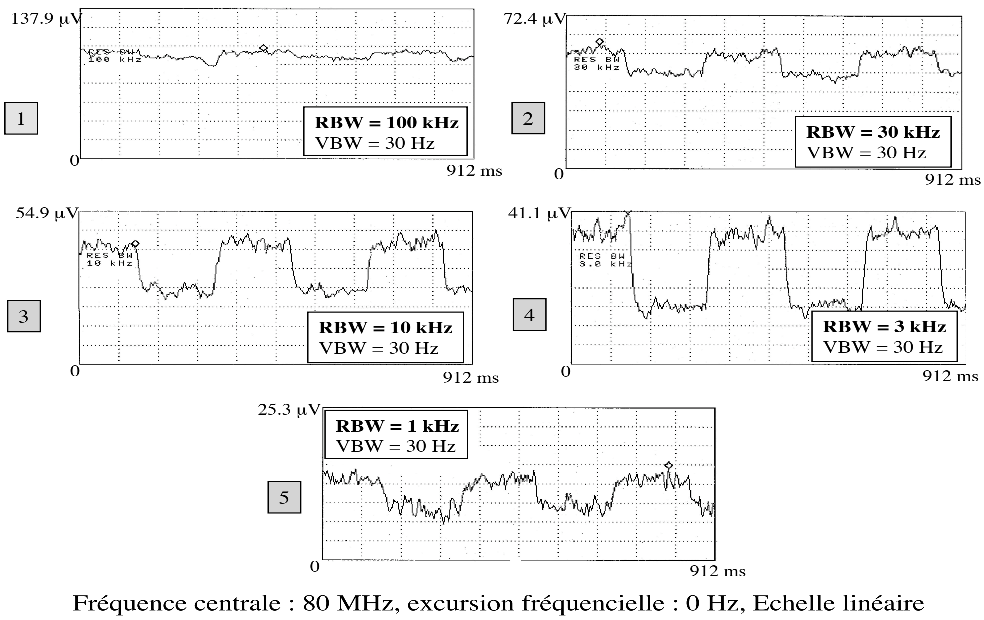


FIG. 2.18 – Influence de la bande passante de résolution sur le signal de battement. *La fréquence centrale de l'ASE est de 80 MHz et l'excursion horizontale de 0 Hz. La bande passante vidéo est fixée à 30 Hz. On constate que le signal avec le rapport signal sur bruit minimum est obtenu pour une RBW de 3 kHz (figure 4).*

La figure 2.20 représente l'amplitude du signal de battement (en μV) en fonction de la puissance injectée (en dBm) pour trois points de fonctionnement du laser amplificateur : $3.45 * I_{seuil}$, $2.3 * I_{seuil}$ et $1.5 * I_{seuil}$. La figure 2.21 montre les mêmes résultats mais avec une échelle verticale logarithmique.

On constate tout d'abord que plus la puissance injectée décroît, plus le signal de battement décroît. On peut voir également que pour des puissances injectées supérieures à -60 dBm (1 nW), le signal de battement tend à saturer, nous nous rapprochons en fait de la situation d'accrochage total (voir cartographie des zones d'accrochage figure 2.1). En dessous, le laser fonctionne comme un amplificateur.

On constate également que plus le laser amplificateur est polarisé loin du seuil, plus le signal de battement est important. Ceci s'explique par le fait que la puissance du laser amplificateur est d'autant plus grande que le laser est loin du seuil.

Cependant, la limite de détection la plus basse a été observée pour le laser polarisé à $1.5 * I_{seuil}$ et se situe à -117 dBm ou 2 femtoWatts. Ceci est surtout

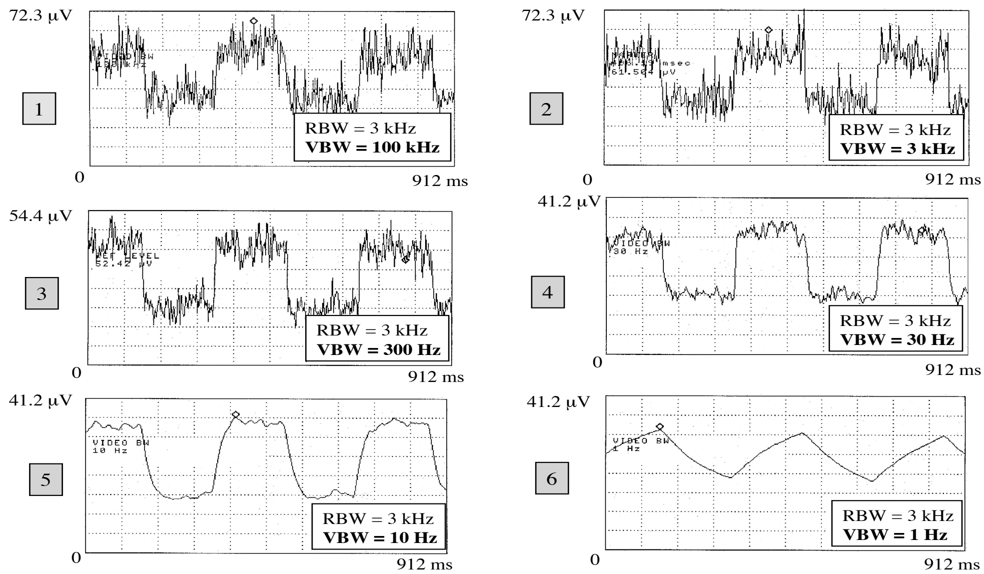


FIG. 2.19 – Influence de la bande passante vidéo sur le signal de battement.
La fréquence centrale de l'ASE est de 80 MHz et l'excursion horizontale de 0 Hz. La bande passante de résolution est fixée à 3 kHz. On constate que le signal avec le rapport signal sur bruit minimum est obtenu pour une RBW de 30 Hz (figure 4).

visible sur la figure 2.21. Attention, il faut noter que les puissances que l'on mesure sont des puissances continues. Ce niveau de détection correspond à $10^{-14.7}$ W, ou 15600 photons/s. Comme le temps de cohérence du champ incident est $\tau = 1/\Gamma$ avec $\Gamma = 80kHz$, ce flux correspond alors à 0.2 photon par temps de corrélation. Ceci est valable en optique classique. En optique quantique, nous dirons que ce seuil correspond à 1 photon détecté tous les 5 temps de corrélation. Nous en reparlerons dans la partie théorique.

La limite observée pour les autres points de fonctionnement est moins bonne. Malheureusement, il est difficile d'attribuer cette constatation à la physique intrinsèque du laser à semi-conducteurs. En effet, nous nous sommes heurtés au même problème que pour l'acquisition des spectres Fabry-Perot : loin du seuil, le laser esclave présente des instabilités fréquencielles (que nous attribuons à une contre-réaction optique résiduelle) et qui nous empêche de superposer nos deux lasers pendant un temps assez long pour observer un signal moins bruité. Pour l'esclave polarisé à $3.5 * I_{seuil}$, la limite n'est que de -107 dBm.

Enfin, on peut rappeler la relation théorique entre le signal de battement et la puissance injectée. On sait que nous effectuons un battement entre le champ de référence A_m qui est constant et le champ de sortie de l'esclave injecté A_E. Donc, le signal de battement B est proportionnel à :

$$B \propto |A_M + A_E|^2 \tag{2.4}$$

$$\propto |A_M|^2 + |A_E|^2 + 2|A_M A_E| \cos(\omega_M - \omega_E)t \tag{2.5}$$

L'injection se faisant en centre de raie, et le pic de référence étant décalé de 80 MHZ par un acousto-optique, $(\omega_M - \omega_E)$=80 MHz. La détection se faisant à 80 MHz, nous ne détectons pas les composantes à la fréquence nulle. De plus, A_M est constant. Donc, le signal de battement est directement proportionnel au champ de sortie de l'esclave :

$$B \propto |A_E| \tag{2.6}$$

Si on regarde la figure 2.21, on constate que la relation entre le signal de battement $B_{[\mu V]}$ et la puissance injectée $P_{inj[dBm]}$ est pour un laser polarisé à 1.5 fois le seuil :

$$\log(B_{[\mu V]}) = 0.05 P_{inj[dBm]} + cste \tag{2.7}$$

$$= 0.5 \log(P_{inj[mW]}) + cste \tag{2.8}$$

Donc, on en déduit que le signal de battement est proportionnel à la racine carré de la puissance injectée :

$$B \propto (P_{inj[mW]})^{\frac{1}{2}} \tag{2.9}$$

Et donc, B est proportionnel au champ injecté A_{inj} :

$$B \propto A_{inj} \tag{2.10}$$

Or, nous avons vu que par définition, notre signal de battement est proportionnel au champ esclave.

Donc, l'amplification, pour un laser polarisé à 1.5 fois le seuil, entre -65 et -110 dBm de puissance injectée, est linéaire.

La figure 2.22 représente une nouvelle fois l'amplitude du signal de battement en fonction de la puissance injectée pour l'amplificateur polarisé à $1.5 * I_{seuil}$ mais où l'on peut voir une illustration des signaux de battement observés sur l'analyseur de spectre électrique. La limite de détection est atteinte quand le rapport signal sur bruit du signal de battement est égal à 1.

La figure 2.23 est la même figure que la figure 2.22 mais l'illustration montre l'évolution des spectres F.P. en fonction du signal de battement. On voit bien qu'en dessous de $\approx -90\ dBm$, le spectre F.P. de l'amplificateur n'est plus modifié alors que la méthode de battement permet encore de détecter le signal.

La méthode de battement nous permet donc de descendre la limite de détection par rapport au Fabry-Perot de 25 dB. La limite de détection obtenue est $-117\ dBm$, soit 2 femtoWatt.

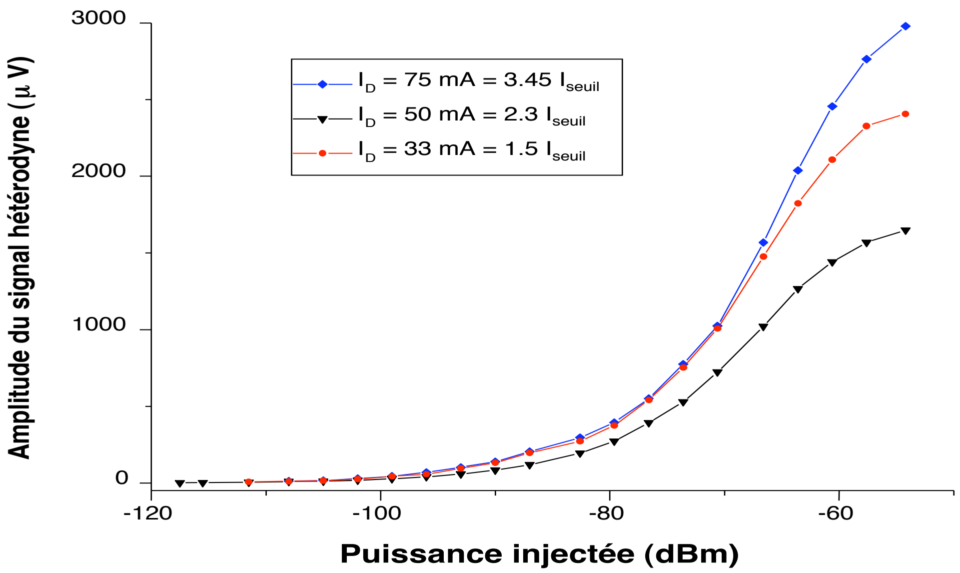


FIG. 2.20 – Signal de battement (en μV) entre le laser amplificateur et le laser maître décalé en fréquence en fonction de la puissance injectée (en dBm) pour différents points de fonctionnement de l'amplificateur (3.45, 2.3 et 1.5 fois le courant de seuil).

On constate que plus la puissance injectée diminue, plus le signal de battement diminue. On constate également qu'au dessus de -60dBm, le signal de battement sature, c'est l'accrochage total. La puissance minimale détectée est -117 dBm (2 femtoWatts) pour le laser amplificateur polarisé loin du seuil.

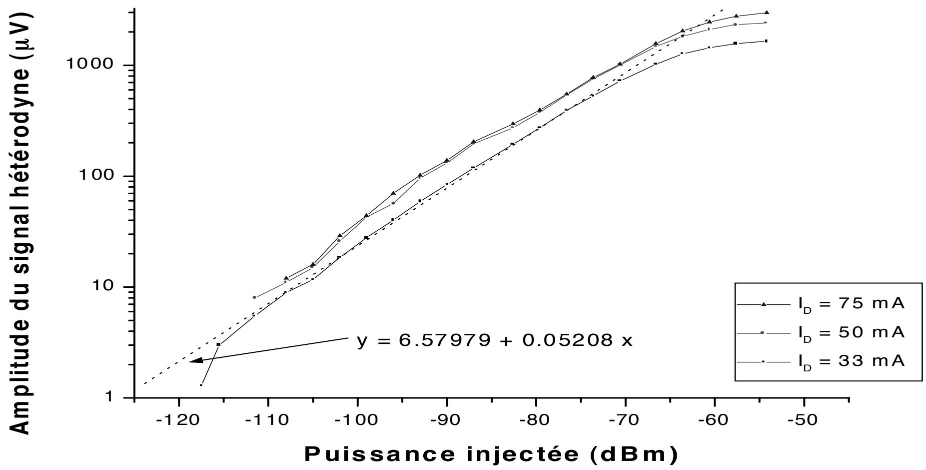


FIG. 2.21 – Signal de battement (en echelle logarithmique) entre le laser amplificateur et le laser maître décalé en fréquence en fonction de la puissance injectée pour différents points de fonctionnement de l'amplificateur (3.45, 2.3 et 1.5 fois le courant de seuil.

La puissance minimale détectée est -117 dBm (2 femtoWatts) pour le laser amplificateur polarisé à 1.5 fois le seuil.

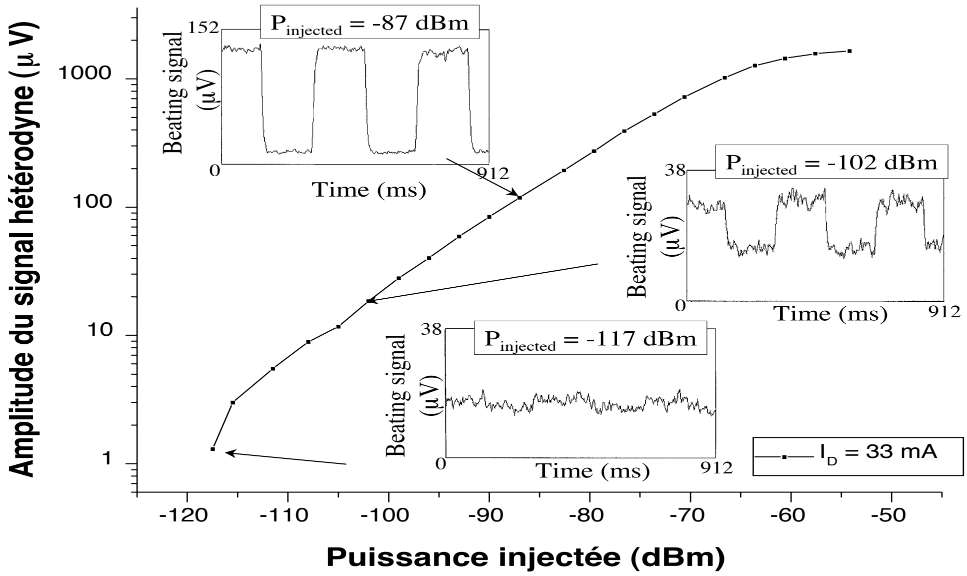


FIG. 2.22 – Illustration du Signal de battement (en échelle logarithmique) entre le laser amplificateur et le laser maître décalé en fréquence en fonction de la puissance injectée.

Le point de fonctionnement du détecteur est 1.5 fois le courant de seuil. On peut voir en incrustation l'allure du signal de battement observé à l'analyseur de spectre électrique. Le niveau bas du signal correspond au battement quand l'injection est coupée, le niveau haut quand le laser amplificateur est injecté.

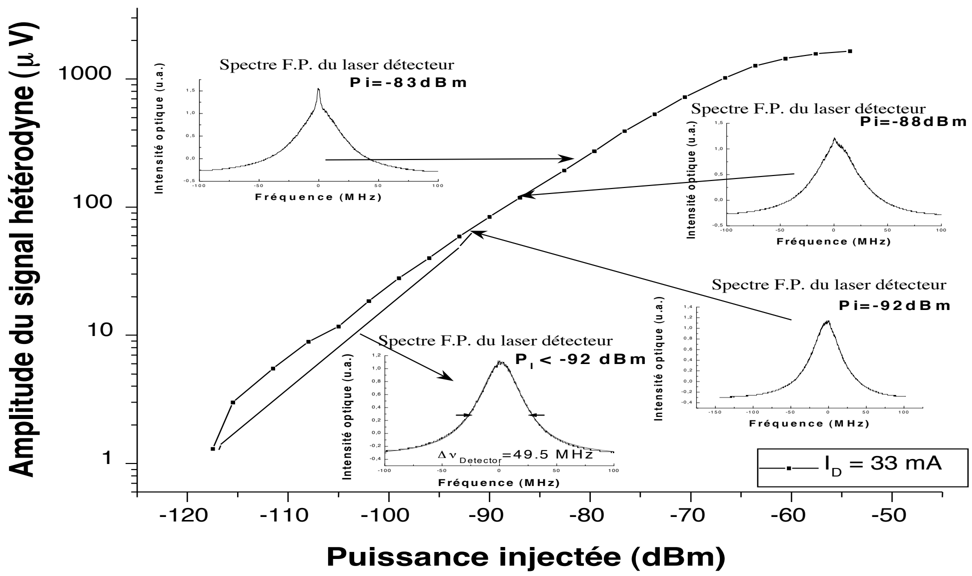


FIG. 2.23 – Illustration du Signal de battement (en échelle logarithmique) entre le laser amplificateur et le laser maître décalé en fréquence en fonction de la puissance injectée.

Le point de fonctionnement de l'amplificateur est 1.5 fois le courant de seuil. On peut voir en incrustation l'allure des spectres Fabry-Perot en fonction de l'amplitude du signal de battement. On voit bien qu'en dessous de -90 dBm, le spectres du laser amplificateur n'est plus modifié alors que le signal de battement n'est pas nul.

2.3.3 Influence du désaccord en fréquence entre le laser amplificateur et le signal à détecter

Dans les deux paragraphes précédents, l'étude du laser amplificateur s'est faite pour une injection en centre de raie. Nous avons voulu savoir qu'elle était l'influence d'un désaccord en fréquence entre le maître et l'amplificateur sur la détection.

Le schéma expérimental est le même que la figure 2.6. Le laser amplificateur est également le même DFB massif polarisé à $1.5 * I_{seuil}$ (point de fonctionnement pour lequel nous avons obtenu la meilleure détection).

La figure 2.24 montre les spectres Fabry-Perot du laser amplificateur à puissance injectée constante pour différentes valeurs du désaccord en fréquence $\Delta\nu = \nu_{\text{Maître}} - \nu_{\text{Esclave}}$. La puissance injectée est -73.5 dBm (50 pW). Nous avons étudié l'influence du désaccord entre -176 et +176 MHz. Sur la figure, nous n'avons représenté que les spectres pour les désaccords négatifs, le phénomène s'étant révélé parfaitement symétrique. On constate que pour un désaccord $|\Delta\nu| \geq 185$ MHz, le spectre du laser amplificateur n'est plus modifié par le signal injecté. Pour des désaccords inférieurs, plus le désaccord est faible, plus le signal maître est amplifié. La meilleur détection étant clairement observée pour un désaccord nul, c'est à dire quand l'injection se fait en centre de raie.

La figure 2.25 représente elle un agrandissement du piédestal et son évolution en fonction de la puissance injectée à désaccord fixé (127 MHz). Le laser esclave[2] est polarisé à 1.4 fois le seuil ($\Delta\nu_{1/2}$=64 MHz). On constate que plus la puissance injectée augmente, plus le pic initialement à la fréquence et à la largeur de l'esclave libre, perd de la puissance au profit du pic maître, **tout en se rapprochant de celui-ci et en s'élargissant**. Cet élargissement a sans doute également lieu quand l'injection est en centre de raie mais la mesure de largeur de raie n'est pas possible à cause du pic fin superposé.

Le laser esclave, lorsque la puissance injectée augmente, perd progressivement de la puissance sur sa fréquence initiale tout en acquérant une nouvelle référence de fréquence (celle du laser maître).

L'évolution de la largeur de raie du pic esclave en fonction de la puissance injectée est visible figure 2.26. Les mesures de largeur de raie sont effectuées avec l'analyseur F.P. d'ISL 300 MHz et de résolution 2 MHz. L'incertitude de mesure est évaluée à 10%. Au dessus de -47 dBm de puissance injectée, la mesure de largeur de raie n'est pas possible, d'une part parce que la puissance à la fréquence esclave est trop faible, d'autre part parce que la largeur de raie devient trop large et la mesure est faussée par la présence du pic à la fréquence maître. Cette courbe confirme le fait que la largeur de raie du piédestal augmente au fur et à mesure que P_{inj} croît.

[2] Le laser ayant servi pour l'étude précédente étant hors d'usage, nous avons changé de laser.

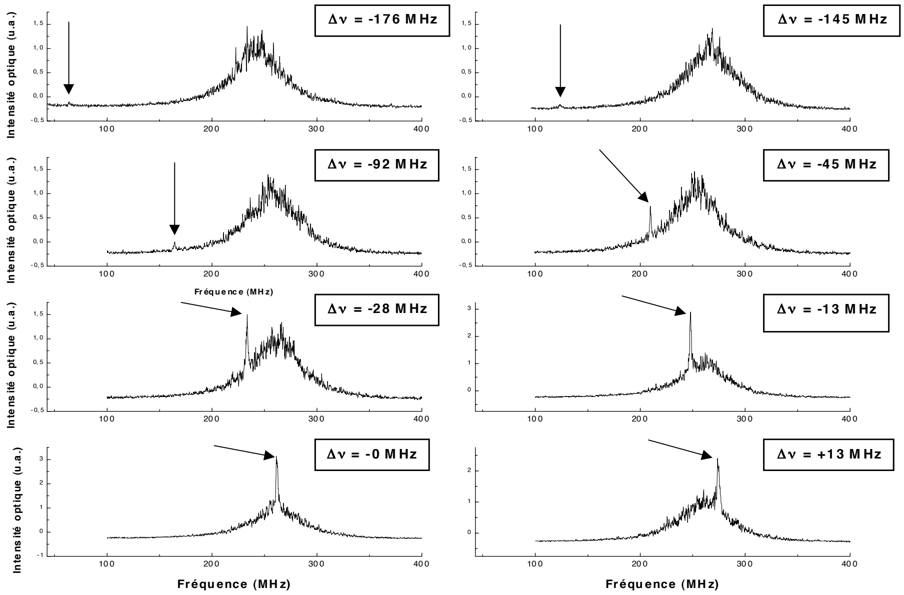


FIG. 2.24 – Spectres Fabry-Perot du laser amplificateur à puissance injectée constante pour différentes valeurs du désaccord en fréquence $\Delta\nu = \nu_{\text{Maître}} - \nu_{\text{Esclave}}$.

Le laser amplificateur est polarisé à $1.5 * I_{seuil}$. La puissance injectée est constante et fixée à $-73.5\ dBm$ ($50\ pW$).

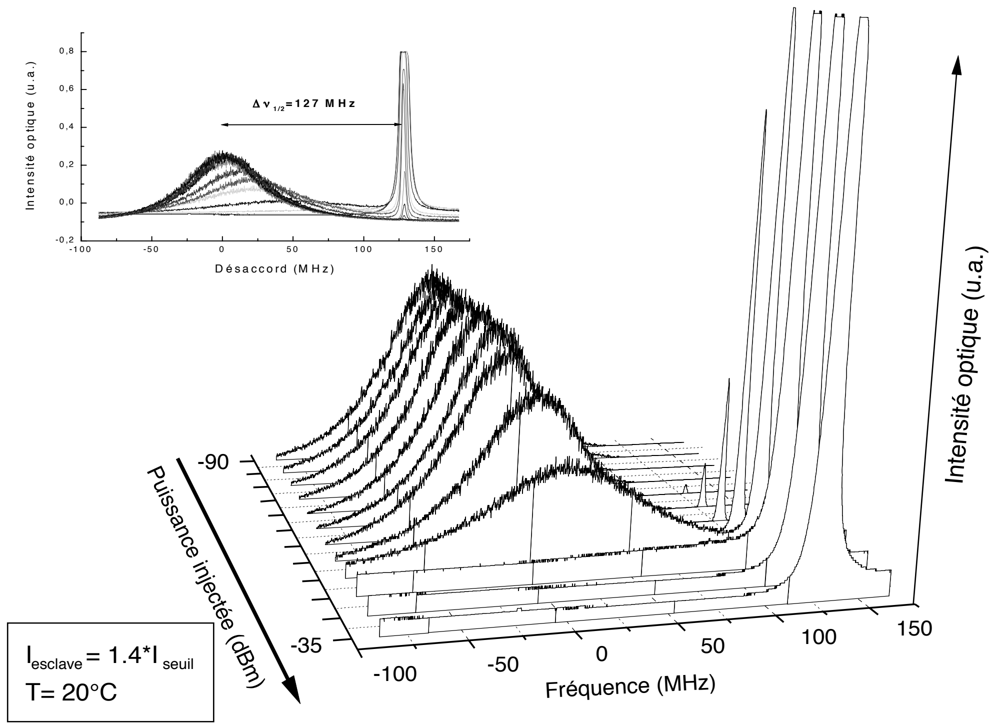


FIG. 2.25 – Évolution du piédestal du laser esclave polarisé à 1.4*I_{seuil} en fonction de la puissance injectée quand l'injection ne se fait pas en centre de raie.

La largeur de raie de l'esclave libre est de 69 MHz. Le pic à la fréquence maître est limité par la résolution de l'analyseur Fabry-Perot (ISL=300 MHz, R=2 MHz). On constate que plus la puissance injectée augmente, plus le pic initialement à la fréquence et à la largeur de l'esclave libre, perd de la puissance au profit du pic maître, tout en se rapprochant de celui-ci et en s'élargissant.

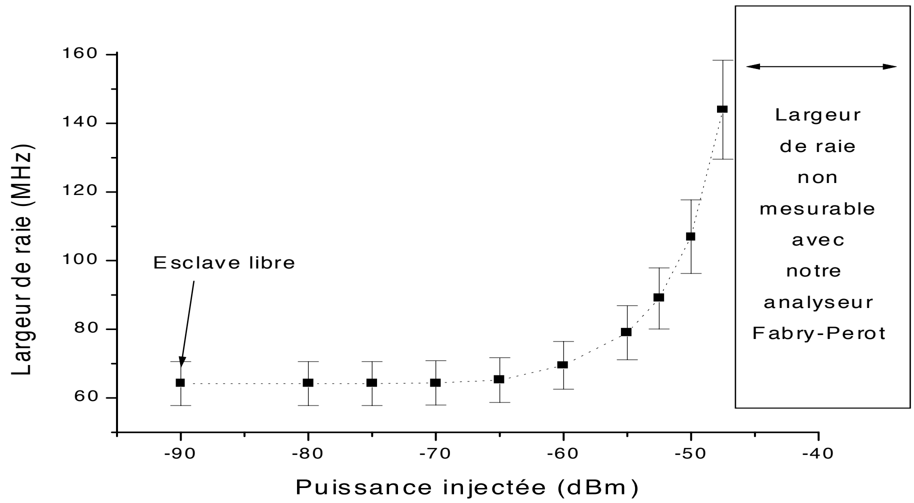


FIG. 2.26 – Évolution de la largeur du piédestal du laser esclave polarisé à 1.4*I_{seuil} en fonction de la puissance injectée quand l'injection ne se fait pas en centre de raie.

La largeur de raie de l'esclave libre est de 64 MHz. La mesure de largeur de raie se fait avec l'analyseur F.P d'ISL 300 MHz et de résolution R=2 MHz. On constate que plus la puissance injectée augmente, plus le pic initialement à la fréquence et à la largeur de l'esclave libre, perd de la puissance au profit du pic maître, tout en se rapprochant de celui-ci et en s'élargissant. Au dessus de -47 dBm de puissance injectée, la mesure de largeur de raie n'est plus possible.

La même étude a été réalisée sur le signal de battement entre le signal maître et le signal esclave, pour deux points de fonctionnement du laser amplificateur (1.5 et 7.1 fois le seuil) et pour différentes puissances injectées. Les résultats sont visibles sur la figure 2.27.

Si on définit la bande passante optique (BPO) du laser amplificateur comme étant la plage de désaccord en fréquence sur laquelle le rapport signal sur bruit du signal de battement est supérieur à 1, on constate tout d'abord que **la bande passante optique dépend fortement de la puissance injectée.** Plus la puissance injectée décroît, plus la bande passante optique diminue :

- **Pour $I_{\textbf{détecteur}} = 1.5 * I_{seuil}$:**
  - si $P_{\text{injectée}} = -55\ dBm$ alors (BPO) = 14.7 GHz,
  - si $P_{\text{injectée}} = -72\ dBm$ alors (BPO) = 9.0 GHz,
  - si $P_{\text{injectée}} = -92\ dBm$ alors (BPO) = 2.0 GHz,
- **Pour $I_{\textbf{détecteur}} = 7.1 * I_{seuil}$:**
  - si $P_{\text{injectée}} = -55\ dBm$ alors (BPO) = 26.8 GHz,
  - si $P_{\text{injectée}} = -72\ dBm$ alors (BPO) = 5.0 GHz,
  - si $P_{\text{injectée}} = -92\ dBm$ alors (BPO) = 0.2 GHz.

On constate aussi que pour des puissances injectées proche de l'accrochage total ($-55\ dBm$), le laser amplificateur polarisé loin du seuil possède une BPO pratiquement deux fois plus grande que laser proche du seuil. Par contre, pour des puissances injectées que nous qualifions de très faible injection (approchant la limite de détection(-92 dBm)), la bande passante optique est 10 fois plus petite lorsque le laser amplificateur opère à 7.1 fois le seuil.

En dessous de -92 dBm, la BPO décroît pour devenir quasi-nulle à la limite de détection(à la résolution près de notre F.P. d'analyse puisque c'est celui-ci qui nous permet de mesurer le désaccord entre le maître et l'esclave dans cette expérience).

Cette bande passante assez faible indique que cette amplificateur est très sélectif en longueur d'onde. Toute la difficulté pour détecter un champ laser incident est de trouver un laser "apairé", c'est à dire possédant une fréquence proche de la fréquence du champ incident. Cependant, nous verrons dans le paragraphe 2.6 que cette sélectivité peut être utile pour n'amplifier qu'un seul mode d'un laser multimode.

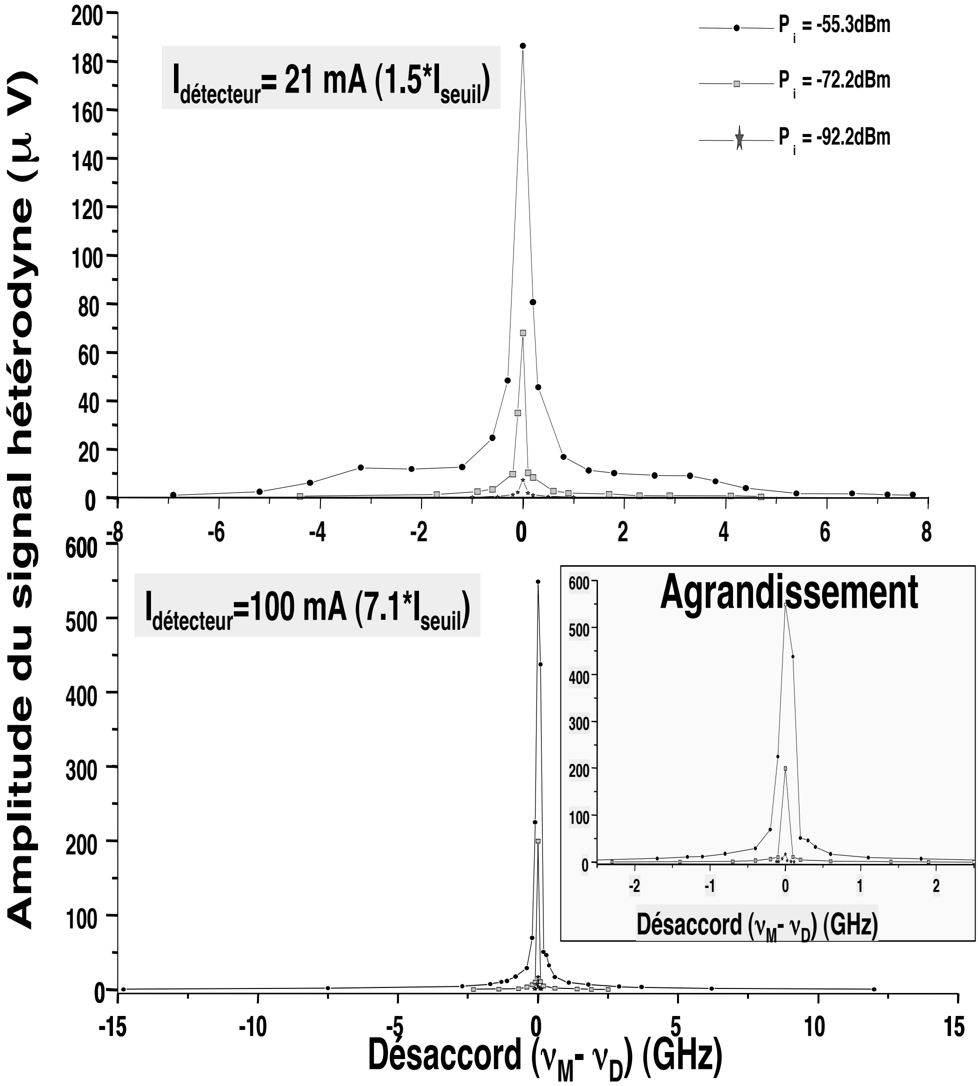


FIG. 2.27 – Amplitude du signal de battement en fonction du désaccord en fréquence entre le laser maître et le laser amplificateur pour différentes puissances injectées.

Le premier schéma représente les résultats trouvés pour un laser amplificateur polarisé à $1.5 * I_{seuil}$, le second pour un laser polarisé à $7.1 * I_{seuil}$.

2.3.4 Influence de la polarisation injectée

Jusqu'à présent, l'injection s'est faite de façon scalaire, c'est à dire parallèle à la polarisation du laser esclave.

Nous avons voulu savoir quelle détectivité nous pouvions obtenir en injectant une polarisation perpendiculaire au laser esclave avec l'expérience de battement. Le schéma de l'expérience est le même que la figure 2.6. La seule différence est que nous avons tourné la polarisation du laser maître de 90 degrés. Le point de fonctionnement du laser esclave est celui pour lequel nous avons obtenu le meilleur seuil de détection : $1.5 * I_{seuil}$. La courbe du signal de battement en fonction de la puissance injectée est représentée figure 2.28. La même en échelle logarithmique est visible figure 2.29. On peut voir dans un premier temps que même avec une polarisation injectée perpendiculaire, le signal de battement est visible. La limite de détection est -107 dBm contre -117 dBm pour une polarisation linéaire. Il est important de noter que la polarisation détectée en sortie du laser amplificateur est la polarisation parallèle. Donc, bien que l'injection soit perpendiculaire, c'est la polarisation parallèle du laser esclave qui est modifiée. Enfin, en échelle logarithmique, on peut remarquer que la pente de la courbe (dans la zones linéaire) est la même quelque soit la polarisation injectée.

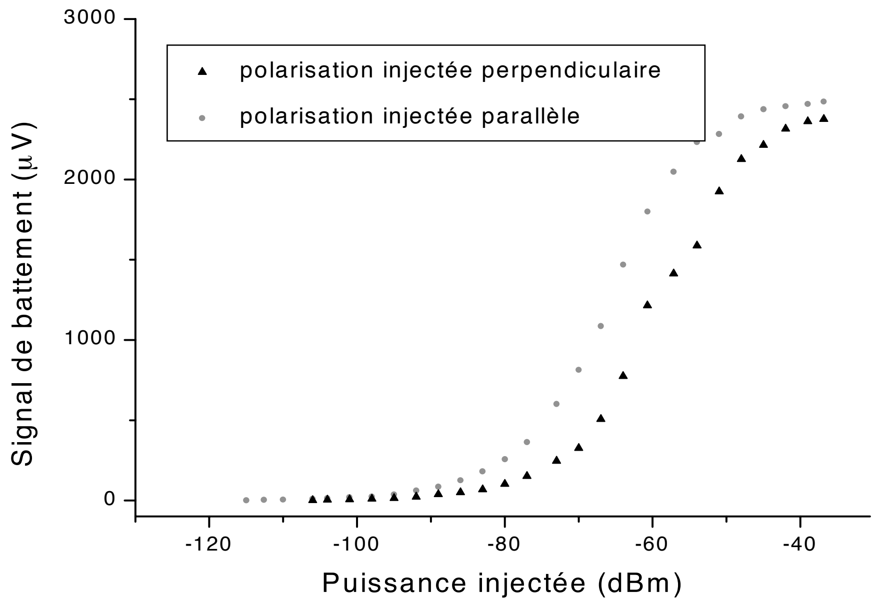


FIG. 2.28 – Amplitude du signal de battement en fonction de la puissance et de la polarisation injectées.
Le ronds représentent les résultats trouvés pour une polarisation injectée parallèle, les triangles pour une polarisation perpendiculaire. Le laser esclave est polarisé à 1.5 fois le seuil.

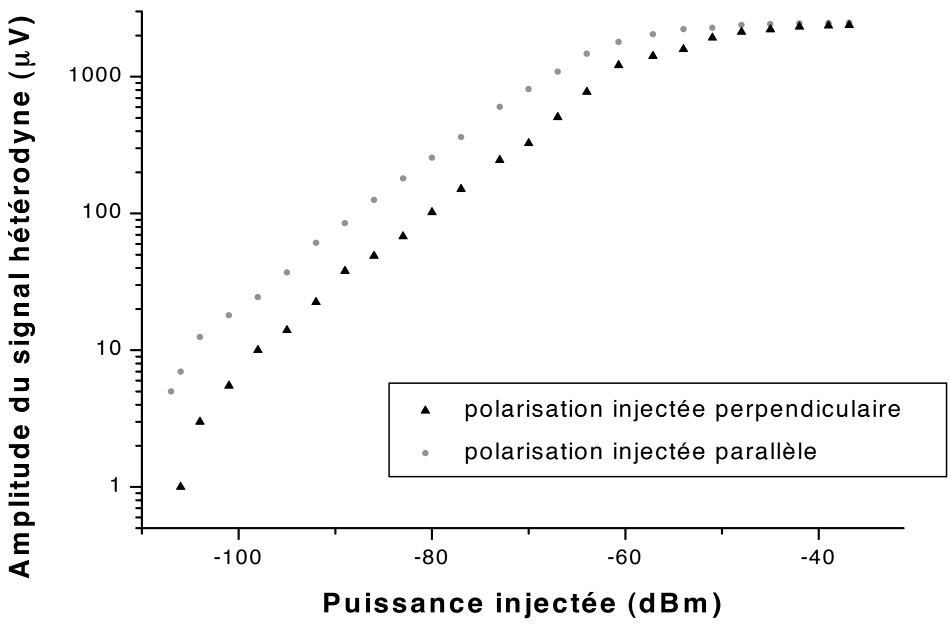


FIG. 2.29 – Amplitude du signal de battement en fonction de la puissance et de la polarisation injectées.

Le ronds représentent les résultats trouvés pour une polarisation injectée parallèle, les triangles pour une polarisation perpendiculaire. Le laser esclave est polarisé à 1.5 fois le seuil.

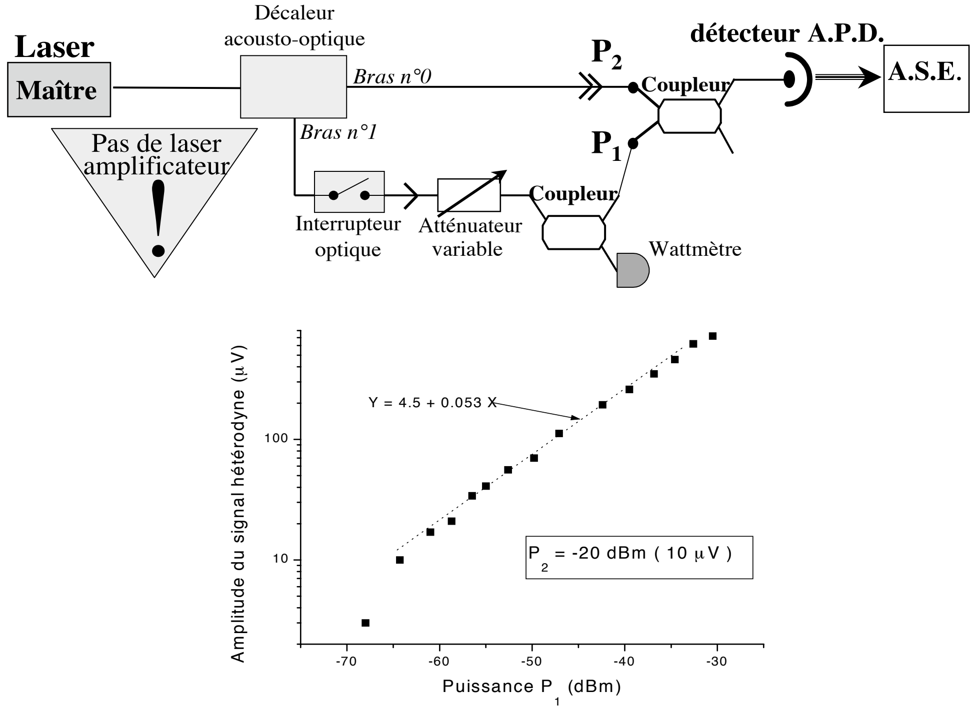


FIG. 2.30 – Signal de battement (en echelle logarithmique) entre une source accordable à cavité externe et elle même mais décalée en fréquence de 80 MHz.

La puissance minimale détectée est -68 dBm

2.4 Comparaison avec une détection hétérodyne classique : estimation du gain du laser amplificateur

La même expérience à été réalisée en enlevant le laser amplificateur et en faisant battre le laser maître avec lui même mais décalé de 80 MHz. Le schéma expérimental (voir figure 2.30) est le même que la figure 2.6 mais le laser amplificateur à été enlevé. La puissance de référence P_2 vaut -20 dBm, c'est à dire de même valeur que pour l'expérience avec le laser amplificateur. On pourra ainsi estimer le gain apporté par ce dernier. L'atténuateur permet de faire varier la puissance à détecter P_1 qui est mesurée avec un wattmètre. La courbe sur la même figure représente le signal de battement (en μV) en fonction de la puissance P_1.

On constate tout d'abord que l'allure générale de la courbe est la même que les courbes observées dans le cas de l'injection. La pente est toujours 0.05 pour les raisons que nous avons exposées précédemment. Cependant, elle est décalée de $+49$ dB en abscisse par rapport à la courbe obtenue pour le laser amplificateur polarisé à 1.5 fois le seuil. La puissance minimale détectable est -68 dBm. On peut penser que cette différence correspond à l'amplification de notre laser injecté.

remarque :

Le niveau de détection atteint dans ce paragraphe n'est pas le meilleur que l'on puisse obtenir. Il va de soi qu'en améliorant la photodiode à avalanche et le système électronique qui suit, le seuil de niveau de puissance détecté peut être abaissé. La limite de détection théorique d'une détection cohérente est 1 photon [33], correspondant à un transfert d'énergie $h\nu$ du champ pendant un temps $T = 10^{-9}s$ caractéristique du détecteur, soit à une puissance $\approx$ qq pW impulsionnelle. Cependant, cette expérience nous permet juste de comparer ce système de détection avec celui contenant le laser amplificateur puisque la photodiode utilisée est la même dans les deux cas. On peut de plus penser qu'une amélioration de cette photodiode aurait également pour conséquence d'abaisser le seuil de détection obtenu avec le laser amplificateur.

2.5 Interprétation et amélioration envisageable

Dés la création des masers [84] et de la physique des lasers, il fut découvert que ces composants pouvaient être utilisés comme des amplificateurs pour le champ électromagnétique. Cependant, pour l'amplification de champs continus CW, deux inconvénients ou problèmes ont limité leurs potentiel. Le premier vient de la saturation du gain qui apparaît dans les lasers polarisés au dessus du seuil : un signal ordinaire injecté dans un laser ne va pas changer significativement la puissance totale de sortie et l'amplification n'est pas visible. La seconde vient de la finesse de la bande passante qui limite l'utilisation de tels composants. Depuis une dizaine d'année, il a été montré que des laser DFB ou DBR fonctionnant juste au dessous du seuil pouvaient être utilisé comme amplificateurs optiques et filtres optiques avec de bonnes caractéristiques [85][86]. Une discussion à propos du laser utilisé comme amplificateur régénératif sous le seuil (pour éviter la saturation du gain) est également donnée dans la référence [87] par Siegman où ces deux désavantages (sous le seuil et saturation) font conclure à l'auteur que le laser n'est pas approprié pour être utilisé comme amplificateur dans les dispositifs pratiques. Cependant, nous venons de montrer que ce problème de saturation peut être résolu en injectant un signal plus fin que la raie laser censée amplifier puis en filtrant le signal de sortie. Le second problème est résolu grâce à la technologie qui permet aujourd'hui de construire des sources accordables bien adaptées à ce type d'expérience. Il est ainsi possible d'utiliser le laser fonctionnant au dessus du seuil comme un amplificateur. Il est d'une ultra haute sensibilité à la lumière cohérente et permet de détecter des puissance de l'ordre du femtoWatt. On peut décrire le processus d'amplification qui résulte d'un transfert d'énergie depuis la bande de fréquence laser jusqu'au plus fin signal injecté : cette amplification est immense, le transfert d'énergie est très efficace ; il est linéaire dans une large gamme de puissance injectée lorsqu'il est polarisé au dessus de 1.5 fois le seuil ; il sature lorsque toute l'énergie laser a été transférée au signal : situation d'accrochage total.

Expérimentalement, nous confirmons que c'est la transformation de la densité spectrale qui est responsable de l'amplification. Tous ces points seront développés théoriquement dans le chapitre 4. La théorie selon laquelle le laser est interprété comme un amplificateur non-linéaire et un filtre de l'émission spontanée dans le domaine des fréquences sera utilisée dans ce chapitre théorique pour étudier la réponse de ce laser à un petit signal injecté de l'extérieur.

De nombreux problèmes ont été rencontrés dans cette expérience et beaucoup d'améliorations peuvent être envisagées pour abaisser le seuil de détection :

- tout d'abord, on peut espérer améliorer le problème de contre-réaction optique parasite sur la première lentille de l'optique de reprise du faisceau en face arrière du laser esclave. Nous avons vu que cette contre-réaction provoquait des instabilités fréquencielles surtout lorsque le laser opère loin du seuil. On peut alors envisager une amélioration de la limite de détection pour ces points de fonctionnement,

- une amélioration de la finesse du F.P. d'analyse pourrait nous permettre de détecter des modifications du spectre optique pour des puissances inférieures au picowatt,
- en vue d'une utilisation pratique de ce système de détection (détection lent), il serait intéressant de diminuer la perte à l'injection (40 à 50 dB dans notre expérience) sans augmenter la contre-réaction côte injection (sans modifier la forme de raie du laser amplificateur) ou d'en étudier les effets.
- je pense qu'il serait également utile d'améliorer, dans l'expérience de battement, le système de détection, c'est à dire la photodiode à avalanche ainsi que les filtres électroniques. En effet, tout ces éléments n'ont pas été optimisés et on peut espérer diminuer encore le seuil de détection en dessous du femtowatt,
- enfin, il serait intéressant d'étudier l'influence d'une modulation du signal injecté lorsque la puissance injectée est de l'ordre du femtowatt. Lors de nos expériences, la modulation était de 2 Hz. Nous n'avons pas pu augmenter cette fréquence à cause de la limitation due à la bande passante vidéo (30 Hz) de l'analyseur de spectre électrique.

2.6 Application : transfert de pureté spectral d'un laser microsphérique vers un laser DFB

Ce travail a été mené dans le cadre de la thèse de Françoise LISSILLOUR [88] qui réalisait un travail sur les propriétés spectrales de lasers microsphériques. Françoise, au cours de sa thèse, a eu besoin de mesurer les largeurs de raie de ses lasers microsphériques. Bien qu'elle ait réussi facilement à les mesurer à l'autohétérodyneur (Mach Zender à fibre) lorsque l'intensité de sa pompe était importante, la puissance des lasers s'est avérée trop petite autour du seuil et la mesure à l'autohétérodyneur impossible.

Tout naturellement, nous avons donc utilisé un laser DFB pour préamplifier ce signal laser en réalisant un accrochage total et donc un transfert de largeur de raie de la microsphère vers le DFB.

Le montage utilisé est le bloc détecteur présentée figure 1.7. Cependant, la puissance injectée devant être maximale et la contre-réaction sur le laser esclave n'étant pas gênante ici (puisque l'on cherche à obtenir un accrochage total), l'injection a été réalisée par l'intermédiaire d'une fibre lentillée *gradhyp* réalisée au CNET de Lannion [72]. Ce sont des fibres "lentillées" conçue pour l'injection de laser semi-conducteurs dans des fibres monomodes. Ces optiques permettent d'opérer à des distances de travail relativement grande (50-100 μm) tout en assurant un bon couplage (pertes d'insertion < 3 dB). Ces grandes distances de travail permettent de minimiser le taux de contre-réaction optique. La fibre est constituée d'une fibre monomode à 1.55 μm, terminée par un tronçon de fibre à gradient d'indice et un profil hyperbolique. Le tronçon joue le rôle de lentille et d'adaptateur d'indice. Des pertes d'insertion de l'ordre de 2.85 dB sont obtenues pour une distance de travail de 31.6 μm dans le sens laser fibre. L'interface est utilisée dans le sens inverse, pour l'injection de la lumière. La connaissance de la valeur de la perte d'insertion n'est pas nécessaire tant qu'elle reste petite. Le montage de la microsphère ne sera pas présenté ici. Le lecteur intéressé pourra se reporter à la référence citée plus haut pour de plus amples informations. Enfin, la principale difficulté a été de trouver un laser DFB dont la fréquence était proche de la fréquence de la microsphère (1.56 μm), pour pouvoir réaliser un accrochage total.

Le schéma de l'expérience ainsi qu'une photographie du module d'injection sont présentés figure 2.31. Après injection, le signal issu du DFB est envoyé vers le système de 1détection où il peut être analysé avec un analyseur F.P d'ISL 300 MHz où un auto-hétérodyneur permettant la mesure de largeur de raie entre 40 MHz et 40 kHz.

2.6.1 Spectres Fabry-Perot

Lorsque les deux fréquences sont superposées, le signal observé est présenté figure 2.32 et est constitué d'un motif correspondant au laser DFB (le plus large) et d'un autre correspondant à la microsphère. La puissance du signal disponible en sortie de microsphère est de 200 μW. Le signal microsphérique a donc été amplifié. On sait de plus que le laser

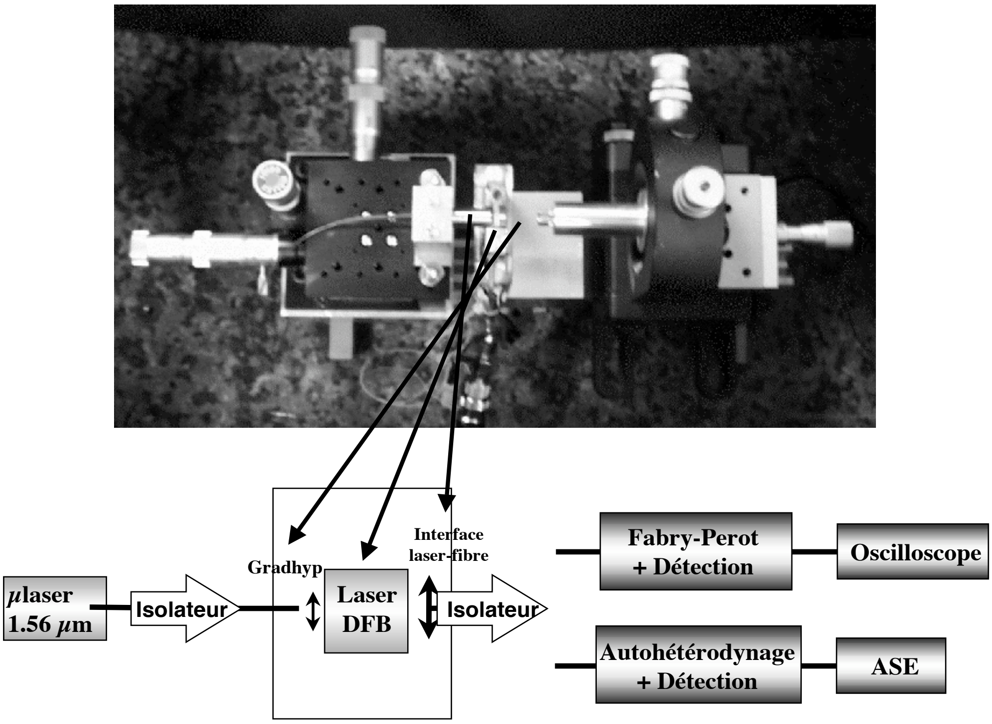


FIG. 2.31 – Schéma de l'expérience de mesure de largeur de raie d'un laser microsphérique et photographie du module d'injection.

microsphérique est multimode (écart entre deux modes de l'ordre du GHz). Le laser DFB réalise donc un filtrage spectral du signal et nous permet donc d'isoler un seul mode pour ensuite mesurer sa largeur de raie.

Il est alors possible de mesurer les largeurs de raie à l'autohétérodyneur.

2.6.2 Mesure de la largeur de raie d'une microsphère proche du seuil à l'autohétérodyneur

La figure 2.33 représente le spectre électrique obtenu par autohérodynage du signal issu du laser DFB moyenné sur 200 valeurs.

Pour cette mesure, la largeur de raie du laser microsphérique opérant près du seuil est de 67 kHz.

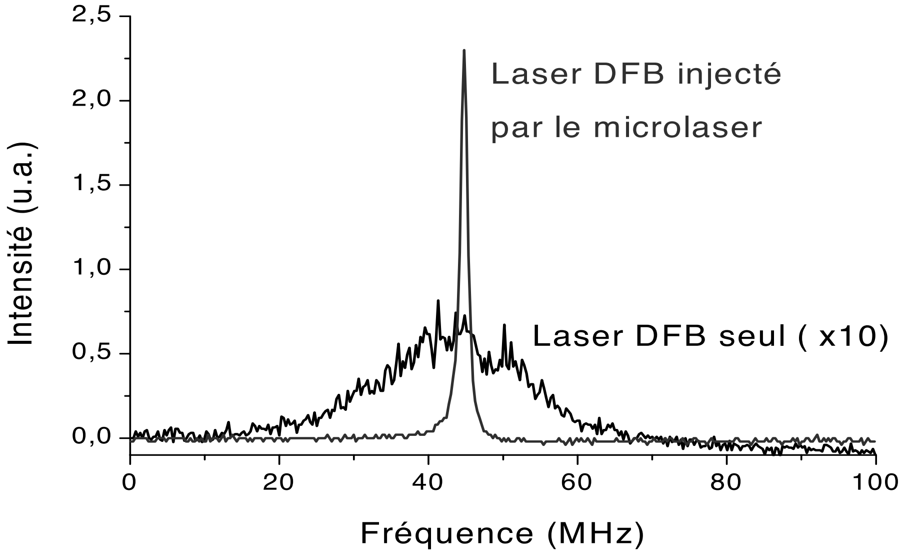


FIG. 2.32 – Spectre FP d'un laser DFB massif injecté ou non par un laser microsphérique : transfert de pureté spectrale.

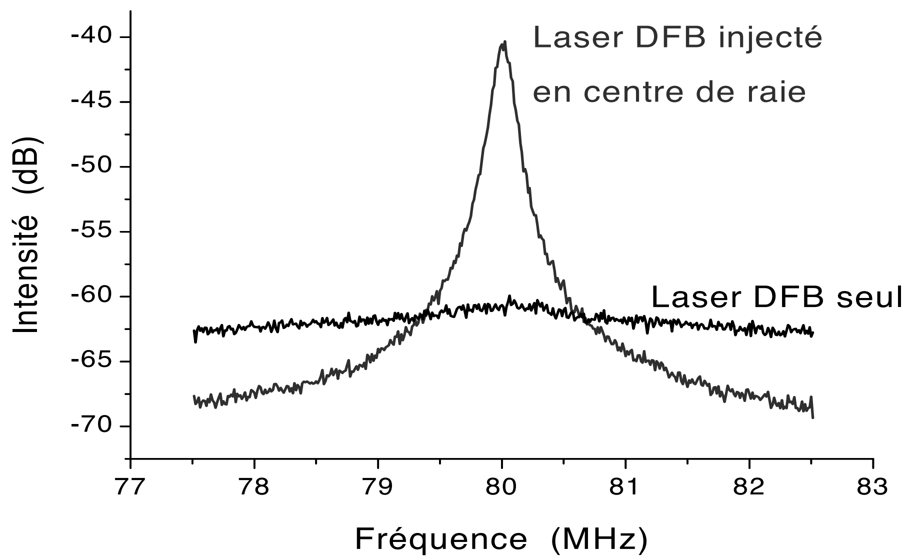


FIG. 2.33 – Spectre électrique d'un laser DFB massif injecté ou non par un laser microsphérique : transfert de pureté spectrale.

La largeur de raie du DFB seul est de 20 MHz. La largeur de raie du laser injecté est de 67 kHz.

2.7 Conclusion

Après avoir présenté les propriétés spectrales d'un laser semi-conducteurs injecté, nous nous sommes intéressés au cas de l'injection d'un laser fin dans un laser plus large, lorsque le niveau d'injection diminue. Nous avons vu que le spectre optique est modifié jusqu'à des puissances injectées de l'ordre du picowatt et que l'expérience de battement nous permet de détecter la présence du signal injecté jusqu'à des niveaux de l'ordre du femtowatt. Nous avons également vu que cette détection était possible avec une polarisation injectée perpendiculaire mais avec un seuil moins bas. Enfin, nous avons mis à profit toutes ces expériences pour mesurer des largeurs de raie de l'ordre de 70 kHz de lasers microsphériques fonctionnant près du seuil.

Chapitre 3

Étude de l'injection intramodale et intermodale à faible et moyenne puissance : cartographies

Le but de cette série d'expérience est de contribuer à la compréhension générale des différents phénomènes qui apparaissent lorsqu'un laser semi-conducteurs DFB à 1550 nm, dont le point de fonctionnement est fixe, est soumis à une injection optique quasi-statique scalaire de la part d'un laser de même type. L'injection dans cette partie se fait à puissance constante et à désaccord lentement variable (via la fréquence maître).

Ce travail, que nous avions amorcé avec M. Bondiou nous a permis d'identifier les différents régimes d'injection rencontrés pour deux situations très différentes : le laser esclave loin du seuil ou près du seuil. Nous compléterons donc la cartographie intramodale dans le plan (désaccord ($\nu_{maître} - \nu_{esclave}$) / puissance injectée) présentée en introduction du chapitre 2, pour un laser polarisé à 4 fois le seuil en ajoutant les zones de bistabilités éventuelles et en injectant jusqu'à +6 dBm, soit 16 dB de plus. Puis nous ferons la même carte pour un laser polarisé à 1.2 fois le seuil. Nous étudierons également l'influence de la polarisation sur ces cartographies. Enfin, pour le dernier point de fonctionnement, nous étudierons l'injection intermodale.

3.1 Injection intramodale

3.1.1 Dispositif expérimental

Nous avons réalisé cette série d'expériences avec les lasers maître et esclave suivants :

- le laser maître est la source accordable à cavité externe présentée au paragraphe 1.2.3 dont la largeur de raie est égale à 100 kHz et dont l'incrément en fréquence est de 1 pm (125 MHz).
- le laser esclave est un laser DFB MQW dont le courant de seuil est de 10.3 mA à

température ambiante.

Le schéma expérimental est présenté figure 3.1. Le laser maître (isolé) injecte le laser esclave via un amplificateur optique (pour nous permettre d'injecter jusqu'à 6 dBm), et un atténuateur optique. Tous les composants sont fibrés à maintien de polarisation pour garantir une injection scalaire. Le lambdamètre possède la même résolution que la source accordable et permet de palier au jeu d'inversion de cette dernière : il nous est donc possible d'étudier les bistabilités éventuelles (avec une résolution de 125 MHz). Enfin, le puissance-mètre nous permet de quantifier la puissance injectée, la perte de l'interface esclave ayant déjà été caractérisée au premier chapitre (paragraphe 1.3.3). Puis, le signal est récupéré par la face avant et envoyé vers le système de détection. Rappelons que dans cette configuration d'injection, le laser n'est pas isolé des contre-réactions éventuelles. Les cartographies sont donc réalisées pour un laser suffisamment contre-réactionné pour que sa raie ne soit plus observable à l'analyseur F.P. d'ISL 300 MHz.

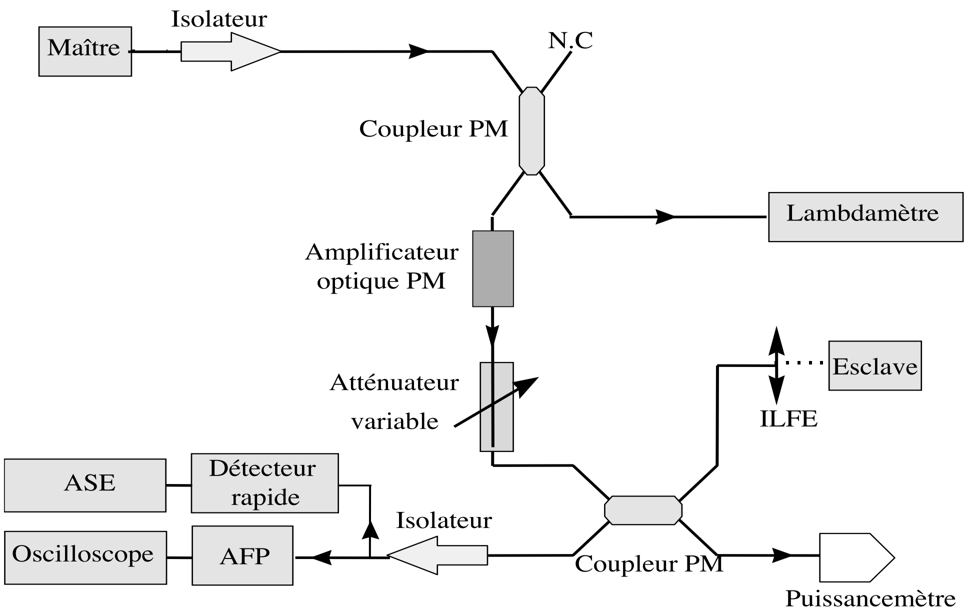


FIG. 3.1 – Dispositif expérimental pour la réalisation de la cartographie des différents régimes d'injection rencontrés.

AFP : Analyseur Fabry-Perot, ASE : Analyseur de Spectre Électrique N.C. : non connecté, ILFE(resp M) :Interface Laser Fibre Esclave (resp Maître), PM : Maintien de Polarisation.

Ce système de détection est composé d'un analyseur Fabry-Perot d'ISL 135 GHz et de finesse 100 ainsi que d'un détecteur rapide suivi d'un analyseur de spectre optique. La bande passante du détecteur rapide est de 15 GHz et nous permet donc d'observer des battements jusqu'à cette fréquence. Ces deux appareils nous permettent d'identifier les différents régimes rencontrés que nous décrirons plus loin.

Le travail a consisté, pour chaque puissance injectée, à balayer le désaccord sur une plage englobant le désaccord nul et à noter chaque fréquence (à la résolution près du lambdamètre) de la source accordable pour laquelle on change de régime d'injection. Ces fréquences sont ensuite converties en désaccord (soustraction de la fréquence esclave libre). On maille ainsi le plan $(\Delta\nu, P_i)$, en densifiant le nombre de points-frontières lorsque le nombre de régimes traversés s'accroît (notamment à forte puissance injectée). La résolution verticale de ces cartes est de 2 dB lorsque la puissance injectée est inférieure à -22 dBm et de 1 dB au dessus.

3.1.2 Cas d'un laser esclave polarisé loin du seuil

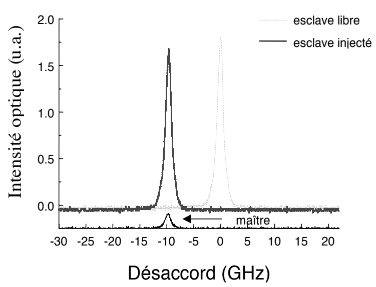
Le laser esclave est polarisé loin du seuil : $I = 4I_{seuil}$; $I_{seuil} = 10.3\ mA$. Ce point de fonctionnement est choisi arbitrairement. On aurait pu le fixer à 3 ou 5 fois le seuil, voire beaucoup plus. Il est choisi complémentairement du point à 1.2 fois le seuil. C'est parce que la nature des phénomènes diffère fondamentalement entre ces deux points de fonctionnement qu'ils ont été retenus.

La carte des régimes rencontrés (tracée à désaccord croissant) est présentée figure 3.2. Elle comprend les frontières des différents régimes observés : accrochage total, mélange multi-ondes (ordinaire), mélange multi-ondes avec doublement et quadruplement de période, chaos.

On peut préciser et définir les cinq régimes rencontrés :

1.Régime d'accrochage (symbole A) :

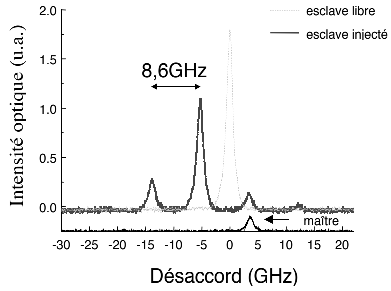
Pour ce régime, aucune fréquence autre que la fréquence maître n'est perceptible dans le spectre FP de l'esclave injecté (voir ci-contre). Comme il est toujours possible de changer l'échelle d'observation de ce signal, en diminuant le calibre vertical de l'oscilloscope, et de retrouver un pic latéral de mélanges multi-ondes, là où il paraissait ne pas y en avoir sur le calibre précédent, nous nous sommes fixés pour règle d'observer le signal sur un calibre fixe correspondant à la meilleure échelle verticale de l'esclave libre. Vu le bruit sur la trace du signal FP, nous estimons à quelques deux ou trois pour cent de l'amplitude du pic esclave libre l'amplitude minimale résolvable d'un pic latéral.



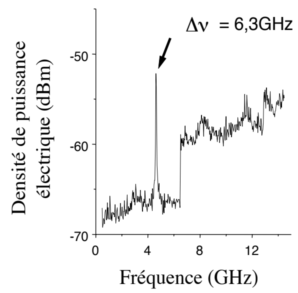
Spectre FP de l'accrochage total

2.Régime de mélange multi-ondes (symbole 1) :

Pour ce régime, l'esclave injecté présente dans le domaine des fréquences une structure multipics formée d'au moins trois pics (un pic principal et deux pics latéraux placés symétriquement par rapport au pic principal mais généralement d'amplitude inégale, et dont l'un des trois est à la fréquence maître). Ce régime se caractérise à l'analyseur de spectre électrique (ASE) par un pic de battement à la fréquence de l'interpic (les deux spectres ci-contre n'ont pas été acquis pour la même valeur de désaccord).



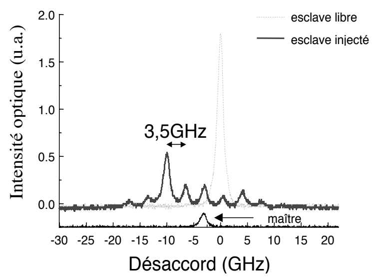
Spectre FP du mélange multi-ondes simple



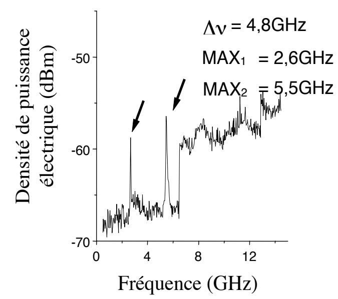
Spectre ASE du mélange multi-ondes simple

3.Régime de mélange multi-ondes avec doublement de période (symbole 2) :

Pour ce régime, l'esclave présente un structure multipics formée d'au moins cinq pics, dont un pic latéral *non contigu du pic principal* est à la même fréquence que la fréquence maître. On peut aussi repérer la transition entre le régime 1 et le régime 2 (resp. la transition inverse) en voyant naître (resp. disparaître) progressivement, à mesure que l'on fait varier finement le désaccord, des pics surnuméraires placés au milieu de deux pics contigus du régime 2. La valeur de l'interpic (mesurable à l'ASE) dans ce régime est un dernier indice : de 3 à 5 GHz contre 5 à 10 GHz dans le régime 2 (les deux spectres ci-contre n'ont pas été acquis pour la même valeur de désaccord).



Spectre FP du doublement de période



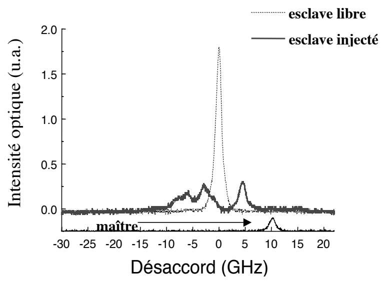
Spectre ASE du doublement de période

4.Régime de mélange multi-ondes avec quadruplement de période (symbole 4) :

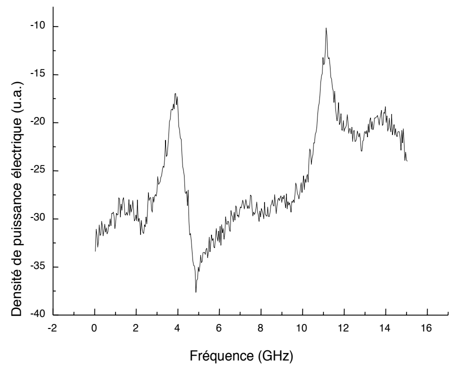
Pour ce régime, l'esclave présente une structure multipics formée d'au moins sept pics, dont un pic latéral *non contigu du pic principal* est à la même fréquence que la fréquence maître. On peut aussi repérer la transition entre le régime 3 et le régime 4 (resp. la transition inverse) en voyant naître (resp. disparaître) progressivement, à mesure que l'on fait varier finement le désaccord, des pics surnuméraires placés au milieu de deux pics contigus du régime 3. La valeur de l'interpic (mesurable à l'ASE) dans ce régime est un dernier indice : de 1.5 à 3 GHz contre 3 à 5 GHz dans le régime 3.

5.Régime chaotique (symbole C) :

Pour ce régime, l'esclave injecté présente une structure désordonnée, en particulier au voisinage de la fréquence maître. Cette structure est stable à la fréquence de balayage du FP. L'étude expérimentale ou théorique de ces instabilités et/ou chaos est évoquée, par exemple par la référence [22][23]. Pour distinguer le passage progressif parfois peu visible entre ce régime et le régime 2, on peut scruter le pic principal dans le spectre ASE : s'il est large, c'est à dire non limité par la résolution de l'ASE, c'est que l'on est dans le régime chaotique C, et dans la cas contraire dans le régime 2 (ces deux spectres n'ont pas été acquis pour la même valeur de désaccord).



Spectre FP du chaos



On constate tout d'abord sur cette carte qu'elle est sensiblement identique à celle que j'avais tracée avec M.Bondiou au début de ma thèse.

Concernant la zone A d'accrochage total, on constate qu'elle est symétrique en dessous de -20 dBm de puissance injectée. Au dessus, le creux de relaxation apparaît (cf paragraphe 1.6.1). On peut remarquer également que la transition du côté des désaccords négatifs ($\nu_{maître} < \nu_{esclave}$) est abrupte alors qu'elle est progressive pour les désaccords positifs.

Concernant les autres zones, on constate qu'au dessus de -12 dBm, la cartographie devient complexe avec de nombreuses zones de chaos et de doublement de période voire même de quadruplement. La position et la taille de ces zones sont parfois légèrement différentes de celles observées avec M.Bondiou. Cela tient au fait que le laser n'est peut-être pas tout à fait identique (bien que les caractéristiques macroscopiques soient les mêmes) et les critères d'observation sensiblement différents.

Il nous est apparu utile de tracer cette même carte mais en faisant décroître le désaccord.

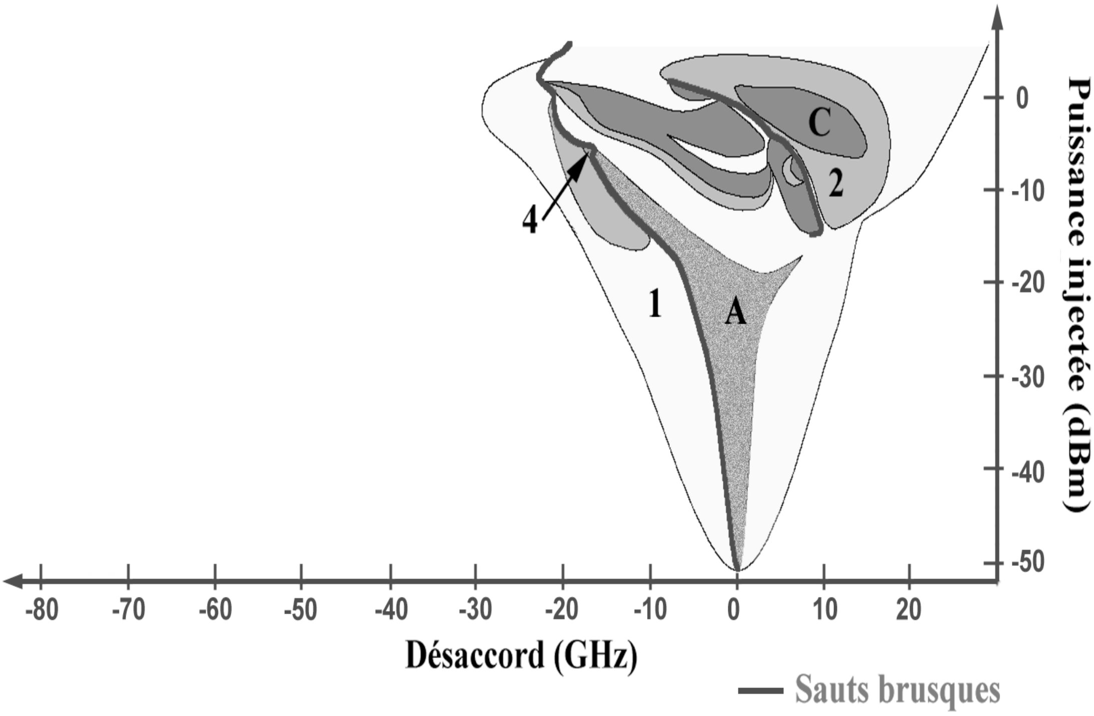


FIG. 3.2 – Carte de l'injection intramodale d'un laser DFB MQW à $4 * I_{seuil}$ (désaccord croissant). *Puissance de l'esclave libre : $P_E = 3.3mW$ (5.2 dBm), Définition des zones :* A *accrochage total ;* 1 *mélange multi-ondes simple ;* 2 *mélange multi-ondes avec doublement de période ;* 4 *mélange multi-ondes avec quadruplement de période ;* C *régime chaotique. Les traits gras représentent des transitions abruptes alors que les traits fins des transitions lentes.*

Cette cartographie est visible figure 3.3.

La différence principale que l'on peut observer se situe au niveau de la plage d'accrochage total. En effet, le laser esclave, au lieu de décrocher du maître à l'endroit où il s'était accroché lorsque l'on faisait croître le désaccord, décroche nettement plus loin. On peut donc observer un accrochage entre $\Delta\nu = -80\ GHz$ et $\Delta\nu = -15\ GHz$ en partant d'un désaccord positif et en le faisant décroître alors que cet accrochage n'existe pas si on part d'un désaccord inférieur à -100 GHz que l'on fait croître : c'est une zone de bistabilité.

On peut également remarquer que la zone de quadruplement n'existe pas dans cette deuxième cartographie.

Une cartographie récapitulant ces deux cartes est présentée figure 3.4. La zone hachurée est la zone qui n'est visible que lorsque l'on fait décroître le désaccord.

Il nous est paru nécessaire d'étudier l'évolution de cette cartographie lorsque le courant se rapproche du seuil.

3.1.3 Cas d'un laser polarisé près du seuil

Le laser esclave est cette fois polarisé à 1.2 I_{seuil} ($P = 200\ \mu W$).

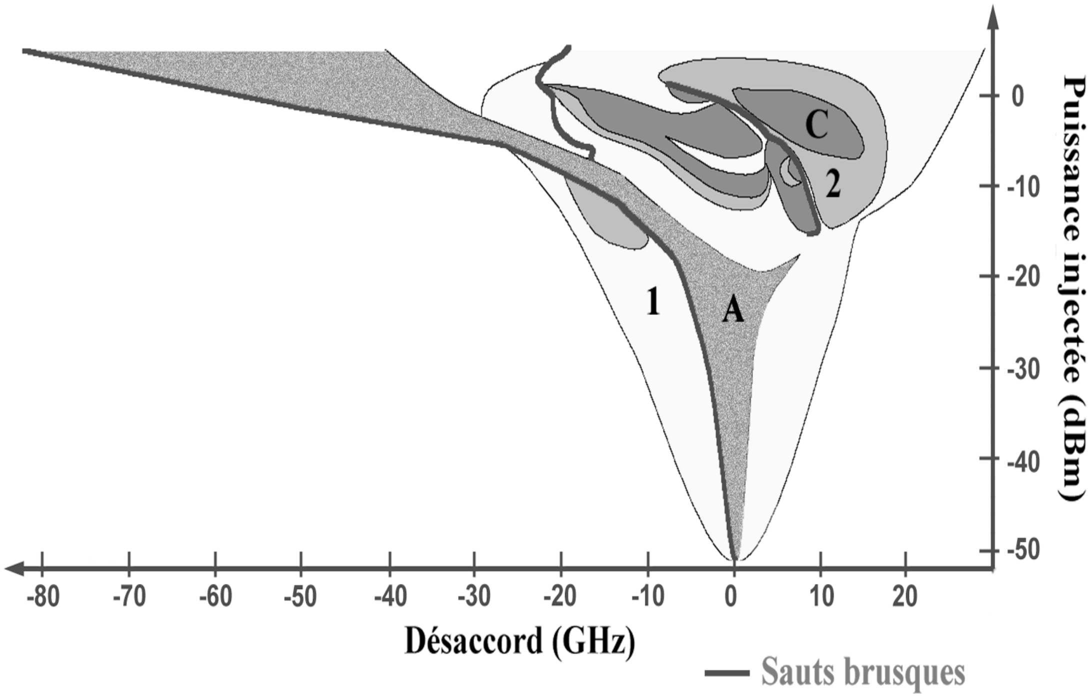


FIG. 3.3 – Carte de l'injection intramodale d'un laser DFB MQW à $4{*}I_{seuil}$(désaccord décroissant). *Puissance de l'esclave libre : $P_E = 3.3mW$ (5.2 dBm), Définition des zones :* A *accrochage total ;* 1 *mélange multi-ondes simple ;* 2 *mélange multi-ondes avec doublement de période ;* C *régime chaotique. Les traits gras représentent des transitions abruptes alors que les traits fins des transitions lentes.*

On constate sur la figure 3.5 que la variété des régimes rencontrés près du seuil est nettement moins grande que dans le cas de l'injection loin du seuil. Il n'y a pas de zones de chaos ni même de mélange multi-ondes avec doublement de période. La zone d'accrochage total est symétrique et le creux de relaxation est absent. Les variations abruptes se situent toujours pour les désaccords négatifs, accompagnées de bistabilités qui se produisent dès -25 dBm (contre -12 dBm à 4 fois le seuil) et dont la largeur évolue entre 0 GHz pour P_i=-25 dBm et 38 Ghz pour P_i=0 dBm. La zone bimode n'est pas décrite précisément ici, elle le sera dans le paragraphe 3.2.

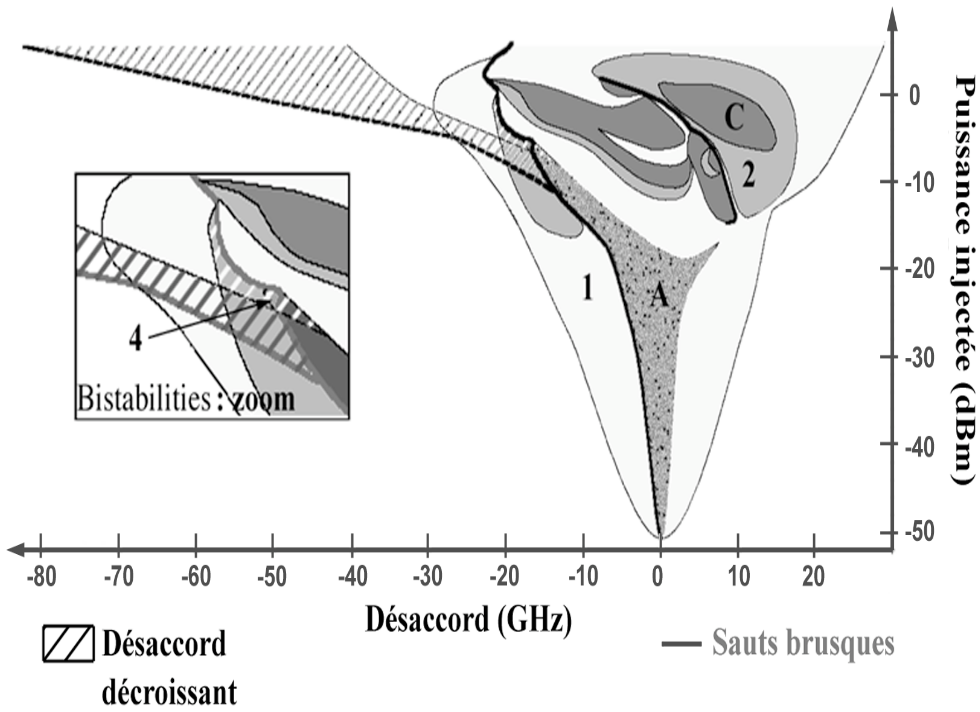


FIG. 3.4 – Carte de l'injection intramodale d'un laser DFB MQW à $4 * I_{seuil}$ (récapitulatif). *Puissance de l'esclave libre :* $P_E = 3.3mW$*, Définition des zones :* A *accrochage total ;* 1 *mélange multi-ondes simple ;* 2 *mélange multi-ondes avec doublement de période ;* C *régime chaotique. Les traits gras représentent des transitions abruptes alors que les traits fins des transitions lentes. La zone hachurée représente les phénomènes qui ne sont visibles qu'à désaccord croissant, soit la zone de bistabilité.*

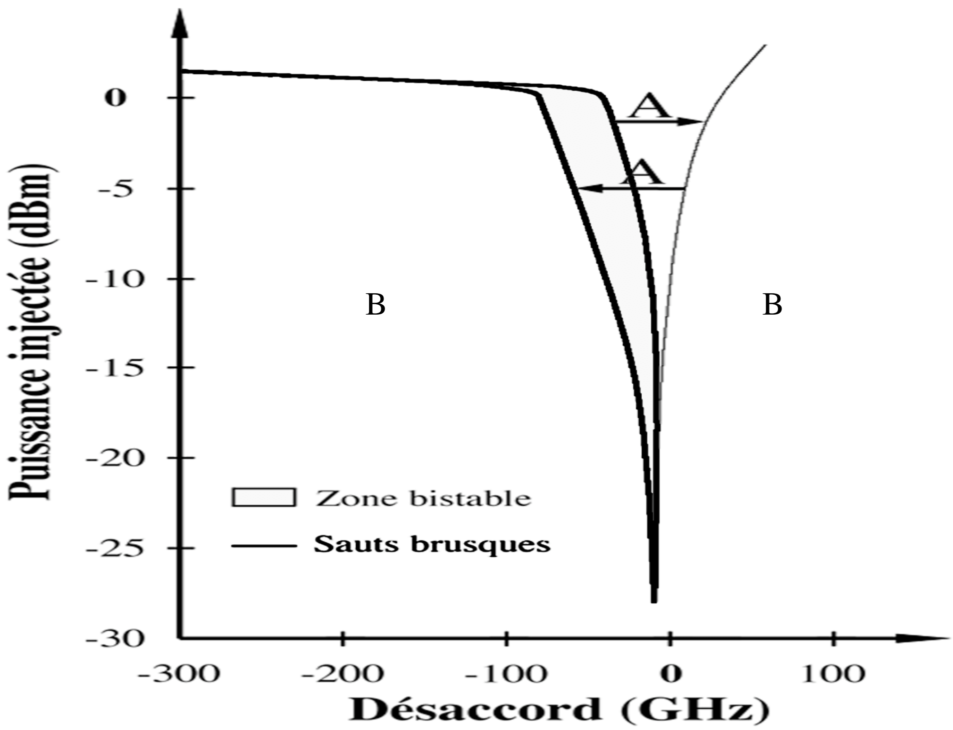


FIG. 3.5 – Carte de l'injection intramodale d'un laser DFB MQW à $1.2 * I_{seuil}$. *Puissance de l'esclave libre : $P_E = 200\mu W$. Définition des zones :* A *accrochage total ;* B *régime bimode ; Zone grise : bistabilité ; Les traits gras représentent des transitions abruptes alors que les traits fins des transitions lentes.*

3.1.4 Influence de la polarisation

Les mêmes cartographies ont été réalisées en injectant une polarisation perpendiculaire à la polarisation du laser esclave. Seules les zones d'accrochage total ont été étudiées. La puissance injectée maximale ne dépasse pas -7 dBm.

3.1.4.1 Cas du laser polarisé loin du seuil

La courbe 3.6 représente la cartographie pour un laser esclave polarisé à 4 fois le courant de seuil.

Les points noirs représentent la cartographie pour la polarisation perpendiculaire alors que les points gris rappellent les résultats obtenus précédemment pour une polarisation injectée parallèle.

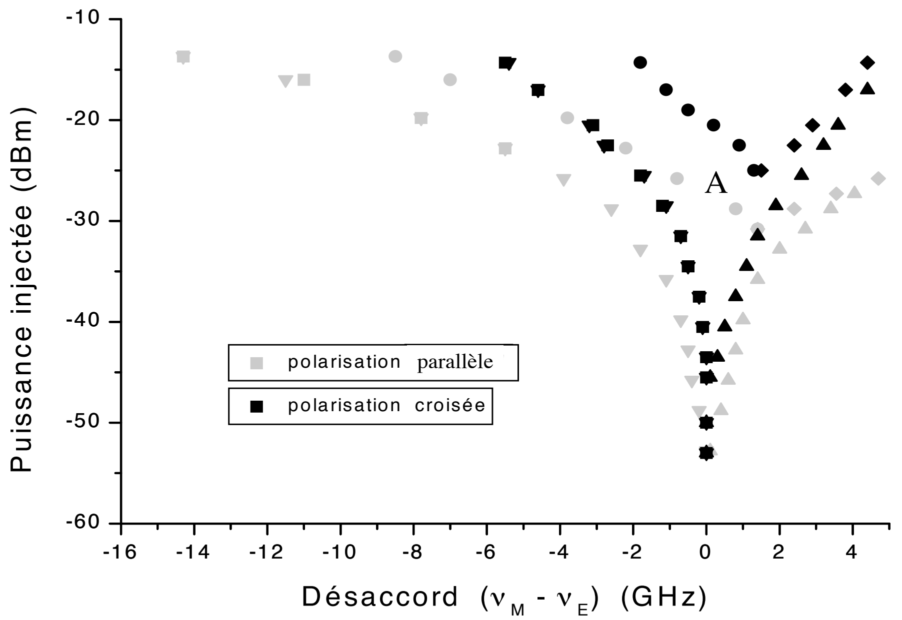


FIG. 3.6 – Carte de l'injection intramodale d'un laser DFB MQW à $4 * I_{seuil}$ pour une polarisation injectée perpendiculaire.
Puissance de l'esclave libre : $P_E = 3$ mW. Définition des zones : A *accrochage total. Les points noirs représentent la courbe obtenue pour une polarisation injectée perpendiculaire, les points gris pour une polarisation parallèle. Du côté des désaccords négatifs, les triangles représentent les transitions dans le sens des désaccords décroissants, les carrés le sens des désaccords croissants. Pour les désaccords positifs, les triangles, les losanges ou les ronds représentent indifféremment les deux sens de variation.*

On constate que la forme de la zone d'accrochage est identique quelque soit la polarisation injectée. Par contre, le creux de relaxation existe mais apparaît pour une puissance injectée supérieure. La zone d'accrochage est également plus étroite. Par exemple pour une puissance injectée de -31 dBm, la largeur de la plage d'accrochage est 2.5 fois plus large pour une injection parallèle que perpendiculaire. La zone de bistabilité que l'on voit apparaître pour une polarisation parallèle n'existe pas pour une polarisation perpendiculaire pour les niveaux de puissance injectée étudiés dans ce paragraphe. La limite inférieure d'accrochage totale est sensiblement la même quelque soit la polarisation. Enfin, on voit clairement qu'il existe des zones pour lesquelles l'accrochage se produit pour une injection perpendiculaire alors qu'elle ne se produit pas pour une injection parallèle et réciproquement.

Remarque : On peut voir sur la cartographie 3.6, que le creux de relaxation pour une polarisation parallèle apparaît pour une puissance injectée de l'ordre de -30 dBm. Or sur la cartographie 3.4, réalisée a priori dans les mêmes conditions, ce creux apparaît pour une puissance injectée de -20 dBm. La première cartographie (fig 3.6) a été réalisée au milieu de cette thèse alors que la dernière (3.4) à la fin. On ne peut pas dire si cette différence est due au laser employé pour l'étude de la polarisation ou si elle résulte d'une erreur de mesure. Cependant, les constatations faites sur l'influence de la polarisation restent valables puisque faites dans les mêmes conditions.

3.1.4.2 Cas du laser polarisé près du seuil

La courbe 3.7 représente la cartographie pour un laser esclave polarisé à 1.2 fois le courant de seuil.

Tout comme le cas de la polarisation injectée parallèle, la cartographie obtenue pour une polarisation perpendiculaire est symétrique et le creux de relaxation observé loin du seuil n'existe pas. La différence entre les deux cas est également moins nette. La différence se situant principalement au niveau de la zone de bistabilité qui est moins large dans le cas de la polarisation injectée perpendiculaire. A l'inverse du laser polarisé loin du seuil, on constate ici que toute les zones d'accrochage pour une polarisation normale sont incluses dans la zone d'accrochage pour une polarisation parallèle.

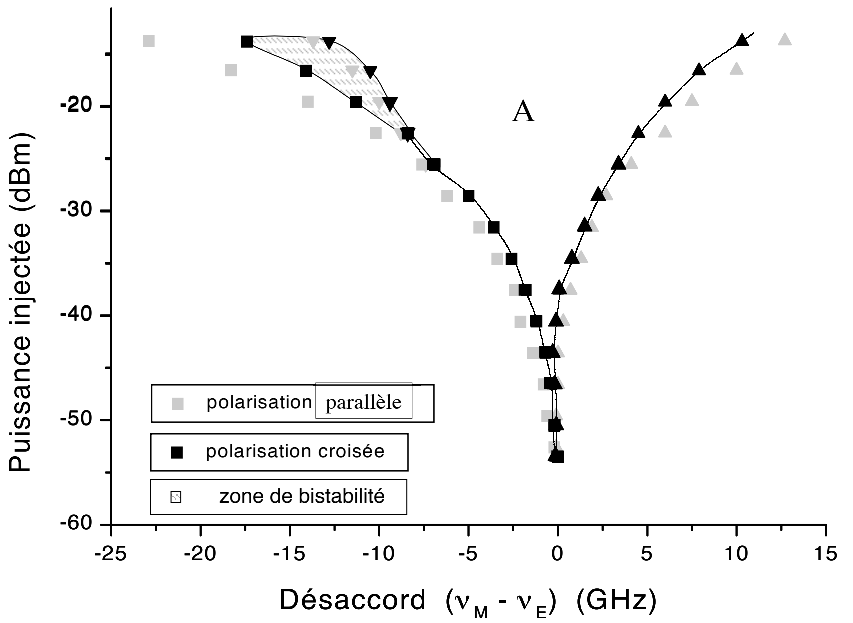


FIG. 3.7 – Carte de l'injection intramodale d'un laser DFB MQW à $1.2 * I_{seuil}$ pour une polarisation injectée perpendiculaire.
Puissance de l'esclave libre : $P_E = 200\ \mu W$. Définition des zones : A *accrochage total. Les points noirs représentent la courbe obtenue pour une polarisation injectée perpendiculaire, les points gris pour une polarisation parallèle.*

3.2 Injection intermodale

Dans cette partie, l'injection ne se fait plus au voisinage du désaccord nul mais autour des pics secondaires du spectre optique du laser esclave. Le principe est le même que pour les cartographies intramodales : on injecte un champ d'amplitude variable entre -30 et +5 dBm dont on fait varier lentement la fréquence pour observer la frontière entre les différents régimes.

Cette étude n'a été effectuée que pour un laser proche du seuil. En effet, l'étude d'un laser loin du seuil, vu la multitude de régimes rencontrés au paragraphe 3.1.2 s'est avérée trop longue, compte tenu du temps dont nous disposions.

La figure 3.8b représente la cartographie intermodale de l'injection d'un laser polarisé près du seuil tandis que le spectre optique de l'esclave libre est présenté figure 3.8a. On constate très clairement une concordance entre ce spectre et la cartographie : l'accrochage total se fait pour des puissances injectées d'autant plus faibles que la fréquence maître se situe proche d'un des pics secondaires de l'esclave libre. De plus, une bistabilité est observée pour les deux premiers pics secondaires situés à gauche du pic principal. Pour les désaccords positifs, l'accrochage total n'est obtenu que pour des puissances injectées plus élevées.

On constate également que pour une puissance injectée supérieure à 0 dBm, l'accrochage est total pour les désaccords négatifs. Si la puissance injectée est supérieure à 4 dBm, l'accrochage est total quelque soit la position du laser maître dans la limite de notre étude ($\Delta\nu \in [-1000\ GHz, +1000\ GHz]\ ou\ [-10\ nm, +10\ nm]$). L'appellation "laser maître" prend alors tout son sens.

Enfin, lorsque l'accrochage n'est pas total, on observe un fonctionnement bimode du laser esclave dont l'un des deux modes est à la fréquence maître et l'autre à une fréquence proche de celle de l'esclave libre. Nous avons représenté sur la carte des courbes de niveau représentant le rapport entre le pic à la fréquence maître et le pic esclave libre. Elle représente donc la proportion de la puissance esclave accrochée à la fréquence maître. La ligne de niveau 100 % correspond donc à la limite d'accrochage total. Plus la puissance injectée est forte, plus la proportion d'énergie à la fréquence maître est grande. La transition entre accrochage et décrochage lorsque l'on fait varier la puissance à désaccord fixé est donc progressive. Le laser agit comme un amplificateur, amplifiant à la fois les photons à la fréquence maître et ceux de l'émission spontanée. Les variations d'indice liées à l'augmentation des photons peut donner lieu à des effets de push-pull. La cavité va elle sélectionner les photons issus de l'émission spontanée et leur donner une référence de phase. Cette référence de phase est modifiée par l'injection optique **??**.

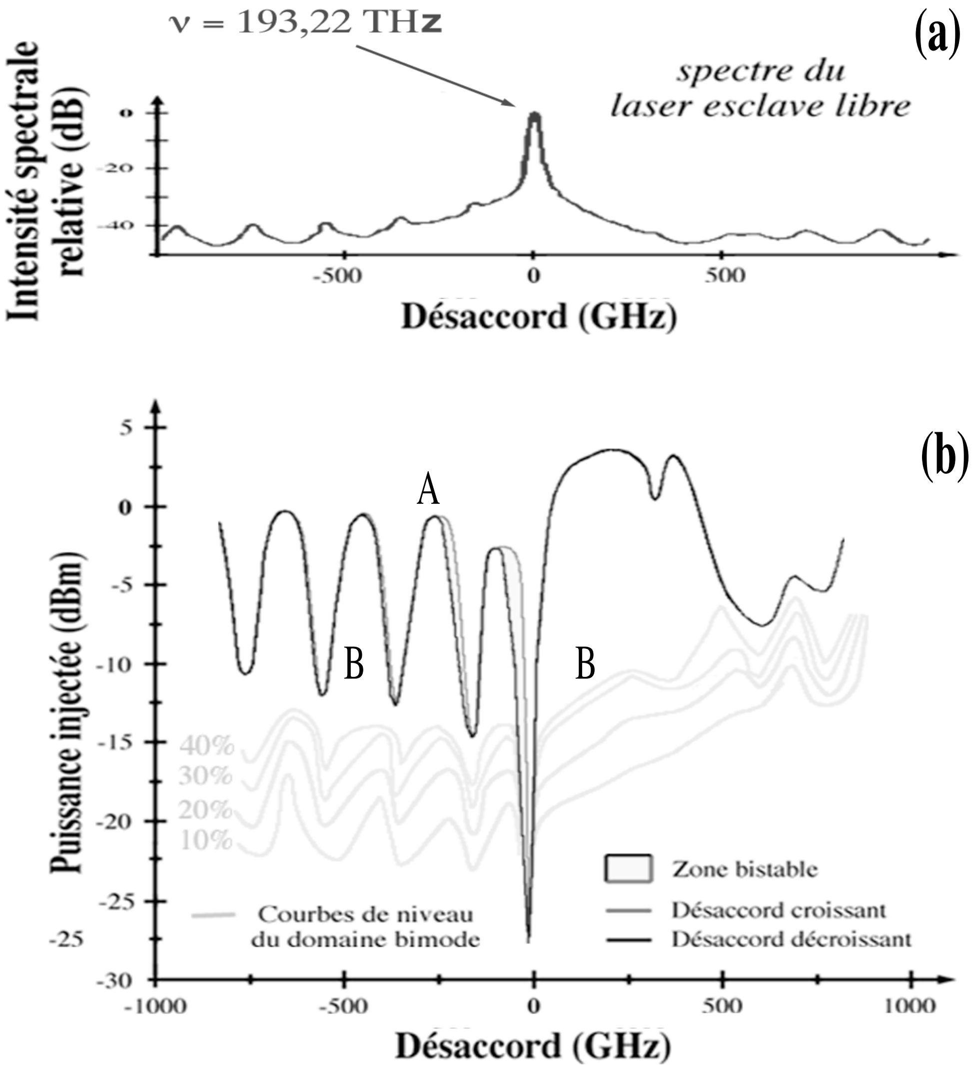


FIG. 3.8 – Carte de l'injection intermodale d'un laser DFB MQW à $1.2 * I_{seuil}$.
La courbe (a) montre le spectre optique du laser esclave. La courbe (b) représente la carte d'injection intermodale. Puissance de l'esclave libre : $P_E = 200\mu W$. *Définition des zones :* A *accrochage total ;* B *régime bimode ; Zone grise : bistabilité ; Les traits gris représentent les transitions pour les désaccord croissants alors que les traits noirs les transitions pour les désaccords décroissants.*

3.3 Conclusion

Nous avons donc répertoriés dans le plan (désaccord en fréquence, puissance injectée) les différents régimes du laser esclave soumis à injection optique pour deux points de fonctionnement esclave : près et loin du seuil. Les différents régimes rencontrés ont depuis longtemps été identifiés. Cependant, ces cartographies sont les plus complètes établies à l'heure actuelle. Elles permettent de voir que ces phénomènes dépendent fortement du point de fonctionnement du laser esclave et du désaccord en fréquence entre celui-ci et le laser injecté. On a également constaté qu'à point de fonctionnement fixé, ces cartographies sont reproductibles pour des lasers ayant les mêmes caractéristiques macroscopiques.

La bistabilité observée pour un laser polarisé à quatre fois le seuil ainsi que l'identification, lorsque le laser opère près du seuil, des régions où le laser fonctionne en régime bimode sont des résultats originaux où encore une fois, l'accrochage de phase est progressif.

Deuxième partie

ÉTUDE THÉORIQUE

Chapitre 4

Modélisation théorique du laser amplificateur

Après avoir montré les différences entre notre système de détection (celui du laser amplificateur) et les systèmes de détection standards, nous montrerons qu'il est possible de modéliser les formes de raie du laser amplificateur trouvées au chapitre 2 à l'aide de la fonction d'Airy généralisée appliquée au laser.

En effet, la plupart des modèles actuels modélisant les lasers se placent dans le cadre de l'approximation de Lamb où les équations sont calculées dans le domaine mixte temps/fréquence et où les pertes sont réparties sur toutes la longueur de la cavité. Il introduit notamment dans son modèle un coefficient de perte moyen et s'affranchit ainsi des problèmes de conditions aux limites introduits par les pertes dues aux réflexions sur les miroirs. Enfin, le modèle de Lamb néglige l'effet de l'émission spontanée. Le modèle de Lamb-Langevin inclut lui les sources de bruit. Cependant, ces modèles aboutissent à des solutions compliquées et peu précises en ce qui concerne la largeur de raie et le seuil laser. De plus, les pertes sont indépendantes de la fréquence. Il est donc impossible de décrire les courbes d'accrochage. Le modèle de Lamb ne permet une description correcte que pour des champs résonants. Suite au travaux de P. Even déjà cités en introduction, ce modèle s'est alors montré insuffisant pour décrire ses résultats expérimentaux. L'idée lui est alors venue avec G.M. Stéphan de développer un modèle compatible avec leurs expériences d'injection.

Ce modèle est plus simple puisqu'il ne comporte pas les hypothèses contraignantes qui viennent d'être décrites.

Il est d'abord élaboré dans le domaine des fréquences, ce qui facilite ensuite le calcul de la largeur de raie par exemple. Les pertes sont dépendantes de la fréquence, ce qui permet de décrire les différents phénomènes d'injection lorsque le désaccord en fréquence entre le laser maître et le laser esclave est non nul. Le laser est alors vu comme un système filtrant et amplifiant dont le champ de sortie est la réponse à différentes sources. Dans notre cas, les sources sont le champ spontané et le champ injecté. La réponse du laser à la première source est un champ laser ordinaire, la réponse à la seconde correspond à l'utilisation d'un laser comme amplificateur.

La théorie développée dans ce chapitre est semiclassique :

- la réponse locale du milieu est étudiée dans le domaine des fréquences en utilisant la méthode de la matrice densité et les équations de Maxwell. La polarisabilité locale est alors obtenue et relie la réponse du milieu à une perturbation,
- puis, la fonction d'Airy du laser est obtenue en appliquant les conditions aux limites sur les miroirs. L'intensité du laser est obtenue en intégrant cette densité spectrale sur tout le domaine des fréquences,
- la densité spectrale du laser injecté est ensuite déduite et les courbes théoriques présentées lorsque la puissance injectée est de l'ordre de grandeur de l'émission spontanée et lorsque la largeur de raie du laser maître est plus fine que celle du laser esclave.

4.1 Interprétation physique du laser amplificateur et comparaison avec les autres systèmes existants

Les photons se manifestent dans le processus d'émission et d'absorption. Leur description théorique en optique quantique est basée sur l'utilisation de l'espace de Fock et aboutit aux formules qui décrivent le signal de photodétection, par exemple.

Les formules qui sont issues de la littérature sont généralement obtenues en étudiant l'interaction d'un champ monomode (monochromatique) avec un atome ou une molécule. Cependant, un champ physique est multifréquence même s'il ne contient qu'un seul photon. Un tel champ est donc plus compliqué, il est non stationnaire et est caractérisé par une fonction de corrélation. Il s'avère que de telles fonctions n'apparaissent pas dans les formules décrivant les signaux de photodétection dans la plupart des livres de référence [89][90][91].

Ce problème est cependant très bien décrit dans la référence [92] où les auteurs montrent que le signal de photodétection dépend à la fois du spectre du champ et du spectre de l'atome qui le détecte.

Dans le domaine du temps, cela signifie que les signaux détectables dépendent des fonctions de corrélation entre le champ à détecter et le dipôle détectant. Fondamentalement, la détection d'un champ optique $\mathcal{E}$ par un atome caractérisé par un moment dipolaire μ_{ab} est décrite par la probabilité de transition entre les deux états $|a>$ et $|b>$:

$$P_{a\to b} = \frac{1}{\hbar^2}\int_0^t dt_1 \int_0^t dt_2 G_A^*(t_1,t)G_f(t_2,t) \tag{4.1}$$

où $G_A^*(t_1,t)$ et $G_f(t_2,t)$ sont respectivement la fonction de corrélation du champ et du dipôle atomique. t est le temps. Chacune de ces fonctions contient un terme d'amplitude (l'intensité du champ $|\mathcal{E}|^2$ et le module au carré du moment dipolaire $|\mu_{ab}|^2$), un terme de phase périodique et un terme exponentiel décroissant.

Jusqu'à présent, l'attention n'a pas été portée sur cette propriété parce que les détecteurs standards qui sont utilisés généralement en optique sont essentiellement du même type : le champ à détecter excite un électron qui ensuite est multiplié. C'est le cas des photomultiplicateurs ou des photodiodes à avalanche. La fonction de corrélation du champ ne joue alors aucun rôle parce que celui de l'atome détectant est très court et agit comme une fonction delta dans l'intégrale de convolution. Les formules standard sont ainsi parfaitement justifiées mais les propriétés du détecteur limitent sévèrement les performances de détection. Ce temps de détection (ou de corrélation) court T correspond au temps d'ionisation atomique ou au temps d'excitation d'une paire électron-trou : typiquement de l'ordre de la nanoseconde. La puissance optique minimale $h\nu/T$ transférée au détecteur par un seul photon durant ce temps T est alors supérieure au picowatt.

La détection de champs très faibles est alors une détection d'impulsions, chacune correspondant au transfert de cette puissance.

En opposition avec ces détecteurs traditionnels, le nouveau procédé de détection qui est proposé tire avantage du temps de cohérence de la lumière. La situation est la suivante : le très faible signal cohérent à détecter a un spectre étroit (80 kHz dans notre expérience). Il est envoyé dans un laser ayant la même fréquence centrale mais une largeur de raie beaucoup plus large (100 MHz par exemple). Une analyse spectrale nous permet de séparer la réponse du laser (au signal injecté) de son propre champ. La propriété utilisée ici est la capacité du laser *d'amplifier un signal en conservant sa cohérence.* En d'autres termes, la corrélation est conservée dans ce procédé. C'est en fait l'association de deux phénomènes : l'amplification résonante et le filtrage, qui nous permet de montrer un niveau de détection de l'ordre du femtowatt, c'est à dire une amélioration de plus d'un facteur 1000 du minimum de puissance détectable de lumière cohérente. La sensibilité obtenue nous permet par exemple de détecter ce qu'il reste (-100 dBm) d'un signal continu de 1 mW après une transmission à travers 500 km de fibre optique classique utilisée dans les télécommunications (atténuation de l'ordre de 0.2 dB/km). Cette détection est continue au contraire de la détection d'impulsions habituelles comme indiqué plus haut. Elle est donc bien adaptée à la détection de faible puissance avec de longs temps de cohérence (faible largeur de raie), c'est à dire à la détection de lumière laser : au lieu de donner un clic (déclenchement) dans le domaines des temps, ce détecteur donne un clic dans le domaine des fréquences. Expérimentalement, nous avons détecté une puissance de -117 dBm ou 2 femtowatts. C'est une **puissance continue**.

Or la puissance d'un de nos photons injectés est :

$$P_0 = h\nu\Gamma = 1.02 \times 10^{-14} W \tag{4.2}$$

sur une durée de cohérence $t = 1/\Gamma$ où Γ est la largeur de raie du photon et vaut 80 kHz. Attention, cette puissance n'est pas une puissance continue. On peut faire l'analogie avec les lasers impulsionnels où l'on parle de **puissance impulsionnelle** sur la durée de l'impulsion. Il s'agit donc de la puissance du photon répartie sur son temps de vie (ou temps de corrélation).

Le nombre de photons correspondant à la puissance minimale détectée ($10^{-14.7}W$) est donc :

$$N = \frac{P_{totale}}{P_{photon}} = 0.2 \quad \text{photons/temps de corrélation du champ} \tag{4.3}$$

ou, comme nous l'avons déjà dit, un photon tous les cinq temps de corrélation.

Donc, sur 1 seconde, on injecte :

$$N = 0.2 \times \Gamma = 16000 \quad \text{photons/seconde} \tag{4.4}$$

Dans le cadre de la quantification du champ, ceci signifie qu'un photon est détecté pour un intervalle de temps de $\frac{5}{\Gamma} = 0.0625\ ms$. Notre expérience ne nous permet pas de dire s'il s'agit de détection par "paquet" (ici, un "clic" durerait 0.0125 ms) ou une détection continue, car l'intégration s'effectue sur 1/30 s.

4.2 Description du processus d'amplification dans un laser : la fonction d'Airy généralisée

Ce paragraphe a pour but de décrire le processus d'amplification d'un laser injecté et notamment le cas du laser amplificateur à l'aide de la fonction d'Airy généralisée. Les références [93],[94],[95] donnent une présentation complète et détaillée de cette fonction d'Airy dans le cas des lasers à gaz et du transfert partiel de largeur de raie et montrent que cette fonction (exprimée dans le domaine des fréquences) permet une description simple et détaillée de la largeur de raie et de l'intensité d'un laser en fonction du gain.

L'idée ici est que le laser s'alimente lui-même avec l'émission spontanée qui est filtrée puis amplifiée.

Une fois le principe de cette présentation exposé, nous montrerons le passage du laser solitaire au laser injecté pour enfin décrire les formes de raie du laser injecté lorsque la puissance injecté devient du même ordre de grandeur que l'émission spontanée.

4.3 La fonction d'Airy du laser

4.3.1 Définition du terme "Fonction d'Airy"

On peut constater dans la littérature que la dénomination "fonction d'Airy" regroupe plusieurs types de fonctions :

– *en mathématique* [96][97], les fonctions d'Airy Ai(z) et Bi(z) sont les solutions indépendantes de l'équation :

$$\frac{d^2u}{dz^2} - zu = 0.$$

Ces solutions peuvent être représentées à l'aide de fonctions de Bessel par les expressions :

$$\mathrm{Ai}(z) = \frac{1}{3}\sqrt{z}\left\{I_{-1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right) - I_{1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right)\right\} = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{z}{3}}K_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}z^{\frac{3}{2}}\right) \quad (4.5)$$

$$\mathrm{Ai}(-z) = \frac{1}{3}\sqrt{z}\left\{J_{1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right) + J_{-1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right)\right\} \quad (4.6)$$

et par

$$(4.7)$$

$$\mathrm{Bi}(z) = \sqrt{\frac{z}{3}}\left\{I_{-1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right) + I_{1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right)\right\} \quad (4.8)$$

$$\mathrm{Bi}(-z) = \sqrt{\frac{z}{3}}\left\{J_{-1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right) - J_{1/3}\left(\frac{2}{3}z^{3/2}\right)\right\} \quad (4.9)$$

où I_n est la fonction de Bessel sphérique modifiée de première espèce d'ordre n, J_n est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre n et K_n est la fonction sphérique modifiée de troisième espèce.

– *en optique diffractive*, la figure de diffraction d'un cercle est appelée une figure d'Airy. Elle est constituée d'un disque central brillant, entouré d'anneaux concentriques, alternativement sombres et brillants. L'intensité à une distance q du centre de la figure s'exprime également à l'aide de fonction de Bessel :

$$I(q) = I(0)\left[\frac{2J_1(kaq/R)}{kaq/R}\right]^2$$

où $J_1(u)$ est la fonction de Bessel du premier ordre, k est vecteur d'onde $k = 2\pi/\lambda$, a est le rayon de l'ouverture diffractante et R la distance à laquelle on observe la figure de diffraction. $I(0)$ est l'intensité au centre de la figure de diffraction.

– enfin, le dernier cas est le cas *des interférences à ondes multiples* où l'intensité transmise en fonction de la longueur d'onde s'exprime par une fonction d'Airy sous la forme générale [98] :

$$I(\lambda) = I_{max}\frac{1}{1 + M\sin^2(\frac{2\pi 2nd}{\lambda})} \quad (4.10)$$

où $M = \frac{4R}{(1-R)^2}$ avec R le facteur de réflexion en intensité des miroirs, n est l'indice de réfraction de l'intérieur de l'interféromètre, d la distance entre les deux miroirs.

C'est cette dernière forme dont nous parlons dans ce travail de thèse.

4.3.2 Expression de la fonction d'Airy d'une cavité froide

La cavité (laser) froide peut être schématisée (cf fig 4.1) par deux miroirs plans M_1 et M_2 parallèles et distants de d (les faces clivées du laser semi-conducteur, par exemple), de réflectivités respectives r_1 et r_2 renfermant un milieu passif (non émissif) homogène d'indice optique n.

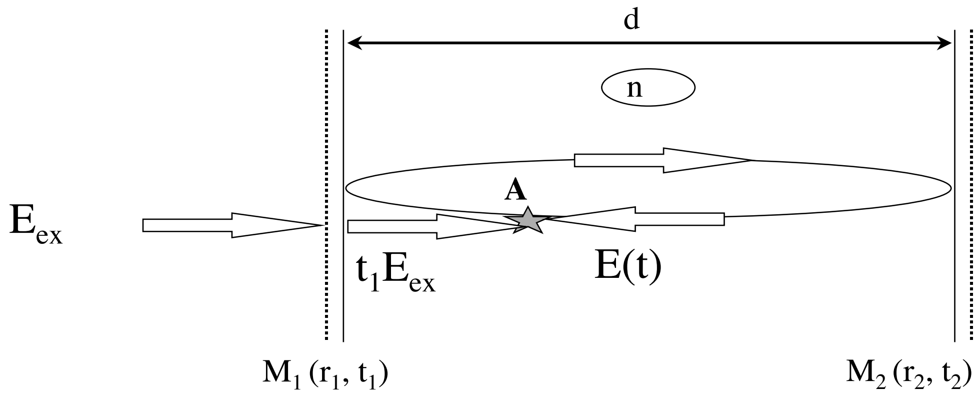


FIG. 4.1 – Représentation schématique d'une cavité froide soumise à un champ extérieur.

La cavité ainsi formée peut être considérée comme un interféromètre illuminé par un champ extérieur, encore appelé champ excitateur. La *réponse* au champ excitateur est représenté par le champ interne, transmis ou réfléchi par l'interféromètre.
Nous allons établir l'expression de la réponse par l'interféromètre à un champ excitateur monochromatique d'expression $E_{ex} = \mathcal{E}_{ex}e^{i\omega t}$, c'est-à-dire la *fonction de transfert* de l'interféromètre. On ne considérera pas l'extension spatiale transverse du faisceau excitateur ni, donc, celle du faisceau à l'intérieur de l'interféromètre (ondes planes). Cette extension spatiale peut conduire à des fonctions de transfert différentes suivant le mode considéré [99]. On considérera un faisceau incident de direction perpendiculaire aux miroirs.

La méthode la plus directe permettant d'écrire le champ à l'intérieur de l'interféromètre est la méthode dite de l'*aller-retour* :

On note $\mathcal{E}(t)$ l'amplitude complexe à l'instant t du champ à l'intérieur de l'interféromètre en un point A de la cavité. Après un aller-retour (AR) de durée $\tau_{AR} = \frac{2nd}{c}$, correspondant à un déphasage $\phi = \omega\,\tau_{AR} = 2\pi\,\nu\,\tau_{AR}$, ce champ devient :

$$\mathcal{E}(t+\tau_{AR}) = \mathcal{E}(t) r_1 r_2\, e^{i\omega\,\tau_{AR}} + \sqrt{T_1}\mathcal{E}_{ex} \tag{4.11}$$

où $\sqrt{T_1}$ est la transmission pour le champ $\mathcal{E}_{ex}$ du miroir M_1.

En régime stationnaire, $\mathcal{E}(t+\tau_{AR}) = \mathcal{E}(t) = \mathcal{E}$ et donc :

$$\mathcal{E} = \frac{\sqrt{T_1}\mathcal{E}_{ex}}{1 - r_1 r_2\, e^{i\phi}} \tag{4.12}$$

dont le module au carré fournit la fonction d'Airy bien connue des interféromètres de type Fabry-Perot :

$$I = \frac{T_1 I_{ex}}{(1-r_1 r_2)^2 + 4 r_1 r_2 \sin^2(\frac{\phi}{2})} \tag{4.13}$$

où l'on note $I = \mathcal{E}\mathcal{E}^*$ et $I_{ex} = \mathcal{E}_{ex}\mathcal{E}_{ex}^*$.

On peut bien sûr exprimer cette fonction sous la forme usuelle (identique à celle donnée au paragraphe précédent : éq 4.10) :

$$I(\lambda) = I_{max}\frac{1}{1 + M\sin^2(\frac{\phi}{2})} \tag{4.14}$$

où $M = \frac{4R}{(1-R)^2}$ avec R le facteur de réflexion en intensité des miroirs.

Remarque : il s'agit pour l'instant de l'intensité à l'intérieur de la cavité ; les intensités réfléchie $I_{réfl}$ et transmises I_{tran} s'en déduisent.

On note, par commodité, $r_1 r_2 = e^{-L}$ où L représente les pertes dues aux miroirs (on ne considère pas pour l'instant l'absorption par le milieu).
On donne en figure 4.2 un exemple de courbe de transmission d'une cavité semi-conductrice froide dont les paramètres correspondent aux lasers que nous utilisons.

4.3.3 Expression de la fonction d'Airy d'un laser

Dans le cas où le milieu dans la cavité est un milieu actif (amplificateur), on ne considère plus, dans un premier temps, de champ source extérieur mais un champ source intérieur constitué par l'émission spontanée.
Contrairement au précédent, ce champ source n'est plus monochromatique : il est caractérisé par une densité spectrale S correspondant au spectre large d'émission spontanée du milieu actif excité par le pompage par injection de porteurs (cas d'un laser semi-conducteur).

Lors d'un aller-retour dans le laser, la lumière est l'objet de trois effets :
- une *amplification* : son amplitude complexe est multipliée par e^G, où G est le gain ;
- un *déphasage* de $\phi = \omega\,\tau_{RT} = 2\pi\,\nu \cdot \frac{2nd}{c}$ qui dépend de l'indice du matériau ;
- un *ajout de* $S(\nu)$, fraction de l'émission spontanée dans la bande spectrale considérée autour de la fréquence ν.

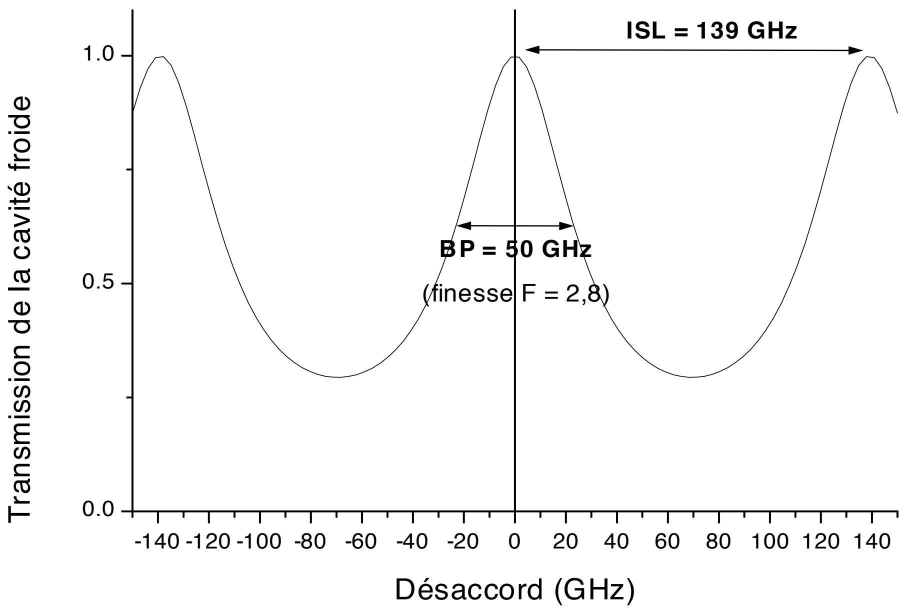


FIG. 4.2 – Transmission d'un interféromètre Fabry-Perot
Les caractéristiques sont celles d'une cavité semi-conductrice : longueur 300 µm, indice 3,5.

Ici, G, n (donc ϕ) et S dépendent de la fréquence et aussi de l'intensité moyenne saturante. On réécrit l'équation 4.13 de la manière suivante :

$$y = \frac{S}{(1 - e^{-L+G})^2 + 4e^{-L+G}\sin^2(\frac{\phi}{2})} \tag{4.15}$$

où y représente désormais[1] la densité spectrale de puissance du champ laser correspondant à la fréquence ν.

On définit l'intensité totale du champ laser Y (normalisée par celle du champ saturant), reliée à la densité spectrale d'intensité y (normalisée par le même facteur) par la relation

$$Y = \int y dx \tag{4.16}$$

où dx représente l'élément différentiel de fréquence normalisée.

La fonction 4.15 est la *fonction d'Airy généralisée du laser*. Elle contient sous forme synthétique les trois effets fondamentaux précédemment indiqués :

-l'émission spontanée, incluse dans le terme source S,

[1] Les notations y et Y pour la densité spectrale de puissance optique et la puissance optique totale visent à éviter l'emploi de la notation i ou I, en principe réservée au courant dans le cas d'un laser à semi-conducteurs.

-l'émission stimulée, incluse dans le terme contenant G,

-l'effet de résonance, inclus dans la structure de la fonction.

L'étape suivante consiste à donner des expressions adaptées pour G, ϕ (ou n) et S.

On sait que le gain G d'un laser est saturé par l'intensité du champ optique : l'expression la plus simple[2] de cette saturation est, *en centre de raie* et dans le cas d'un modèle à deux niveaux d'énergie :

$$G = \frac{G_0}{1+Y} \tag{4.17}$$

où Y est l'intensité totale du champ. Cette expression pour le gain s'applique dans le cas d'un milieu *homogène*, comme c'est le cas pour un laser semi-conducteurs monomode.

On a défini $S(x)$ comme étant la densité spectrale correspondant à l'émission spontanée dans la tranche de fréquence dx autour de x. S est proportionnelle à la population du niveau excité, également saturée par Y, et s'écrit sous la forme :

$$S = \frac{S_0}{1+Y} \tag{4.18}$$

Enfin, on peut expliciter ϕ :

$$\phi = 2\pi\nu\tau_{AR}(1 + \frac{\alpha^r}{2\epsilon_0}) \tag{4.19}$$

où α^r est la partie réelle de la polarisabilité saturée. On peut faire apparaître l'indice de réfraction (saturé), dont l'expression est :

$$\begin{aligned} n(\nu) = 1 + \frac{\alpha^r}{2\epsilon_0} &= 1 + \frac{\alpha^{r(1)}}{2\epsilon_0} + \frac{\alpha^{r(2)}}{2\epsilon_0} && (4.20) \\ &= n_0 + \frac{n_1}{1+Y} && (4.21) \end{aligned}$$

avec $n_0 = 1 + \frac{\alpha^{r(1)}}{2\epsilon_0}$. $\frac{\alpha^{r(2)}}{2\epsilon_0}$ est la partie saturée de l'indice.
Le développement de ϕ autour de la fréquence de résonance ν_0 (pour laquelle $\phi = N2\pi$) s'écrit (modulo 2π) :

$$\begin{aligned} \phi &= 2\pi\nu\frac{2\left(n(\nu_0) + (\nu-\nu_0)\frac{dn}{d\nu}\right)d}{c} - 2\pi\nu_0\frac{2n(\nu_0)d}{c} && (4.22) \\ &= 2\pi\frac{2d}{c}(\nu-\nu_0)n(\nu_0) + 2\pi\frac{2d}{c}(\nu-\nu_0)\frac{dn}{d\nu} && (4.23) \end{aligned}$$

[2]Une expression complète sera utilisée dans le calcul numérique :

$$G = G_0 \cdot \frac{\gamma_n^2}{\gamma_n^2 + (\nu-\nu_0)^2} \cdot \frac{1}{1 + Y \cdot \mathcal{L}(\nu-\nu_0)}$$

où $\mathcal{L}$ est la forme de raie laser lorentzienne.

soit, au premier ordre :

$$\begin{aligned}
\phi &= \frac{4\pi d}{c}(\nu - \nu_0)\left[n(\nu_0) + \nu_0 \cdot \frac{dn}{d\nu}\right] && (4.24)\\
&= \frac{4\pi d n_g}{c}(\nu - \nu_0) && (4.25)
\end{aligned}$$

avec $n_g = n(\nu_0) + \nu_0 \cdot \frac{dn}{d\nu}\big|_{\nu=\nu_0}$

On écrit ϕ sous forme condensée :

$$\phi = A(x - x_0) \tag{4.26}$$

avec

- A : quantité caractéristique du milieu amplificateur (essentiellement l'indice de groupe) :
$$A = 2[n(\nu_0) + \nu_0 \cdot \frac{dn}{d\nu}]$$
- $x - x_0$: variation de fréquence normalisée par l'intervalle spectral libre ISL de la cavité vide :
$$x - x_0 = \pi\frac{\nu - \nu_0}{c/2d}$$

On peut donc aussi réécrire la fonction d'Airy du laser sous la forme qui explicite la résonance autour de la fréquence normalisée :

$$y = \frac{S}{(1 - e^{-L+G})^2 + 4e^{-L+G}\sin^2[A(x - x_0)/2]} \tag{4.27}$$

Fonction d'Airy du laser Fabry-Perot

4.3.4 Calcul de l'intensité saturante et de la largeur de raie

La fonction d'Airy du laser permet le calcul des deux grandeurs fondamentales que sont l'intensité et la largeur de raie.

On se place d'abord dans le cas où le gain linéaire par aller-retour est plus grand que les pertes : soit $G_0 > L$ ($G_0 = L$ définit le seuil).

La largeur de raie de l'émission laser est beaucoup plus faible que la largeur d'émission homogène (c'est-à-dire la largeur d'émission spontanée) : la densité spectrale y est importante seulement dans un étroit domaine spectral autour de la fréquence de résonance. Dans ce petit domaine spectral, on peut dire qu'en première approximation les quantités G (gain), S (source spontanée) et A (dispersion du milieu) ne changent pas avec la fréquence : ces quantités seront écrites pour $\nu = \nu_0$ (ou $x = x_0$).

De plus, en considérant que l'angle $A(x - x_0)$ reste très petit au voisinage d'un mode centré à ν_0, on peut développer le sinus au premier ordre.

La fonction 4.27 devient :

$$y = \frac{S}{(1 - e^{-L+G})^2 + e^{-L+G} A^2 (x - x_0)^2} = \frac{S}{e^{-L+G} A^2} \frac{1}{\Gamma^2 + (x - x_0)^2} \tag{4.28}$$

c'est-à-dire une forme lorentzienne[3] de *demi*-largeur à mi-hauteur Γ :

$$\Gamma = \frac{1 - e^{-L+G}}{A\, e^{\frac{-L+G}{2}}} = \frac{2}{A} \sinh \frac{L - G}{2} \tag{4.29}$$

En intégrant l'expression de y (équation 4.28) sur la fréquence, on obtient l'intensité totale Y :

$$Y = \int y dx = \frac{S}{e^{-L+G} A^2} \frac{\pi}{\Gamma} \tag{4.30}$$

Les quantités G, S et A dépendent de Y. Donc Y apparaît comme étant solution de l'équation implicite 4.30.

On connaît cependant, au dessus du seuil, une solution approchée de Y, appelée solution de Lamb (notée Y_L), issue de la condition *gain saturé = pertes*, soit :

$$G = L \tag{4.31}$$

$$\frac{G_0}{1 + Y_L} = L \tag{4.32}$$

$$Y_L = r - 1 \tag{4.33}$$

où l'on utilise la notation usuelle r pour le gain normalisé au seuil (encore appelé paramètre de pompe) : $r = \frac{G_0}{L}$.

On pose ensuite $Y = Y_L + \delta Y$ et l'on effectue un dévelopement limité selon la quantité $\frac{\delta Y}{Y_L}$. On peut alors appeler δY l'*écart à la solution de Lamb.*

Avant de poursuivre le calcul, on peut dès maintenant commenter les variations de la fonction donnée par la formule 4.28 dans sa forme lorentzienne : à résonance, quand $x = x_0$ (c'est-à-dire $\nu = \nu_0$), le dénominateur s'annule si $G = L$, ce qui est physiquement inacceptable car y, densité spectrale de puissance optique, doit rester finie. Il est donc essentiel de garder un écart à la solution de Lamb ($\delta Y \neq 0$), pour conserver $G \neq L$.

En revanche, l'approximation $Y = Y_L$ dans A et S s'avérera tout à fait acceptable, car sans conséquence au premier ordre sur la valeur de y.

[3]L'avantage qu'il y a de remplacer, dans le domaine spectral autour de la résonance laser, la fonction d'Airy par une lorentzienne est d'abord d'ordre calculatoire. Ce remplacement apparaît nécessaire, si l'on ne veut pas tenir compte de la dépendance de S, G et A en ν, car la fonction d'Airy a une intégrale divergente, à moins de borner arbitrairement l'intervalle d'intégration. Le remplacement n'a de sens que si le laser est monomode longitudinal (hypothèse justifiée pour les lasers semi-conducteurs que nous employons). Les expressions des intégrales pour chacune des deux formes sont : $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{\Gamma^2+x^2} = \frac{\pi}{\Gamma}$ et $\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{dx}{\Gamma^2+4\sin^2(x/2)} = \frac{4\, arccotan(\frac{\Gamma}{\sqrt{4+\Gamma^2}})}{\Gamma\sqrt{4+\Gamma^2}}$.

En utilisant l'expression de Γ (équation 4.29), l'expression de Y (4.30) devient :

$$Y = \frac{\pi S}{A} \cdot \frac{1}{[e^{(-L+G)/2} - e^{+3(-L+G)/2}]} \tag{4.34}$$

L'argument des exponentielles peut être développé :

$$\begin{aligned} -L + \frac{G_0}{1 + Y_L + \delta Y} &= -L + \frac{G_0}{1 + Y_L}(1 + \frac{\delta Y}{1 + Y_L})^{-1} && (4.35) \\ &\approx \underbrace{-L + \frac{G_0}{1 + Y_L}}_{=0} - \frac{G_0\,\delta Y}{(1 + Y_L)^2} && (4.36) \end{aligned}$$

En introduisant la valeur trouvée dans l'argument des exponentielles et en développant celles-ci au voisinage de zéro, on trouve une formule pour l'écart à la solution de Lamb :

$$\delta Y = \frac{\pi S (1 + Y_L)^2}{A\, G_0\, Y_L} \tag{4.37}$$

Remarque : on retrouverait la solution de Lamb ($\delta Y = 0$) en annulant S. Ce faisant, on ignorerait l'émission spontanée et le rôle fondamental qu'elle joue dans la description du champ de la raie laser.

En remplaçant l'expression de δY (équation 4.37) dans celle de Γ (équation 4.29), et en faisant l'appoximation

$$L - G \approx \frac{G_0\, \delta Y}{(1 + Y_L)^2} \tag{4.38}$$

on trouve une formule pour la pleine largeur de raie à mi-hauteur du laser :

$$2\Gamma = \frac{2}{A} \sinh[\frac{G_0\, \delta Y}{2(1 + Y_L)^2}] = \frac{2}{A} \sinh \frac{\pi S}{4 A Y_L} \approx 2 \frac{\pi S}{A^2 Y_L} \tag{4.39}$$

Soit en définitive :

$$\boxed{2\Gamma = \frac{2\pi\, S}{A^2 Y_L}} \tag{4.40}$$

Pleine largeur à mi-hauteur du laser.

On y retrouve les propriétés connues de la largeur de raie :
- la largeur de raie est inversement proportionnelle à l'intensité du laser,
- la largeur de raie dépend proportionnellement de l'émission spontanée,
- la largeur de raie dépend du facteur A, quantité caractéristique du matériau amplificateur ($A = 2[n(\nu_0) + (\nu - \nu_0) \cdot \frac{dn}{d\nu}]$, donc, essentiellement l'indice de groupe).

Des facteurs similaires sont inclus dans la formule de Shawlow-Townes obtenue de manière empirique.

Notons dès maintenant, au vu de cette dernière dépendance, que le facteur de couplage phase-amplitude (ou α_H, facteur de Henry) n'apparaît pas explicitement. En fait, l'indice de groupe ou le facteur A dépendent aussi du gain.

4.3.5 La transition laser

Les formules précédentes permettent d'obtenir l'intensité au dessus du seuil laser. On montre (cf référence citées plus haut) qu'elles permettent aussi de décrire la transition laser, c'est à dire l'augmentation brutale de l'intensité et la diminution brutale de la largeur de raie quand G_0 devient supérieur à L.

4.4 Fonction d'Airy généralisée d'un laser injecté

On considère deux lasers de même nature (matériau, structure) : le maître L1 et l'esclave L2. La fonction d'Airy du maître, donnant $y_1(\nu)$, est supposée connue. Pour l'esclave, la modification de la fonction d'Airy par le maître se traduit par l'ajout d'une contribution dans le terme source (proportionnelle à $y_1(\nu)$) au numérateur de $y_2(\nu)$. Le coefficient de proportionnalité η indique la fraction de puissance maître parvenant au niveau de l'esclave[4].

On peut donc écrire un jeu de deux équations (dont la première est connue, car correspondant au maître) :

$$y_1(\nu) = \frac{S_1(\nu)}{(1-e^{-L_1+G_1})^2 + 4e^{-L_1+G_1}\sin^2[A_1(x-x_1)/2]} \tag{4.41}$$

$$y_2(\nu) = \frac{S_2(\nu) + \eta\, y_1(\nu)}{(1-e^{-L_2+G_2})^2 + 4e^{-L_2+G_2}\sin^2[A_2(x-x_2)/2]} \tag{4.42}$$

dont les expressions approchées sont :

$$y_1(\nu) = \frac{S_1}{e^{-L_1+G_1}A_1^2}\cdot\left[\frac{1}{\Gamma_1^2+(x-x_1)^2}\right] \tag{4.43}$$

$$y_2(\nu) = \frac{S_2+\eta y_1(\nu)}{e^{-L_2+G_2}A_2^2}\cdot\left[\frac{1}{\Gamma_2^2+(x-x_2)^2}\right] \tag{4.44}$$

En développant $y_2(\nu)$:

$$y_2(\nu) = \frac{S_2(\nu)}{e^{-L_2+G_2}}\cdot\left[\frac{1}{\Gamma_2+(x-x_2)^2}\right] + \frac{1}{e^{-L_2+G_2}A_2^2}\cdot\frac{\eta S_1(\nu)}{e^{-L_1+G_1}A_1^2}\cdot\left[\frac{1}{\Gamma_2+(x-x_2)^2}\right]\cdot\left[\frac{1}{\Gamma_1+(x-x_1)^2}\right] \tag{4.45}$$

Dans l'hypothèse où :

- $x_2 = x_1$ (x_0), c'est-à dire pour une injection en centre de raie esclave,
- S_1 et S_2 ne varient pratiquement pas au voisinage de x_0 (on note S_1 et S_2 les valeurs des émissions spontanées au voisinage de x_0),

l'intégration sur ν s'obtient immédiatement[5] :

[4] Ce coefficient tient compte de la chaîne optique entre le maître et l'esclave, y compris la transmission par la face d'entrée de l'esclave.

[5] L'intégrale du produit de deux lorentziennes centrées de largeurs à mi-hauteur Γ_1 et Γ_2 valant : $\frac{\pi}{\Gamma_1\Gamma_2(\Gamma_1+\Gamma_2)}$.

$$\begin{aligned} Y_2 &= \frac{S_2}{e^{-L_2+G_2}} \cdot \left(\frac{\pi}{\Gamma_2}\right) + \frac{1}{e^{-L_2+G_2}A_2^2} \cdot \frac{\eta S_1}{e^{-L_1+G_1}A_1^2} \cdot \left[\frac{\pi}{\Gamma_1\Gamma_2(\Gamma_1+\Gamma_2)}\right] \\ &= \frac{1}{e^{-L_2+G_2}} \cdot \frac{1}{\Gamma_2} \cdot \left(\pi S_2 + \frac{\eta Y_1}{\Gamma_1+\Gamma_2}\right) \end{aligned} \tag{4.46}$$

On peut discuter des poids respectifs de S_2 et ηY_1 : en général, le terme injecté est prépondérant devant l'émission spontanée. Dans ce cas (η » S_2), le terme injecté impose sa densité spectrale et par suite sa largeur de raie. Cette approximation n'est plus possible lorsque l'injection tend vers zéro et que l'on souhaite retrouver la largeur de raie esclave libre(η=0).

Un développement limité, au premier ordre en $\frac{\delta Y_1}{Y_L 1}$ et $\frac{\delta Y_2}{Y_L 2}$ autour des solutions de Lamb de chacun des deux lasers solitaires, ne donne pas d'expression analytique rendant compte du transfert *complet* de largeur de raie du maître vers l'esclave ($\Gamma_2 = \Gamma_1$) lorsque le terme injecté est prépondérant devant l'émission spontanée. Il nous faut donc procéder numériquement.

Remarque

Les bruits introduits par la pompe ne sont pas pris en compte à ce stade du modèle.

Cette expression peut être utilisée pour expliquer le transfert de pureté spectrale quand l'accrochage en fréquence apparaît

4.5 Courbes théoriques

Les calculs ont été effectués sous langage C. Les paramètres utilisés pour les calculs sont fournis dans le tableau 4.1. L'origine des normalisations est donnée en annexe A.

4.5.1 Puissance de sortie du laser seul

Les lasers à semi-conducteurs peuvent être assimilés à des lasers à deux niveaux (pour des temps supérieurs aux temps de relaxation intrabande de l'ordre de $10^{-13}s$). Cependant, on peut faire une différence entre les lasers à gaz et les lasers à semi-conducteurs. Dans le premier cas, il n'y a pas de différence entre le seuil et la transparence. On remplace donc dans l'équation A.68 de l'annexe A décrivant le gain l'expression $i_b - \eta$ par la variable r (gain). La puissance de sortie est alors visible figure 4.3 en échelle logarithmique et figure 4.4 en échelle linéaire.

On reconnaît la caractéristique linéaire classique des lasers à deux niveaux sur cette dernière courbe.

Par contre, dans un laser à semi-conducteurs, on garde $i_b - \eta$ dans l'expression du gain. La courbe de puissance en fonction du courant de polarisation change (voir figure 4.5). Une différence nette avec l'étude précédente est que le milieu absorbe en dessous d'une certaine valeur appelée transparence. Par définition, nous sommes à la transparence quand le gain est

Quantité Physique	Symbole	Valeur
courant de polarisation normalisé	$i_{\mathrm{b}} = J/J_{\mathrm{th}}$	—
porteur au seuil	$\Gamma G_{\mathrm{N}}\left(N_{\mathrm{th}} - N_0\right) = \frac{1}{\tau_{\mathrm{p}}}$	$2.65\ 10^{24}\ m^{-3}$
porteur à la transparence	N_0	$1.72\ 10^{24}\ m^{-3}$
courant de polarisation au seuil	$J_{\mathrm{th}} = N_{\mathrm{th}}/\tau_{\mathrm{e}}$	$4.42\ 10^{33}\ m^{-3}\ s^{-1}$
gain différentiel	G_{N}	$7.27\ 10^{-12}\ m^3\ s^{-1}$
facteur de confinement	Γ	0.1
temps de vie du photon	τ_{p}	$1.49\,ps$
intervalle spectral libre	$1/\tau_{\mathrm{c}}$	$140\,GHz$
durée d'un aller retour dans la cavité	τ_{c}	$7.14\,ps$
énergie de transition optique	$\hbar\omega_{\mathrm{cv}}$	$0.8\ eV$
fréquence angulaire au seuil	$\omega_0 = \omega_{\mathrm{cv}} - \frac{1}{2}\alpha\Gamma G_{\mathrm{N}}\left(N_{\mathrm{th}} - N_0\right)$	$1,22\ 10^{15}\ rd\ s^{-1}$
fréquence angulaire au seuil	ω	—
fréquence normalisée	$\delta = (\omega - \omega_0)\,\tau_{\mathrm{c}}$	—
—	$\eta = J_0/J_{\mathrm{th}}$	0.65
—	$g_{\mathrm{d}} = \Gamma G_{\mathrm{N}}\tau_{\mathrm{c}}N_{\mathrm{th}}$	13.8
—	$\xi_{\mathrm{c}} = \tau_{\mathrm{p}}/\tau_{\mathrm{c}}$	0.21
courbe de réponse du gain	$\mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\gamma'_{\mathrm{n}}}\right)$	—
largeur de la courbe de gain	γ_{n}	$4\,Trd/s$ ($\equiv\ 5\,nm$)
largeur normalisée	$\gamma'_{\mathrm{n}} = \gamma_{\mathrm{n}}\,\tau_{\mathrm{c}}$	2.68

TAB. 4.1 – Paramètres et définitions utilisés dans la fonction d'Airy.

nul. Cependant, il n'y a pas encore d'effet laser puisque le gain reste inférieur aux pertes. Sur la figure, on voit bien qu'en dessous de $\eta = 0.65$, la puissance devient très faible, le milieu est absorbant. Le niveau de puissance est de l'ordre de 10^{-6} pour un courant normalisé de 0.5 alors que dans le cas du laser à gaz, ce niveau est atteint pour un courant normalisé nul. La définition du seuil est la position où le gain est égal aux pertes.

Un des avantages de la fonction d'Airy adaptée au laser est que ces courbes sont obtenues directement sans problème de passage au seuil puisque la fonction d'Airy décrit aussi bien le laser au dessous et au dessus du seuil alors que de nombreux modèles aboutissent aux mêmes courbes en résolvant un système d'équations couplées dans le domaine des temps par exemple, avec un problème au passage à travers le seuil [100].

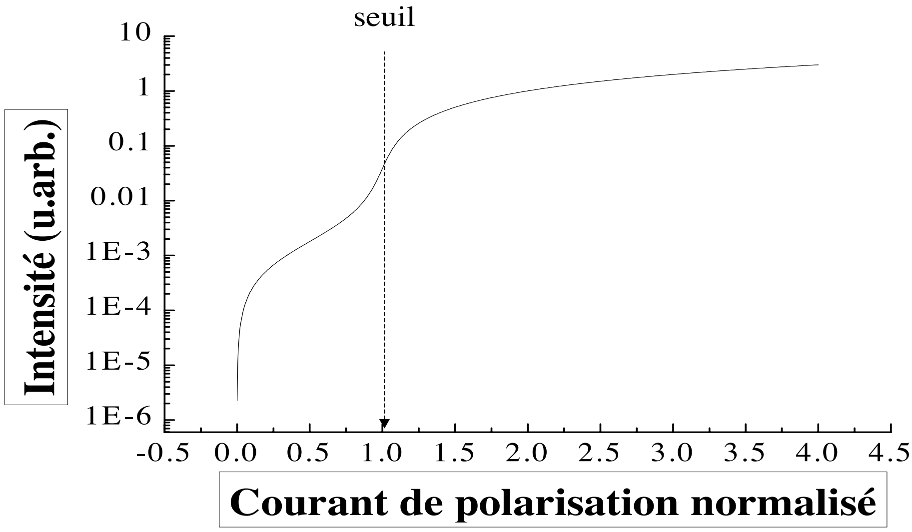


FIG. 4.3 – Variation de l'intensité en fonction du gain r (courant d'injection pour un semi-conducteur).
L'ordonnée est en échelle logarithmique. On voit que l'on peut décrire le passage à travers le seuil

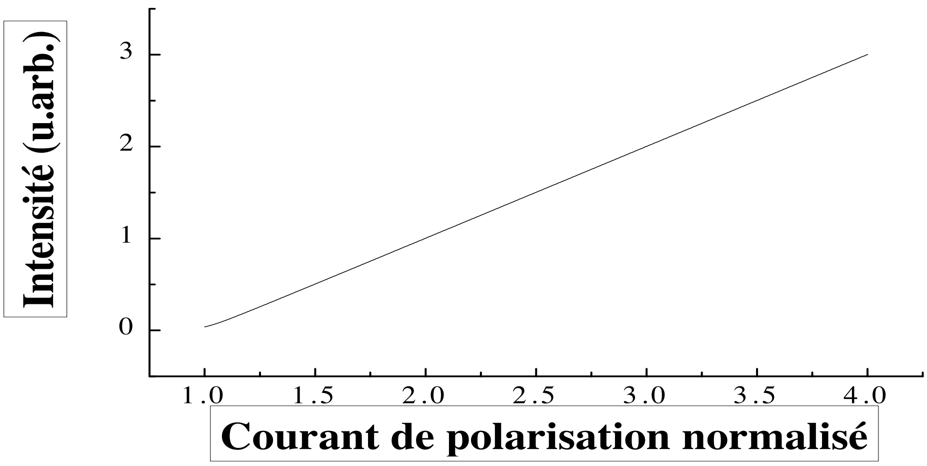


FIG. 4.4 – Variation de l'intensité optique au dessus du seuil.
On retrouve la caractéristique linéaire d'un laser à deux niveaux.

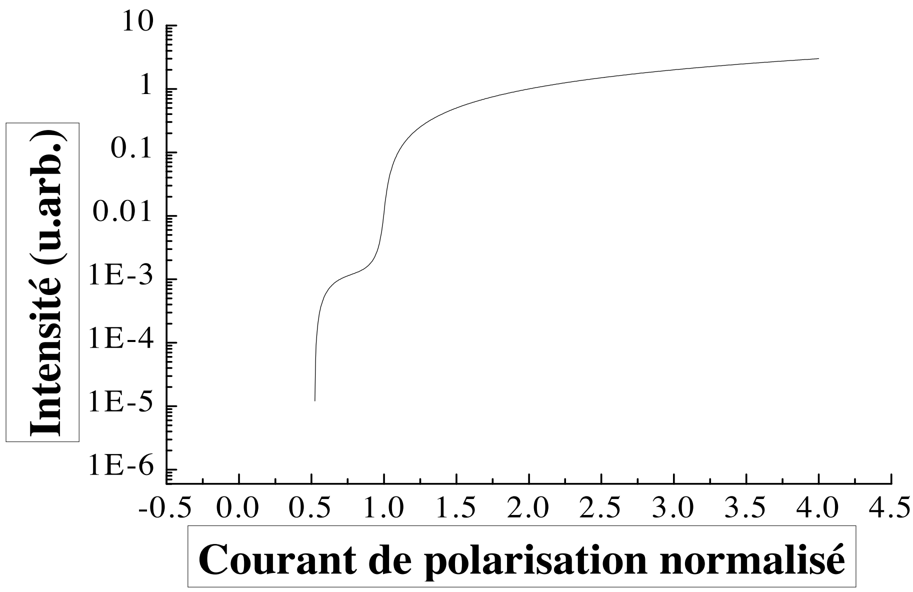


FIG. 4.5 – Variation de l'intensité avec le courant.
Une différence nette avec l'étude précédente est que le milieu absorbe et on ne peut avoir de la lumière qu'au dessus d'un certain courant. Il s'agit là de la définition de la transparence.

Remarque : facteur de compression de gain

La fin de l'annexe A montre comment nous avons introduit le facteur de compression de gain β dans l'expression du gain. Le gain G devient :

$$G = \frac{G_0}{1+Y} \quad \Rightarrow \quad G = \frac{\frac{G_0}{1+\beta Y}}{1+\frac{Y}{1+\beta Y}} \tag{4.47}$$

Donc, dans ce cas, les expressions 4.31, 4.32, 4.33 deviennent quand le gain est égal aux pertes :

$$G = L \tag{4.48}$$

$$\hookrightarrow \frac{G_0}{1+Y_L+\beta Y_L} = L \tag{4.49}$$

$$\hookrightarrow Y_L = \frac{r-1}{1+\beta} \tag{4.50}$$

L'expression complète de la solution de Lamb Y_L est donnée à la fin de cette même annexe. On constate que si on annule l'influence du facteur de compression de gain ($\beta = 0$), on retrouve l'expression 4.32.

La courbe 4.6 montre l'intensité laser en fonction du courant de polarisation normalisé pour un facteur de compression de gain égal à $1.6 * 10^{-19} cm^{-3}$ ou $1.04 * 10^{-19} cm^{-3}$. On constate que, comparé à la courbe 4.4, la courbe n'est plus linéaire, la puissance de sortie sature. Cette saturation est donc due au facteur de compression de gain. Plus le facteur de compression de gain est fort, plus la saturation est importante. Nous avons pu obtenir un bon accord avec l'expérience pour cette valeur de β, valeur qui est parfois utilisée dans la littérature.

La courbe 4.7 montre la largeur de raie du laser en fonction du gain net et on peut voir une remontée de la largeur de raie à fort courant de polarisation que nous avons observée expérimentalement.

Cependant, nous avons montré expérimentalement au paragraphe 1.5 que la saturation de la puissance était principalement due à des facteurs thermiques. En évitant ces effets thermiques, il reste une saturation résiduelle qui est certainement due au facteur de compression de gain. On peut donc obtenir expérimentalement une valeur moindre de β par cette méthode.

Ces remarques sont également valables en ce qui concerne l'évolution de la largeur de raie à fort courant de polarisation. Notons toutefois que cette dernière affirmation n'a pas été vérifiée expérimentalement car il est impossible de supprimer les effets thermiques lors de la mesure de largeur de raie (temps de mesure nécessairement long devant les constantes de temps thermiques).

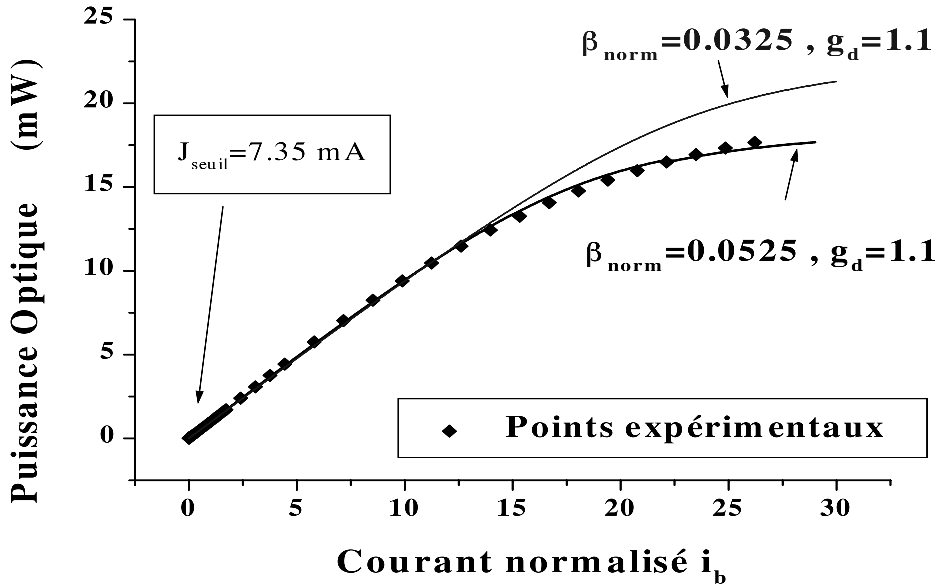


FIG. 4.6 – Variation de l'intensité optique au dessus du seuil.
On retrouve la caractéristique linéaire d'un laser à deux niveaux mais qui sature à fort courant de polarisation. Pour le calcul théorique, $\beta = 0.524(\beta = 1.68 * 10^{-19} cm^{-3})$ *et* $\beta = 0.325(\beta = 1.04 * 10^{-19} cm^{-3})$

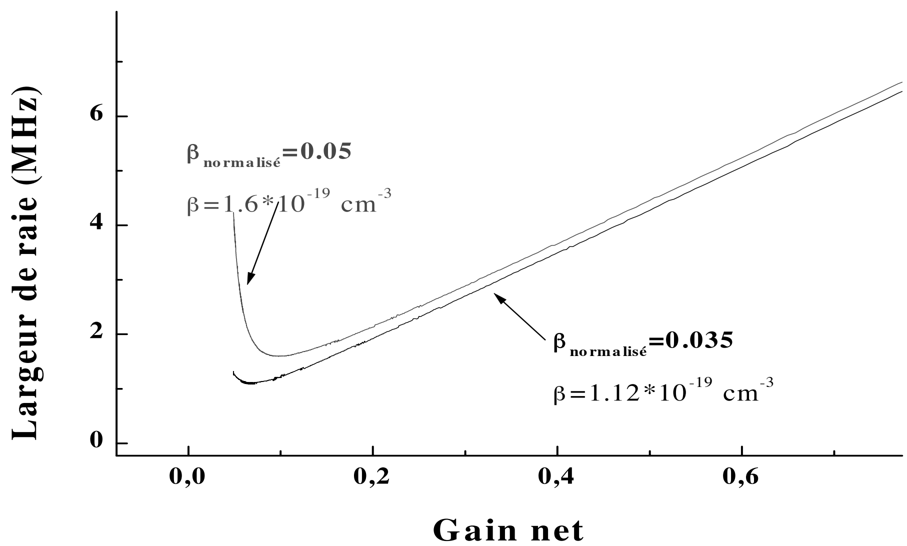


FIG. 4.7 – Variation de la largeur de raie au dessus du seuil en fonction du gain net normalisé.
On retrouve la caractéristique linéaire d'un laser à deux niveaux mais la largeur de raie augmente pour un laser polarisé à fort courant (g_{net} *proche de 0). Pour le calcul théorique,* $\beta = 1.6 * 10^{-19} cm^{-3}$ *et* $\beta = 1.12 * 10^{-19} cm^{-3}$

4.5.2 Densité spectrale du laser injecté

La courbe 4.8 donne la forme de raie du laser injecté calculé avec l'équation 4.45 quand la puissance injectée est de l'ordre de grandeur de l'émission spontanée. Il ne s'agit ici que d'une utilisation qualitative de la théorie.

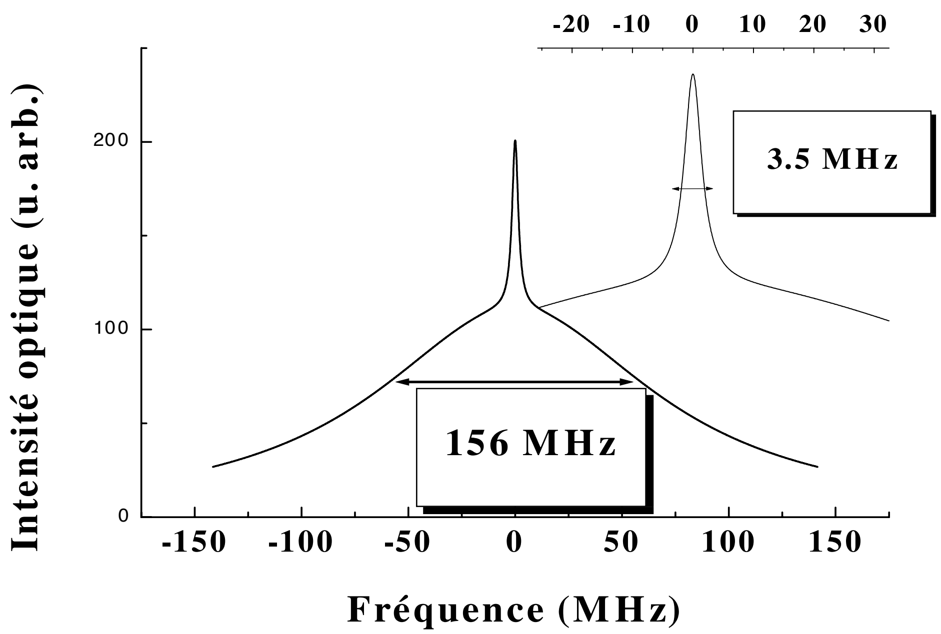


FIG. 4.8 – Forme de raie théorique du laser injecté.
La puissance injectée est de l'ordre de l'émission spontanée du laser esclave et la largeur de raie maître est inférieure à la largeur de raie de l'esclave libre.

La courbe 4.9 représente cette fois l'évolution du bas de la densité spectrale du laser sur 5 décades de puissance injectée avec les même paramètres que la courbe précédente. La figure 4.10 est la même mais les courbes ne sont pas cascadées. Ces deux figures montrent bien la principale caractéristique du processus d'amplification, c'est à dire le transfert de l'énergie du piédestal vers la région centrale correspondant au signal amplifié.

La courbe 4.11 montre le signal de sortie filtré (c'est à dire le maximum de la densité spectrale) en fonction du signal injecté pour différentes valeurs de gain normalisé r. Elle montre différents effets :

- les lignes horizontales représentent l'intensité totale du laser esclave, non-filtrée. Leur variation est trop petite pour être visible avec l'échelle adoptée sur cette figure. Donc, à ces niveaux de puissance injectée, seule la forme de raie est modifiée. Le laser ne peut donc être utilisé comme amplificateur sans filtre. On peut cependant constater que cette droite s'incurve légèrement sur cette figure pour r=1.01 et r=1.1 à partir d'un certain niveau de puissance injectée : la puissance totale est alors modifiée. Nous

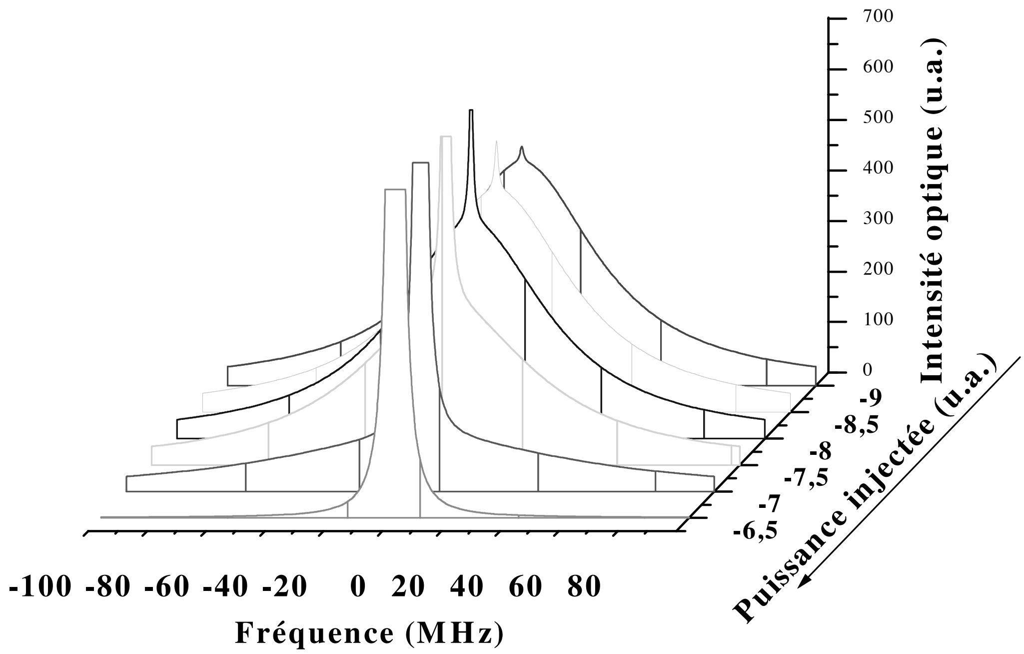


FIG. 4.9 – Evolution de la forme de raie théorique du laser injecté en fonction de la puissance injectée.

Les unités sont arbitraires.

nous situons alors en situation d'accrochage total. Il va de soi que ce phénomène apparaît également pour les points de fonctionnement esclave supérieurs mais pour des puissances injectées qui n'apparaissent pas sur la figure,

- l'amplification est linéaire en échelle logarithmique sur plusieurs décades de puissances injectée,
- la saturation de l'amplification apparaît quand η devient trop grand, c'est à dire quand toute la puissance esclave à été transférée au signal en accord avec la figure 4.9,
- le minimum de la courbe correspond à l'intensité laser esclave libre à l'intérieur du filtre. On peut également voir qu'un petit signal est mieux détecté quand le laser évolue proche du seuil. En effet, la détectivité est d'autant plus grande qu'à puissance injectée donnée, la différence entre la valeur du signal de sortie filtré sans injection et avec injection est grande, ce que l'on peut voir clairement sur cette courbe.

On peut donc dire que ces courbes sont qualitativement en bon accord avec l'expérience. Cependant, comme nous l'avons dit, les sources de bruit n'on pas été incluses dans le modèle, ce qui peut expliquer que la détectivité semble meilleure au seuil alors que nous l'avons expérimentalement trouvée optimale à 1.5 fois le seuil.

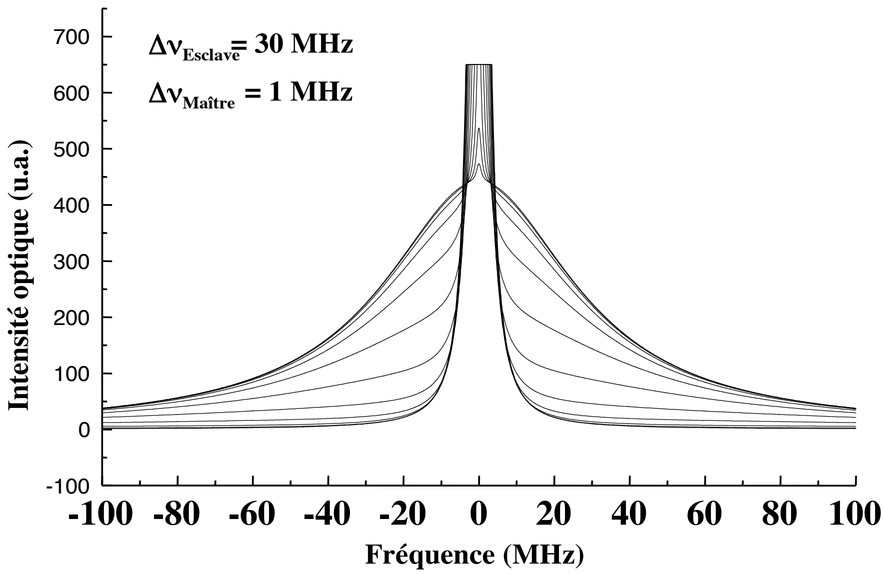


FIG. 4.10 – Évolution théorique de la forme de raie du laser injecté en fonction de la puissance injectée.

Les unités sont arbitraires

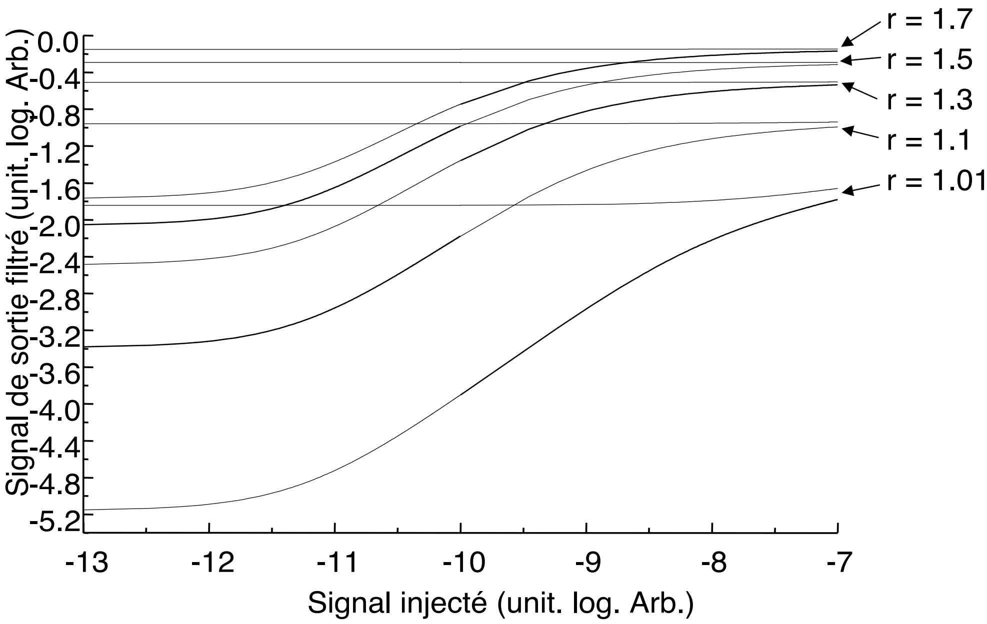


FIG. 4.11 – Variation théorique du maximum de la densité spectrale du laser esclave en fonction de la puissance injectée.

On peut distinguer trois régions. A gauche, le signal injecté n'a pas d'influence sur la forme de raie. Au centre, on a un régime d'amplification qui demeure linéaire tant qu'on est pas trop près du seuil (r > 1.3). A droite, nous sommes en régime de saturation. La forme de raie est celle du maître. Toute l'énergie du piédestal a été transférée dans la raie maître amplifiée. La puissance totale, non filtrée est visible sur les courbes horizontales :elles ressemblent à des droites parce que leurs variations est trop petite pour être visible à cette échelle. Les unités sont arbitraires

4.6 Conclusion

Nous avons montré expérimentalement et théoriquement qu'un laser fonctionnant au dessus du seuil peut être utilisé pour amplifier un petit signal dont la largeur est plus fine que la sienne.

Cette amplification est linéaire sur un large intervalle (entre 10^{-14} W et 10^{-7} W) dans notre expérience. Le schéma de détection (amplificateur +filtre) est complètement différent de ce qui se fait habituellement en détection où l'énergie lumineuse est d'abord transférée à un électron qui ensuite est multiplié (photomultiplicateur ou photodiode à avalanche). Ici, on amplifie d'abord les photons (en conservant leurs propriétés spectrales) avant de les analyser

Cette détection est également différente d'une amplification optique simple passage au moins pour trois raisons :

- l'effet de filtre de la cavité permet d'éviter d'amplifier l'émission spontanée quelque soit la fréquence. C'est autant d'énergie économisée qui va pouvoir servir à l'amplification du signal injecté,
- l'amplification résonante est plus efficace parce que l'émission stimulée (de laquelle dépend l'émission laser) est forte dans le laser,
- de plus, l'énergie du laser agit comme un réservoir pour l'amplification. Il y a compétition entre le signal injecté et l'émission spontanée.

Gardant la cohérence de la lumière, cette méthode de détection est bien adaptée pour la lumière laser au contraire des détecteurs rapides [92] qui sont plus adaptés aux champs qui ont des temps de corrélation courts.

On peut espérer ainsi utiliser le laser comme un nouveau type de détecteur dans les expériences où de la sensibilité est nécessaire, le prix à payer étant une bande passante étroite ou une lenteur du système de détection.

En ce qui concerne la modélisation théorique, la fonction d'Airy généralisée appliquée au laser décrit très bien l'évolution de la puissance de sortie du laser solitaire ainsi que l'évolution de la forme de raie du laser injecté quand la puissance injectée est de l'ordre de grandeur de l'émission spontanée. Cette fonction présente l'avantage de comporter intrinsèquement l'émission spontanée, l'émission stimulée ainsi que l'effet de résonance de la cavité, ce qui lui permet de décrire aussi bien le laser sous le seuil que le laser au dessus du seuil mais également le laser injecté. De plus, elle est directement exprimée dans le domaine des fréquences, ce qui en fait une fonction adaptée à modélisation de densités spectrales.

Chapitre 5

Fonction de transfert d'un laser DFB

5.1 Introduction

Habituellement, la fonction d'Airy est utilisée pour décrire le champ réfléchi ou transmis par un interféromètre Fabry-Perot quand il est excité par un champ externe. Comme nous venons de le voir au chapitre précédent, cette fonction peut être étendue au laser Fabry-Perot [93]. Le champ laser est alors interprété comme la réponse du système à une excitation qui est, pour le laser, l'émission spontanée, équivalente à un champ source interne. La fonction d'Airy du laser est définie dans le domaine des fréquences et peut être interprétée comme la fonction de transfert du laser. Elle décrit la densité spectrale du laser et peut être utilisée pour décrire la transition laser [93], le laser injecté [94], la forme de raie des lasers multimodes [95].

Le but de ce travail est de **développer la fonction de transfert d'un laser DFB** en utilisant comme point de départ la théorie des champs couplés [101] que l'on rappelle d'abord. Dans une première partie, on considère une structure passive éclairée de l'extérieur : on obtient ainsi le champ à l'intérieur de la structure périodique et la fonction d'Airy en appliquant les conditions aux limites pour le champ. Dans une deuxième partie, on considère une source interne excitatrice (émission spontanée) répartie uniformément dans tout le volume de la zone active. On obtient ainsi la fonction d'Airy du laser DFB. Le but recherché est d'abord la description de la largeur spectrale de ces lasers en fonction des différents paramètres utilisés dans la fabrication. D'autres paramètres importants comme le courant de seuil, la puissance, le taux de réjection des modes non-oscillants peuvent aussi être évalués.

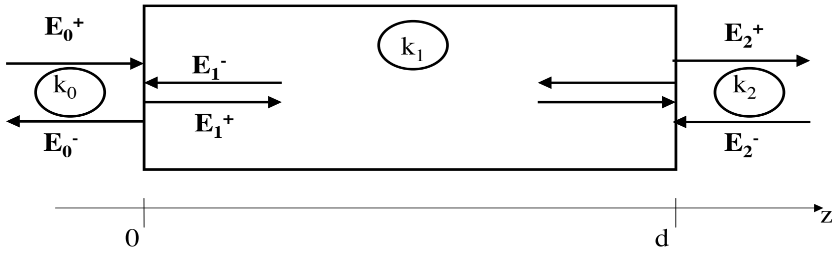


FIG. 5.1 – Représentation schématique d'une cavité froide soumise à un champ extérieur. *Légende : E_0^+ et E_2^- : champs incidents, E_0^- et E_2^+ : champs réfléchis, E_1^+ champ interne progressif de la gauche vers la droite, E_1^- champ interne progressif de la droite vers la gauche. On travaille dans le domaine des fréquences.*

5.2 Fonction d'Airy d'un laser type Fabry-Perot

5.2.1 Fonction d'Airy d'un interféromètre de Fabry-Perot passif

5.2.1.1 Cas général

Nous avons exposé précédemment (paragraphe 4.3.2) une méthode pédagogique simple pour trouver la fonction d'Airy du laser (méthode de l'aller-retour). Ici, nous donnons une méthode générale qui est applicable aux lasers DFB : on applique les équations de Maxwell et les conditions aux limites. La méthode est d'abord appliquée à un interféromètre FP puis à un réseau passif. Nous nous intéressons ensuite au cas du réseau comprenant des facettes. Enfin, nous ajoutons le gain et les sources pour obtenir la fonction de transfert du laser DFB.

Rappelons d'abord comment on calcule la Fonction d'Airy d'une cavité de Fabry-Perot ordinaire (voir notation sur la figure 5.1). Le champ est une onde plane qui se propage dans un milieu caractérisé par une constante de propagation k_0 (resp. k_2) à l'extérieur gauche (resp. droite) et k_1 à l'intérieur de la cavité. Celle-ci est limitée en $z = 0$ et $z = d$. On écrit d'abord l'expression des champs.

Dans la région 1 (à gauche de la cavité) le champ incident s'écrit :

$$\vec{E}_0^+ = E_0^+ \ e^{i(\omega t - k_0 z)}\vec{x}, \quad \vec{B}_0^+ = \frac{k_0}{\omega} E_0^+ \ e^{i(\omega t - k_0 z)}\vec{y} \tag{5.1}$$

Ces champs vérifient l'équation de Maxwell :

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{5.2}$$

Le champ réfléchi s'écrit :

$$\vec{E}_0^- = E_0^- \; e^{i(\omega t + k_0 z)}\vec{x}, \quad \vec{B}_0^- = -\frac{k_0}{\omega}E_0^- \; e^{i(\omega t + k_0 z)}\vec{y} \tag{5.3}$$

Dans la région 2, dans la cavité, les deux champs progressifs s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_1^+ = E_1^+ \; e^{i(\omega t - k_1 z)}\vec{x}, \quad \vec{B}_1^+ = \dfrac{k_1}{\omega}E_1^+ \; e^{i(\omega t - k_1 z)}\vec{y} \\ \\ \vec{E}_1^- = E_1^- \; e^{i(\omega t + k_1 z)}\vec{x}, \quad \vec{B}_1^- = -\dfrac{k_1}{\omega}E_1^- \; e^{i(\omega t + k_1 z)}\vec{y} \end{array} \right. \tag{5.4}$$

Dans la région 3, à droite de la cavité, les champs s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_2^+ = E_2^+ \; e^{i(\omega t - k_2 z)}\vec{x}, \quad \vec{B}_2^+ = \dfrac{k_2}{\omega}E_2^+ \; e^{i(\omega t - k_2 z)}\vec{y} \\ \\ \vec{E}_2^- = E_2^- \; e^{i(\omega t + k_2 z)}\vec{x}, \quad \vec{B}_2^- = -\dfrac{k_2}{\omega}E_2^- \; e^{i(\omega t + k_2 z)}\vec{y} \end{array} \right. \tag{5.5}$$

On applique les conditions aux limites pour les composantes tangentielles des champs en $z = 0$ et $z = d$ en utilisant un formalisme matriciel.
En $z = 0$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k_0 & -k_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k_1 & -k_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} \tag{5.6}$$

En $z = d$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k_2 & -k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^+ e^{-ik_2 d} \\ E_2^- e^{+ik_2 d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-ik_1 d} & e^{+ik_1 d} \\ k_1 e^{-ik_1 d} & -k_1 e^{+ik_1 d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} \tag{5.7}$$

On pose

$$\mathbf{M} \; = \begin{pmatrix} e^{-ik_1 d} & e^{+ik_1 d} \\ k_1 e^{-ik_1 d} & -k_1 e^{+ik_1 d} \end{pmatrix} \tag{5.8}$$

Le système 5.7 devient :

$$\mathbf{M^{-1}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k_2 & -k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^+ e^{-ik_2 d} \\ E_2^- e^{+ik_2 d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} \tag{5.9}$$

On réinsère dans le système 5.6, il reste :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k_2 & -k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^+ e^{-ik_2 d} \\ E_2^- e^{+ik_2 d} \end{pmatrix} = \mathbf{M_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k_0 & -k_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} \tag{5.10}$$

avec

$$\mathbf{M_1} = \begin{pmatrix} \cos(\beta_1 d) & -\frac{i}{\beta_1} \sin(\beta_1 d) \\ -\beta_1 i \sin(\beta_1 d) & \cos(\beta_1 d) \end{pmatrix} \tag{5.11}$$

Remarque :

Cette matrice est écrite pour le mode TE du champ en incidence normale ($\theta = 0$). Si θ est non nul, M_1 devient :

$$\mathbf{M_1} = \begin{pmatrix} \cos(\beta_1 d \cos\theta) & -\frac{i}{\beta_1} \sin(\beta_1 d \cos\theta) \\ -\beta_1 i \sin(\beta_1 d \cos\theta) & \cos(\beta_1 d \cos\theta) \end{pmatrix} \tag{5.12}$$

Pour un mode TM, M_1 devient :

$$\mathbf{M_1} = \begin{pmatrix} \cos(\beta_1 d \cos\theta) & -\frac{i\cos\theta}{\beta_1} \sin(\beta_1 d \cos\theta) \\ \frac{-\beta_1 i}{\cos\theta} \sin(\beta_1 d \cos\theta) & \cos(\beta_1 d \cos\theta) \end{pmatrix} \tag{5.13}$$

5.2.1.2 Cas particulier : Fabry-Perot d'analyse

$E_2^- = 0$ pas de champ injecté par la droite,

$E_0^+ \equiv$ champ incident,

$E_0^- \equiv$ champ réfléchi,

$E_2^+ \equiv$ champ transmis.

On divise le système 5.10 par $E_2^+ e^{-ik_2 d}$ et on obtient :

$$t = \frac{E_2^+}{E_0^+} = \frac{t_1 t_2}{e^{+ik_1 d} - r_1 r_2 e^{-ik_1 d}} \tag{5.14}$$

$$r = \frac{E_0^-}{E_0^+} = \frac{r_2 e^{-ik_1 d} - r_1 e^{+ik_1 d}}{e^{+ik_1 d} - r_1 r_2 e^{-ik_1 d}} \tag{5.15}$$

Facteurs de réflexion et de transmission d'une cavité Fabry-Perot passive.

avec

$$t_1 = \frac{2n_0}{n_1 + n_0} \tag{5.16}$$
$$t_2 = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \tag{5.17}$$
$$r_1 = \frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0} \tag{5.18}$$
$$r_2 = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \tag{5.19}$$

On reconnaît les formules usuelles du Fabry-Perot : la fonction d'Airy.

5.2.2 Expression du champ spontané.

Le champ à l'extérieur de la cavité qui était appelé E_0^- d'un coté et E_2^+ de l'autre devient le champ de sortie du laser. Appelons ces champs E_g à gauche et E_d à droite (voire figure 5.2).

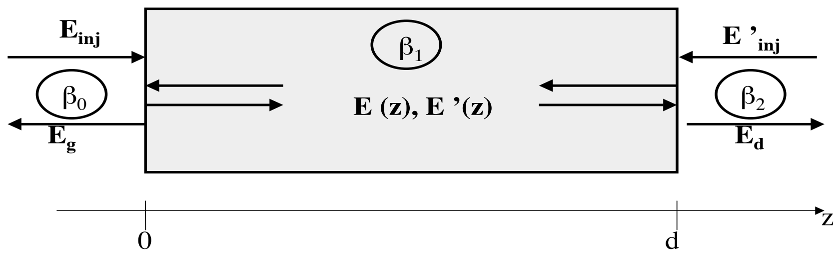


FIG. 5.2 – Représentation schématique d'une cavité laser soumise à injection optique.

Dans le cas du laser, le terme d'excitation est l'émission spontanée répartie le long du milieu actif. La différence avec le cas précédent est que les termes sources incidents sont nuls : $E_{inj} = E'_{inj} = 0$. Il sont remplacés par l'émission spontanée. L'équation du champ dans le milieu comporte donc un terme supplémentaire constitué par la projection du champ spontané sur le mode laser. Ceci correspond à ajouter une polarisation spontanée dans l'équation de propagation du champ du laser.
Pour obtenir la fonction d'Airy pour une composante fréquentielle du champ, il faut d'abord écrire l'expression du champ à l'intérieur du laser en rajoutant ce terme puis exprimer les

conditions aux limites. Celles-ci permettent de la même façon que précédemment de trouver la fonction d'Airy.
Exprimons d'abord l'amplitude du champ spontané : pour cela, on fait un bilan entre l'énergie potentielle perdue par le milieu actif sous forme spontanée et l'énergie gagnée par le champ électromagnétique.
Le théorème de Poynting relie la variation au cours du temps de l'énergie électromagnétique contenue dans un volume V à la puissance émise à travers la surface S qui limite ce volume :

$$\int_V \vec{E}_{r(t)} \ \frac{\partial \vec{D}_{r(t)}}{\partial t} + \vec{H}_{r(t)} \ \frac{\partial \vec{B}_{r(t)}}{\partial t} dv = \int_S (\vec{E}_{r(t)} \ \wedge \ \vec{H}_{r(t)}) \ d\vec{s} \tag{5.20}$$

dv et ds sont respectivement les éléments de volume et de surface. Considérons un champ électrique ayant localement la forme d'une onde plane, soit $E_x = E_{sp}e^{i(\omega t - kz)} + C.C.$ et polarisé linéairement selon la direction x par exemple. Il lui correspond un champ magnétique de la forme $B_y = k/\omega E_{sp}e^{i(\omega t-kz)} + C.C.$ Dans ce cas, le vecteur de Poynting associé est dirigé selon z et vaut : $S_z = 2k/(\mu_0\omega)E_{sp}^2(1 + cos2(\omega t - kz))$, soit : $< S_z >= 2k/(\mu_0\omega) \ E_{sp}^2$.

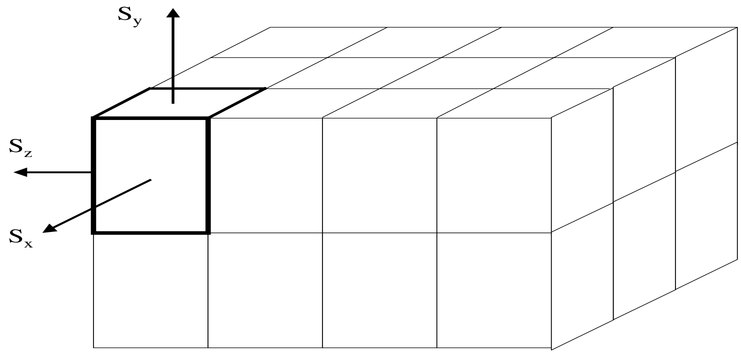


FIG. 5.3 – Flux du vecteur de Poynting correspondant à l'émission spontanée :
dans cet exemple, la structure est divisée en 24 cubes élémentaires. Le flux à travers chaque face du parallélépipède a la même valeur et vaut 24 fois le flux qui sort de chaque face d'un cube. Comme chaque face a une surface différente, ceci signifie que le vecteur de Poynting est d'autant plus grand que la surface est petite, ou encore que la surface la plus petite apparaîtra la plus brillante.

On considère que le champ spontané est émis de manière isotrope dans le laser ce qui implique que le vecteur de Poynting a des composantes de même amplitude dans toutes les directions et donc, pour une structure cubique élémentaire $< S_x >=< S_y >=< S_z >$. Considérons alors le volume actif du laser (voir figure (5.3)) : c'est un parallélépipède trirectangle de cotés l_x, l_y et d. Divisons le en cubes élémentaires. Comme le flux qui sort de chaque face d'un cube élémentaire est le même, le flux qui sort de chaque surface rectangulaire du parallélépipède est le même, c'est donc $1/6$ du flux total .
Le nombre de photons spontanés $\mathcal{N}_{sp}$ émis dans le volume actif $V = l_x \ l_y \ d$ du laser pendant un temps dt est égal au nombre de paires électrons-trous qui se désexcitent spontanément

pendant ce temps. Soit r_{spon} le taux de recombinaison spontanée et N le nombre de paires électrons trous dans le volume actif V. On a $\mathcal{N}_{sp} = r_{spon} dt N$. La variation d'énergie dans le volume V associée à l'émission de ces photons est donc $r_{spon} N h\nu$. D'après le théorème de Poynting ci-dessus, ceci correspond à l'émission d'un champ à travers la surface $l_x l_y$ tel que :

$$\frac{1}{2}\frac{1}{6} r_{spon} N h\nu = 2k/(\omega\mu_0)\ E_{sp}^2\ l_x l_y = 2nV\epsilon_0\ c/d\ E_{sp}^2 \tag{5.21}$$

Le facteur 1/2 tient compte du fait que seule la moitié des photons a la polarisation linéaire va nous intéresser. On a posé $k = \omega n/c$. La densité spectrale $E_{sp}^2(\omega)$ associée à E_{sp}^2 est telle que :

$$E_{sp}^2 = \int |E_{sp}(\omega)|^2\ d\omega, \tag{5.22}$$

avec :

$$|E_{sp}(\omega)|^2 = \mathcal{L}(\omega)\ r_{spon}\ \frac{d}{c}\frac{N\ h\nu}{24\ n\ \epsilon_0\ V} \tag{5.23}$$

Attention, dans cette formule N n'est pas le nombre de photons mais celui de paires électrons-trous actives et le facteur 24 tient compte des 6 directions équivalentes d'émission, des 2 polarisations et de la valeur moyenne du vecteur de Poynting qui dépend de la façon dont on exprime le champ (ici on a pris un champ réel de la forme $E_x = E_{sp}\ e^{i(\omega t - kz)} + C.C.$ et non pas $E_x = \frac{1}{2}E_{sp}\ e^{i(\omega t - kz)} + C.C.$). Ici $\mathcal{L}(\omega)$ représente la distribution de fréquence normalisée correspondant à la probabilité d'émission, ou encore à la forme de raie de l'émission spontanée (dimension T). Il peut s'agir par exemple d'une Lorentzienne de la forme $\mathcal{L}(\omega) = \frac{\Gamma}{\pi(\omega^2+\Gamma^2)}$, de largeur à mi-hauteur 2Γ. Le champ de densité $|E_{sp}(\omega)|^2$ correspond à une onde de phase aléatoire. Le terme source venant du champ spontané est la projection de cette onde sur le mode géométrique $\Psi(x,y,z)$ du laser. Appelons ψ le coefficient provenant de cette projection. Finalement, la densité spectrale (par $\sqrt{Hz}$) de champ spontané source peut s'écrire :

$$E_{sp}(\omega) = \psi\ \sqrt{\mathcal{L}(\omega)\frac{d r_{spon} N h\nu}{24 c n \epsilon_0 V}}\ e^{i\phi}, \tag{5.24}$$

où ϕ est une phase aléatoire dont les caractéristiques portent les statistiques du bruit. Pour avoir l'équation à laquelle obéit le champ comportant une source, on utilise l'équation de propagation pour un champ propagatif dans une direction $+z$ avec une constante de propagation β [1] :

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -\beta E + \frac{s}{d_2 - d_1} \tag{5.25}$$

[1] En fait β dépend de l'intensité locale des champs qui varient avec z. Un champ progressif E évolue donc de d_1 à z comme $\exp[-\int_{d_1}^{z}\beta(z)dz]$. Le théorème de la moyenne permet d'affirmer qu'il existe une valeur z_m pour laquelle l'intégrale vaut $(z-d_1)\beta(z_m)$. C'est cette valeur de $\beta(z)$ que nous utilisons.

On a posé que $\frac{s}{d_2-d_1}$ est la densité linéique de champ source pour une structure limitée par $z = d_2$ et $z = d_1$ avec $s = E_{sp}(\omega)$. Son amplitude peut être prise constante le long de z mais sa phase est aléatoire par rapport à z. La solution est

$$E(z) = E_0 e^{-i\beta z} + \ e^{-i\beta z} \int_{d_1}^{z} \frac{s}{d_2 - d_1} e^{i\beta z'} dz'. \tag{5.26}$$

en prenant le terme source $s_1(z) := \ e^{-i\beta z} \int_{d_1}^{z} \frac{s}{d_2-d_1} e^{i\beta z'} dz'$ nul pour $z = d_1$. Pour un champ propagatif dans la direction $-z$, on aurait un terme source de la forme : $s_2(z)$ avec $s_2(z) = e^{i\beta z} \int_{d_2}^{z} \frac{s}{d_2-d_1} e^{-i\beta z'} dz'$ nul pour $z = d_2$. Enfin rappelons que la densité spectrale d'intensité du champ spontané intégrée le long de la structure vaut $|E_{sp}(\omega)|^2$ quand on ne tient pas compte de l'amplification. Comme les termes d'interférence entre $E(z)$ et s sont nuls et que le module de la source ne dépend pas de la position, l'intensité associée à $E(z)$ obéit à l'équation :

$$I(z) = E(z)E(z)^* = |E_0|^2 e^{2\beta^i z} + e^{2\beta^i z} \ \frac{|s|^2}{(d_2 - d_1)^2} \ \int_{d_1}^{z} \ dz' \int_{d_1}^{z} \ e^{i(\phi(z') - \phi(z''))} \ e^{i(\beta z' - \beta^* z'')} dz'' \tag{5.27}$$

Ici $\phi(z')$ et $\phi(z'')$ sont aléatoires ce qui implique $< e^{i(\phi(z') - \phi(z''))} >= \delta(z' - z'')$ et :

$$\int_{d_1}^{z} \ dz' \int_{d_1}^{z} \ e^{i(\phi(z') - \phi(z''))} \ e^{i(\beta z' - \beta^* z'')} dz'' = (z - d_1) \int_{d_1}^{z} \ e^{-2\beta^i z'} dz' = -\frac{z - d_1}{2\beta^i} [e^{-2\beta^i z} - e^{-2\beta^i d_1}] \tag{5.28}$$

On obtient donc :

$$\begin{aligned} I(z) \ &= \ |E_0|^2 e^{2\beta^i z} + e^{2\beta^i z} \ \frac{|s|^2 (z - d_1)}{(d_2 - d_1)^2} \ \frac{1}{2\beta^i} [-e^{-2\beta^i z} + e^{-2\beta^i d_1}] \\ &= \ |E_0|^2 e^{2\beta^i z} + \frac{|s|^2 (z - d_1)}{2\beta^i (d_2 - d_1)^2} \ [e^{2\beta^i (z - d_1)} - 1] \end{aligned} \tag{5.29}$$

Cette équation montre le rôle de l'amplification sur l'émission spontanée. Si β^i est très petit, on peut faire un développement de l'exponentielle et le terme d'émission spontanée devient :

$$\frac{|s|^2 (z - d_1)}{2\beta^i (d_2 - d_1)^2} \ [e^{2\beta^i (z - d_1)} - 1] = \frac{|s|^2 (z - d_1)}{2\beta^i (d_2 - d_1)^2} \ 2\beta^i (z - d_1) \tag{5.30}$$

On retrouve bien dans ce cas la valeur $|s|^2 = |E_{sp}(\omega)|^2$ pour $z = d_2$. De manière plus générale, on peut écrire que la valeur du champ spontané en $z = d_2$ est s_1 telle que :

$$\boxed{s_1 = \frac{\psi}{\beta^i (d_2 - d_1)} \ \sqrt{e^{2\beta^i (d_2 - d_1)} - 1} \ \sqrt{\mathcal{L}(\omega) \frac{d \ r_{spon} N h\nu}{24 c n \epsilon_0 V}} \ \ e^{i\phi} \qquad (5.31)}$$

Pour le champ spontané progressif vers la gauche en $z = 0$, on obtient s_2 de même module que s_1.

5.2.3 Fonction d'Airy d'un laser type Fabry-Perot.

5.2.3.1 Cas général

On peut alors appliquer les conditions aux limites sur les miroirs. Les systèmes sont les suivants :

En $z = d_1$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_0 & -\beta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{inj} \\ E_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E(0) \\ E'(0) \end{pmatrix} \tag{5.32}$$

De même, en $z = d_2$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_2 & -\beta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_d \\ E'_{inj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E(d) \\ E'(d) \end{pmatrix} \tag{5.33}$$

Or, l'équation du champ nous permet d'écrire les relations qui relient les champs progressifs "aller" et "retour" en $z = 0$ et $z = d$:

$$\begin{cases} E(d) = E(0)\ e^{-i\beta_1 d} + s_1 \\ E'(0) = E'(d)\ e^{i\beta_1 d} + s_2 \end{cases} \tag{5.34}$$

soit, sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} E_(d) \\ E'(d) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i\beta_1 d} & 0 \\ 0 & e^{+i\beta_1 d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E(0) \\ E'(0) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_1 \\ -s_2 e^{+i\beta_1 d} \end{pmatrix} \tag{5.35}$$

On pose

$$\mathbf{S(0)} = \begin{pmatrix} s_1 \\ -s_2 e^{+i\beta_1 d} \end{pmatrix} \tag{5.36}$$

On remplace (E(d),E'(d)) dans 5.33. On élimine (E(0),E'(0)) en utilisant 5.32. Il reste alors :

$$\boxed{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_2 & -\beta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_d \\ E'_{inj} \end{pmatrix} = \mathbf{M_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_0 & -\beta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{inj} \\ E_g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \mathbf{S(0)} \quad (5.37)}$$

avec

$$\mathbf{M_1} = \begin{pmatrix} \cos(\beta_1 d) & -\frac{i}{\beta_1}\sin(\beta_1 d) \\ -\beta_1 i \sin(\beta_1 d) & \cos(\beta_1 d) \end{pmatrix} \tag{5.38}$$

$$\mathbf{S(0)} = \begin{pmatrix} s_1 \\ -s_2 e^{+i\beta_1 d} \end{pmatrix} \tag{5.39}$$

5.2.3.2 Cas particulier : Laser Fabry-Perot

Les champs injectés à droite et à gauche sont nuls : $E_{inj} = E'_{inj} = 0$.

Le système est un système linéaire 2*2 à deux inconnues. On peut montrer que le déterminant de ce système est non nul. Il existe donc une solution unique. On résout le système en éliminant E_d :

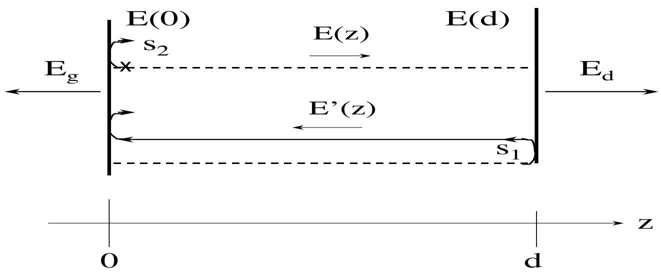


FIG. 5.4 – Propagation des composantes du champ spontané à l'intérieur de la cavité Fabry-Perot. *Le champ spontané s_2 incident sur le miroir en $z = 0$ est généré de droite à gauche ; après réflexion, il sert de terme source pour $E(0)$. Le champ spontané s_1 incident sur le miroir en $z = d$ est généré de gauche à droite : il est réfléchi en $z = d$, amplifié lors de son retour de droite à gauche et, après réflexion en $z = 0$, sert aussi de terme source pour $E(0)$.*

Le champ de sortie du coté gauche du laser est alors :

$$E_g = \frac{s_1 r_1 \ (1 + r_0) \ e^{-i\beta d} + s_2 \ (1 + r_0)}{1 - r_1 r_0 \ e^{-2i\beta d}} \tag{5.40}$$

Champ de sortie à gauche d'un laser type Fabry-Perot.

La fraction $\frac{1}{1 - r_l r_r \ e^{-2i\beta(d_2 - d_1)}}$ qui apparait dans l'expression des champs est la fonction d'Airy caractéristique du laser. En général, on écrit :

$$E(0) = \frac{s}{1 - e^{-L} \ e^{-2i\beta d}} \tag{5.41}$$

avec $e^{-L} = r_1 r_0$, et $e^{-2i\beta d} = e^{-2i\beta^r d} \ e^{2\beta^i d} = e^{-i\phi} \ e^{g}$ en montrant explicitement la phase cumulée par aller-retour ainsi que le gain. De même le terme source est résumé dans s. Le module au carré de cette équation 5.41 est équivalent à l'expression 4.15 donnée au chapitre précédent.

5.3 Modélisation d'un laser type DFB

5.3.1 Expression du champ

Physiquement, la structure DFB est construite sur un réseau périodique, elle est limitée longitudinalement en $z = 0$ et en $z = d$ et on l'excite de l'extérieur en $z = 0$ par un champ monochromatique $E_{inj} e^{-i\beta_0 z}$.

En séparant les deux composantes de Fourier, on obtient le système d'équations couplées à résoudre :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\partial C_+(z)}{\partial z} = -i\kappa\ C_-(z)\ e^{2i\delta z} \\ \\ \dfrac{\partial C_-(z)}{\partial z} = i\kappa\ C_+(z)\ e^{-2i\delta z} \end{array} \right. \tag{5.42}$$

où

$$\delta = \frac{\Delta\beta - 2K}{2} \tag{5.43}$$

où 2K est le vecteur d'onde associé au réseau de Bragg et vaut $2\pi/\Lambda$, $\Delta\beta$ est la différence entre les deux vecteurs d'onde des deux ondes propagatives et contra-propagatives et vaut 2β.

et

$$\kappa = \frac{\omega^2}{c^2 2\beta} \frac{\int_{x,y} |U|^2\ \delta\epsilon_{(m_1)}(x,y)\ dxdy}{\int_{x,y} |U|^2\ dxdy}, \tag{5.44}$$

est la constante de couplage du champ avec le réseau.

Equations analogues à 7.3.9 et 7.3.10 de Agrawal et Dutta (au signe près). Les détails de calculs aboutissants au système d'équation 5.42 et aux expression de δ et κ sont fournis en annexe B. Maintenant, en suivant toujours A. et D., on préfère écrire le champ longitudinal $E(z)$ en prenant K, qui est une constante, comme référence :

$$E(z) = C_+(z)\ e^{-i\beta z} + C_-(z)\ e^{i\beta z} = c_+(z)\ e^{-iKz} + c_-(z)\ e^{iKz} \tag{5.45}$$

en posant :

$$\begin{pmatrix} C_+(z) \\ C_-(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{+i\delta z} & 0 \\ 0 & e^{-i\delta z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix} \tag{5.46}$$

Les deux équations du champ deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\partial c_+(z)}{\partial z} = \dfrac{\partial C_+(z)}{\partial z}\ e^{-i\delta z} - i\delta\ c_+(z) = -i\delta\ c_+(z) - i\kappa\ c_-(z) \\ \\ \dfrac{\partial c_-(z)}{\partial z} = \dfrac{\partial C_-(z)}{\partial z}\ e^{i\delta z} + i\delta\ c_-(z) = i\delta\ c_-(z) + i\kappa\ c_+(z) \end{array} \right. \tag{5.47}$$

soit, sous forme matricielle :

$$\frac{d}{dz} \begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} \delta & \kappa \\ -\kappa & -\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix} \tag{5.48}$$

Une solution générale de ces équations s'écrit :

$$\begin{cases} c_+(z) = A_1 \; e^{-iqz} + A_2 \; e^{iqz} \\ c_-(z) = B_1 \; e^{-iqz} + B_2 \; e^{iqz} \end{cases} \tag{5.49}$$

où q est un nombre d'onde complexe. En remplaçant $c_+(z)$ et $c_-(z)$ par ces valeurs on trouve :

$$\begin{cases} (q-\delta) \; A_1 = \kappa \; B_1 \\ (q-\delta) \; B_2 = \kappa \; A_2 \\ (q+\delta) \; B_1 = -\kappa \; A_1 \\ (q+\delta) \; A_2 = -\kappa \; B_2 \end{cases} \tag{5.50}$$

Le déterminant de ces équations devant être nul, on obtient :

$$q = \left[\delta^2 - \kappa^2\right]^{1/2} \tag{5.51}$$

on voit que le rapport B_1/A_1 représente la proportion de l'onde retour qui contribue à l'onde aller. On définit donc les pouvoirs réflecteurs du réseau :

$$\begin{cases} r_{G1} = B_1/A_1 = \dfrac{q-\delta}{\kappa} = -\kappa \; \dfrac{1}{q+\delta} \\ \\ r_{G2} = A_2/B_2 = \dfrac{q-\delta}{\kappa} = -\kappa \; \dfrac{1}{q+\delta} \end{cases} \tag{5.52}$$

On voit ici que r_{G1} et r_{G2} sont égaux. On écrit donc le pouvoir réflecteur du réseau de Bragg :

$$r = \frac{q-\delta}{\kappa} = -\kappa \; \frac{1}{q+\delta} \tag{5.53}$$

On a donc :

$$\begin{cases} c_+(z) = A_1 \; e^{-iqz} + A_2 \; e^{iqz} \\ \\ c_-(z) = rA_1 \; e^{-iqz} + \dfrac{A_2}{r} \; e^{iqz} \end{cases} \tag{5.54}$$

Soit, sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{q-\delta}{\kappa} & -\frac{q+\delta}{\kappa} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-iqz} & 0 \\ 0 & e^{+iqz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \tag{5.55}$$

$$= \mathbf{M_2} \begin{pmatrix} e^{-iqz} & 0 \\ 0 & e^{+iqz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \tag{5.56}$$

avec

$$\mathbf{M_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{q-\delta}{\kappa} & -\frac{q+\delta}{\kappa} \end{pmatrix} \tag{5.57}$$

5.3.2 Cas du DFB sans facettes et sans sources : réseau DFB passif

5.3.2.1 Cas général

Si z=0, le système 5.56 devient :

$$\begin{pmatrix} c_+(0) \\ c_-(0) \end{pmatrix} = \mathbf{M_2} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \tag{5.58}$$

Inversement, on peut écrire :

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \mathbf{M_2^{-1}} \begin{pmatrix} c_+(0) \\ c_-(0) \end{pmatrix} \tag{5.59}$$

D'où, en remplaçant dans 5.56 :

$$\begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix} = \mathbf{M_2} \begin{pmatrix} e^{-iqz} & 0 \\ 0 & e^{+iqz} \end{pmatrix} \mathbf{M_2^{-1}} \begin{pmatrix} c_+(0) \\ c_-(0) \end{pmatrix} \tag{5.60}$$

Après simplification, il reste :

$$\begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix} = \mathbf{M_3} \begin{pmatrix} c_+(0) \\ c_-(0) \end{pmatrix} \tag{5.61}$$

avec

$$\mathbf{M_3} = \begin{pmatrix} \cos(qz) - i\frac{\delta}{q}\sin(qz) & -i\frac{\kappa}{q}\sin(qz) \\ i\frac{\kappa}{q}\sin(qz) & \cos(qz) + i\frac{\delta}{q}\sin(qz) \end{pmatrix} \tag{5.62}$$

On obtient alors $C_+(z)$ et $C_-(z)$ grâce à l'expression 5.46.
Il reste :

$$\begin{pmatrix} C_+(z) \\ C_-(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{+i\delta z} & 0 \\ 0 & e^{-i\delta z} \end{pmatrix} \mathbf{M_3} \begin{pmatrix} C_+(0) \\ C_-(0) \end{pmatrix} \tag{5.63}$$

On peut donc en déduire les champs de sortie du réseau puisque :

$$\begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i\beta_1 d} & 0 \\ 0 & e^{+i\beta_1 d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_+(d) \\ C_-(d) \end{pmatrix} \tag{5.64}$$

$$\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_+(0) \\ C_-(0) \end{pmatrix} \tag{5.65}$$

On a alors :

$$\begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i\beta_1 d} & 0 \\ 0 & e^{+i\beta_1 d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{+i\delta z} & 0 \\ 0 & e^{-i\delta z} \end{pmatrix} \mathbf{M_3} \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} \tag{5.66}$$

soit, sous forme condensée :

$$\begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} = \mathbf{M_4} \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} \tag{5.67}$$

avec

$$\mathbf{M_4} = \begin{pmatrix} (\cos(qd) - i\frac{\delta}{q}\sin(qd))e^{+i\delta z}e^{-i\beta_1 d} & (-i\frac{\kappa}{q}\sin(qd))e^{+i\delta z}e^{-i\beta_1 d} \\ (i\frac{\kappa}{q}\sin(qd))e^{-i\delta z}e^{+i\beta_1 d} & (\cos(qd) + i\frac{\delta}{q}\sin(qd))e^{-i\delta z}e^{+i\beta_1 d} \end{pmatrix} \tag{5.68}$$

Matrice de transfert d'un réseau DFB sans facettes.

Remarque :
Si on annule l'effet du réseau ($\kappa = 0$), alors, $\delta = q$ et $\mathbf{M_4}$ devient :

$$\mathbf{M_4} = \begin{pmatrix} e^{-i\beta_1 d} & 0 \\ 0 & e^{+i\beta_1 d} \end{pmatrix} \tag{5.69}$$

On reconnaît la matrice de transfert d'un milieu d'indice β_1 sur une distance d.

5.3.2.2 Cas particulier : réseau de Bragg dans un milieu uniforme

On considère que $E_2^- = 0$. En résolvant le système 5.67, on trouve :

$$r = \frac{E_0^-}{E_0^+} = \frac{-i\kappa\sin(qd)}{q\cos(qz) + i\delta\sin(qz)} \tag{5.70}$$

$$t = \frac{E_2^+}{E_0^+} = \frac{qe^{+i\delta d}e^{-i\beta_1 d}}{q\cos(qz) + i\delta\sin(qz)} \tag{5.71}$$

facteurs de réflexion et de transmission d'un réseau DFB sans facettes.

Notes :
1- si q est imaginaire, $c_+(z)$ et $c_-(z)$ s'amortissent et l'onde ne peut pas se propager. Il y a une bande interdite ("stop band") pour $\kappa > \beta - K$.
2- On voit que les amplitudes $c_+(z)$ et $c_-(z)$ des modes "aller" en e^{-iKz} et "retour" en e^{iKz} sont couplées. C'est ce qui justifie l'expression "modes couplés" sous laquelle cette théorie est dénommée.
3- On confirme par ces deux formules que si $\kappa = 0$, alors r=0 (pas de réflexion) et $E_2^+ = E_0^+ e^{-i\beta_1 d}$(simple déphasage).

5.3.3 Cas du DFB avec facettes et sans sources : cavité DFB passive

5.3.3.1 Cas général

Reprenons l'expression 5.67 du paragraphe 5.3.2 qui décrit le champ de sortie d'un DFB sans facettes et sans sources :

$$\begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} = \mathbf{M_4} \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} \tag{5.72}$$

avec $\mathbf{M_4}$ donné en 5.68.

On applique donc les conditions aux limites aux interfaces qui vont rendre compte de la présence des facettes :

En $z = 0$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_0 & -\beta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0'^+ \\ E_0'^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} \tag{5.73}$$

$z = d$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_2 & -\beta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2'^+ \\ E_2'^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} \tag{5.74}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \mathbf{M_4} \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} \tag{5.75}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \frac{\mathbf{M_4}}{2\beta_1} \begin{pmatrix} \beta_1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_0 & -\beta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0'^+ \\ E_0'^- \end{pmatrix}$$

Après simplification, il reste :

$$\boxed{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_2 & -\beta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2'^+ \\ E_2'^- \end{pmatrix} = \mathbf{M_5} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_0 & -\beta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0'^+ \\ E_0'^- \end{pmatrix}} \tag{5.76}$$

avec

$$\mathbf{M_5} = \begin{pmatrix} \begin{array}{l} \cos qd \cos(\delta - \beta_1)d \\ +\frac{1}{q}(\delta + \kappa) \sin qd \sin(\delta - \beta_1)d \end{array} & \begin{array}{l} \frac{1}{\beta_1} i \cos qd \sin(\delta - \beta_1)d \\ +\frac{1}{\beta_1}\frac{i}{q}(-\delta + \kappa) \sin qd \cos(\delta - \beta_1)d \end{array} \\ \\ \begin{array}{l} \beta_1 \left(i \cos qd \sin(\delta - \beta_1)d \right. \\ \left. -\frac{i}{q}(\delta + \kappa) \sin qd \cos(\delta - \beta_1)d\right) \end{array} & \begin{array}{l} \cos qd \cos(\delta - \beta_1)d \\ \frac{1}{q}(\delta - \kappa) \sin qd \sin(\delta - \beta_1)d \end{array} \end{pmatrix} \tag{5.77}$$

Matrice de transfert d'un réseau DFB avec facettes.

5.3.3.2 Cas particulier : pas de champ injecté par la droite ($E_2^{'-} = 0$)

Après calculs en éliminant $E_2^{'+}$ dans 5.76, on obtient :

$$\frac{E_0^-}{E_0^+} = r = \frac{aq\cos qd + a'\sin qd}{-bq\cos qd + ib'\sin qd} \tag{5.78}$$

avec

$$\begin{aligned}
a &= \frac{1}{q\beta_1}\big(\beta_1(\beta_2-\beta_0)\cos(\delta-\beta_1)d - i(\beta_1^2-\beta_0\beta_2)\sin(\delta-\beta_1)d\big) && (5.79)\\
a' &= \frac{1}{q\beta_1}\big(i((\beta_1^2-\beta_0\beta_2)\delta + (\beta_1^2+\beta_0\beta_2)\kappa)\cos(\delta-\beta_1)d \\
&\quad +(\beta_1(\beta_2-\beta_0)\delta + \beta_1(\beta_2+\beta_0)\kappa)\sin(\delta-\beta_1)d) && (5.80)\\
b &= \frac{1}{q\beta_1}\big(\beta_1(\beta_2+\beta_0)\cos(\delta-\beta_1)d - i(\beta_1^2+\beta_0\beta_2)\sin(\delta-\beta_1)d\big) && (5.81)\\
b' &= \frac{1}{q\beta_1}\big((-(\beta_1^2+\beta_0\beta_2)\delta - (\beta_1^2-\beta_0\beta_2)\kappa)cos(\delta-\beta_1)d \\
&\quad -i(-\beta_1(\beta_2+\beta_0)\delta + \beta_1(\beta_0-\beta_2)\kappa)\sin(\delta-\beta_1)d) && (5.82)
\end{aligned}$$

Après simplification, on a :

$$\begin{aligned}
r &= \frac{(aq+a')e^{iqd} + (aq-a')e^{-iqd}}{(-bq+b')e^{iqd} - (bq+b')e^{-iqd}} && (5.83)\\
t &= \frac{-2q(1-r_1)(1+r_2)}{(-bq+b')e^{iqd} - (bq+b')e^{-iqd}} && (5.84)
\end{aligned}$$

Facteurs de réflexion et de transmission d'un réseau DFB avec facettes.

avec

$$\begin{cases}
a = r_1 e^{-i(\delta-\beta_1)d} - r_2 e^{+i(\delta-\beta_1)d}\\
a' = (r_1\delta+\kappa)e^{-i(\delta-\beta_1)d} + (r_2\delta + r_1 r_2\kappa)e^{+i(\delta-\beta_1)d}\\
b = e^{-i(\delta-\beta_1)d} - r_1 r_2 e^{+i(\delta-\beta_1)d}\\
b' = -(\delta + r_1\kappa)e^{-i(\delta-\beta_1)d} - (r_1 r_2\delta + r_2\kappa)e^{+i(\delta-\beta_1)d}
\end{cases} \tag{5.85}$$

avec les coefficients de réflexion de Fresnel habituels :

$$r_1 = \frac{\beta_1-\beta_0}{\beta_1+\beta_0} \qquad r_2 = \frac{\beta_1-\beta_2}{\beta_1+\beta_2} \tag{5.86}$$

Remarque :
Si on retire les facettes, alors, $\beta_0 = \beta_1 = \beta_2$. Les expressions 5.83 et 5.84 deviennent :

$$r = \frac{-i\kappa\sin(qd)}{q\cos(qz) + i\delta\sin(qz)} \tag{5.87}$$

$$t = \frac{qe^{+i\delta d}e^{-i\beta_1 d}}{q\cos(qz) + i\delta\sin(qz)} \tag{5.88}$$

On retrouve les résultats 5.70 et 5.71 pour un réseau plongé dans un milieu uniforme. De même, si on retire le réseau, $\kappa = 0$ et $\delta = q = \beta_1$. r devient :

$$r = \frac{r_2 e^{-i\beta_1 d} - r_1 e^{+i\beta_1 d}}{e^{+i\beta_1 d} - r_1 r_2 e^{-i\beta_1 d}} \tag{5.89}$$

$$t = \frac{t_1 t_2}{e^{+ik_1 d} - r_1 r_2 e^{-ik_1 d}} \tag{5.90}$$

On retrouve les fonctions de réflexion et de transmission d'une cavité Fabry-Perot (éq 5.15 et 5.14).

5.3.4 Cas du DFB sans facettes et avec sources : réseau DFB actif

5.3.4.1 Cas général

Sans sources, nous avions le système (éq 5.48) :

$$\frac{d}{dz}\begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix} = -i\begin{pmatrix} \delta & \kappa \\ -\kappa & -\delta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix} \tag{5.91}$$

puis, on revient au système $\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \mathbf{M_2^{-1}}\begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix}$ en multipliant l'équation précédente par M_2^{-1} (changement de base) et en écrivant grâce à l'équation 5.56 :

$$\frac{d}{dz}\left[\mathbf{M_2^{-1}}\begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix}\right] = -i\mathbf{M_2^{-1}}\begin{pmatrix} \delta & \kappa \\ -\kappa & -\delta \end{pmatrix}\mathbf{M_2}\left[\mathbf{M_2^{-1}}\begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix}\right] \tag{5.92}$$

$$= \begin{pmatrix} -iq & 0 \\ 0 & iq \end{pmatrix}\left[\mathbf{M_2^{-1}}\begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix}\right] \tag{5.93}$$

avec (cf éq 5.57)

$$\mathbf{M_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{q-\delta}{\kappa} & -\frac{q+\delta}{\kappa} \end{pmatrix} \tag{5.94}$$

Remarque :
- M_2 est indépendante de z et peut donc être inséré derrière $\frac{d}{dz}$,
- $M_2 M_2^{-1}$ est l'opérateur identité.

Si on rajoute les sources, le système devient :

$$\frac{d}{dz}\begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix} = -i\begin{pmatrix} \delta & \kappa \\ -\kappa & -\delta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_+(z) \\ s_-(z) \end{pmatrix} \tag{5.95}$$

où $s_+(z)$ (resp. $s_-(z)$) représente le flux d'émission spontanée en z vers la droite (resp. vers la gauche).

puis :

$$\frac{d}{dz}\left[\mathbf{M_2^{-1}}\begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} -iq & 0 \\ 0 & iq \end{pmatrix}\left[\mathbf{M_2^{-1}}\begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix}\right] + \left[\mathbf{M_2^{-1}}\begin{pmatrix} s_+(z) \\ s_-(z) \end{pmatrix}\right] \tag{5.96}$$

On intègre ce système d'équations différentielles par la méthode de variation de la constante[2].

D'où :

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} c_+(z) \\ c_-(z) \end{pmatrix} &= \mathbf{M_2}\begin{pmatrix} e^{-iqz} & 0 \\ 0 & e^{+iqz} \end{pmatrix}\mathbf{M_2^{-1}}\begin{pmatrix} c_+(0) \\ c_-(0) \end{pmatrix} \\
&+ \mathbf{M_2}\begin{pmatrix} e^{-iqz} & 0 \\ 0 & e^{+iqz} \end{pmatrix}\int_{\mathbf{0}}^{\mathbf{z}}\begin{pmatrix} e^{+iqz'} & 0 \\ 0 & e^{-iqz'} \end{pmatrix}\mathbf{M_2^{-1}}\begin{pmatrix} s_+(z') \\ s_-(z') \end{pmatrix}\mathrm{dz'} \\
&= \mathbf{M_2}\begin{pmatrix} e^{-iqz} & 0 \\ 0 & e^{+iqz} \end{pmatrix}\mathbf{M_2^{-1}}\begin{pmatrix} c_+(0) \\ c_-(0) \end{pmatrix} \\
&+ \begin{pmatrix} e^{-iqz} & e^{-iqz} \\ \frac{q-\delta}{\kappa}e^{+iqz} & -\frac{q+\delta}{\kappa}e^{+iqz} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{q+\delta}{2q}\int_0^z e^{+iqz'}s_+(z')dz' + \frac{\kappa}{2q}\int_0^z e^{+iqz'}s_-(z')dz' \\ \frac{q-\delta}{2q}\int_0^z e^{-iqz'}s_+(z')dz' - \frac{\kappa}{2q}\int_0^z e^{-iqz'}s_-(z')dz' \end{pmatrix} \\
&= \mathbf{M_3}\begin{pmatrix} c_+(0) \\ c_-(0) \end{pmatrix} \\
&+ \begin{pmatrix} e^{-iqz} & e^{-iqz} \\ \frac{q-\delta}{\kappa}e^{+iqz} & -\frac{q+\delta}{\kappa}e^{+iqz} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{q+\delta}{2q}\int_0^z e^{+iqz'}s_+(z')dz' + \frac{\kappa}{2q}\int_0^z e^{+iqz'}s_-(z')dz' \\ \frac{q-\delta}{2q}\int_0^z e^{-iqz'}s_+(z')dz' - \frac{\kappa}{2q}\int_0^z e^{-iqz'}s_-(z')dz' \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Avec $\mathbf{M_3}$ donné en 5.62.

Comme au chapitre 5.3.2, on en déduit les champs de sortie :

$$\boxed{\begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} = \mathbf{M_4}\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_+ \\ S_- \end{pmatrix}} \tag{5.97}$$

avec

[2]Ce système matriciel représente un système d'équations différentielles de la forme $\frac{d}{dx}y = -\lambda y + F(x)$. La solution de cette équation par la méthode de variation de la constante donne une solution du type $y(x) = A_0 e^{-\lambda x} + e^{-\lambda x}\int_0^x e^{+\lambda t}F(t)dt$

$$\mathbf{M_4} = \begin{pmatrix} (\cos(qd) - i\frac{\delta}{q}\sin(qd))e^{+i\delta z}e^{-i\beta_1 d} & (-i\frac{\kappa}{q}\sin(qd))e^{+i\delta z}e^{-i\beta_1 d} \\ (i\frac{\kappa}{q}\sin(qd))e^{-i\delta z}e^{+i\beta_1 d} & (\cos(qd) + i\frac{\delta}{q}\sin(qd))e^{-i\delta z}e^{+i\beta_1 d} \end{pmatrix} \tag{5.98}$$

$$\begin{pmatrix} S_+ \\ S_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-i\beta_1 d}e^{i(\delta-q)d}\int_0^d \left(\cos(qz')s_+(z') + \frac{i}{q}\sin(qz')(\delta s_+(z') + \kappa s_-(z'))\right)dz' \\ e^{+i\beta_1 d}e^{-i(\delta-q)d}\int_0^d \left(\cos(qz')s_-(z') - \frac{i}{q}\sin(qz')(\delta s_-(z') + \kappa s_+(z'))\right)dz' \end{pmatrix} \tag{5.99}$$

L'expression de $\mathbf{M_4}$ est la même que l'expression 5.68 prise en z=d.
On préfère écrire les termes spontanés en z :

$$\begin{pmatrix} e^{i(\delta-q)d}\left(\int_0^z s_+(z')\cos(qz')dz' + \frac{i\delta}{q}\int_0^z s_+(z')\sin(qz')dz' \right. \\ \left. + \frac{i\kappa}{q}\int_{d-z}^d s_-(d-z')\sin(q(d-z'))dz'\right) \\ e^{-i(\delta-q)d}\left(\frac{-i\kappa}{q}\int_0^z s_+(z')\sin(qz')dz' + \int_{d-z}^d s_-(d-z')\cos(q(d-z'))dz' \right. \\ \left. - \frac{i\delta}{q}\int_0^z s_-(d-z')\sin(q(d-z'))dz'\right) \end{pmatrix}$$

On constate que par rapport à l'expression des sources dans le cas de la cavité F.P, l'expression est ici beaucoup plus compliquée. Le réseau de Bragg modifie fortement l'émission spontanée qui se trouve filtrée et modulée. En z=0, il existe un terme source pour le champ progressif : $\frac{i\kappa}{q}\int_0^d s_-(z')\sin(z')dz'$, de même que pour le champ contra-propagatif : $\int_0^d s_-(z')\cos(qz'))dz' - \frac{i\delta}{q}\int_0^d s_-(z')\sin(qz')dz'$. En z=d, on a aussi un terme source pour le champ progressif : $\begin{pmatrix} e^{i(\delta-q)d}\int_0^d s_+(z')\cos(qz'))dz' + \frac{i\delta}{q}e^{i(\delta-q)d}\int_0^d s_+(z')\sin(qz'))dz' \\ -\frac{i\kappa}{q}e^{i(q-\delta)d}\int_0^d s_+(z')\sin(qz'))dz' \end{pmatrix}$. Au contraire, dans le cas du FP, le terme source pour le champ progressif est nul en z=d et le terme source pour le champ contrapropagatif est nul en z= d.

5.3.4.2 Cas particulier : pas d'injection

Les sources sont internes, $E_2^- = 0$ et $E_0^+ = 0$. Le système 5.97 devient :

$$\begin{pmatrix} E_2^+ \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{M_4}\begin{pmatrix} 0 \\ E_0^- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_+ \\ S_- \end{pmatrix} \tag{5.100}$$

soit

$$\begin{pmatrix} 1 & -(M_4)_{12} \\ 0 & -(M_4)_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_+ \\ S_- \end{pmatrix} \tag{5.101}$$

et donc

$$\begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = \frac{1}{(M_4)_{22}}\begin{pmatrix} (M_4)_{22} & (M_4)_{12} \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} S_+ \\ S_- \end{pmatrix} \tag{5.102}$$

On peut donc exprimer le champ de sortie à droite et à gauche du réseau plongé dans un milieu uniforme :

$$E_d = S_+ + \frac{-i\kappa \sin(qd) e^{+2i\delta d} e^{-2i\beta_1 d} S_-}{q\cos(qd) + i\delta \sin(qd)} \tag{5.103}$$

$$E_g = \frac{-q e^{+i\delta d} e^{-i\beta_1 d} S_-}{q\cos(qd) + i\delta \sin(qd)} \tag{5.104}$$

Champs de sortie à gauche et à droite d'un réseau DFB sans facettes, sans champs incidents et contenant des sources.

5.3.5 Cas du DFB avec facettes et avec sources : LE LASER DFB

5.3.5.1 Cas général

Nous allons reprendre l'expression 5.97 décrivant le DFB sans facettes et avec des sources puis appliquer les conditions aux limites aux interfaces, comme au paragraphe précédant.

Nous avons donc :

$$\begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} = \mathbf{M_4} \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_+ \\ S_- \end{pmatrix} \tag{5.105}$$

On applique donc les conditions aux limites aux interfaces qui vont rendre compte de la présence des facettes : En $z = 0$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_0 & -\beta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0^{'+} \\ E_0^{'-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} \tag{5.106}$$

$z = d$:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_2 & -\beta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^{'+} \\ E_{'2}^- \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \mathbf{M_4} \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_+ \\ S_- \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \frac{\mathbf{M_4}}{2\beta_1} \begin{pmatrix} \beta_1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_0 & -\beta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0^{'+} \\ E_0^{'-} \end{pmatrix} \\ &\quad + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_+ \\ S_- \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{5.107}$$

Soit, sous forme condensée :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_2 & -\beta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^{'+} \\ E_2^{'-} \end{pmatrix} = \mathbf{M_5} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_0 & -\beta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0^{'+} \\ E_0^{'-} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_+ \\ S_- \end{pmatrix} \tag{5.108}$$

avec $\mathbf{M_5}$ identique à l'équation 5.77 et $\begin{pmatrix} S_+ \\ S_- \end{pmatrix}$ identique à l'équation 5.99.

5.3.5.2 Cas particulier : Le LASER DFB (pas de champ injecté)

Les sources sont internes à la cavité. Les champs injectés sont nuls :$E_2^{'-} = E_0^{'+} = 0$. Le système 5.108 devient :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_2 & -\beta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^{'+} \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{M_5} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_0 & -\beta_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_0^{'-} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \beta_1 & -\beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_+ \\ S_- \end{pmatrix} \tag{5.109}$$

Après élimination de $E_2^{'+}$ dans 5.109, on en déduit le champ laser de sortie à gauche de la structure $E_g = E_0^-$:

$$E_g = \frac{\frac{q(1-r1)(1+r2)}{2\beta_0}(\beta_2 - \beta_1)S_+ + (\beta_2 + \beta_1)S_-}{(-bq + b')e^{iqd} - (bq + b')e^{-iqd}} \tag{5.110}$$

Champ de sortie à gauche d'un réseau DFB avec facettes, sans champs incidents et contenant des sources : LE LASER DFB.

avec

$$\begin{cases} b = \left(e^{-i(\delta-\beta_1)d} - r_1 r_2 e^{+i(\delta-\beta_1)d}\right) \\ b' = \left(-(\delta + r_1\kappa)e^{-i(\delta-\beta_1)d} - (r_1 r_2 \delta + r_2\kappa)e^{+i(\delta-\beta_1)d}\right) \end{cases} \tag{5.111}$$

Remarquons que l'expression de b et b' est identique au cas du DFB avec facettes et sans sources (éq 5.85).

Remarque :

Si $\beta_0 = \beta_1 = \beta_2$, alors, $r_1 = r_2 = 0$. Il n'y a plus de facettes. Nous retrouvons bien l'expression 5.104 du paragraphe 5.3.4.2 qui représente la cas d'un réseau DFB sans facettes et avec des sources :

$$E_g = \frac{-qe^{-i\delta d}S_-}{q\cos(qd) + i\delta\sin(qd)}$$

.

On peut exprimer l'équation 5.110 sous une forme qui ressemble à une fonction d'Airy :

$$E_g = \frac{\frac{qe^{-iqd}}{(-bq+b')}(1 - r_1)(1 + r_2)\frac{(\beta_2-\beta_1)S_+ + (\beta_2+\beta_1)S_-}{2\beta_0}}{1 - \frac{(bq+b')}{(-bq+b')}e^{-2iqd}} \tag{5.112}$$

Soit, sous forme condensée :

$$E_g = \frac{r'e^{i\phi'}(1-r_1)(1+r_2)Se^{-iqd}}{1-re^{-i\phi}e^{-2iqd}} \tag{5.113}$$

avec

$$\begin{cases} S = \frac{(\beta_2-\beta_1)S_+ + (\beta_2+\beta_1)S_-}{2\beta_0} \\ r = \sqrt{\frac{(b^r q^r - b^i q^i + b'^r)^2 + (b^r q^i + b^i q^r + b'^i)^2}{(-b^r q^r + b^i q^i + b'^r)^2 + (-b^r q^i - b^i q^r + b'^i)^2}} \\ \phi = \arctan\frac{(b^r q^i + b^i q^r + b'^i)}{(b^r q^r - b^i q^i + b'^r)} - \arctan\frac{(-b^r q^i - b^i q^r + b'^i)}{(-b^r q^r + b^i q^i + b'^r)} \\ r' = \sqrt{\frac{q^{r2} + q^{i2}}{(-b^r q^r + b^i q^i + b'^r)^2 + (-b^r q^i - b^i q^r + b'^i)^2}} \\ \phi' = \arctan\frac{q^i}{q^r} - \arctan\frac{(-b^r q^i - b^i q^r + b'^i)}{(-b^r q^r + b^i q^i + b'^r)} \end{cases} \tag{5.114}$$

où $b^r = \Re e(b)$, $b^i = \Im m(b)$, $b'^r = \Re e(b')$, $b'^i = \Im m(b')$, (les expressions de b et b' étant données en 5.111) et $q^r = \Re e(q)$, $q^i = \Im m(q)$ dont les expressions sont données en annexe A.

On obtient l'expression du module du champ :

$$< I_\nu > = \frac{|r'e^{2iqd}S|^2(1-r_1)^2(1+r_2)^2}{|1-re^{-i\phi}e^{-2iqd}|^2} \tag{5.115}$$

On pose $r = e^{-L}$. Séparant les parties réelles (q^r) et imaginaires (q^i) de q, on obtient :

$$\boxed{< I_\nu > = \frac{|r'|^2 e^{2q^i d}|S|^2(1-r_1)^2(1+r_2)^2}{[1-e^{2dq^i-L}]^2 + 4e^{2dq^i-L}\sin^2[\frac{\phi}{2} - q^r d]}} \tag{5.116}$$

5.3.5.3 Gain, fréquence et largeur de raie.

L'expression de q est donnée par :

$$2qd = \sqrt{(2\beta d - 2Kd)^2 - (2\kappa d)^2} \tag{5.117}$$

La partie imaginaire q^i donne le gain dans la fonction d'Airy et au dessus du seuil, on a approximativement $2dq^i \simeq L$. La partie réelle est reliée à la fréquence de résonance. On considère d'abord le spectre pour un laser monomode, centré autour de la résonance en ω_l : la saturation du milieu provient essentiellement de l'intégrale de la densité spectrale autour de ω_l, c'est-à dire l'intensité Y du laser. Pour ω_l, l'angle de phase $\phi - 2q^r d$ est un multiple de 2π et varie très peu à l'intérieur de la raie ce qui autorisera un développement limité autour de ω_l de l'exponentielle. Rappelons que ϕ peut être considéré comme constant à l'intérieur de l'intervalle spectral à l'intérieur de la raie.

La fréquence centrale ω_l est donnée par la solution de l'équation implicite, où m est un nombre entier :

$$\phi - 2q^r d = -2m\pi \tag{5.118}$$

soit :

$$q^r_{\omega_l} = \frac{1}{d}\,[m\pi + \frac{\phi}{2}] \tag{5.119}$$

Le déphasage par rapport à la fréquence centrale ω_l s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \delta\phi &= [\phi - 2q^r d]_\omega - [\phi - 2q^r d]_{\omega_l} \quad , \\ &= d\,[q^r]_{\omega_l} - d\,[q^r]_\omega \quad , \\ &= -d\,(\omega - \omega_l)\,\frac{\partial q^r}{\partial \omega} \end{aligned} \tag{5.120}$$

En posant $q^{'r} = \partial q^r/\partial\omega$, on écrit donc le développement de la fonction d'Airy autour de la résonance :

$$< I_\nu > = \frac{|r'|^2 e^{2q^i d}|S|^2(1-r_1)^2(1+r_2)^2}{[1-e^{2dq^i - L}]^2 + 4e^{2dq^i - L}(2d\,(\omega-\omega_l)\,(q^{'r}))^2} \tag{5.121}$$

Si on fait l'hypothèse que r, ϕ, r', ϕ', q^r, q^i ainsi que $q^{'r}$ sont constant à l'intérieur de la raie laser, (hypothèse que nous vérifierons a posteriori numériquement), on peut maintenant faire apparaître la Lorentzienne dans cette expression. Pour cela, on fait apparaître la variable sans dimension : $x - x_r := (\omega - \omega_r)\ 2d/c$ ainsi que la demi largeur de raie à mi-hauteur $\Gamma := [1 - e^{2dq^i - L}]/[2e^{(2dq^i - L)/2} c\ |q^{'r}|]$ en fréquence angulaire normalisée par $c/2d$.

$$< I_\nu > = \frac{|r'|^2 e^{2q^i d}|S|^2(1-r_1)^2(1+r_2)^2}{4e^{2dq^i - L}(cq^{'r})^2}\ \frac{1}{\Gamma^2 + (x - x_r)^2} \tag{5.122}$$

La $1/2$ largeur de raie peut aussi s'écrire :

$$\boxed{\Gamma = \sinh[\frac{1}{2}(L - 2dq^i)]\ \frac{1}{c\ |q^{'r}|}, \qquad (5.123)}$$

On obtient l'intensité moyenne Y du laser en intégrant la densité spectrale $< I_\nu >$. Pour cela, on fait les approximations habituelles que q^r, q^i et $q^{'r}$ ne varient pas dans le domaine spectral où $< I_\nu >$ varie. On normalise aussi (5.122) par l'intensité de saturation I_s (on pose $K_1 = 1/I_s$ et $Y = \int < I_\nu > d\nu/I_s$. On obtient **une expression de l'intensité moyenne** :

$$\boxed{\begin{aligned} Y &= \frac{|r'|^2 e^{2q^i d}|S|^2(1-r_1)^2(1+r_2)^2}{4e^{2dq^i - L}(c\ q^{'r})^2}\ \frac{\pi}{\Gamma} \\ &= \frac{|r'|^2 e^{2q^i d}|S|^2(1-r_1)^2(1+r_2)^2}{4e^{2dq^i - L} c\ |q^{'r}|}\ \frac{\pi}{\sinh[\frac{1}{2}(L - 2dq^i)]} \qquad (5.124) \end{aligned}}$$

Cette équation contient Y dans q^i et $q^{'r}$ et sera résolue par une méthode de Newton. On voit que la connaissance de q^r, q^i et $q^{'r} = \partial q^r/\partial\omega$ permettra de connaître la fréquence, l'intensité et la largeur de raie du laser en utilisant les équations (5.124), (5.123). Leur expression est donnée en annexe A.

5.4 Procédure numérique

Nous allons dans cette partie modéliser numériquement le module au carré de l'équation 5.110 qui représente la fonction de transfert du laser DFB. Elle est programmée en langage C. Le module au carré est calculé analytiquement avant d'être programmée, ce qui nous évite d'utiliser les nombres complexes.

Nous étudierons successivement l'influence de la cavité FP, du réseau DFB, du gain (saturé ou non), du facteur de Henry et du facteur de compression de gain sur le spectre de sortie du laser DFB. Enfin, nous modéliserons la largeur de raie du laser en fonction de son point de fonctionnement et notamment son évolution autour du seuil laser.

5.4.1 Paramètres utilisés

Nous considérons le terme source indépendant de la fréquence sur le domaine de notre étude. Comme il contient plusieurs facteurs de normalisation, il est utilisé comme paramètre d'ajustage.

La configuration de notre structure est présentée figure 5.5. Les miroirs sont collés sur le réseau et la structure est géométriquement symétrique par rapport au centre de la structure. Pour cela, nous avons choisi la distance d telle que $d = \frac{1}{n_{eff}}(m + \frac{1}{2})p$ où m est un entier et p le pas du réseau.

Le tableau 5.1 récapitule les valeurs des paramètres utilisés pour nos simulations numériques quand elles sont constantes tout au long de l'étude.

Paramètres à 25°C	**Valeurs**	**Unités**	**Remarques**
Indice effectif	3.2		n_{eff}
Longueur de la cavité	300.066	μm	d
Pas du réseau	238	nm	p

TAB. 5.1 – Définitions et valeurs des paramètres utilisés dans la modélisation.

Enfin, le passage de la variable δ à la fréquence ν en Hertz ou à la longueur d'onde λ en mètre s'effectue par les relations :

$$\delta = 2\pi n_{eff}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\Lambda_B}\right) \quad (5.125)$$

$$\delta = 2\pi n_{eff}\frac{\nu}{c} \quad (5.126)$$

où Λ_B est la longueur d'onde de Bragg.

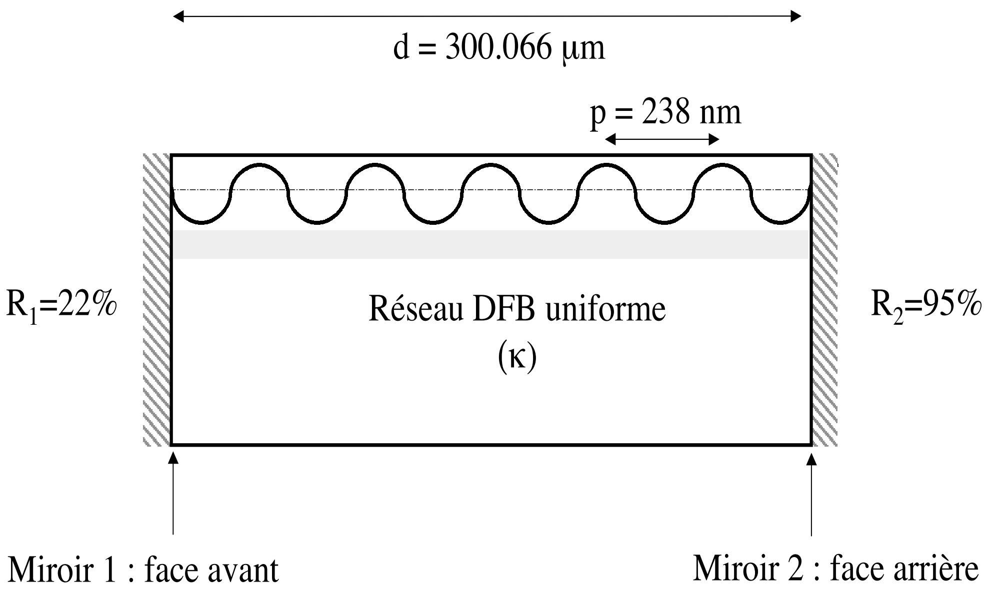


FIG. 5.5 – Schéma de la structure modélisée numériquement.
p : pas du réseau ; d : distance entre les miroirs ; R_1 *et* R_2 *: facteurs de réflexion des miroirs en intensité ;* κ *: constante de couplage du réseau.*

5.4.2 gain nul

Dans un premier temps, nous étudions la fonction de transfert du laser DFB avec un gain nul (g=0), en essayant d'identifier l'influence de chacun des éléments de la structure sur le spectre de sortie du laser :
- le réseau DFB,
- la cavité FP.

5.4.2.1 Le réseau sans miroirs

Si on pose r_1=r_2=0 et que l'on prend un gain nul g=0, on a vu que l'on retrouvait la fonction de transfert d'un réseau.

La courbe 5.6 représente le champ de sortie de la structure en fonction de la longueur d'onde.

On remarque une zone au centre où le champ ne semble pas se propager (zone dite "bande interdite") et des zones de part et d'autre où le champ de sortie est proche de 1.

On peut voir que la bande interdite ne correspond pas à l'écart en fréquence entre les deux premiers maxima de la courbe de part et d'autre de la longueur d'onde centrale ($\lambda_{centrale} = 1.5232\ \mu m$). En effet, comme on peut le voir dans la référence [102] et comme nous l'avons défini dans la partie théorique, la bande interdite décrit très clairement la région où le champ est évanescent. Avec cette définition, sa largeur est uniquement déterminée par le coefficient de couplage avec le réseau. Pour un indice réel, on a donc $|\delta| \leq |\kappa|$.

En pratique, le terme "bande interdite" est utilisé pour décrire la séparation spectrale entre les deux pics de transmission. Pour un réseau uniforme, ces pics sont situés symétriquement juste en dehors de la "bande interdite" et à une distance de celle ci qui dépend du couplage avec le réseau et de la largeur du réseau.

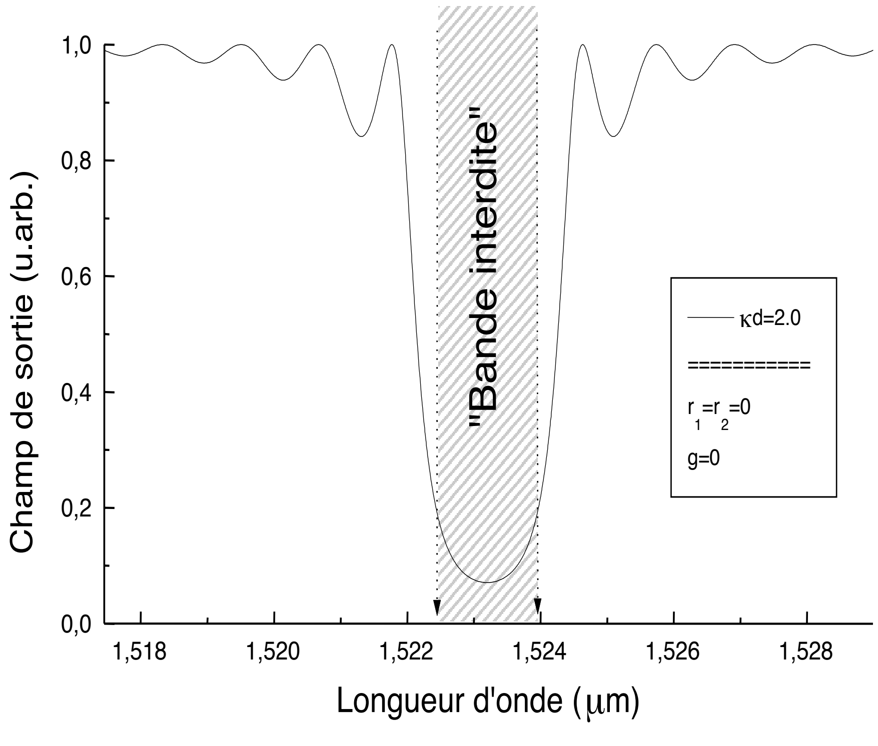


FIG. 5.6 – Champ de sortie d'un réseau uniforme
La constante de couplage κd est égale à 2. Les facteurs de réflexion des miroirs ainsi que le gain sont nuls.

La courbe 5.7 étudie l'influence du facteur de couplage κ. Nous avons tracé le champ de sortie du réseau en fonction de la fréquence (rapportée à la fréquence centrale du réseau) pour différentes valeurs de κd variant de 0 à 2.5. On constate que plus la constante de couplage augmente :

– plus la largeur de la bande interdite augmente,

– plus l'amplitude du champ diminue à l'intérieur de la stopband,

– plus l'amplitude des oscillations en dehors de la bande interdite est importante[3].

Lorsque κd est nul, l'influence du réseau disparaît et le champ de sortie est constant quelque soit la fréquence et vaut 1. Ce niveau est dû au fait que l'on a arbitrairement pris $|S|^2 = 1$

Enfin, la différence de fréquence entre les deux pics principaux varie entre 324 GHz (κd=0.5) et 400 GHz (κd=2.5).

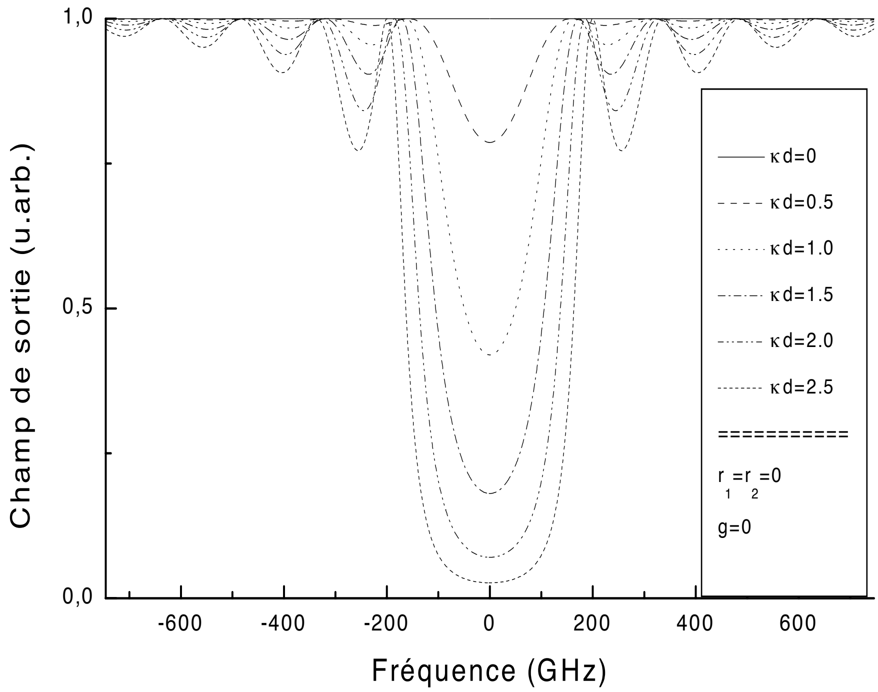


FIG. 5.7 – Champ de sortie d'un réseau uniforme : influence de κd.
La constante de couplage κd varie entre 0 (absence de réseau) et 2.5. Les facteurs de réflexion des miroirs ainsi que le gain sont nuls.

[3]On peut diminuer l'amplitude des ces pics secondaires par apodisation du réseau

5.4.2.2 La cavité FP passive

On annule cette fois-ci la constante de couplage avec le réseau κ.

Le réseau de courbes 5.8 représente l'évolution du champ de sortie en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de r_1 et r_2. Ces deux facteurs de réflexion sont égaux et varie entre 0% et 90%. Il faut noter que ce sont des facteurs de réflexion en amplitude. On reconnaît très clairement sur cette figure l'évolution d'une fonction d'Airy usuelle. Plus les facteurs de réflexion augmentent, plus les pics s'affinent et plus le contraste augmente. L'intervalle spectral entre deux pics de transmission vaut 156 GHz et correspond à l'ISL de la cavité (ISL=$\frac{c}{2n_{eff}d}$).

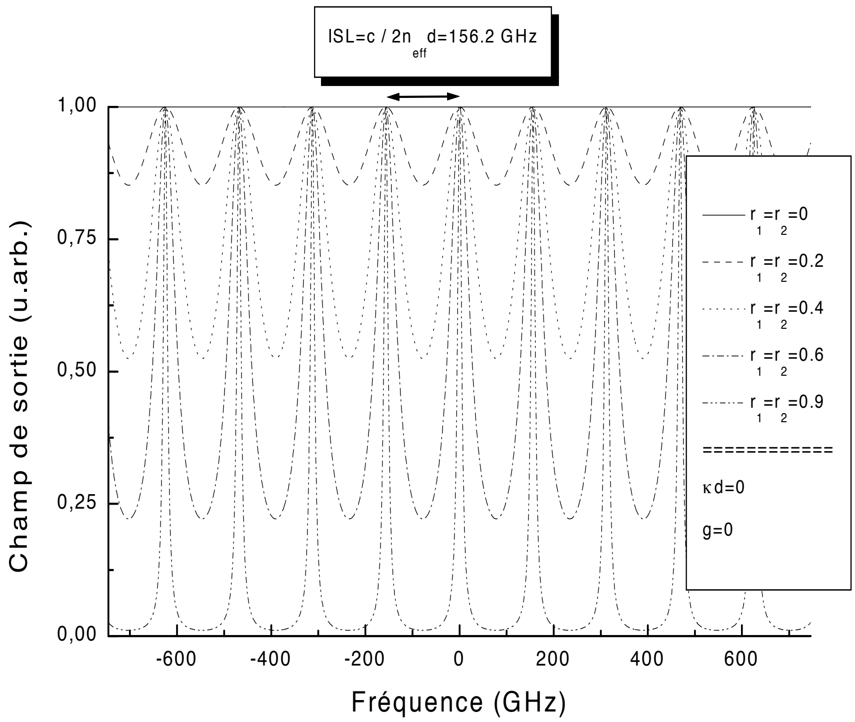


FIG. 5.8 – Champ de sortie d'une cavité FP passive : influence des facteurs de réflexion des miroirs ($r_1 = r_2$).

Les facteurs de réflexion des miroirs varient entre 0 (absence de cavité) et 0.9. Le coefficient de couplage avec le réseau ainsi que le gain sont nuls.

Les figures 5.9 et 5.10 montrent l'influence d'une dissymétrie sur les facteurs de réflexion des miroirs.

La figure 5.9 concerne le cas où r_1 est inférieur à r_2 et qui est le cas de nos lasers utilisés pour les expérimentations où la face arrière est traitée haute réflectivité (r_2=0.975 ou

R_2=95%), le facteur de réflexion de la face avant valant r_1=0.469 ou R_1=22%. Sur ce réseau de courbe, r_2 est donc fixé à 0.975 et r_1 varie entre 0 et 0.9. On constate que l'amplitude des pics est inférieure ou égale à 1 et que plus r_1 augmente, plus les pics s'affinent et leur amplitude tend vers 1. Une dissymétrie n'apporte pas de dissymétrie au niveau de la fonction de transfert car c'est le produit $r_1 r_2$ qui intervient.

La figure 5.10 traite le cas inverse où r_1 est supérieur à r_2. r_1 est donc fixé à 0.975 et c'est r_2 qui varie entre 0 et 0.9. L'amplitude des pics est dans ce cas supérieure à 1. De la même manière que pour le cas précédent, plus r_2 augmente, plus l'amplitude des pics augmente tout en s'affinant. L'écart entre les pics ne dépend bien-sûr pas des coefficients de réflexion.

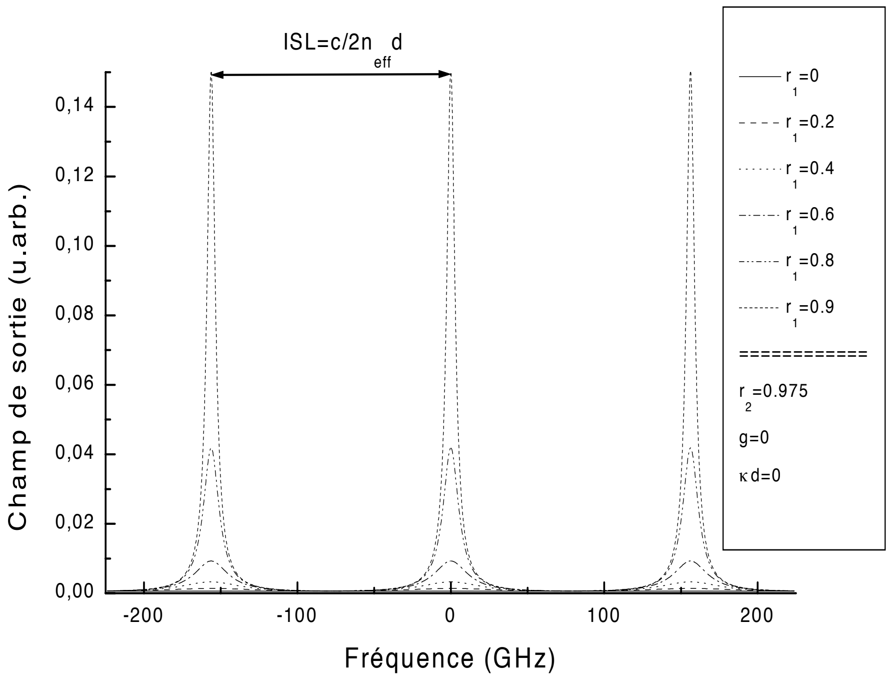


FIG. 5.9 – Champ de sortie d'une cavité FP passive : influence des facteurs de réflexion des miroirs ($r_1 < r_2$).

r_2 est fixe et vaut r_2=0.975 (R_2=0.95%). Le facteur de réflexion r_1 varie entre 0 et 0.9. Le coefficient de couplage avec le réseau ainsi que le gain sont nuls.

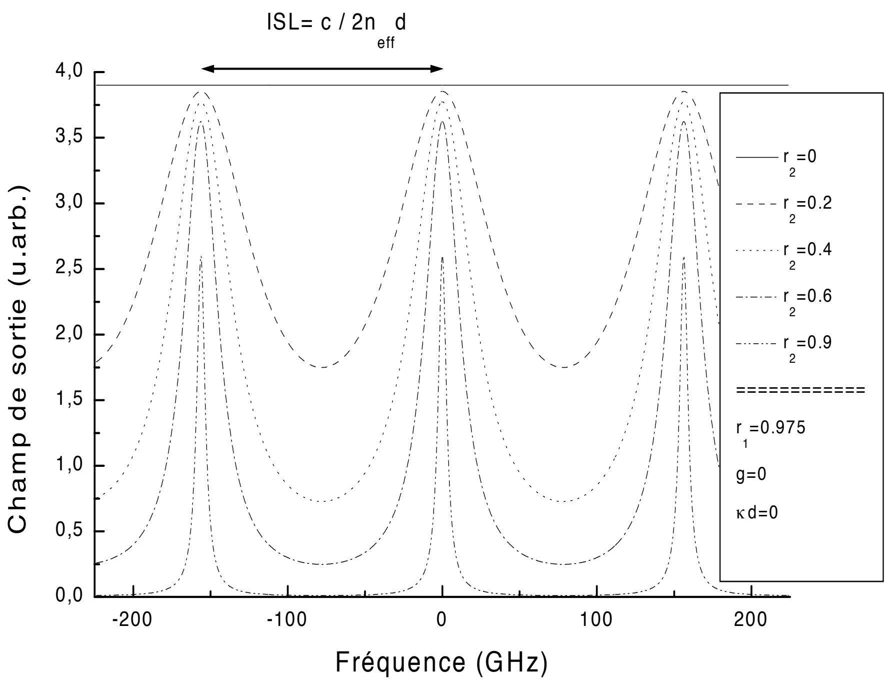


FIG. 5.10 – Champ de sortie d'une cavité FP passive : influence des facteurs de réflexion des miroirs ($r_1 > r_2$).

r_1 est fixe et vaut r_1=0.975 (R_1=0.95%). Le facteur de réflexion r_2 varie entre 0 et 0.9. Le coefficient de couplage avec le réseau ainsi que le gain sont nuls.

5.4.2.3 La cavité DFB

Après avoir étudié indépendamment l'influence du réseau et de la cavité, on peut maintenant étudier l'influence de facettes sur les faces de sortie du réseau ou, inversement, l'influence d'un réseau dans une cavité FP.

La première figure montre l'influence de r_1 et r_2 à κ fixé (figure 5.11). κd vaut 2 et le gain est nul. Les facteurs de réflexion r_1 et r_2 sont égaux et varient entre 0 et 0.9. La courbe "a" montre le réseau seul et est reportée sur la dernière (courbe "e") en pointillé. On constate que plus les facteurs de réflexion sont importants, plus la courbe de transmission du réseau seul est modulée par la fonction d'Airy de la cavité.

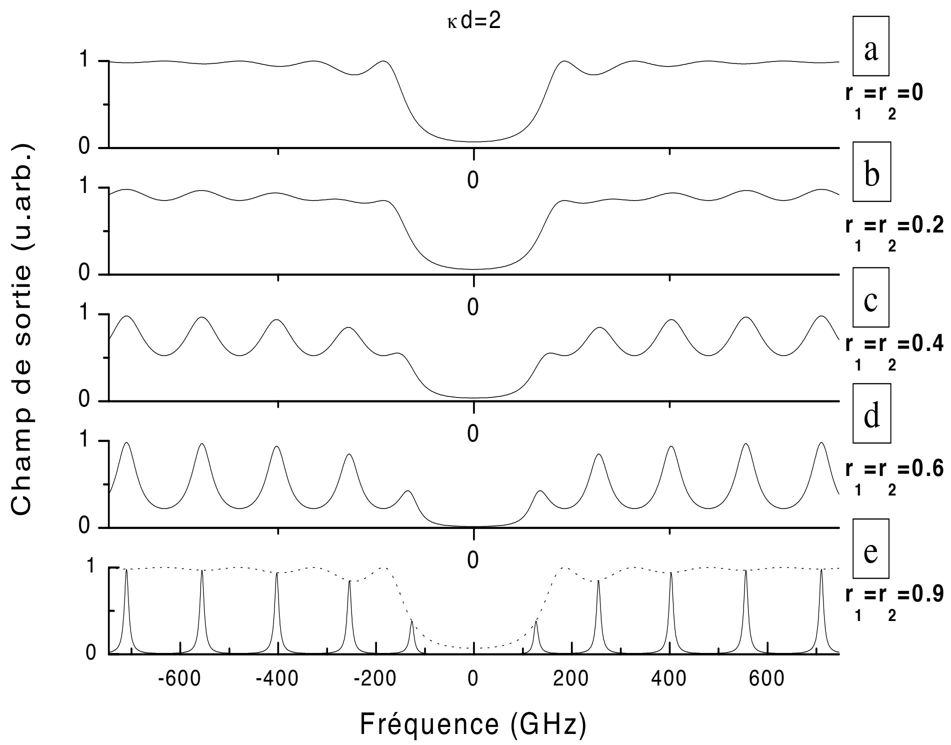
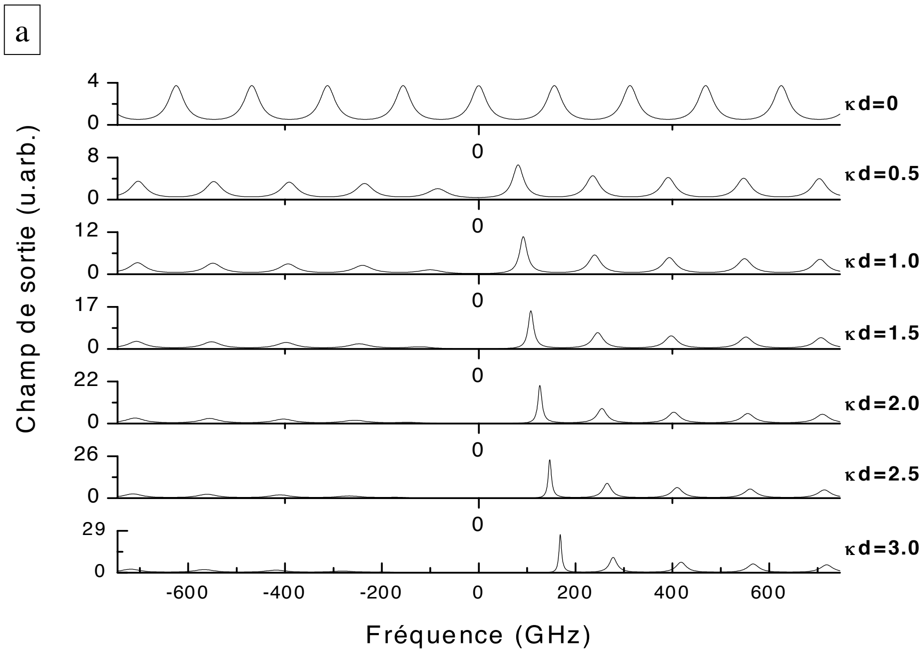


FIG. 5.11 – Champ de sortie d'une cavité DFB passive : influence des facteurs de réflexion des miroirs ($r_1 = r_2$).

Les facteurs de réflexion $r_1 = r_2$ varient entre 0 et 0.9. Le coefficient de couplage avec le réseau vaut κd=2. Le gain est nul. En pointillé sur la cinquième courbe, nous avons reporté la courbe où r_1 et r_2 sont nuls.

Inversement, sur la figure 5.12, on fixe r_1 et r_2 avec des valeurs réalistes correspondant à nos lasers : r_1=0.469 et r_2=0.975. Les deux réseaux de courbes "a" et "b" correspondent aux mêmes valeurs de κ mais l'échelle de la courbe "a" est optimisée alors qu'elle est fixée pour la figure en trois dimensions ("b"). On constate que si on augmente κ, les pics du côté des fréquences négatives ainsi que dans la "bande interdite" s'atténuent alors que le pic juste en dehors de la "bande interdite" du côté des fréquences positives augmente tout en se déplaçant vers les fréquences croissantes. Une dissymétrie sur les facteurs de réflexions des facettes induit une dissymétrie dans le spectre de sortie du laser.

La courbe 5.13 est la même que la courbe 5.12 mais r_1 et r_2 ont été inversés : r_1=0.975 et r_2=0.469. La forme des courbes est la même que le cas précédent mais symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.



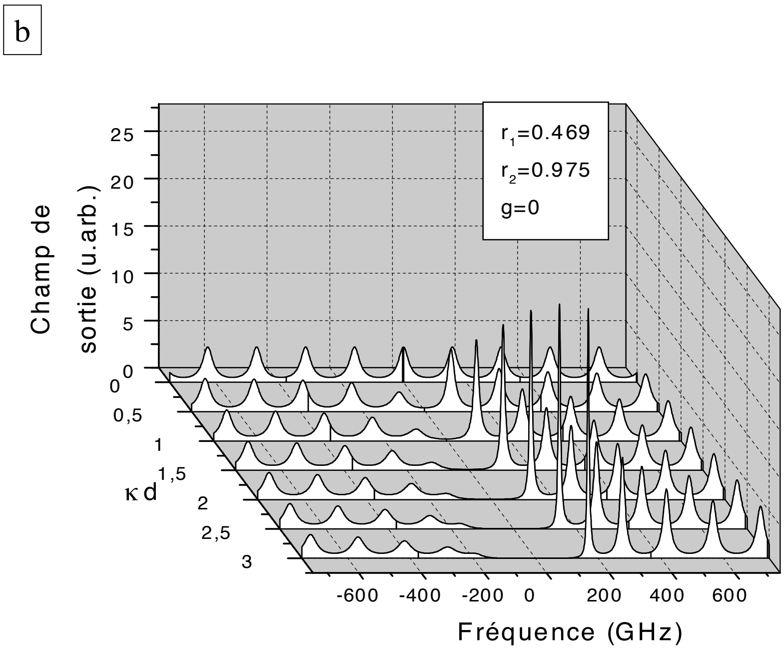


FIG. 5.12 – Champ de sortie d'une cavité DFB passive : influence du coefficient de couplage ($r_1 < r_2$).

Le coefficient de couplage avec le réseau varie entre 0 et 3. Les facteurs de réflexion sont fixés : $r_1 = 0.469$, $r_2 = 0.975$. Le gain est nul. Le réseau de courbes du haut montre l'évolution du champ de sortie avec une échelle verticale optimisée alors que la figure du bas montre les mêmes courbes avec une échelle verticale fixe.

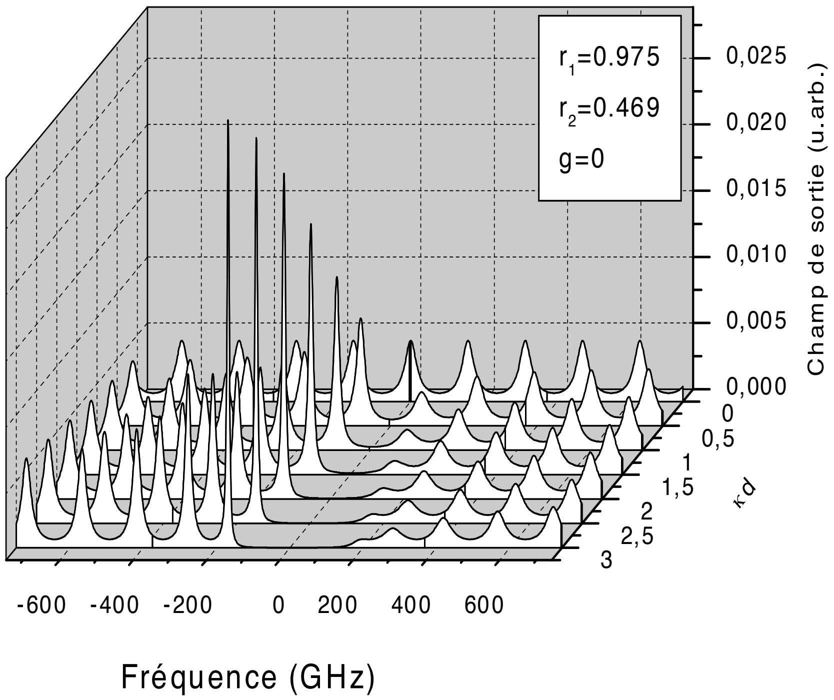


FIG. 5.13 – Champ de sortie d'une cavité DFB passive : influence du coefficient de couplage ($r_1 > r_2$).

Le coefficient de couplage avec le réseau varie entre 0 et 3. Les facteurs de réflexion sont fixés : $r_1 = 0.975$, $r_2 = 0.469$. *Le gain est nul.*

Remarque :

Ces figures correspondent au cas particulier choisi pour cette partie théorique où $d = \frac{1}{n_{eff}}(m + \frac{1}{2})p$ avec m un entier et p le pas du réseau (voir figure 5.5). Bien-sûr, tous les cas sont possibles. On peut étudier également les cas où :

- $d = \frac{1}{n_{eff}}(m)p$
- $d = \frac{1}{n_{eff}}(m + \frac{1}{4})p$

Ces configurations sont illustrées figures 5.14

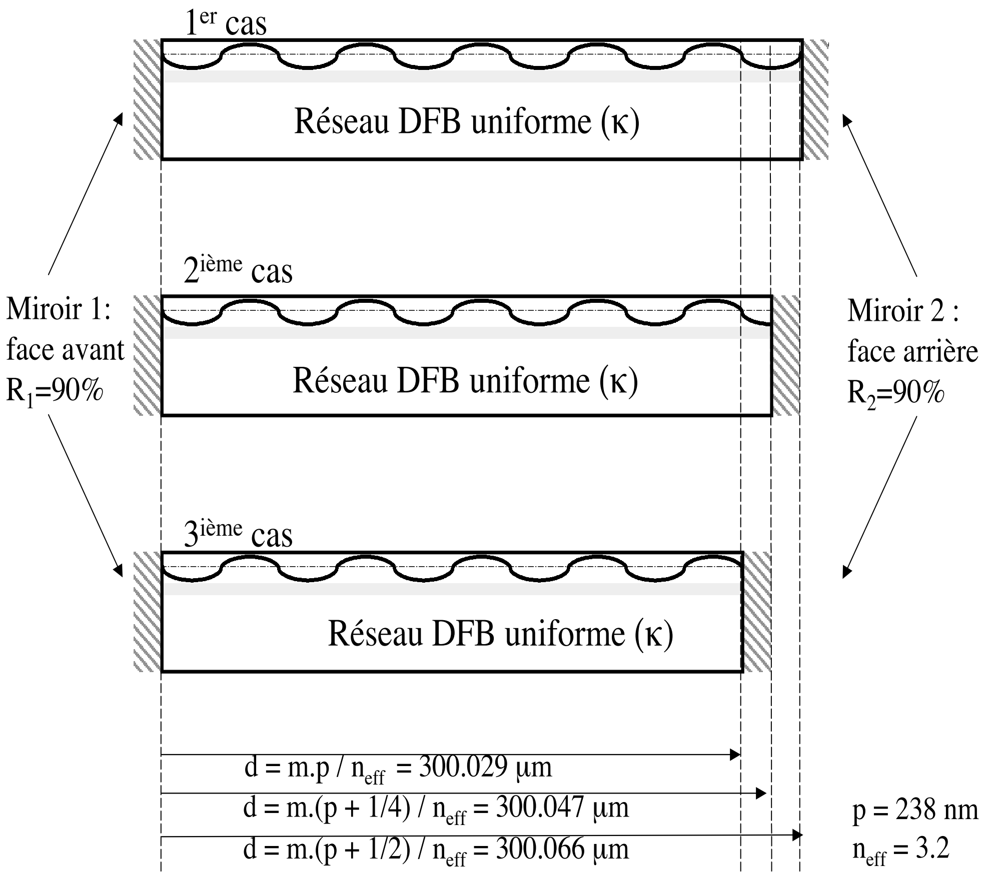


FIG. 5.14 – Schéma des structures modélisées numériquement pour différentes valeurs de d. *Le premier cas correspond au cas traité précédemment ($d = \frac{1}{n_{eff}}(m + \frac{1}{2})p$). Pour le deuxième cas : $d = \frac{1}{n_{eff}}(m + \frac{1}{4})p$. Pour le troisième cas : $d = \frac{1}{n_{eff}} m \times p$. p : pas du réseau ; d : distance entre les miroirs ; R_1 et R_2 : facteurs de réflexion des miroirs en intensité ; κ : constante de couplage du réseau ; m : entier*

Pour le cas particulier où $r_1 = r_2 = 0.9$, $\kappa d = 2$ et $g = 0$, les courbes de transmission en fonction de la position du réseau dans la cavité sont reportées figure 5.15. Nous avons également reporté la courbe pour le cas où $d = \frac{1}{n_{eff}}(m + \frac{1}{2})p$. On constate sur cette figure que la position du réseau dans la cavité à une grande influence sur le champ de sortie. Lorsque d varie, la position du spectre FP change ainsi que la courbe de transmission du réseau seul. Il en résulte une grande diversité sur le champ de sortie de la cavité DFB. Le but ici n'est pas d'effectuer une étude exhaustive des différentes combinaisons (position du réseau, distance entre les miroirs, pas du réseau, constante de couplage, facteur de réflexion des miroirs...). Dans la suite, nous reprenons le cas où $d = \frac{1}{n_{eff}}(m + \frac{1}{2})p$.

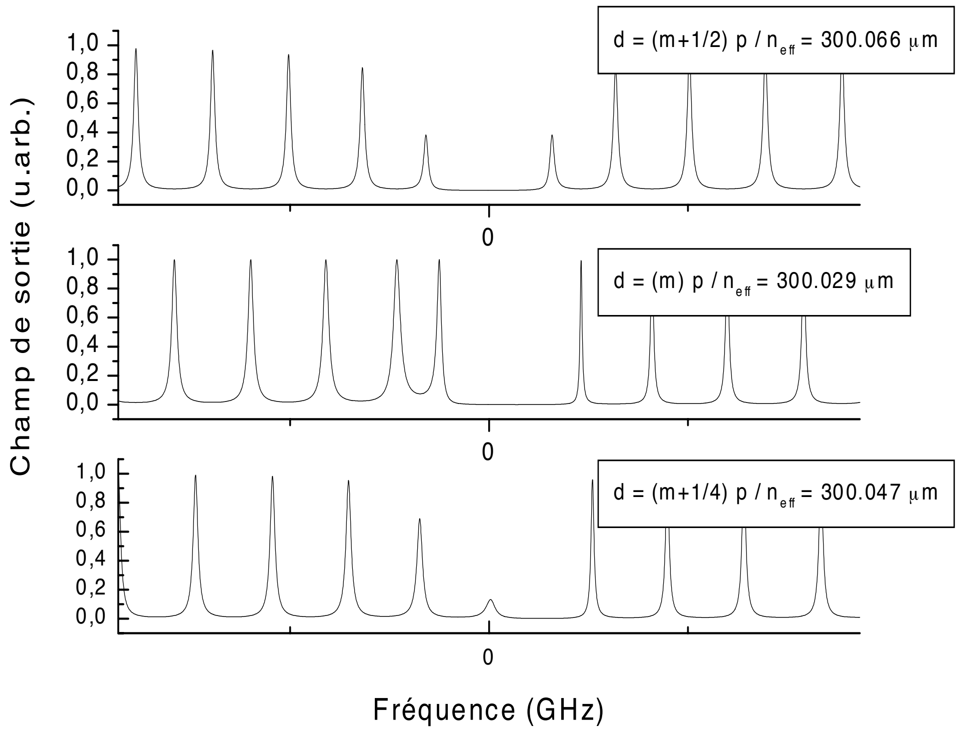


FIG. 5.15 – Champ de sortie d'une cavité DFB passive : influence de la position du réseau dans la cavité.
Le premier cas correspond au cas traité précédemment ($d = \frac{1}{n_{eff}}(m + \frac{1}{2})p$). *Pour le deuxième cas :* $d = \frac{1}{n_{eff}}(m)p$. *Pour le troisième cas :* $d = \frac{1}{n_{eff}}(m + \frac{1}{4})p$. p = *0.238 nm ;* r_1 *et* r_2 = *0.9 ;* κd=*2 ;*

5.4.3 Influence du gain non saturé

Dans cette partie, nous n'utilisons pas l'expression du gain donnée en annexe A(éq A.68) qui est saturé par l'intensité totale Y. Nous reprenons dans ce paragraphe les cas du paragraphe précédent en étudiant l'influence d'un gain g variant de 0 à 1.

5.4.3.1 Le réseau sans miroirs

La premier cas concerne le réseau seul, sans facettes. Nous avons donc posé r_1=r_2= 0 et κd=2. Le gain g évolue entre 0 et 1. L'évolution du champ de sortie en fonction de la fréquence est visible figure 5.16. On constate que plus le gain augmente, plus l'amplitude des deux pics principaux de part et d'autre de la fréquence nulle augmente jusqu'à une amplitude infinie lorsque le gain égale les pertes. On constate également, en moyenne, une augmentation pour toutes les autres fréquences.

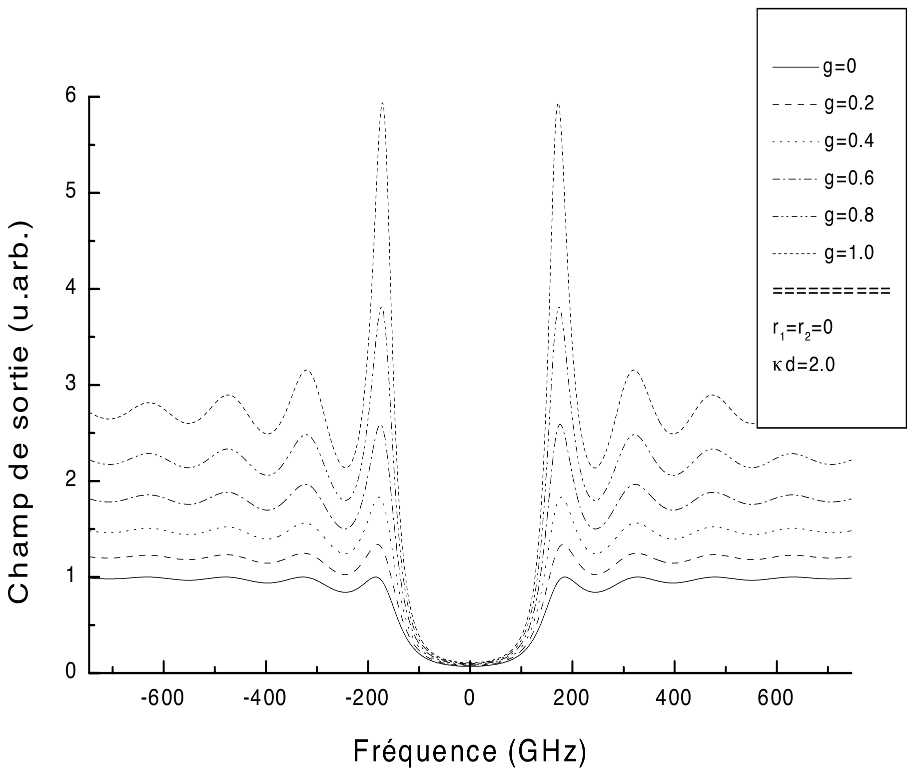


FIG. 5.16 – Champ de sortie d'un réseau seul actif : influence du gain.
Le coefficient de couplage avec le réseau vaut κd=2.0. Les facteurs de réflexion nuls. Le gain varie entre 0 (réseau passif) et 1.0.

5.4.3.2 La cavité FP active

L'influence du gain est sensiblement la même pour la cavité FP que pour le réseau. Nous avons pris comme exemple le cas dissymétrique où r_1=0.469 et r_2=0.975. La constante de couplage avec le réseau est nulle. On peut voir sur la figure 5.17 que plus le gain augmente, plus la hauteur des pics augmente. Seul un pic a été représenté car l'évolution des autres est identique. Pour la valeur de gain g=0.7825, la fonction diverge. Sur cette figure, seule le gain variant de 0 à 0.6 a été représenté. Puis pour des valeurs de gain supérieures à 0.7825, la hauteur du pic diminue. La figure 5.18 montrent l'évolution de l'amplitude des pics en fonction du gain. Cette évolution est due au fait que, dans ce paragraphe, le gain n'est pas saturé. Donc, au fur et à mesure que le gain se rapproche des pertes, (g-pertes) se rapproche de 0 et la hauteur des pics augmente jusqu'à diverger pour g=pertes=ln($r_1 r_2$)=0.7825. Puis, le gain n'étant pas saturé, la différence (g-pertes) continue d'augmenter et la hauteur des pics diminue.

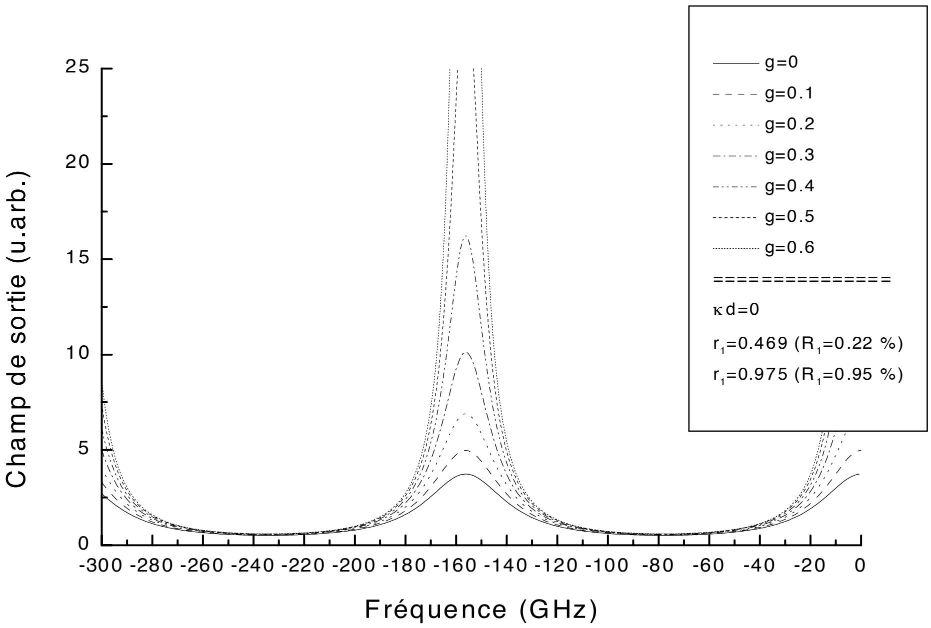


FIG. 5.17 – Champ de sortie d'une cavité FP active : influence du gain.
Les facteurs de réflexion sont fixes : $r_1 = 0.469$ *et* $r_2 = 0.975$*. Le coefficient de couplage avec le réseau est nul. Le gain varie entre 0 (réseau passif) et 0.6.*

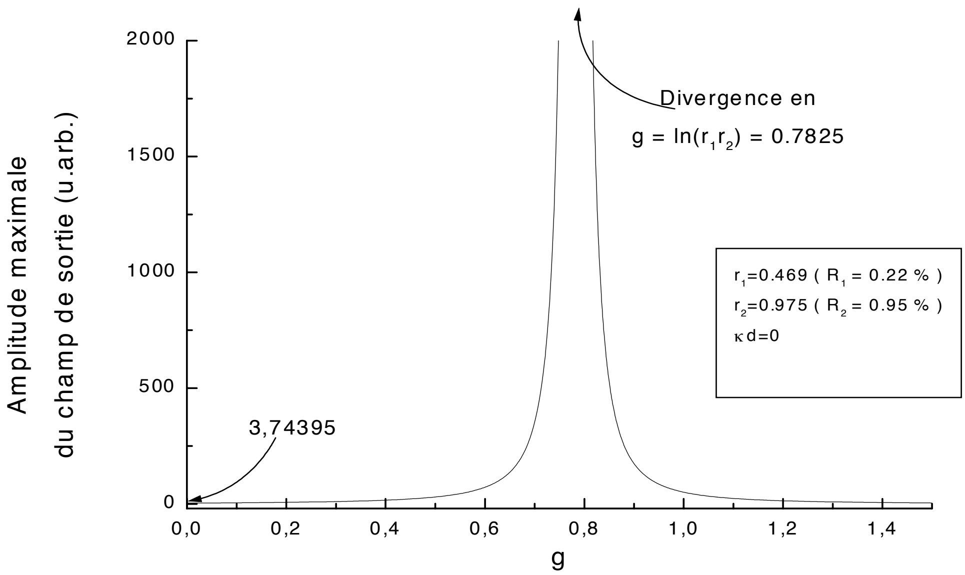


FIG. 5.18 – Maximum du champ de sortie d'une cavité FP active : influence du gain.
Les facteurs de réflexion sont fixes : $r_1 = 0.469$ et $r_2 = 0.975$. Le coefficient de couplage avec le réseau est nul. Le gain varie entre 0 (réseau passif) et 1.5.

5.4.3.3 La cavité DFB

Nous pouvons maintenant étudier l'influence du gain sur le champ de sortie de nos lasers DFB. Les facteurs de réflexion sont : $r_1 = 0.469$ et $r_2 = 0.975$. La constante de couplage vaut κd=2. La gain varie entre 0 et 0.9.

Les courbes sont visibles figures 5.19, 5.20 et 5.21.

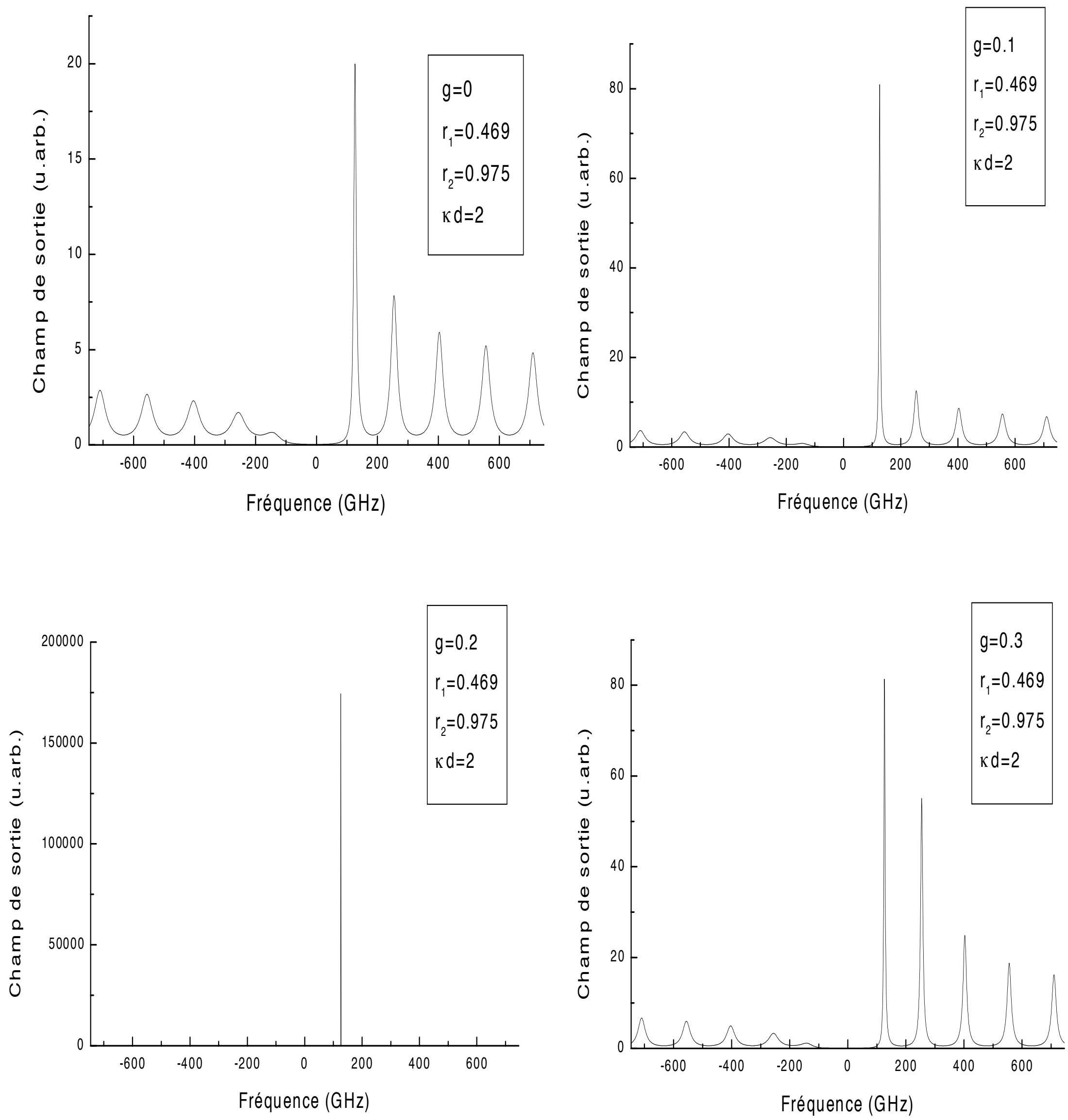


FIG. 5.19 – Champ de sortie d'un laser DFB : influence du gain ($0 \leq g \leq 0.3$).
Les facteurs de réflexion sont fixes : $r_1 = 0.469$ et $r_2 = 0.975$. Le coefficient de couplage avec le réseau vaut κd=2. Le gain varie entre 0 et 0.3.

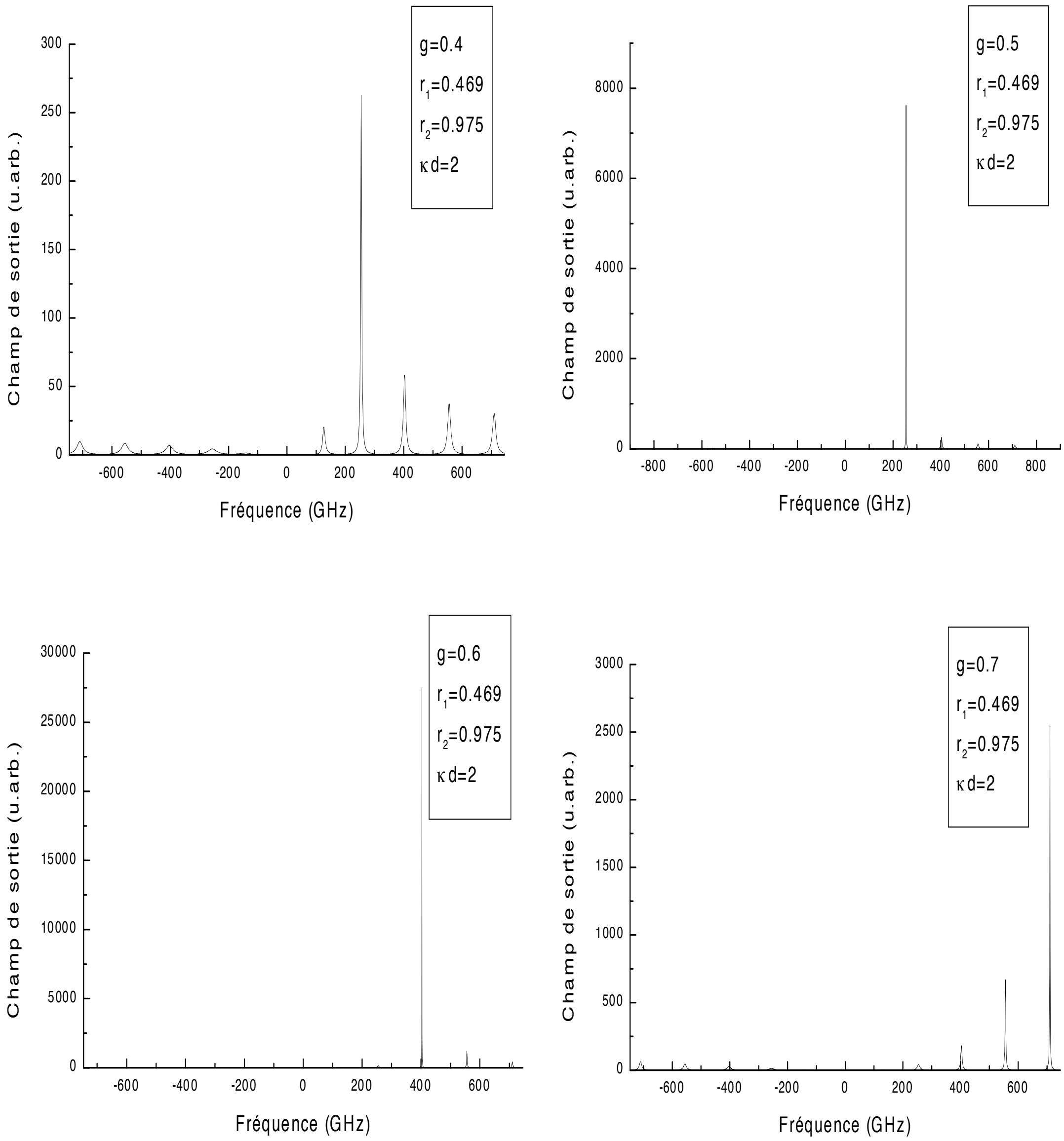


FIG. 5.20 – Champ de sortie d'un laser DFB : influence du gain ($0.4 \leq g \leq 0.7$).
Les facteurs de réflexion sont fixes : $r_1 = 0.469$ et $r_2 = 0.975$. Le coefficient de couplage avec le réseau vaut κd=2. Le gain varie entre 0.4 et 0.7.

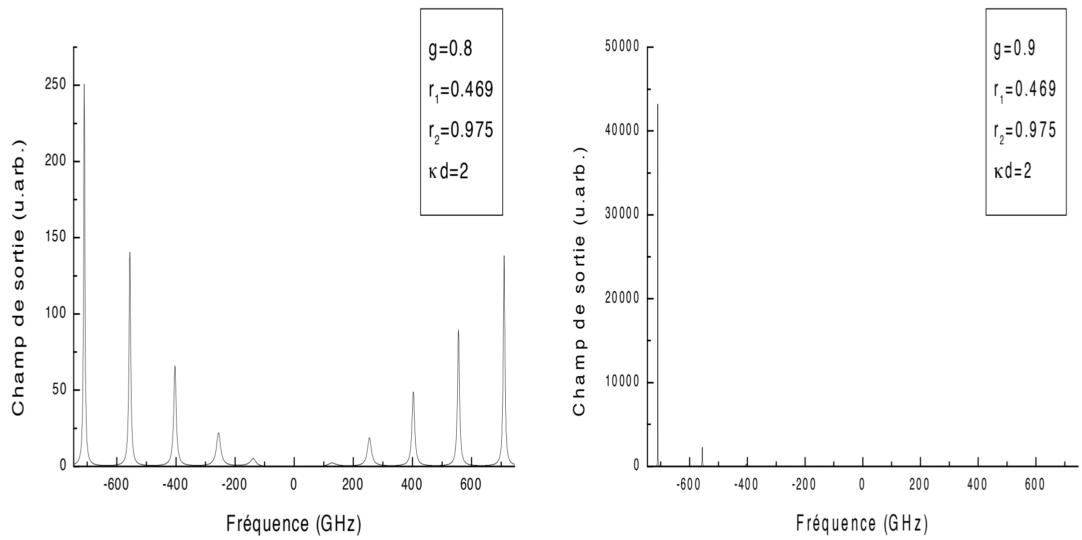


FIG. 5.21 – Champ de sortie d'un laser DFB : influence du gain ($0.8 \leq g \leq 0.9$).
Les facteurs de réflexion sont fixes : $r_1 = 0.469$ et $r_2 = 0.975$. Le coefficient de couplage avec le réseau vaut κd=2. Le gain varie entre 0.8 et 0.9.

5.4.4 Largeur de raie et anomalie

Les expressions de la largeur de raie sont données au paragraphe 5.3.5.3. Pour calculer cette largeur de raie, il est nécessaire de suivre un certain nombre d'étapes :

1. on cherche le gain g et la fréquence ν (à travers q^r et q^i) pour lesquels l'équation 5.113 diverge. (Pratiquement, on recherche les zéros de l'inverse de la fonction de transfert),
2. on calcule alors r et ϕ (éq 5.114),
3. on en déduit la valeur de l'intensité normalisée Y avec l'expression 5.124,
4. on calcule alors la largeur de raie Γ (où Y intervient) avec l'expression 5.123,
5. enfin, on trace $< I_\nu >$ avec l'équation 5.121. Je rappelle que $< I_\nu >$ est une approximation. On compare donc le résultat obtenu avec les courbes tracées avec l'équation 5.113

5.4.4.1 Cas d'un couplage faible avec le réseau

Dans le cas d'un couplage faible ($\kappa \approx 4\ m^{-1}$), le pic central n'est pratiquement pas atténué et reste centré à la fréquence nulle. On peut donc mesurer la largeur de raie d'un pic à la fréquence nulle pour laquelle la fonction de transfert diverge.

Le calcul ne pose alors aucun problème et le résultat est présenté figure 5.22

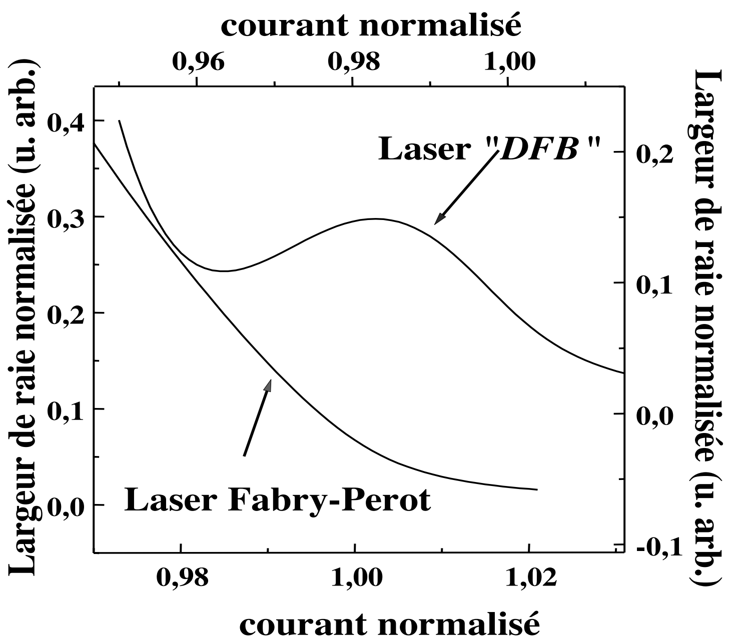


FIG. 5.22 – Évolution théorique de la largeur de raie autour du seuil dans le cas d'un couplage faible avec le réseau.

On constate bien une anomalie dans l'évolution de la largeur de raie pour le laser DFB ($\kappa = 4\ m^{-1}$) qui n'est pas visible dans le cas du laser FP.

On constate que l'évolution de la largeur de raie du laser DFB (couplage faible avec le réseau) n'est pas régulière et présente une anomalie au passage à travers le seuil. Cette anomalie n'est pas visible dans le cas du laser Fabry-Perot où l'on a annulé la constante de couplage.

Nous avons un bon accord avec les résultats expérimentaux présentés au chapitre 1.8.1. Mais, ce facteur de couplage de 4 m^{-1} n'est pas très réaliste. Dans le cas de nos lasers, κd varie entre 1 et 2.5, ce qui correspond à des valeurs de constante de couplage κ entre 3000 m^{-1} et 8000 m^{-1}. Dans ce cas, le pic central est décalé en fréquence (voir figure 5.12).

Cependant, cette valeur de couplage faible nous montre qu'un faible effet du réseau peut provoquer cette anomalie.

5.4.4.2 Cas d'un couplage fort avec le réseau

Dans le cas d'un couplage fort (κ de l'ordre du quelques milliers), le pic central n'existe pas et le calcul de la largeur de raie doit ce faire autour du pic laser. De plus, la position de ce pic dépend de cette constante de couplage.

Si on reprend les différentes étapes à suivre pour calculer la largeur de raie, on peut voir qu'il faut, pour trouver le gain et la fréquence où la fonction diverge, résoudre une équation linéaire couplée en gain et en phase. Ce couplage est complexe et nous n'avons, à l'heure actuelle, pas encore trouvé d'expression analytique ou de simplification. Le calcul est en cours.

Cependant, si on regarde l'expression de 2qd (voir équation A.77), on peut constater que, par rapport au cas du couplage faible, κd va augmenter mais a des chances d'être compensé par la variation de fréquence du pic (δ_t^K dans l'équation). On peut ainsi espérer retrouver le même genre de résultat que dans le cas du couplage faible, c'est à dire une anomalie de l'évolution de la largeur de raie au passage à travers le seuil.

5.5 Conclusion

Nous avons donc vu que la fonction de transfert du laser DFB, calculée dans le domaine des fréquences, permet de décrire les spectres optiques d'un laser DFB et qu'elle permet d'étudier les influences respectives du réseau, de la cavité FP et du milieu amplificateur. Le facteur de Henry est pris en compte dans les calculs mais son influence sur les spectres n'a pas été étudiée.

Concernant l'évolution de la largeur de raie d'un laser DFB autour du seuil, les résultats diffèrent de l'interprétation théorique donnée par Hui [81] pour qui l'anomalie existe quel que soit le type de laser (FP,DFB) et est liée principalement au facteur α_H. Ici, l'anomalie est liée à des effets de cavité. Une zone de transition existe au seuil où le comportement évolue de la cavité passive à la cavité active.

En dessous du seuil, le réseau impose la largeur de raie. Au dessus, l'amplification joue un rôle primordial. Entre ces deux comportements, une anomalie apparaît. Cette anomalie montre les effets non-linéaires (voir l'expression du vecteur d'onde).

Conclusion

Conclusion

Le travail que nous venons d'exposer a permis de préciser les propriétés spectrales d'un laser semi-conducteurs DFB à 1550 nm soumis à injection optique.

Nous avons tout d'abord caractérisé nos lasers en effectuant une série d'expériences. Cela nous a permis de mesurer le facteur de Henry, les oscillations de relaxation ainsi que la largeur de raie de ces lasers. Nous avons mis en évidence une anomalie sur l'évolution de la largeur de raie quand le gain évolue autour du seuil laser et nous avons montré que cette anomalie n'est pas présente sur les lasers de type Fabry-Perot. Enfin, nous avons montré que la saturation de la puissance quand le gain est élevé est principalement dû à des effets thermiques.

Puis, nous avons étudié le cas de l'injection d'un laser de faible largeur de raie dans un laser large lorsque leur fréquence sont égales.

Nous avons montré que le spectre optique du laser esclave était modifié par l'injection d'une raie plus étroite que la sienne à partir d'une puissance injectée de l'ordre du picowatt : l'énergie initialement répartie dans la raie esclave est progressivement transférée à la fréquence et à la largeur maître. Il existe alors une compétition entre l'émission spontanée du laser esclave et le signal injecté. Plus la puissance injectée est grande, plus le signal injecté l'emporte. Le laser esclave perd alors progressivement sa référence de phase et de fréquence pour adopter celles du laser maître. Le signal injecté est alors amplifié par le laser. Des gains de 10^5 ont été atteint. Le système laser+analyseur Fabry-Perot constitue donc un détecteur capable de détecter un champ cohérent jusqu'à des puissances continues de l'ordre du picowatt.

Nous avons ensuite montré que le battement de ce laser injecté avec le laser maître de référence nous permettait de détecter des puissances de l'ordre du femtoWatt à condition de filtrer le signal hétérodyne par un analyseur de spectre électrique. La meilleur détection à été obtenue pour un laser opérant près du seuil. Il s'agit donc d'un système de détection ultra-sensible de lumière cohérente. Les systèmes usuels de détection transforment l'énergie optique (le photon) en électrons libres qui sont ensuite multipliés par un procédé d'avalanche dans les photodiodes à avalanche ou les photomultiplicateurs. La cohérence de la lumière n'est pas conservée dans ce processus parce que le temps de détection est plus court que son temps de cohérence. Dans notre méthode, la lumière est d'abord amplifiée grâce à l'émission stimulée qui préserve la cohérence. Cette amplification est linéaire sur une large plage de puissance. Puis, la lumière est filtrée, ce qui permet, par rapport aux systèmes de détection habituels, de mieux séparer le signal amplifié du bruit. Le seuil de détection atteint (2 fW) correspond à 16000 photons par seconde soit 0.2 photons par temps de corrélation. Ceci est valable en optique classique. En optique quantique, nous dirons que ce seuil de détection correspond à un photon tout les 5 temps de corrélation.

Cependant, nous avons montré que le désaccord en fréquence entre le laser amplificateur et le signal à détecter devait être inférieur à la dizaine de GHz et ne devait pas excéder la dizaine de mégaHertz pour des puissances de l'ordre du femtoWatt, ce qui constitue clairement une limitation dans l'utilisation de ce système de détection. De plus, le laser esclave ne doit pas être contre-réactionné pour que sa forme de raie reste lorentzienne. Tout la difficulté pour exploiter les capacités de ce système au maximum réside dans le fait d'injecter le signal avec un minimum de pertes. Nous n'avons pas optimisé ce point dans notre expérience puisque la perte à l'injection est de l'ordre de 40 dB.

D'un point de vue pratique, ce laser amplificateur nous a permis de mesurer des largeurs de raie de lasers microsphériques évoluant proche du seuil (donc peu puissants et multi-modes) de l'ordre de 70 kHz. Le laser mettant à profit sa faible bande passante en étant utilisé comme amplificateur mais également comme filtre pour isoler un des modes.

La dernière partie expérimentale a été consacrée à la caractérisation des différents régimes d'injection (accrochage total, mélange multiondes, chaos) en fonction de la puissance injectée et du désaccord en fréquence entre le laser maître et le laser injecté pour deux points de fonctionnement du laser esclave : 1.2 et 4 fois le seuil. Les cartographies concernant l'injection intramodale sont alors très différentes suivant les deux cas. Elle est très simple pour pour un laser proche du seuil (zone d'accrochage total symétrique, pas de zone de mélange multionde, pas de zone de chaos). Seul un régime bimode et un régime d'accrochage total ont été identifiés. Pour le laser fonctionnant loin du seuil, la carte est beaucoup plus compliquée puisque tous les régimes venant d'être cités existent. Des zones de bistabilité d'accrochage ont été répertoriées. Enfin des cartographies pour une polarisation injectée perpendiculaire à celle du laser esclave ont été tracées.

D'un point de vue théorique, la fonction d'Airy généralisée au laser nous a permis de décrire simplement les variations d'intensité du laser solitaire en fonction du gain. Ces courbes sont obtenues directement dans le domaine des fréquences et la fonction de transfert comporte intrinsèquement les trois effets fondamentaux nécessaires à l'émission laser : l'émission, spontanée, l'émission stimulée et l'effet de résonance, ce qui en fait une fonction parfaitement adaptée pour décrire aussi bien le laser au dessous et au dessus du seuil. En ce qui concerne le laser injecté, cette fonction décrit très bien les résultats expérimentaux exposés dans le chapitre 2 et notamment l'évolution de la forme de raie du laser injecté lorsque la puissance injectée est de l'ordre de grandeur de l'émission spontanée.

Enfin, la fonction de transfert du laser DFB nous permet de décrire simplement les spectres d'un laser DFB en pouvant jouer sur les différents paramètres (constante de couplage avec le réseau, facteur de réflexion des miroirs, position du réseau dans la cavité, longueur de la cavité...). L'étude n'est pas exhaustive. L'influence du facteur de Henry n'a par exemple pas été étudiée. Concernant l'évolution de la largeur de raie pour un laser polarisé autour du seuil, le calcul a été mené à bien pour un couplage faible avec le réseau et l'anomalie trouvée expérimentalement confirmée. Cette anomalie est donc due à des effets de cavité. Cependant, le calcul pour un facteur de couplage κ fort et donc plus réaliste n'est pas terminé. On peut toutefois espérer obtenir le même genre de résultat.

Ces travaux permettent d'envisager des applications possibles dans le domaine de la cryptographie qui nécessite de pouvoir détecter de très faibles puissances, ou encore dans les domaines de la spectroscopie ou de la métrologie.

D'autres expériences peuvent également être envisagées sur ce sujet de thèse pour éventuellement abaisser encore le seuil de détection obtenu de l'ordre du femtowatt. On peut également envisager la même étude sur d'autres types de lasers présentant par exemple une émission spontanée moins forte puisqu'on a vu que cette amplification résulte d'une compétition entre le champ spontané interne et le champ injecté.

ANNEXES

Annexe A

Description usuelle du gain pour un système à deux niveaux

A.1 Théorie semiclassique

Supposons qu'un champ électromagnétique génère dans un milieu un moment dipolaire. Par moyenne statistique, on en déduit la polarisation du milieu, milieu modélisé grâce à la mécanique quantique. Cette résultante sert de terme source aux équations classiques de Maxwell. De ce formalisme, on déduit le champ électromagnétique du milieu. Le raisonnement peut être réitéré et le nouveau champ donne grâce à la mécanique quantique la polarisation du milieu. Cette boucle est arrêtée lorsque le champ obtenu est le même que le champ source initial, ce qu'on appelle auto-compatibilité (cf fig A.1).

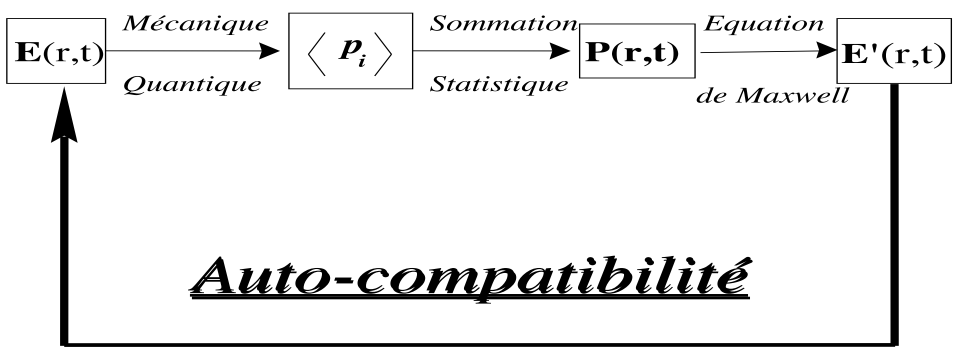


FIG. A.1 – Problème d'autocompatibilité
p_i moments dipolaires, E champ optique, P polarisation du milieu.

A.2 Équations d'état : Matrice densité

Pour des raisons de simplification, un système à deux niveaux constitués de la bande de Conduction et de la bande de Valence est tout d'abord considéré et à vecteur d'onde **k** donné. Tout au long de ce paragraphe, on oublie l'indexation sur **k** que l'on rappellera si nécessaire.

A.2.1 Équation d'évolution du milieu

Dans le formalisme de la matrice densité (dit de Schrödinger), l'évolution du système est décrite par l'équation d'état :

$$i\hbar\frac{\partial\rho}{\partial t} = \left[\mathbf{H_0} - \overrightarrow{\mu}.\overrightarrow{\mathbf{E}}, \rho\right] + \left(i\hbar\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)_{relaxation} + \left(i\hbar\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)_{pompe} + \left(i\hbar\frac{\partial\rho}{\partial t}\right)_{spontan\acute{e}e} \tag{A.1}$$

Les trois derniers termes sont des termes phénoménologiques, qui n'apparaissent pas dans l'hamiltonien $\mathbf{H_0}$ du système isolé ou dans le terme d'interaction dipôle-champ $-\overrightarrow{\mu}.\overrightarrow{\mathbf{E}}$. L'hamiltonien du système isolé $\mathbf{H_0}$ s'écrit :

$$\mathbf{H_0} = \begin{pmatrix} E_c & 0 \\ 0 & E_v \end{pmatrix} \tag{A.2}$$

L'hamiltonien d'interaction matière - rayonnement est donné par :

$$-\overrightarrow{\mu}.\overrightarrow{\mathbf{E}} = \begin{pmatrix} 0 & \mu_{cv}E \\ \mu_{vc}E & 0 \end{pmatrix} \tag{A.3}$$

E est le champ optique. On pose : $\mu = \mu_{cv} = \mu_{vc}^*$.

L'hamiltonien total ($\mathbf{H} = \mathbf{H_0} - \overrightarrow{\mu}.\overrightarrow{\mathbf{E}}$) ne couple pas un certain nombre de termes de cohérence (termes non diagonaux). Le système peut être réduit à :

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{cc} & \rho_{cv} \\ \rho_{vc} & \rho_{vv} \end{pmatrix} \tag{A.4}$$

Les termes diagonaux de la matrice ρ sont les termes de population. Les termes non diagonaux sont dits de cohérence car ils témoignent de la relation de phase entre les populations via le terme de polarisation. Par définition de cette matrice, $\rho_{ij} = \rho_{ji}^*$.

Les termes dus au crochet de Poisson s'écrivent :

$$\frac{\partial\rho_{ij}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar}\sum_l \left(H_{il}\ \rho_{lj} - \rho_{il}\ H_{lj}\right) \tag{A.5}$$

Par exemple :$\frac{\partial\rho_{cc}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar}\left((-\mu_{cv})\rho_{vc} - \rho_{cv}(-\mu_{vc})\right)\mathbf{E}$

ou en introduisant l'expression du moment dipolaire :

$$\frac{\partial\rho_{cc}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar}\left(-\rho_{cv}^*\mu + \rho_{cv}\mu^*\right)\mathbf{E} \tag{A.6}$$

Dans cette equation, on voit que $\rho_{cv}\mu^*\mathbf{E}$ peuple le niveau tandis que $-\rho_{cv}^*\mu\mathbf{E}$ le dépeuple.

De même :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\rho_{cv}}{\partial t} &= \frac{1}{i\hbar}(E_c\rho_{cv} - \rho_{cv}E_v) - \frac{1}{i\hbar}(\mu_{cv}\rho_{vv} - \rho_{cc}\mu_{cv})\mathbf{E} && \text{(A.7)}\\ &= -i\omega\rho_{cv} + \frac{1}{i\hbar}\mu(\rho_{cc} - \rho_{vv})\mathbf{E} && \text{(A.8)}\end{aligned}$$

avec $E_c - E_v = \hbar\omega_{cv}$, l'énergie associée à un photon créé par la recombinaison d'une paire électron-trou.

Ils nous reste à étudier les termes phénoménologiques :

◇ La pompe permet d'alimenter le milieu actif en paires électrons-trous. **Le terme de pompe** s'écrit :

$$\Lambda = \begin{pmatrix}\Lambda_e & 0\\ 0 & -\Lambda_h\end{pmatrix} \tag{A.9}$$

◇ **Le terme de recombinaison radiatif ou spontané** s'écrit :

$$i\hbar\frac{\partial\rho_{ii}}{\partial t} = -B\rho_{cc}(1-\rho_{vv}) = -Bn_en_h \tag{A.10}$$

où n_e (n_h) est le nombre d'électrons (de trous). Si le matériau est dopé n, $i\hbar\frac{\partial\rho_{ii}}{\partial t} = -B(n_e - f_D)n_h$ où f_D est la distribution de Fermi-Dirac associée aux donneurs. On ne tient pas compte de ce terme si on travaille avec GaAlAs.

◇ **Le terme de relaxation non radiative des populations** s'écrit :

$$\frac{1}{2}\left(\Gamma(\rho-\rho^{th}) + (\rho-\rho^{th})\Gamma\right) \tag{A.11}$$

avec $\Gamma = \begin{pmatrix}\gamma_{||} & 0\\ 0 & \gamma_{||}\end{pmatrix}$. Ce terme de relaxation est dû à des défauts de structures. Le temps de recombinaison non radiatif $1/\gamma_{||}$ est de l'ordre de 0.5 à 2 nanosecondes. ρ^{th} est la matrice densité à l'équilibre thermique : $\rho_{cc}^{th} \approx 0$ et $\rho_{vv}^{th} \approx 1$.

Pour les populations, on doit aussi ajouter des termes de relaxation due aux collisions intrabandes :

$$i\hbar\frac{\partial\rho_{cc}}{\partial t} = -\gamma_e(\rho_{cc} - f_e) \quad et \quad i\hbar\frac{\partial\rho_{vv}}{\partial t} = -\gamma_h(\rho_{vv} - f_h) \tag{A.12}$$

f_e (f_h) est la distribution de Fermi-Dirac pour une densité de porteurs (électrons de la bande de Conduction, respectivement de Valence) saturés, soit en présence d'un champ laser. Cela revient à dire que les probabilités d'avoir un électron dans la bande de Conduction ou un trou dans la bande Valence sont :

$$n_e = \rho_{cc} = f_e = f_c(E_c) \tag{A.13}$$

$$n_h = 1 - \rho_{vv} = f_h = 1 - f_v(E_v) \tag{A.14}$$

avec :

$$f_c(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_{F_c}}{kT}}} \quad f_v(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_{F_v}}{kT}}} \tag{A.15}$$

Une théorie incluant les interactions coulombiennes entre différent porteurs permet d'évaluer γ_e, γ_h à $10-20ps^{-1}$ soit $10^{13}-2.10^{13}$ Hz ou encore $1/\gamma_e, 1/\gamma_h$ à 50-100 femtosecondes.

Nous négligerons donc ces termes devant $\gamma_{||}$.

Pour de forts champs lasers ou des temps inférieures à 100 femtosecondes, on n'est plus au quasi-équilibre et les phénomènes intrabandes doivent être pris en compte.

Dans ces approximations, on démontre que les relaxations des termes de cohérence ou relaxations de dipôles se font avec une constante : $\gamma_\perp = 1/2(\gamma_e + \gamma_h) \approx 10 - 20\ ps^{-1}$. Cette valeur nous permettra par la suite d'éliminer adiabatiquement la polarisation. En posant $n_e = \rho_{cc}, n_h = 1 - \rho_{vv}$, représentant le proportion relative d'électrons de la bande de Conduction, la proportion relative de trous de Valence, on a par suite :

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = \Lambda_e - \gamma_{||} n_e + \frac{1}{i\hbar}(\rho_{cv}\mu^* - \rho_{cv}^*\mu)\mathbf{E} \tag{A.16}$$

$$\frac{\partial \rho_{cv}}{\partial t} = -i\omega_{cv}\rho_{cv} - \gamma_\perp \rho_{cv} + \frac{1}{i\hbar}\mu(n_e + n_h - 1)\mathbf{E} \tag{A.17}$$

Ce qui compte c'est l'absence d'électrons dans la bande de Valence, que l'on appelle trous. L'inversion de population est donc constituée de paires électrons -trous. On peut déduire l'équation pour n_h par permutation circulaire des coefficients, et pour ρ_{vc} en prenant le conjugué de l'expression ρ_{cv}.

$$\frac{\partial n_h}{\partial t} = \Lambda_h - \gamma_{||} n_h + \frac{1}{i\hbar}(\rho_{cv}\mu^* - \rho_{cv}^*\mu)\mathbf{E} \tag{A.18}$$

$$\frac{\partial \rho_{vc}}{\partial t} = -i\omega_{cv}\rho_{vc} - \gamma_\perp \rho_{vc} + \frac{1}{i\hbar}\mu(n_e + n_h - 1)\mathbf{E} \tag{A.19}$$

A.2.2 Calcul de la polarisation

Les études que l'on mène se font sur des échelles de temps bien supérieures à la périodicité du signal optique (5.2 femtosecondes). On ne va donc s'intéresser qu'aux enveloppes lentement variables des champs (approximation SVEA). On pose donc :

$$\mathbf{E} = \left(\frac{1}{2}\mathcal{E}e^{i(Kz-\omega t)} + c.c.\right) \quad \rho_{cv} = p_{cv}e^{i(Kz-\omega t)} \quad \rho_{vc} = \rho_{cv}^* = p_{vc}e^{-i(Kz-\omega t)} \tag{A.20}$$

par suite, $\frac{\partial \rho_{cv}}{\partial t} = \frac{\partial\left(p_{cv}e^{i(Kz-\omega t)}\right)}{\partial t} = \left(\frac{\partial(p_{cv})}{\partial t} - i\omega p_{cv}e^{i(Kz-\omega t)}\right)$,
soit $\frac{\partial p_{cv}}{\partial t} = i(\omega - \omega_{cv})p_{cv} - \gamma_\perp p_{cv} + \frac{1}{i\hbar}\mu(n_e + n_h - 1)\mathbf{E}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\mathrm{K}z-\omega t)}$
Les populations n_e et n_h s'écrivent alors :

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = \Lambda_e - \gamma_{||} n_e + \frac{1}{i\hbar}(p_{cv}\mu^* e^{i(Kz-\omega t)}\mathbf{E} - \mathrm{p}_{\mathrm{cv}}^* \mu \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\mathrm{Kz}-\omega \mathrm{t})}\mathbf{E}) \tag{A.21}$$
$$\frac{\partial n_h}{\partial t} = \Lambda_h - \gamma_{||} n_h + \frac{1}{i\hbar}(p_{cv}\mu^* e^{i(Kz-\omega t)}\mathbf{E} - \mathrm{p}_{\mathrm{cv}}^* \mu \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\mathrm{Kz}-\omega \mathrm{t})}\mathbf{E}) \tag{A.22}$$

pour les cohérences :

$$\frac{\partial p_{vc}}{\partial t} = -i(\omega - \omega_{cv})p_{vc} - \gamma_\perp p_{vc} - \frac{1}{i\hbar}\mu^*(n_e + n_h - 1)\mathbf{E}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\mathrm{Kz}-\omega \mathrm{t})} \tag{A.23}$$

Nous allons faire une seconde simplification. Elle consiste à supprimer les termes de fréquences élevées (approximation des ondes tournantes).

$$\begin{aligned}
e^{-i(Kz-\omega t)}\mathbf{E} &= e^{-i(Kz-\omega t)}\left(\frac{1}{2}\mathcal{E}e^{i(Kz-\omega t)} + c.c.\right) = \frac{1}{2}\mathcal{E} + \frac{1}{2}\mathcal{E}^* e^{-2i(Kz-\omega t)} \approx \frac{1}{2}\mathcal{E} \\
e^{+i(Kz-\omega t)}\mathbf{E} &= e^{+i(Kz-\omega t)}\left(\frac{1}{2}\mathcal{E}e^{i(Kz-\omega t)} + c.c.\right) = \frac{1}{2}\mathcal{E}e^{+2i(Kz-\omega t)} + \frac{1}{2}\mathcal{E}^* \approx \frac{1}{2}\mathcal{E}^*
\end{aligned}$$

Il s'ensuit que les équations précédentes s'écrivent :

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = \Lambda_e - \gamma_{||} n_e + \frac{1}{2i\hbar}(p_{cv}\mu^*\mathcal{E}^* - p_{cv}^*\mu\mathcal{E}) \tag{A.24}$$
$$\frac{\partial p_{cv}}{\partial t} = i(\omega - \omega_{cv})p_{cv} - \gamma_\perp p_{cv} + \frac{1}{2i\hbar}\mu(n_e + n_h - 1)\mathcal{E} \tag{A.25}$$

De même,

$$\frac{\partial n_h}{\partial t} = \Lambda_h - \gamma_{||} n_h + \frac{1}{2i\hbar}(p_{cv}\mu^*\mathcal{E}^* - p_{cv}^*\mu\mathcal{E}) \tag{A.26}$$
$$\frac{\partial p_{vc}}{\partial t} = -i(\omega - \omega_{cv})p_{vc} - \gamma_\perp p_{vc} - \frac{1}{2i\hbar}\mu(n_e + n_h - 1)\mathcal{E}^* \tag{A.27}$$

Le champ laser classique $\mathbf{E}$ est relié aux dipôles quantiques décrivant le gain du semi-conducteurs par la polarisation définie suivant :

$$\mathbf{P}(\overrightarrow{\mathbf{r}}, \mathrm{t}) = trace(\rho\mu) = trace\left(\begin{pmatrix}\rho_{cc} & \rho_{cv} \\ \rho_{vc} & \rho_{vv}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & \mu_{cv} \\ \mu_{vc} & 0\end{pmatrix}\right) \tag{A.28}$$
$$= p_{vc}e^{-i(Kz-\omega t)}\mu + p_{cv}e^{i(Kz-\omega t)}\mu^* \tag{A.29}$$

On en déduit la partie lentement variable de la polarisation :

$$\frac{1}{2}\mathcal{P} = p_{cv}\mu^* \tag{A.30}$$

A.2.3 Les populations

On va s'intéresser à la variable microscopique : $n = n_e + n_h$ (il s'agit de la moyenne (divisé par 2) ; la dégénérescence en spin ôte ce facteur $\frac{1}{2}$). Cette approximation est justifiée si seuls les états en bord de bande jouent un rôle. L'évolution de cette nouvelle variable est alors :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \Lambda - \gamma_{||} n + \frac{1}{i\hbar}(p_{cv}\mu^* \mathcal{E}^* - p_{cv}^* \mu \mathcal{E}) \tag{A.31}$$

avec : $\Lambda = \Lambda_e + \Lambda_h = \eta V \frac{J}{ed}$, η étant l'efficacité quantique d'injection (ou la probabilité qu'un porteur injecté participe à l'inversion), J la densité de courant, e la charge de l'électron, d l'épaisseur de la zone active. Introduisant les expressions des polarisations :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \Lambda - \gamma_{||} n + \frac{1}{2i\hbar}(\mathcal{P}\mathcal{E}^* - \mathcal{P}^* \mathcal{E}) \tag{A.32}$$

Nous avons utilisé les équations des populations suivantes :

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = \Lambda_e - \gamma_{||} n_e + \frac{1}{4i\hbar}(\mathcal{P}\mathcal{E}^* - \mathcal{P}^* \mathcal{E}) \tag{A.33}$$

$$\frac{\partial n_h}{\partial t} = \Lambda_h - \gamma_{||} n_h + \frac{1}{4i\hbar}(\mathcal{P}\mathcal{E}^* - \mathcal{P}^* \mathcal{E}) \tag{A.34}$$

Les polarisations s'écrivent alors :

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} = i(\omega - \omega_{cv})\mathcal{P} - \gamma_\perp \mathcal{P} + \frac{1}{i\hbar}|\mu|^2 (n-1)\mathcal{E} \tag{A.35}$$

Les équations d'évolution du milieu s'écrivent donc :

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} &= i(\omega - \omega_{cv})\mathcal{P} - \gamma_\perp \mathcal{P} + \frac{1}{i\hbar}|\mu|^2 (n-1)\mathcal{E} \qquad (A.36) \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= \Lambda - \gamma_{||} n + \frac{1}{2i\hbar}(\mathcal{P}\mathcal{E}^* - \mathcal{P}^* \mathcal{E}) \qquad (A.37) \end{aligned}}$$

A.3 Equations pour le champ

A.3.1 Formalisme de base

Tout champ électromagnétique est décrit par les équations de Maxwell dans une théorie classique :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \overrightarrow{\mathbf{rot}}(\overrightarrow{\mathbf{H}}) = \overrightarrow{\mathbf{j}} + \frac{\partial}{\partial t}\overrightarrow{\mathbf{D}} & div(\overrightarrow{\mathbf{D}}) = \rho \\ \overrightarrow{\mathbf{rot}}(\overrightarrow{\mathbf{E}}) = \overrightarrow{\nabla} \wedge \overrightarrow{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \overrightarrow{\mathbf{B}}}{\partial t} & div(\overrightarrow{\mathbf{B}}) = \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{\mathbf{E}} = 0 \end{array} \right. \tag{A.38}$$

Les relations constitutives témoignant des paramètres du matériau sont les suivantes :

$$\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{\mathbf{D}} = \varepsilon_0 \overrightarrow{\mathbf{E}} + \overrightarrow{\mathbf{P}}_{tot} \\ \overrightarrow{\mathbf{B}} = \mu \overrightarrow{\mathbf{H}} = \mu_0(\overrightarrow{\mathbf{H}} + \overrightarrow{\mathbf{M}}) \\ \overrightarrow{\mathbf{j}} = \sigma \overrightarrow{\mathbf{E}}\end{array}\right. \tag{A.39}$$

On va choisir d'écrire $\overrightarrow{\mathbf{D}} = \varepsilon_0 \overrightarrow{\mathbf{E}} + (\varepsilon - \varepsilon_0)\overrightarrow{\mathbf{E}} + \overrightarrow{\mathbf{P}} + \overrightarrow{\mathbf{P}}_{\text{spontanée}}$
Soit : $\overrightarrow{\mathbf{D}} = \varepsilon \overrightarrow{\mathbf{E}} + \overrightarrow{\mathbf{P}} + \overrightarrow{\mathbf{P}}_{\text{spontanée}}$.

$\overrightarrow{\mathbf{P}}_{tot}$ représente la polarisation du milieu. Elle regroupe 3 termes :
- $(\varepsilon - \varepsilon_0)\overrightarrow{\mathbf{E}}$ où $\varepsilon = \varepsilon_0 n^2 = \varepsilon_0(1+\chi)$ est la constante diélectrique non - résonante du milieu. On intègre donc dans la permittivité, la partie constante (indépendante de l'intensité) de la susceptibilité. n est l'indice du milieu, indice que l'on prend généralement à la transparence, n_{tr}.
- $\overrightarrow{\mathbf{P}}$ est la partie de la polarisation causée par l'émission stimulée soit par l'interaction champ électromagnétique - milieu actif.
- $\overrightarrow{\mathbf{P}}_{\text{spontanée}}$ est la partie de la polarisation causée par l'interaction avec le champ du vide (à l'origine de désexcitations spontanées). Ce terme de bruit est représenté par des forces de Langevin. Nous oublierons ce terme dans un premier temps.

A.3.2 Equations d'évolution

En utilisant $\overrightarrow{\mathbf{rot}}\left(\overrightarrow{\mathbf{rot}}(\overrightarrow{\mathbf{A}})\right) = \overrightarrow{\mathbf{grad}}\left(div(\overrightarrow{\mathbf{A}})\right) - \overrightarrow{\triangle}(\overrightarrow{\mathbf{A}})$ pour le champ $\overrightarrow{\mathbf{E}}$, on obtient :

$$\overrightarrow{\triangle}\overrightarrow{\mathbf{E}} - \sigma\mu_0 \frac{\partial \overrightarrow{\mathbf{E}}}{\partial t} - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 \overrightarrow{\mathbf{E}}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \overrightarrow{\mathbf{P}}}{\partial t^2} \tag{A.40}$$

Dans le cas des lasers à semi-conducteurs, σ peut-être utilisé pour inclure les pertes. On rappelle que l'on a choisi de considérer une onde plane :

$$\overrightarrow{\mathbf{E}} = \tfrac{1}{2}\mathcal{E}e^{i(Kz-\omega t)} + c.c. \qquad \overrightarrow{\mathbf{P}}(\overrightarrow{\mathbf{r}}, t) = \tfrac{1}{2}\mathcal{P}e^{i(Kz-\omega t)} + c.c. \tag{A.41}$$

Dans cette approximation de l'enveloppe lentement variable, on obtient :

$$\overrightarrow{\triangle}\mathcal{E}e^{i(Kz-\omega t)} - \sigma\mu_0 \frac{\partial \mathcal{E}e^{i(Kz-\omega t)}}{\partial t} - \frac{n^2}{c^2}\frac{\partial^2 \mathcal{E}e^{i(Kz-\omega t)}}{\partial t^2} + c.c. = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathcal{P}e^{i(Kz-\omega t)}}{\partial t^2} + c.c. \tag{A.42}$$

soit

$$\begin{aligned} e^{i(Kz-\omega t)}\left(2iK\partial_z\mathcal{E} + 2i\omega\frac{n^2}{c^2}\partial_t\mathcal{E} - \sigma\mu_0\partial_t\mathcal{E}\right) + e^{i(Kz-\omega t)}\left(\omega^2\frac{n^2}{c^2} - K^2 + i\omega\sigma\mu_0\right)\mathcal{E} \\ +e^{i(Kz-\omega t)}\left(\partial_z^2\mathcal{E} - \frac{n^2}{c^2}\partial_t^2\mathcal{E}\right) + c.c. \; = \; \mu_0 e^{i(Kz-\omega t)}(\partial_t^2\mathcal{P} - 2i\omega\partial_t\mathcal{P} - \omega^2\mathcal{P}) + c.c. \end{aligned}$$

Comme on suppose le champ lentement variable devant une longueur d'onde et devant une période optique, on ne garde que les termes linéaires. De plus, on suppose le milieu faiblement perturbatif et par suite on supprime toutes les dérivées de la polarisation. Si de plus les pertes sont assez faibles devant les autres termes, on peut négliger $\sigma\dot{\mathcal{E}}$ (cette approximation peut être corrélée avec le fait que le gain simple passage est de l'ordre de 100 dans un laser semi-conducteur). D'où en oubliant le complexe conjugué :

$$\left(2iK\partial_z\mathcal{E} + 2i\omega\frac{n^2}{c^2}\partial_t\mathcal{E} - \sigma\mu_0\partial_t\mathcal{E}\right) + \left(\omega^2\frac{n^2}{c^2} - K^2 + i\omega\sigma\mu_0\right)\mathcal{E} = -\mu_0\omega^2\mathcal{P} \tag{A.43}$$

soit en fonction de χ :

$$2i\left(K\partial_z\mathcal{E} + \omega\frac{(1+\chi)}{c^2}\partial_t\mathcal{E}\right) + \left(\omega^2\frac{(1+\chi)}{c^2} - K^2 + i\omega\sigma\mu_0\right)\mathcal{E} = -\mu_0\omega^2\mathcal{P} \tag{A.44}$$

On pose $\Omega = c\frac{K}{n_{eff}}$, $\sigma = \varepsilon\omega/Q$ où $\tau_p = \frac{Q}{\omega} = \frac{\varepsilon}{\sigma} = \frac{\varepsilon_0(1+\chi)}{\sigma} = \frac{\varepsilon_0 n^2}{\sigma}$. n_{eff} est l'indice effectif du guide. On le posera égal à n_{tr} noté n. Ω est la constante de propagation associée au mode transverse fondamental. Elles sont par la relation de dispersion pour le guide optique considéré. On fait les mêmes approximations suivant z. D'où :

$$\left(\frac{\Omega}{\omega}\frac{c}{n}\partial_z\mathcal{E} + \partial_t\mathcal{E}\right) = i\frac{1}{2\omega}(\omega^2 - \Omega^2)\mathcal{E} - \frac{\sigma}{2\varepsilon}\mathcal{E} + i\frac{\omega}{2\varepsilon}\mathcal{P} \tag{A.45}$$

Nous ne considérons pas ici les variations suivant z. Nous considérerons que le champ s'écrit suivant la forme $E_-(t)U(z)$ où U est un mode propre du guide. La projection sur ce mode élimine la dérivée en z. Le terme Ω/ω peut être pris comme le rapport de la fréquence à la transparence et au seuil laser soit entre l'indice au seuil et à la transparence. Cette différence d'indice a été mesurée et sa variation relative est de l'ordre de 1 %. (C.H. Henry, R.A. Logan and K. A. Bartness "Spectral dependence of refractive index due to carrier injection in GaAs lasers" J. Appl. Phys. Vol. 52 pp. 4457-4461 1981)

Les équations d'évolution du champ s'écrivent alors :

$$\boxed{\dot{\mathcal{E}} = -\frac{\mathcal{E}}{2\tau_p} - i(\Omega - \omega)\mathcal{E} + i\frac{\omega}{2\varepsilon}\mathcal{P} \qquad \text{(A.46)}}$$

Rappelons que nous avons omis dans cette étude les forces de bruit. Le terme d'émission spontanée n'est pas considéré et pourra être pris en compte par la suite.

On peut écrire ces équations en fonction de la susceptibilité : $P = \varepsilon_0\chi E$ avec $\chi = \chi_r + i\chi_i$. Le gain est représenté par $-\frac{K}{2}\chi_i$. Au seuil, $\chi_i = 1/Q$ ce qui se traduit par la relation bien connue gain = pertes. La partie réelle décrit les variations instantanées de la fréquence laser. Une fluctuation de l'inversion de population dont dépendent fortement les caractéristiques du milieu, implique un changement d'indice : $\delta n = n\frac{\chi_r}{2}$ relation trouvée en posant que $K - \partial_z\phi = (n + \delta n)K_0$ avec $K = nK_0$.

Notons bien qu'en toute rigueur, le champ E introduit dans ces équations est différent du champ local interagissant avec les dipôles E_L. S'il y a beaucoup de dipôles dans un cube d'arête une longueur d'onde, il a été montré que [8] : $E_L = E + \varsigma/\varepsilon P$ avec $0 < \varsigma < 1/3$. Cette correction est appelée correction du champ local et est similaire à la relation introduite par Clausius et Mossotti.

A.4 Approximation standard : Elimination Adiabatique de la polarisation

A.4.1 Procédure classique

Les équations que nous avons établies sont les suivantes :

$$\dot{\mathcal{E}} = -\frac{\mathcal{E}}{2\tau_p} - i(\Omega - \omega)\mathcal{E} + i\frac{\omega}{2\varepsilon}\mathcal{P} \tag{A.47}$$

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} = i(\omega - \omega_{cv})\mathcal{P} - \gamma_\perp \mathcal{P} + \frac{1}{i\hbar}|\mu|^2(n-1)\mathcal{E} \tag{A.48}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \Lambda - \gamma_{||} n + \frac{1}{2i\hbar}(\mathcal{P}\mathcal{E}^* - \mathcal{P}^*\mathcal{E}) \tag{A.49}$$

avec : $\mathcal{E} = Ee^{-i\phi}$, $\mathcal{P} = Pe^{-i\phi}$.

Les polarisations ont des temps de relaxations rapides. Elles vont avoir tendance à suivre les variations des variables plus lentes. On peut annuler leur dérivée par rapport au temps :

$$\mathcal{P} = \varepsilon_0 \chi \mathcal{E} = -i\frac{|\mu|^2}{\hbar\gamma_\perp}\frac{\gamma_\perp^2}{\gamma_\perp^2 + (\omega_{cv} - \omega)^2}\frac{1}{\gamma_\perp}\left(\gamma_\perp - i(\omega_{cv} - \omega)\right)(n-1)\mathcal{E} \tag{A.50}$$

$$\chi = -\frac{i}{\hbar\varepsilon_0\gamma_\perp}|\mu|^2\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp}\right)\left(1 - i\frac{(\omega_{cv} - \omega)}{\gamma_\perp}\right)(n-1) \tag{A.51}$$

On est amené dans une étude plus précise à prendre une forme de raie plus réaliste et à remplacer la lorentzienne $\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k})-\omega}{\gamma_\perp}\right) = \frac{\gamma_\perp^2}{\gamma_\perp^2+(\omega_{cv}-\omega)^2}$ par $sech\left(\frac{(\omega_{cv}-\omega)}{\gamma_\perp}\right)$.

Cette élimination adiabatique aboutit à une dépendance linéaire du gain macroscopique vis à vis des porteurs.

On posera : $\alpha_H = \frac{\Re\, e[\chi]}{\Im\, m[\chi]} = \frac{(\omega_{cv}-\omega)}{\gamma_\perp}$. Ce rapport constant entre les parties réelle et imaginaire de la susceptibilité est le fameux facteur de couplage phase-amplitude. D'où :

$$\boxed{\chi(\mathbf{k}) = -\frac{\mathrm{i}}{\hbar\varepsilon_0\gamma_\perp}|\mu_{\mathbf{k}}|^2\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{\mathrm{cv}}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp}\right)(1 - \mathrm{i}\alpha_{\mathrm{H}}(\mathbf{k}))(\mathrm{n}(\mathbf{k}) - 1) \qquad (\mathrm{A.52})}$$

Nous avons réintroduit l'indexation sur $\mathbf{k}$, oubliée depuis le début du chapitre. ω_{cv} dépend de $\mathbf{k}$ car E_c et E_v dépendent de $\mathbf{k}$.
d'où :

$$\mathcal{P} = \varepsilon_0 \chi_{\mathbf{k}} \mathcal{E} = -i\frac{|\mu_{\mathbf{k}}|^2}{\hbar}\frac{\gamma_\perp^2}{\gamma_\perp^2 + (\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega)^2}(1 - i\alpha_H(\mathbf{k}))(\mathrm{n}(\mathbf{k}) - 1)\mathcal{E} \tag{A.53}$$

Soit si on pose : $\ell = \frac{|\mu_{\mathbf{k}}|^2}{\hbar}\frac{\gamma_\perp^2}{\gamma_\perp^2+(\omega_{cv}(\mathbf{k})-\omega)^2}$

$$\boxed{\mathcal{P} = \varepsilon_0 \chi_{\mathbf{k}} \mathcal{E} = -i\ell(\mathbf{k})(1 - \mathrm{i}\alpha_{\mathrm{H}}(\mathbf{k}))(\mathrm{n}(\mathbf{k}) - 1)\mathcal{E} \qquad \text{(A.54)}}$$

A.4.2 Expression du gain microscopique

On peut classiquement exprimer le gain G d'un laser à semi-conducteurs à partir de la partir imaginaire du tenseur de susceptibilité $\chi(\mathbf{k})$:

$$G_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi\nu d}{c}\frac{\chi_i(\mathbf{k})}{2} = \frac{\tau_c \omega}{n_g}\frac{\chi_i(\mathbf{k})}{2} \tag{A.55}$$

où χ_i est la partie imaginaire de la susceptibilité (eq A.52), n_g l'indice de groupe et $\tau_c = 2dn_g/c$.

D'après l'expression de la susceptibilité χ (eq A.52),l'expression du gain est :

$$G_{\mathbf{k}} = -\frac{\tau_c}{2n_g}\frac{\omega|\mu_{\mathbf{k}}|^2}{\hbar\varepsilon_0\gamma_\perp}\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp}\right)(n(\mathbf{k}) - 1) \tag{A.56}$$

A.4.3 Expression de la phase microscopique

De même, la phase ϕ d'un laser à semi-conducteurs à partir de la partie réelle du tenseur de susceptibilité $\chi(\mathbf{k})$:

$$\phi(\mathbf{k}) = \frac{4\pi\nu\mathrm{d}}{\mathrm{c}}\left(1 + \frac{\chi_{\mathrm{r}}(\mathbf{k})}{2}\right) = \frac{\tau_{\mathrm{c}}\omega}{\mathrm{n_g}}\left(1 + \frac{\chi_{\mathrm{r}}(\mathbf{k})}{2}\right) \tag{A.57}$$

où χ_r est la partie réelle de la susceptibilité (éq A.52) et n_g l'indice de groupe.

D'après l'expression de la susceptibilité χ (eq A.52),l'expression de la phase est :

$$\phi_{\mathbf{k}} = \frac{\tau_c}{n_g}(\omega - \omega_{cv}) + \frac{\alpha_H(\mathbf{k})\tau_c}{2n_g}\frac{\omega|\mu_{\mathbf{k}}|^2}{\hbar\varepsilon_0\gamma_\perp}\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp}\right)(n(\mathbf{k}) - 1) \tag{A.58}$$

A.4.4 Expression du gain et de la phase macroscopiques

Nous venons de décrire l'interaction entre une onde électromagnétique et un système quantique à deux niveaux. Or nous savons que les électrons dans un solide, cristallin en général et semi-conducteurs en particulier, sont répartis en bande d'énergie où ils sont repérés notamment par un indice variant continûment : le vecteur d'onde $\mathbf{k}$. Il nous faut donc prendre en compte les interactions entre la lumière et ces états distribués continûment en énergie.

Nous savons que les transitions optiques dans la structure de bande se fait à $\mathbf{k}$ constant, règle qui ne peut être respectée que si le matériau est à bande interdite directe, c'est à dire si le minimum de la bande de conduction et le maximum de celle de valence possèdent le même vecteur d'onde. C'est le cas des matériaux semi-conducteurs de nos lasers.

Connaissant le gain optique microscopique associée aux transitions bande de valence <–> bande de conduction, à $\mathbf{k}$ donné, le gain total ou macroscopique $\chi(\omega)$ est donnée par la somme de ces termes de gain sur tous les vecteurs $\mathbf{k}$ de la structure de bande, soit :

$$g = \frac{1}{V} 2 \sum_{\mathbf{k}} G_{\mathbf{k}} \tag{A.59}$$

où le facteur 2 correspond aux deux états de spin par vecteur k. Nous supposons alors que le volume de la boîte fictive est si grand que la sommation sur $\mathbf{k}$ peut être remplacée par une intégrale :

$$2 \sum_{\mathbf{k}} \Leftrightarrow \int_{\mathbf{k}} \mathcal{D}(\mathbf{k}) \mathrm{d}^3\mathbf{k} \tag{A.60}$$

où $\mathcal{D}$ est la densité d'état du matériau semi-conducteur. $\mathcal{D}(\mathbf{k})$ est exprimée en $1/(cm^{-3})$, la densité devant tenir compte de la dégénérescence 2 de spin. Il faut ajouter à ces termes l'expression du quasi-équilibre thermique c'est à dire introduire les fonctions de Fermi-Dirac $f_c(E_c(\mathbf{k}))$ et $f_v(E_v(\mathbf{k}))$ qui décrivent les probabilités d'occupation des niveaux de conduction $E_c(\mathbf{k})$ et de valence $E_v(\mathbf{k})$(cf équation A.15).

La densité infinitésimale $n_e + n_h - 1$ dans l'expression de $\chi_{\mathbf{k}}$ pour l'élément $d^3\mathbf{k}$ est alors remplacé par (cf équation A.13) :

$$n_e + n_h - 1 \Leftrightarrow \mathcal{D}(\mathbf{k}) \mathrm{d}^3\mathbf{k} [\mathrm{f_c}(\mathrm{E_c}(\mathbf{k})) - \mathrm{f_v}(\mathrm{E_v}(\mathbf{k}))] \tag{A.61}$$

Le gain s'exprime alors :

$$g = \frac{\tau_c |\mu|^2}{V c n_g} \frac{1}{\hbar \varepsilon_0 \gamma_\perp} \int_{\mathbf{k}} \omega_{cv}(\mathbf{k}) \mathcal{L} \left(\frac{\omega_{\mathrm{cv}}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp} \right) \mathcal{D}(\mathbf{k}) (\mathrm{f_v}(\mathrm{E_v}(\mathbf{k})) - \mathrm{f_c}(\mathrm{E_c}(\mathbf{k}))) \mathrm{d}^3\mathbf{k} \tag{A.62}$$

On a supposé que $|\mu|^2$ est indépendant de k.

Cependant, on montre que le gain varie linéairement avec le nombre de porteurs dans un semi-conducteurs massif, résultat classiquement trouvé dans la littérature. On peut donc remplacer l'intégrale $\int_{\mathbf{k}} \mathcal{D}(\mathbf{k})(\mathrm{f_v}(\mathrm{E_v}(\mathbf{k})) - \mathrm{f_c}(\mathrm{E_c}(\mathbf{k})))\mathrm{d}^3$ dans l'équation A.62 par $G_N(N - N_0)$ où G_N est le gain différentiel, N la densité de porteurs et N_0 la densité de porteurs à la transparence.

On peut donc écrire :

$$g = \frac{\tau_c}{2} G_N \mathcal{L} \left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp} \right) (N - N_0) \tag{A.63}$$

La plupart des modèles employés actuellement pour décrire les phénomènes dans les lasers semi-conducteurs utilisent les équations d'évolution. On emploie en général celle donnant l'évolution de la densité de porteurs sous la forme :

$$\frac{dN}{dt} = J - \frac{N}{\tau_e} - \frac{2}{\tau_c} g \frac{P_{opt}}{\hbar\nu} \tag{A.64}$$

Une hypothèse nécéssaire à la validité de cette équation est que la diffusion porteur-porteur intrabande soit beaucoup plus rapide que l'émission spontanée et que les taux de décroissance de porteurs interbande. Cette condition est bien satisfaite dans le fonctionnement statique ou quasi-statique des lasers. C'est le cas qui nous intéresse.

Cette équation peut être réécrite en insérant l'expression du gain A.63 :

$$\frac{dN}{dt} = J - \frac{N}{\tau_e} - G_N(N - N_t)\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp}\right) P_{opt} \tag{A.65}$$

où B est le coefficient de recombinaison radiative des porteurs, γ_e le taux de recombinaison non radiative des porteurs, g le gain (concernant la densité de porteurs) et P_{opt} la puissance optique totale. Cette équation peut être établie à partir des principes de base.

Pour un processus stationnaire ($dN/dt = 0$), on obtient une expression du gain saturé :

$$\begin{aligned} g_{opt} &= \frac{\tau_c}{2}\Gamma_c G_N(N - N_t)\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp}\right) &\text{(A.66)} \\ &= \frac{\tau_c}{2}\Gamma_c G_N \tau_e \frac{J - \frac{N_t}{\tau_e}}{1 + G_N\tau_e \mathcal{L}\left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp}\right) I_{opt}} \mathcal{L}\left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp}\right) &\text{(A.67)} \end{aligned}$$

où Γ_c est le facteur de confinement et rend compte du fait que seule une partie des porteurs participe au gain. Ce facteur n'est à introduire que si N représente la densité de porteurs. Quand N représente le nombre de porteurs, ce facteur n'est pas à introduire puisque chaque porteur éliminé crée un photon.

Si on normalise par : $(\omega - \omega_t)\tau_c - - > 2\delta_t d$ (avec $\omega_t = \omega_{cv}$), $\frac{N}{N_{th}} - - > N$, $\frac{\tau_e}{N_{th}\Gamma_c\tau_c}|E|^2 - - > Y$ l'intensité totale et que l'on pose $i_b = \frac{\tau_e J}{N_{th}}$, $\frac{\tau_c}{\tau_p} = \frac{1}{\xi_c}$, $\frac{N_t}{N_{th}} = \eta$ et $\Gamma_c G_N \tau_e N_{th} = g_d$, l'expression du gain devient :

$$\begin{aligned} g \;=\; 2\beta^i\, d \quad &= \frac{1}{2}\, g_d(i_b - \eta)\, \frac{\mathcal{L}\left(\frac{\delta_{th}}{\gamma_n}\right)}{1 + g_d\; Y\; \mathcal{L}\left(\frac{\delta_{th}}{\gamma_n}\right)} &\text{(A.68)} \\ &= \frac{1}{2} g_d(N - \eta) &\text{(A.69)} \end{aligned}$$

Par la même méthode, on trouve que l'expression de la phase macroscopique est :

$$\phi = 2\beta^r\, d = \tau_c(\omega - \omega_t) + \tau_c \frac{\alpha_H}{2}\Gamma_c\; G_N(N - N_0)\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp}\right) \tag{A.70}$$

En normalisant de la même manière que pour le gain, l'expression de la phase devient :

$$\phi = 2\delta_t d + \alpha_H g \tag{A.71}$$

En résumé, les expressions normalisées du gain et de la phase sont :

$$g = \frac{1}{2} g_d (N - \eta) \tag{A.72}$$
$$\phi = 2\delta_t d + \alpha_H g \tag{A.73}$$

avec :

- $2\delta_t d \; = \; (\omega - \omega_t)\tau_c \; = \textit{fréquence normalisée.}$
- $\omega_t = \omega_{cv} \; = \; \textit{fréquence angulaire de transition optique.}$
- $N \; = \; \frac{N}{N_{th}} \; = \; \textit{densité de porteurs normalisée.}$
- $y \; = \; \frac{\tau_e}{N_{th}\Gamma_c\tau_c}|E|^2 \; = \textit{intensité optique normalisée.}$
- $i_b = \frac{\tau_e J}{N_{th}} \; = \textit{courant de seuil normalisé.}$
- $\eta \; = \; \frac{N_t}{N_{th}}. = \textit{rapport de la densité de porteurs à la transparence et au seuil.}$
- $g_d \; = \; \Gamma_c G_N \tau_e N_{th} \; = \textit{gain différentiel normalisé.}$

Remarque :

Le calcul de la phase est identique au calcul que l'on trouve souvent dans la littérature et qui consiste à écrire la phase sous la forme $\phi = 4\pi\nu dn'/c$ et de faire un développement limité de cette phase autour de la transparence :

$$\phi = \tau_c\omega_t + \frac{2\omega_t d}{c}(N - N_t)\frac{dn'}{dN} \tag{A.74}$$
$$= \tau_c\omega_t + \alpha_H \frac{\Gamma_c G_N \tau_c}{2}(N - N_t) \tag{A.75}$$

avec $\frac{dn'}{dn"} = \alpha_H$ et $\frac{dn"}{dN} = \frac{\Gamma_c G_N \tau_c}{2\omega_t}$.

Nous connaissons désormais β^i et β^r par l'intermédiaire de G et de ϕ. Or, dans l'expression de I_ν, il nous faut connaître $q^i = \Im m[q]$ et $q^r = \Re e[q]$. la relation qui relie q à β est :

$$2qd = \sqrt{(2\beta d - 2Kd)^2 - (2\kappa d)^2} \tag{A.76}$$
$$= \sqrt{\left((2\delta_t^K d + \alpha_H g + ig)\right)^2 - (2\kappa d)^2} \tag{A.77}$$
$$= \sqrt{(x + iw)} \tag{A.78}$$

avec

- $\delta_t^K = \delta_t - K,$

- $x = (2\delta_t^K d + \alpha_H g)^2 - g^2 - (2\kappa d)^2$,
- $w = 2g(2\delta_t^K d + \alpha_H g)$.

A la transparence, ($N = N_t$ -> $i_b = \eta$), g=0. On reconnaît alors la définition habituelle de la bande interdite $|2\delta_t^K d| < |2\kappa d|$ à l'intérieure de laquelle le champs est réfléchi par le réseau (onde évanescente).

Grâce à l'algèbre, on peut déduire la partie réelle la partie imaginaire de l'expression A.78 :

$$2q^r d = \sqrt{\frac{x}{2}\left(1 + \sqrt{1 + (w/x)^2}\right)} \quad (A.79)$$

$$2q^i d = \sqrt{\frac{x}{2}\left(-1 + \sqrt{1 + (w/x)^2}\right)} \quad (A.80)$$

avec

Il nous faut également l'expression de $\partial(2q^r d)/\partial\omega$. Il suffit pour cela de dériver l'expression A.79. On trouve :

$$\frac{\partial(2q^r d)}{\partial\omega} = \frac{1}{2}\,\frac{1}{2q^r d}\,\frac{w}{2g}\left(1 + \frac{x + 2g^2}{\sqrt{x^2 + w^2}}\right) \quad (A.81)$$

Remarque : facteur de compression de gain

On peut insérer dans l'expression du gain le facteur de compression de gain β.

On reprend l'expression A.65 qui devient :

$$\frac{dN}{dt} = J - \frac{N}{\tau_e} - \frac{G_N(N - N_t)}{1 + \beta P_{opt}}\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp}\right) P_{opt} \quad (A.82)$$

Pour un processus stationnaire (dN/dt = 0), on obtient la nouvelle expression du gain saturé. A.66 devient :

$$g_{opt} = \frac{\tau_c}{2}\,\frac{\Gamma_c G_N \tau_e}{1 + \beta P_{opt}}\,\frac{J - \frac{N_t}{\tau_e}}{1 + G_N\tau_e\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp}\right)\frac{P_{opt}}{1+\beta P_{opt}}}\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp}\right) \quad (A.83)$$

On peut alors exprimer l'expression du gain net g_{net} qui représente la différence entre le gain et les pertes :

$$g_{net} = \frac{\tau_c}{2}\left[\Gamma_c G_N \tau_e \frac{\left(J - \frac{N_t}{\tau_e}\right)\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp}\right)}{1 + G_N\tau_e\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{cv}(\mathbf{k}) - \omega}{\gamma_\perp}\right)\frac{P_{opt}}{1+\beta P_{opt}}}\,\frac{1}{1 + \beta P_{opt}} - \frac{1}{\tau_p}\right] \quad (A.84)$$

La normalisations nous donnent alors l'expression du gain net simplifiée :

$$g_{net} = \frac{1}{2}\left[g_d \frac{i_b - \eta}{1 + g_d \frac{Y}{1+\beta Y}} \frac{1}{1+\beta Y} - \frac{1}{\xi_c}\right] \tag{A.85}$$

Pour trouver la solution de Lamb, il suffit de poser $g_{net} = 0$. La solution de Lamb Y_L est alors :

$$Y_L = \frac{\xi_c (i_b - \eta)}{1 + \frac{\beta}{gd}} \tag{A.86}$$

sachant que $-g_d \eta = \frac{1}{\xi_c} - gd$.

Annexe B

Théorie des modes couplés

La méthode de calcul est décrite dans de nombreux ouvrages et notamment dans le livre d'Agrawal et Dutta [101] jusqu'à l'écriture des conditions aux limites en $z = d_1$ et en $z = d_2$ où ces auteurs prennent des coefficients de réflexion phénoménologiques **alors que l'application stricte de ces conditions aux limites permet une formulation exacte**.
On part de l'équation de propagation issue des équations de Maxwell, écrite pour une composante fréquentielle ω et une composante de champ polarisée :

$$\Delta E + \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon(x,y,z)E = 0 \tag{B.1}$$

La relation entre la constante diélectrique relative $\epsilon(x,y,z)$ et la polarisabilité $\alpha_0(x,y,z)$ est :

$$\epsilon(x,y,z) = 1 + \frac{\alpha_0(x,y,z)}{\epsilon_0} \tag{B.2}$$

Ici $\epsilon(x,y,z)$ ou $\alpha_0(x,y,z)$ représente l'effet du guide. La partie réelle de $\epsilon(x,y,z)$ est liée à la dispersion et sa partie imaginaire à un effet d'amplitude. On peut séparer $\epsilon(x,y,z)$ en deux parties dont l'une sera périodique selon z :

$$\epsilon(x,y,z) = \epsilon(x,y) + \delta\epsilon(x,y,z) \tag{B.3}$$

ou :

$$\alpha_0(x,y,z) = \alpha_0(x,y) + \delta\alpha_0(x,y,z) \tag{B.4}$$

$\delta\alpha_0(x,y,z)$ (ou $\delta\epsilon(x,y,z)$) représente l'effet du réseau périodique (varie essentiellement le long de z) et $\alpha_0(x,y)$ (ou $\epsilon(x,y)$) celui du confinement latéral. On sépare le champ en ses parties transverses et longitudinales en négligeant leur interaction :

$$E = U(x,y)E(z) = U(x,y)\ [C_+(z)\ e^{-i\beta z} + C_-(z)\ e^{i\beta z}] \tag{B.5}$$

β est la constante de propagation à la fréquence ω. Attention : on change de signe de β par rapport à la référence [101] car on prend la convention $C_+(z)\ e^{i(\omega t-\beta z)}$ pour le champ complexe progressif "aller" avec des fréquences positives. On a explicitement :

$$\beta = \frac{\omega}{c}\left[1 + \frac{\alpha_0}{2\epsilon_0}\right] \tag{B.6}$$

La polarisabilité α_0 est une polarisabilité complexe moyenne permettant plus tard d'être généralisée pour décrire l'amplification saturée moyenne du milieu. La séparation du champ en ses parties longitudinale et transverse permet d'écrire :

$$\Delta E = \Delta[E(z)\ U(x,y)] = E(z)\left[\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2}\right] + U\ \frac{\partial^2 E(z)}{\partial z^2} \tag{B.7}$$

A partir de maintenant, on ne met plus les arguments x, y dans $U(x,y)$. On applique l'équation de propagation en négligeant la dérivée seconde de l'amplitude de $E(z)$ lentement variable spatialement :

$$\begin{aligned} E(z)\ \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right] &+ UE(z)\ \left[\frac{\omega^2}{c^2}\epsilon(x,y,z) - \beta^2\right] \\ &+ U\ \left[-2i\beta\frac{\partial C_+(z)}{\partial z}\ e^{-i\beta z} + 2i\beta\ \frac{\partial C_-(z)}{\partial z}\ e^{i\beta z}\right] = 0 \end{aligned} \tag{B.8}$$

La fonction transverse U est calculée de façon à résoudre la première partie de l'équation (attention à la séparation de ϵ en ses deux parties) :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + U\ \left[\frac{\omega^2}{c^2}\ \epsilon(x,y) - \beta^2\right] = 0 \tag{B.9}$$

Il restera :

$$U\ E(z)\ \frac{\omega^2}{c^2}\ \delta\epsilon(x,y,z) + U\ \left[-2i\beta\ \frac{\partial C_+(z)}{\partial z}\ e^{-i\beta z} + 2i\beta\ \frac{\partial C_-(z)}{\partial z}\ e^{i\beta z}\right] = 0 \tag{B.10}$$

On fait une moyenne transverse en multipliant l'équation par U^* et en intégrant sur x et y. On en tire :

$$E(z)\frac{\omega^2}{c^2}\frac{\int_{x,y}|U|^2\ \delta\epsilon(x,y,z)\ dxdy}{\int_{x,y}|U|^2\ dxdy} - 2i\beta\frac{\partial C_+(z)}{\partial z}\ e^{-i\beta z} + 2i\beta\frac{\partial C_-(z)}{\partial z}\ e^{i\beta z} = 0 \tag{B.11}$$

Le point suivant est de développer $\delta\epsilon(x,y,z)$ en série de Fourier, puisque c'est une fonction qui doit représenter la perturbation apportée par le réseau de périodicité [1]Λ le long de z :

$$\delta\epsilon(x,y,z) = \sum_m \delta\epsilon_m(x,y)\ e^{2i\pi mz/\Lambda} \tag{B.12}$$

Les réseaux sont généralement sinusoidaux avec m petit (1, 2, 3 ...). Par exemple pour $m = |1|$:

$$\delta\epsilon(x,y,z) = \delta\epsilon_(x,y)\ \cos[2\pi z/\Lambda] \tag{B.13}$$

Le réseau va favoriser les oscillations aux fréquences de Bragg : de manière générale, les longueurs d'onde d' oscillation sont telles que $\lambda_m = 2n_{eff}\Lambda/m(n_{eff}$ est l'indice de réfraction effectif). Dans un laser à semi-conducteurs DFB classique, pour $n_{eff} = 3.25$, on prend $\Lambda = 238$nm pour $\lambda_1 = 1.55\mu$m.

Si $\delta\epsilon_(x,y)$ est réel, on a un réseau de phase, s'il est imaginaire pur, on obtient un réseau

[1] Λ est le pas du réseau.

d'amplitude. Le premier cas est obtenu avec un réseau de Bragg inscrit par effet photoréfractif dans une fibre optique. Le second cas est réalisé par les lasers à hétérojonctions construits sur des surfaces ondulées (corrugated) c'est-à-dire les lasers DFB. Kogelnik et Shank [103] ont obtenu un effet laser dans une gélatine dichromatée dans laquelle un réseau périodique avait été créé par illumination d'un champ d'interférence ultraviolet. La gélatine était ensuite imprégnée de molécules de rhodamine 6G, qui permettaient l'oscillation laser à 0.63 nm lorsqu'elles étaient pompées dans l'ultraviolet. Le premier laser à semi-conducteurs DFB a été réalisé en 1962 (voir chapitre1).

L'équation (B.11) devient :

$$E(z)\frac{\omega^2}{c^2}\sum_m \frac{\int_{x,y}|U|^2\delta\epsilon_m(x,y)\ dxdy}{\int_{x,y}|U|^2\ dxdy}\ e^{2i\pi mz/\Lambda} - 2i\beta\ \frac{\partial C_+(z)}{\partial z}\ e^{-i\beta z} + 2i\beta\ \frac{\partial C_-(z)}{\partial z}\ e^{i\beta z} = 0, \tag{B.14}$$

avec toujours : $E(z) = C_+(z)\ e^{-i\beta z} + C_-(z)\ e^{i\beta z}$. On multiplie l'éq.(B.14) par $e^{-i\beta z}$. On ne garde que le terme de variation lente[2] correspondant à la valeur m_1 de m convenable[3] , il reste :

$$C_+(z)\ \frac{\omega^2}{c^2}\frac{\int_{x,y}|U|^2\ \delta\epsilon_{(m_1)}(x,y)\ dxdy}{\int_{x,y}|U|^2\ dxdy}\ e^{2i\pi m_1 z/\Lambda - 2i\beta z} + 2i\beta\ \frac{\partial C_-(z)}{\partial z} = 0, \tag{B.15}$$

On introduit le coefficient de couplage :

$$\boxed{\kappa = \frac{\omega^2}{c^2 2\beta}\frac{\int_{x,y}|U|^2\ \delta\epsilon_{(m_1)}(x,y)\ dxdy}{\int_{x,y}|U|^2\ dxdy}, \qquad \text{(B.16)}}$$

ce qui permet d'écrire l'équation pour le champ "aller" :

$$\kappa\ C_+(z)\ e^{-2i(\beta - m_1\pi/\Lambda)z} + i\ \frac{\partial C_-(z)}{\partial z} = 0 \tag{B.17}$$

De même, en multipliant l'éq.(B.14) par $e^{i\beta z}$ et en ne retenant que le terme variant lentement, on obtient :

$$C_-(z)\ \frac{\omega^2}{c^2}\frac{\int_{x,y}|U|^2\ \delta\epsilon_{(-m_1)}(x,y)\ dxdy}{\int_{x,y}|U|^2\ dxdy}\ e^{2i(\beta - m_1\pi/\Lambda)z} - 2i\beta\ \frac{\partial C_+(z)}{\partial z} = 0 \tag{B.18}$$

En prenant le cas d'un réseau sinusoidal tel que $\delta\epsilon_{(-m_1)} = \delta\epsilon_{(m_1)}$, on obtient :

$$\kappa\ C_-(z)\ e^{2i(\beta - m_1\pi/\Lambda)z} - i\ \frac{\partial C_+(z)}{\partial z} = 0 \tag{B.19}$$

Le coefficient de couplage montre le rôle de $\delta\epsilon_{\pm m_1}(x,y)$ pondéré par la distribution de champ transverse et normalisé par cette distribution.
Puis, on pose :

$$\delta = \frac{\Delta\beta - 2K}{2} \tag{B.20}$$

[2]pour cela, on intègre sur une longueur correspondant à $\pi/|\beta|$ et les termes oscillants s'annulent. de façon générale, on montre en théorie des modes couplés que les termes oscillants ont une influence négligeable.
[3]c'est-à-dire telle que la valeur de $\pi m_1/\Lambda - |\beta|$ soit la plus petite possible.

où 2K est le vecteur d'onde associé au réseau de Bragg et vaut $2\pi/\Lambda$, $\Delta\beta$ est la différence entre les deux vecteurs d'onde des deux ondes propagatives et contra-propagatives et vaut 2β.

On passe de δ à la fréquence ν ou à la longueur d'onde λ par :

$$\begin{cases} \delta = 2\pi n_{eff}\left(\dfrac{1}{\lambda} - \dfrac{1}{\Lambda_B}\right) \\ \\ \delta = 2\pi n_{eff}\left(\dfrac{\nu}{c} - \dfrac{\nu_B}{c}\right) \end{cases} \tag{B.21}$$

où Λ_B est la longueur d'onde de Bragg et vaut $\frac{2\pi n_{eff}}{\Lambda}$ avec Λ le pas du réseau.

Annexe C

Le phénomène de déplacement de la fréquence optique avec le gain dans un laser

Le phénomène de chirp est connu et résulte du fait que des variations de courant impliquent des variations de densités de porteurs qui provoquent elles-mêmes des variations de la partie réelle de l'indice de réfraction. Or, la longueur d'onde d'émission est liée à l'indice de réfraction par la relation :

$$\lambda = \frac{2n_{eff}L}{m} \tag{C.1}$$

où m est un entier, n_{eff} est l'indice effectif de la jonction semi-conductrice et L la longueur de la cavité.

On peut se demander comment évolue n_{eff} quand l'indice de réfraction du matériau varie. L'indice d'un matériau semi-conducteurs est relié à la densité de porteurs par un développement au premier ordre :

$$n(N,T) = n_0 + \frac{\delta n}{\delta N}\Delta N + \frac{\delta n}{\delta T}\Delta T \tag{C.2}$$

- n_0 est la valeur de l'indice du matériau semi-conducteurs à la température T_0 lorsqu'il n'y a pas de porteurs injectés,
- $\delta n/\delta N$ est appelé l'indice différentiel,
- $\Delta N = N - N_0$ est la densité de porteurs injectés,
- $\Delta T = T - T_0$ représente une variation de température par rapport à T_0.

Si on considère notre laser comme un guide planaire, on peut introduire :

$$1) \quad \text{l'indice apparent} : n_{eff} = \frac{\beta}{k_0} \tag{C.3}$$

$$2) \quad \text{la fréquence réduite} : V = k_0 d\sqrt{(n_g^2 - n_s^2)} \tag{C.4}$$

$$2) \quad \text{l'indice normalisée} : b = \frac{n_{eff}^2 - n_s^2}{n_g^2 - n_s^2}. \tag{C.5}$$

où n_{eff} est l'indice apparent ou effectif du guide, n_g est l'indice de la couche guidante, n_r est l'indice de la couche supérieure et n_s celui de la couche inférieure.

La relation de dispersion dans le guide s'écrit alors :

$$V\sqrt{1-b} = m\pi + \arctan\left(\sqrt{\frac{b}{1-b}}\right) + \arctan\left(\sqrt{\frac{b+a}{1-b}}\right) \tag{C.6}$$

On peut alors tracer b(V), c'est à dire l'indice normalisé en fonction de la fréquence réduite (fig C.1) :

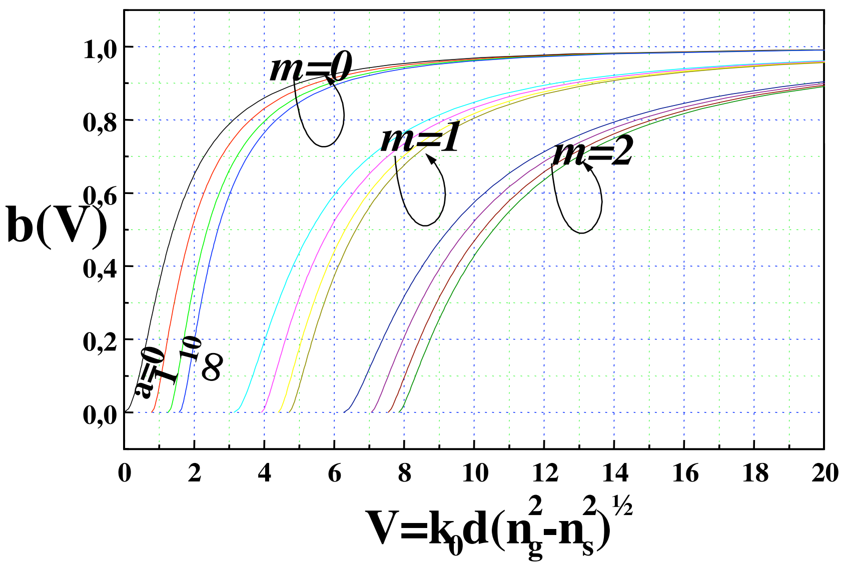


FIG. C.1 – Diagramme de dispersion normalisée pour un guide d'onde plan.

On constate sur cette courbe que la relation entre la fréquence réduite et l'indice normalisé n'est pas linéaire. Si on applique une même petite perturbation Δn sur les indices de réfraction de chaque couche, la fréquence réduite devient :

$$V' = k_0 d\sqrt{(n_g+\Delta n)^2-(n_s+\Delta n)^2} \quad (C.7)$$

$$= k_0 d\sqrt{(n_g^2-n_s^2)}\left(1+\frac{\Delta n}{n_g-n_s}\right) \quad (C.8)$$

Comme on peut le voir sur la figure C.1, une augmentation de V provoque une augmentation de b et donc une augmentation de n_{eff}.

On en conclut donc qu'une augmentation Δn de l'indice de réfraction des couches semi-conductrices du guide planaire provoque une augmentation de l'indice effectif.

Donc, deux cas se présentent :

Sous le seuil, la densité de porteurs N varie et augmente de N_0 à N_{th} quand le courant de polarisation de la diode augmente. Or, dans un matériau semi-conducteur, l'indice est proportionnel à la partie réelle du $\chi^{(3)}$ (susceptibilité d'ordre 3). On sait de plus que :$\frac{d\chi_r^{(3)}}{dN} < 0$ [104]. L'indice différentiel est donc négatif. Donc, si N croît, n décroît suivant la relation C.2, ce qui entraîne une diminution de n_{eff}. Donc, d'après la relation C.1, il s'ensuit une diminution de la longueur d'onde d'émission.
Donc, si $\mathbf{I} \nearrow, \mathbf{\Delta\lambda} \searrow, \mathbf{\Delta\nu} \nearrow$.

Au dessus du seuil, la densité de porteurs est constante $N = N_{th}$. Le décalage en fréquence est principalement dû à des effets thermiques et à la saturation du gain. Si l'effet thermique est plus important que l'effet de la compression du gain, le sens de variation de longueur d'onde change de signe, ce qui est le cas ici. En effet, $\frac{dn}{dT} > 0$ [104].
Donc, si $\mathbf{I} \nearrow, \mathbf{\Delta\lambda} \nearrow, \mathbf{\Delta\nu} \searrow$.

Annexe D

Publications et conférences

Publications dans des revues scientifiques

- M. BONDIOU, R. GABET, G. STÉPHAN and P. BESNARD, "Linewidth of an optically injected semiconductor laser", *J. Opt. B : Quantum Semiclass. Opt.*, n°2, pp 41–46, 2000.
- S. BLIN, G. STÉPHAN, R. GABET and P. BESNARD, "Amplification process in a laser injected by a narrow band, weak signal", accepté à *EuroPhysic letter.*
- R. GABET, G. STÉPHAN, M. BONDIOU, P. BESNARD and D. Kilper, "Ultrahigh sensitivity detector for coherent light : The laser", accepté à *Optics Comunications.*

Communications et Posters dans des conférences

- R. GABET, M. BONDIOU, G. STÉPHAN and P. BESNARD, "Semiconductor lasers with weak optical injection : a laser as a low-signal detector", CLEO/QELS'99, Baltimore, U.S., Poster CThK51, mai 1999.
- R. GABET, M. BONDIOU, P. BESNARD and G. STÉPHAN, "Fonction de transfert généralisée au laser : description des propiétés spectrales d'un laser seul et d'un laser injecté", COLOQ'6, Bordeaux, France, *J. Phys. IV*, n°10, sept. 1999.
- R. GABET, F. LISSILLOUR, D. MESSAGER, P. BESNARD, P. FÉRON, G.M. STÉPHAN and D.C. KILPER, "Otical injection of a semiconductor laser by a microspherical laser at 1.56μm, LASER'99, Québec, Canada, déc. 1999.
- R. GABET, G. STÉPHAN, P. BESNARD and M. TÊTU, "Linewidth anomaly of a distributed feedback laser", LASER'99, Québec, Canada, déc. 1999.
- G. STÉPHAN, R. GABET, P. BESNARD, M. BONDIOU and D. KILPER, "Ultrahigh sensitivity detector for coherent light : the laser", Congrès SPIE, Hanoï, Chine, 1999.
- R. GABET, G. STÉPHAN and P. BESNARD, "Detecting femtoWatt with lasers", ICAPT'2000, Québec, Canada, Juin 2000.

- R. GABET, G. STÉPHAN and P. BESNARD, "Regimes of amplification of a laser detector", CLEO Europe'2000, Nice, France, papier n° CFC0004, sept 2000.
- R. GABET, G. STÉPHAN, S. CLEMENT and P. BESNARD, "Polarization effects in the laser response to a small injected field", PELS'2000, Southampton, U.K., sept. 2000.
- G. STÉPHAN, P. BESNARD, M. BONDIOU, R. GABET and M. TÊTU, "Properties of a distributed feedback semiconductor laser submitted to optical injection", Industrial Laser'99, Wuhan, Chine, SPIE vol 3862, p 28–37, octobre 1999.

J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **1** (1999) 1–6. Printed in the UK PII: S1464-4266(99)08742-X

Linewidth of an optically injected semiconductor laser

M Bondiou†, R Gabet, G M Stéphan and P Besnard‡

Laboratoire d'Optronique associé au CNRS (URA 6082), École Nationale Supérieure des Sciences Appliquées et de Technologies, 6, rue de Kerampont, 22305 Lannion, France

E-mail: pascal.besnard@enssat.fr

Received 15 October 1999, in final form 29 November 1999

Abstract. This work addresses the linewidth properties of a distributed-feedback semiconductor laser submitted to optical injection. Experimentally, we first verify that under frequency-locking conditions, the slave laser has the same linewidth as the master. It can be smaller or larger than that of the free-slave laser. For lasers tuned on the same central frequency when the injected power decreases or when the master linewidth increases, we observe a partial linewidth transfer (progressive phase locking). These effects are well described theoretically by the Airy function generalized to the laser.

Keywords: Optical injection, linewidth, laser

1. Introduction

The ultimate linewidth of a laser line is due to the phase diffusion of the field. This diffusion originates from the random character of the phase of spontaneous emission: in a free-running laser there is no phase reference and thus the phase is random and varies between 0 and 2π. However, the phase diffusion rate (or linewidth) is not random and is determined by the basic properties of the elements which make up the laser. A solitary laser feeds itself on spontaneous emission, i.e., on a random source. When a (slave) laser is injected by an external laser field which is a coherent source (master laser), it can find a phase reference which is more or less strong following the relative amplitudes of both sources. Its linewidth can thus be strongly modified by the injected field [1], whose spectral density is essentially Lorentzian and fixed by the master laser. This idea is experimentally and theoretically confirmed in the following. First we experimentally verify that under frequency-locking conditions, the slave laser has the same linewidth as the master. The slave linewidth can be either smaller (spectral purity transfer) or larger (spectral impurity transfer) than the free-running slave's linewidth. This effect is well known in the case of spectral purity transfer [2], and was widely studied in the 1980s in order to increase the coherence properties of semiconductor lasers for optical communications [3] or for use in applications in spectroscopy or metrology.

We then experimentally show that in the converse case (impurity transfer), a *partial* transfer of the linewidth (i.e. of coherence) occurs when the detuning is zero and when the master linewidth is increased or the injected power is decreased to very low levels. The traditional theory which describes the linewidth is based on the Shawlow–Townes [4] formula with later refinements [5, 6]. Spano *et al* [7] gave an analysis of injected lasers which took into account the spontaneous emission of the master and the slave. Recently, van der Graaf *et al* [8] simulated the effect of a *noisy* injection for which the external field had a low and constant intensity and a random fluctuating phase, resulting in an injected field with a Gaussian lineshape which had a broader width than the solitary-slave linewidth. Their theoretical model predicts that the slave linewidth could be smaller than that of the master for a small range of the injected amplitude.

This paper is devoted to a theoretical and experimental study of the linewidth properties of a laser which is injected by a coherent field (Lorentzian), using the master linewidth and the injected power as control parameters and over a broad range. In the following, we will apply a newly developed theory [9] based on the Airy function generalized to the laser and extend the results obtained in [1]. We will show that a single simple formula, a less complicated picture than the one given in [8], allows for the description of both the frequency-locked (or the solitary) laser and the phase-locking phenomenon.

2. Experimental study of laser linewidth

We have constructed the experimental set-up sketched in figure 1. The master and slave lasers are distributed feedback (DFB) multiquantum-well semiconductor lasers emitting around 1550 nm with a mode suppression ratio greater than 30 dB. A pair of master–slave lasers are chosen amongst a set of chip-on-submount lasers. Their wavelengths are close enough, given their respective set-points obtained through experiment. The laser-to-fibre coupling (pigtailing)

† Present address: Centre d'Optique Photonique et Laser, Université Laval, Québec, Canada G1K 7P4.
‡ Author to whom correspondence should be addressed.

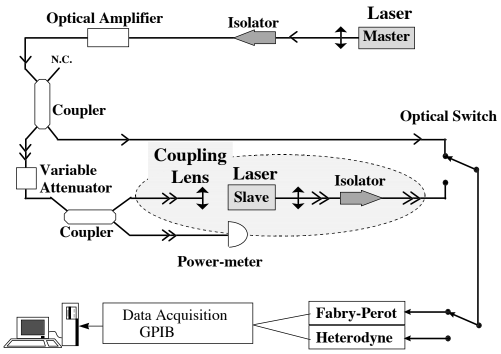


Figure 1. Sketch of the experiment.

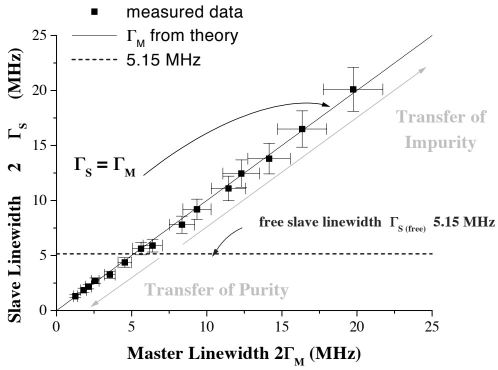


Figure 2. Slave laser's linewidth as a function of the master's linewidth showing the complete linewidth transfer of (im-)purity. The linewidth of the solitary slave laser is shown by the horizontal line. Experimental data points are noted.

is achieved using almost identical commercial interfaces for both lasers, symbolized by a single lens in figure 1. The master interface includes a high-coefficient isolator (70 dB isolation) that ensures unidirectional coupling (injection) from the master to the slave. Both interfaces, and all other fibre components between the two lasers are compatible polarization maintaining (PM). This design enables one to keep the linear polarization from the master laser until it reaches the slave laser parallel to its junction plane.

Every angled polished fibre connection or component interface, encountered on the way back to the master laser is designed for low return loss (-55 dB maximum). Furthermore, we have placed the slave laser far enough from the coupling lens to minimize optical feedback, particularly when the injected power is very small (in the order of a nanowatt, i.e. -60 dB m). We use an optical amplifier to compensate for both the high insertion loss introduced by this long working-length lens (30 cm) and the low optical power of the master laser in case of operation close to threshold (so as to obtain a large linewidth). When the amplifier was used, we checked that it did not affect the master lineshape. The injected power is controlled with a variable attenuator and is measured through the second port of a coupler with a power meter and through the photo-voltaic effect. The effective injected power is equal to the measured value leaving the second port minus the insertion loss of the coupling lens. Two fibre-optical switches feed the analysis and measurement system with either the master or the slave signal.

The control of optical frequencies of both lasers is the key point of this experiment. After a coarse alignment of their optical frequencies using an optical spectrum analyser (resolution bandwidth = 12.5 GHz) and an intermediate resolution Fabry–Perot analyser (free spectral range = 10 GHz, finesse = 100), linewidth measurements are achieved using a Fabry–Perot analyser (free spectral range = 300 MHz, finesse = 100) or a commercial delayed self-heterodyne test set (measurable linewidth from 20 kHz to 20 MHz) associated to an electrical spectrum analyser. In any case, we had enough resolution to check whether lineshapes were Lorentzian. Both lasers operate with an ultra-low noise (battery design) current source. They are located in the same isolating box and stabilized at a temperature close to room temperature.

In order to experimentally observe the complete linewidth transfer, we operated the slave laser far from threshold ($J/J_{\text{th}} = 4$) and then selected the successive master set-points to obtain, simultaneously, a complete injection frequency-locking with the desired master linewidth within the 1–20 MHz range (the master linewidth increases from 1.25 to 19.75 MHz as the normalized current decreases from 20 to 2.5). Figure 2 shows the self-heterodyne linewidth measurements of the injected slave laser as a function of the master linewidth. From one linewidth measurement to another, the injected power was maintained at a constant value and the same linear transfer was obtained for injected power between 0.1% to a few per cent of the slave power. For all injected power, the slave power remained almost unchanged. From a series of measurements, we evaluated to better than 10% the precision of our linewidth measurements. The linewidth $(\Gamma_S)_{\text{free}}$ of the solitary slave laser is shown in figure 2 as a horizontal line at 5.1 ± 0.5 MHz. The good alignment of the injection-locked slave linewidth Γ_S with the corresponding master's values, Γ_M, allows one to consider that spectral linewidth transfers from the master to the slave laser in both cases: either if $(\Gamma_S)_{\text{free}} > \Gamma_M$ (spectral 'purity' transfer) or if $(\Gamma_S)_{\text{free}} < \Gamma_M$ (spectral 'impurity' transfer). The conclusion which can be drawn from this first result is that the master laser imposes its spectral distribution to the slave laser (as long as it corresponds to a resolvable locking range larger than 100 MHz, for instance).

3. Theoretical study of laser linewidth

Before going further in the description of the experimental and theoretical results, we will briefly recall the Airy function generalized to the laser [1]. Appendix A describes how this function can be found from the Maxwell equations and the boundary conditions applied to the electromagnetic field inside the laser cavity.

For a solitary laser, the power spectral density $y(\delta)$ at

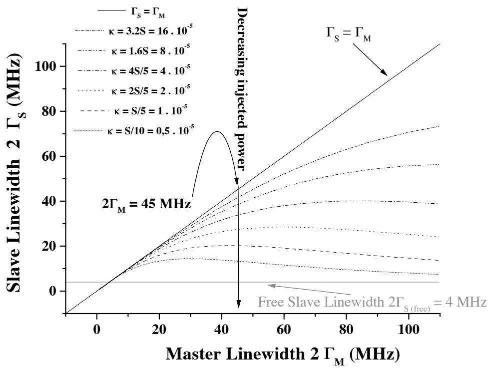


Figure 3. Theoretical partial linewidth transfer when the linewidth of the master is varied above the one of the free slave (4 MHz). Each curve is plotted for a constant injected power (κ). The vertical line indicates the point at which measurements are presented in figure 5 ($\Gamma_M = 45$ MHz). Note the difference in scales between figures 2 and 3.

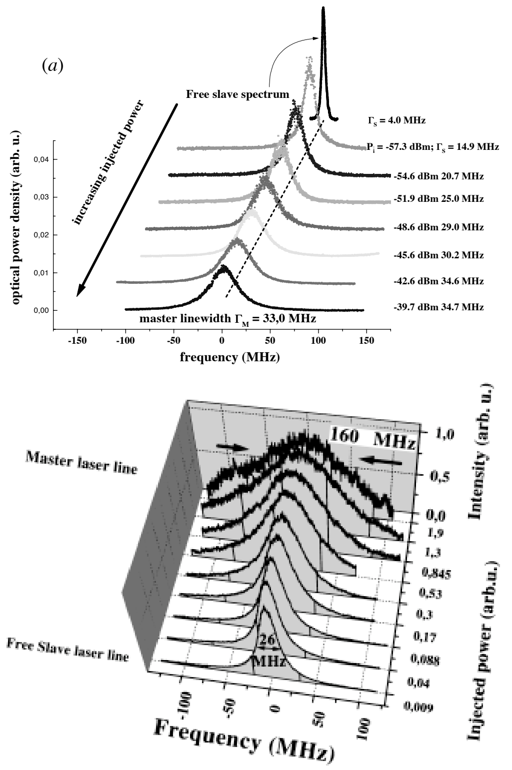


Figure 4. Experimental partial linewidth transfer when the injected power is varied: (*a*) the linewidth of the master laser is fixed at 33 MHz, that of the free slave is 4 MHz. (*b*) The linewidth of the master laser is fixed at 160 MHz, that of the free slave is 26 MHz. The maximum of the peak is normalized to 1 in order to enhance the variation of the linewidth. The spectra were measured with a Fabry–Perot analyser (free spectral range = 300 MHz, finesse = 100).

the normalized angular frequency δ is written

$$y(\delta) = \frac{S(\delta)}{[1-\exp(G-L)]^2 + 4\exp(G-L)\sin^2(\phi/2)}. \tag{1}$$

G represents the saturated gain. The bias current, the gain response and the optical intensity Y are included in this G expression which is given in appendix B. The mean intensity $Y = \int y\,\mathrm{d}\delta$ has been normalized by the saturating intensity. L represents the losses. ϕ is the optical round-trip phase and is proportional to the normalized frequency. In appendix B, table B1 gives the definitions and values of the parameters as a function of δ and Y.

$S(\delta)$ represents the spectral density of the source which is the spontaneous emission in the geometrical mode. The fraction which links the source $S(\delta)$ and the laser spectral density is the laser transfer function: it is the generalization to the laser of the Airy function of the Fabry–Perot interferometer. Note 1

It was shown that this formulation [9] leads to the Shawlow–Townes formula [4] which gives an inverse-power evolution of the spectral linewidth with respect to the optical power. This dependency enables us to evaluate the source term $S(0)$. If the linewidth is known at a given point (say four times the threshold), $S(0)$ can be derived from other parameters (see appendix B).

When the laser is subjected to injected radiation, the source also includes the injected power density:

$$y_S(\delta) = \frac{S(\delta) + \kappa y_M(\delta)}{[1-\exp(G-L)]^2 + 4\exp(G-L)\sin^2(\phi/2)} \tag{2}$$

where $y_M(\delta)$ is the power spectral density of the master which is essentially Lorentzian in the vicinity of $\delta = 0$. κ represents the injection coefficient defined as the fraction of the effective power injected into the slave. When the source $S(\delta)$ is alone, the intensity is close to Lamb's solution and a non-zero denominator is of fundamental importance in giving the correct lineshape. Under usual injection-locking conditions, the complete linewidth transfer is reached when the two following conditions are fulfilled: the source term $S(\delta)$ is very small in comparison with $\kappa\, y_M(\delta)$ and the denominator is constant. The spectral distribution $y_S(\delta)$ is then the same as that of $y_M(\delta)$, which corresponds to the complete linewidth transfer.

However, one can wonder what would happen if the injected power were of the same order of magnitude as the spontaneous emission or if the master linewidth were a few orders of magnitude larger than that of the slave. Is there always a complete transfer? Considering the following the case for which the master linewidth is larger than that of the slave, one could suspect that the injected power can be decreased down to a value for which the external field has no more influence so that the slave linewidth can deviate from the master linewidth down to that of the free slave. What is the shape of the line then? Is it a combination of Lorentzian's as suggested by Gallion [10]? We will see in the next section that the laser transfer function is able to give an answer to these two questions.

4. Partial transfer of the laser linewidth

We have shown in section 2 the transfer of (im-)purity. The theoretical results of figure 3 show that for a given injected power, when the master linewidth is increased considerably with respect to that of the free-slave laser, the transfer becomes partial. Here, the injected spectral density $\kappa y_M(\delta)$ is comparable with that of the free-slave spontaneous emission. If the injected power is larger, similar curves are obtained by taking larger values of the master linewidth.

Experimentally, it is very difficult to keep the injected power constant while varying the master linewidth through the bias current. Therefore, the experimental points that would correspond to any of the plotted theoretical curves of figure 3 have a lot of dispersion and are not represented. This is the reason we prefer to set the master linewidth constant. We recover a null detuning between both lasers through fine adjustments of the master's operating set-point (temperature and current). Then, we vary the injected power using the optical attenuator without modifying anything else. The shape of both lines (free slave and master) were Lorentzian. The shape of the resulting spectrum remained Lorentzian as we directly checked throughout the experiment. The conservation of Lorentzian lineshape is in agreement with the behaviour of the laser transfer function (equation (2)). In figure 4, the change in the lineshape along with the injected power is presented and one sees the partial transfer starting from the free-slave laser linewidth ($\Gamma_S \simeq 4$ MHz) up to that of the master ($\Gamma_M \simeq 33$ MHz). Under these injection conditions, we checked that the slave power remains constant. The maximum of the peak is decreasing along with the injected power. An optical amplifier placed before the Fabry–Perot analyser could have increased the signal-to-noise ratio and given a smoother behaviour for broad spectra. However, we preferred to present all the spectra measured under the same conditions.

To sum up these results, figure 5 shows the continuous variation of the slave linewidth as a function of the injected power between two limits: the master linewidth of 44.8 MHz and the free-slave linewidth of 5.7 MHz. These measurements correspond to the straight line at 45 MHz in figure 3. They can be understood as a partial linewidth transfer, showing that the complete linewidth transfer is a limit of a slowly varying phenomenon. Other measurements [11] have been made for different linewidths with qualitatively the same behaviour. Figure 5 also displays the good agreement between experimental data and theoretical modelling with the laser transfer function, where we have used the same numerical constants as before.

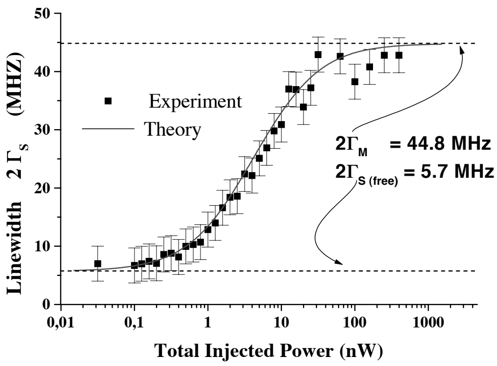


Figure 5. Theoretical and experimental partial linewidth transfer when the injected power is varied (the linewidth of the master laser is 44.8 MHz, and that of the free slave is 5.7 MHz). Experimental data points are noted.

5. Conclusion

We have presented theoretical and experimental studies of linewidth properties of an optically injected semiconductor laser. The partial linewidth transfer shows that the phase locking underlies the features of injection locking. The conclusion which can be drawn from these results is that the master laser smoothly imposes its phase and hence its frequency to the slave laser. When both lasers have the same central frequency, the injected field imposes its phase and provided its intensity is strong enough. Otherwise the injected field and the spontaneous emission combine their effects and the phase transfer becomes partial. These results reinforce the interpretation of the laser as a nonlinear amplifier and filter whose transfer function is fundamental to explain its basic spectral properties. Optical injection can also lead to instability and chaotic dynamics [12]. A further step is to introduce a theoretical model [13, 14] corresponding to the dynamic extension of the present study. Future prospects could be the study of these properties using this new model.

Acknowledgments

We thank Michel Vallette for his help on the design of the experimental set-up. The present study has been performed under Contract France Télécom CNET N 961B099. We thank J-C Simon, L Billes, M Morvan and B Landouzy for helpful discussions and material support. We thank M Depoutot, J Abgral and M-R Capella from ALCATEL Optronics for lending us the lasers used in this work. Note 2

Appendix A. The laser transfer function

We consider an interferometer made up of a solid medium limited by two parallel planes at $z = d_1$ and $z = d_2$. The left region is labelled (l), the right one (r) and the central region (active or passive medium) (c). The two external media are characterized by an identical propagation constant k_e and the medium by k.

An incident field onto the cavity from region $l(z < d_1)$ is a solution of the Maxwell equations and can be written as

$$\begin{aligned} \vec{E}_i(z,t) &= E_i \exp[\mathrm{i}(\omega t - k_e z)]\vec{x}, \\ \vec{B}_i(z,t) &= \frac{k_e}{\omega} E_i \exp[\mathrm{i}(\omega t - k_e z)]\vec{y}. \end{aligned} \tag{A.1}$$

The reflected field $\vec{E}_l(z,t)$ in region l is expressed by changing the amplitude ($E_i \rightarrow E_l$) and the sign of k_e. Inside region c, the forward $\vec{E}$ and backward field $\vec{E}'$ are given by $\vec{E}(z,t) = E\exp[\mathrm{i}(\omega t - kz)]\vec{x}$, $\vec{E}'(z,t) = E'\exp[\mathrm{i}(\omega t + kz)]\vec{x}$. k is independent of z in the case of a homogeneous medium.

The transmitted field in region r is then written as $\vec{E}_{\mathrm{r}}(z,t) = E_{\mathrm{r}}\exp[\mathrm{i}(\omega t - k_{\mathrm{e}}z)]\vec{x}$.

By applying the boundary conditions at $z = d_1$ and $z = d_2$, the field E is deduced:

$$E = \frac{tE_i}{1 - r^2\exp[-\mathrm{i}k_{\mathrm{e}}(d_2 - d_1)]}, \qquad \text{(A.2)}$$

where the Fresnel coefficients $t = \frac{2k_{\mathrm{e}}}{k_{\mathrm{e}}+k}$, $r = \frac{k-k_{\mathrm{e}}}{k+k_{\mathrm{e}}}$ have been inserted. In the same way, the fields E', E_{I} and E_{r} can be retrieved and their expressions include the factor $1/\{1 - r^2\exp[-\mathrm{i}k_{\mathrm{e}}(d_2 - d_1)]\}$, which is the Airy function or the transfer function of the interferometer. This function links the external field to the response of the system (either internal, reflected or transmitted fields) in the frequency domain.

We now consider the case when the (spontaneous) source is within the central region (laser cavity). The Maxwell equations give

$$\vec{\Delta}(\vec{E}(\vec{r},t)) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\vec{P}(\vec{r},t) + \vec{P}^{(\mathrm{sp})}(\vec{r},t)), \qquad \text{(A.3)}$$

where the polarization has been split into two parts: the stimulated contribution inside $\vec{P}$ and the spontaneous source $\vec{P}^{(\mathrm{sp})}$. In the following, we assume that the fields are propagating along z and are linearly polarized along $\vec{x}$. The temporal Fourier transform ($E(z,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(z,t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\,\mathrm{d}t$) gives, if we look for solutions in the form $E(z,\omega) = \mathcal{E}(z,\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kz}$, the equation of propagation

$$\Delta(\mathcal{E}(z,\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kz}) + \frac{\omega^2}{c^2}\mathcal{E}(z,\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kz} = -\frac{\omega^2}{\varepsilon_0 c^2}(P(z,\omega) + P^{(\mathrm{sp})}(z,\omega)), \qquad \text{(A.4)}$$

where the wavevector could be a function of frequency.

Expansion of the field over a sum of plane waves leads to the same results. The first part of the polarization $P(z,\omega)$ has a simple formulation in the frequency domain $P(z,\omega) = \varepsilon_0(\varepsilon_{\mathrm{r}}(\omega) - 1)\mathcal{E}(z,\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kz}$. Transverse effects are neglected and the slowly varying spatial envelope approximation enables one to suppress the second derivative in z:

$$\frac{\partial E(z,\omega)}{\partial z} = -\mathrm{i}\beta E(z,\omega) + \frac{s(z,\omega)}{d_2 - d_1}, \qquad \text{(A.5)}$$

where $\beta = k + (\frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon_{\mathrm{r}}(\omega) - 1))/2k$. $s(z,\omega)$ is the spontaneous field emitted in the laser mode at frequency ω. In equation (A.5), the spontaneous emission is averaged. Note that equation (A.4) is usually studied in the mixed time-frequency domain [14] instead of the pure frequency domain, by considering $\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{d}\omega\varepsilon(\omega)E(k,\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(kz-\omega t)})$ which leads to replacement of the derivative $\frac{\partial}{\partial z}$ by $\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_{\mathrm{g}}}\frac{\partial}{\partial t}$ in the case of linear dispersion.

In what follows, the relations between amplitudes at $z = d_1$ and $z = d_2$ for the propagating field $E(z,\omega)$ and the counter-propagating field $E'(z,\omega)$ are denoted by s_1 and s_2, the cumulated spontaneous emission amplified over the length $d = |d_1 - d_2|$ from the left and the right: $E(d_2,\omega) = E(d_1,\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\beta(d_2-d_1)} + s_1(d_2,\omega)$, $E'(d_1,\omega) = E'(d_2,\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta(d_1-d_2)} + s_2(d_1,\omega)$. $s_1(z,\omega)$ (respectively, $s_2(z,\omega)$) nullifies at $z = d_1$ (respectively $z = d_2$). $s_1(z,\omega)$ (respectively, $s_2(z,\omega)$) is equal to $s_1(\omega)$ at $z = d_2$ (respectively $s_2(\omega)$ at $z = d_1$). The fields s_1 and s_2 have the same modulus but independent stochastic phases. The boundary conditions enable one to write at $z = d_1$: $E_{\mathrm{I}}(d_1,\omega) = E(d_1,\omega) + E'(d_1,\omega)$, $-\beta_{\mathrm{ext}}E_{\mathrm{I}}(d_1,\omega) = \beta[E(d_1,\omega) - E'(d_1,\omega)]$, where for homogeneity the wavevector of the external medium is noted β_{ext}. Similar relations are written at $z = d_2$. The expression for the field $E(d_1,\omega)$ is deduced:

$$E(d_1,\omega) = \frac{s_1 r_1^2\exp(-\mathrm{i}\beta d) + r_1 s_2}{1 - r_1^2\exp(-2\mathrm{i}\beta d)}, \qquad \text{(A.6)}$$

where we have used the Fresnel coefficient $r_1 = \frac{\beta-\beta_{\mathrm{ext}}}{\beta+\beta_{\mathrm{ext}}}$. The other fields can be derived from the same equations. The output field at the left side is given by $E_{\mathrm{I}}(d_1,\omega) = \frac{s_1 r_1(1+r_1)\exp(-\mathrm{i}\beta d)+(1+r_1)s_2}{1-r_1^2\exp(-2\mathrm{i}\beta d)}$. We introduce the following simple source term, where $s = s_1 r_1^2\exp(-\mathrm{i}\beta d) + r_1 s_2$, the losses L such as $\exp(-L) = r_1^2$, together with the saturated gain G and the saturated round-trip cumulated phase ϕ such as $\exp(-2\mathrm{i}\beta d) = \exp(-2\mathrm{i}\beta^r d - 2\beta^i d) = \exp(-\mathrm{i}\phi)\exp(G)$:

$$E(d_1,\omega) = \frac{1}{1 - \exp(-L+G)\exp(-\mathrm{i}\phi)}s. \qquad \text{(A.7)}$$

The fraction in equation (A.7) links the source s to the laser field. This last relation is the Airy function generalized to the laser, considered here as the transfer function of the (laser-) interferometer for a spontaneous field. The extension of this formula to the case of an optically injected (slave) laser will give

$$E_{\mathrm{S}}(d_1,\omega) = \frac{s + \sqrt{\kappa}E_{\mathrm{M}}}{1 - \exp(-L+G)\exp(-\mathrm{i}\phi)}. \qquad \text{(A.8)}$$

The modulus of $E_{\mathrm{S}}(d_1,\omega)$ is denoted $y_{\mathrm{S}}(\omega)$, and gives relations (1) and (2).

Appendix B. The gain response and the α parameter

The expression of $\beta - k$ introduced in equation (A.5) can also be presented as $\beta - k = -\mathrm{i}\alpha_{\mathrm{a}} + \frac{\omega^2}{2kc^2}\varepsilon_{\mathrm{sc}}\chi(\omega)$, which gives $\beta = \omega n_{\mathrm{g}}(1 + \frac{\chi(\omega)}{2})/c$, where $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{\mathrm{sc}}$, $\chi(\omega)$ represents the effect of the carriers, $\varepsilon_{\mathrm{sc}}$ is the square of the real medium index which is equal at first order to the group index n_{g}. The losses α_{a} due to diffraction and absorption, are included in the L term such that $\exp(-L) = r_1^2\exp(-\alpha_{\mathrm{a}}d)$.

The gain of a semiconductor laser can be found in the literature [15, 16]:

$$G = 2\beta^i d = \frac{\tau_{\mathrm{c}}}{2}\omega\chi_i(\omega) = \frac{\tau_{\mathrm{c}}}{2}\Gamma G_N(N - N_0)\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{\mathrm{cv}}(N) - \omega}{\gamma_{\mathrm{n}}}\right) \qquad \text{(B.1)}$$

$$\phi = 2\beta^r d = \tau_{\mathrm{c}}\omega\left(1 + \frac{\chi_{\mathrm{r}}(\omega)}{2}\right) = \tau_{\mathrm{c}}(\omega - \omega_{\mathrm{cv}}) + \tau_{\mathrm{c}}\frac{\alpha}{2}\Gamma G_N(N - N_0)\mathcal{L}\left(\frac{\omega_{\mathrm{cv}}(N) - \omega}{\gamma_{\mathrm{n}}}\right) \qquad \text{(B.2)}$$

Table B1. Parameters and definition used in the Airy function.

Physical quantity	Symbol	Value
Normalized bias current	$i_b = J/J_{th}$	—
Carrier at threshold	$\Gamma G_N(N_{th} - N_0) = \frac{1}{\tau_p}$	2.65×10^{24} m^{-3}
Carrier at transparency	N_0	1.72×10^{24} m^{-3}
Bias current at threshold	$J_{th} = N_{th}/\tau_e$	4.42×10^{33} m^{-3} s^{-1}
Differential gain	G_N	7.27×10^{-12} m^3 s^{-1}
Confinement factor	Γ	0.1
Photon lifetime	τ_p	1.49 ps
Free spectral range	$1/\tau_c$	140 GHz
Laser cavity round-trip time	τ_c	7.14 ps
Optical transition energy	$\hbar\omega_{cv}$	0.8 eV
Angular frequency at threshold	$\omega_0 = \omega_{cv} - \frac{1}{2}\alpha\Gamma G_N(N_{th} - N_0)$	1.22×10^{15} rad s^{-1}
Angular frequency	ω	—
Normalized frequency	$\delta = (\omega - \omega_0)\tau_p$	—
—	$\eta = J_0/J_{th}$	0.65
—	$g_d = \Gamma G_N \tau_p N_{th}$	2.88
—	$\xi_c = \tau_p/\tau_c$	0.21
Losses	$L = \xi_c/2$	0.105
Gain response	$\mathcal{L}(\frac{\delta}{\gamma'_n})$	—
Width of the gain curve	γ_n	4 Trad s^{-1} (equivalent to 5 nm)
Normalized width	$\gamma'_n = \gamma_n \tau_p$	2.68

where definitions and values are given in table B1. $\mathcal{L}$ is a
Note 3 Lorentzian function

$$\mathcal{L}(\omega) = \frac{1}{1+\omega^2}.$$

In this paper, we neglect carrier density time variations and the stationary value N is given with the help of a two-level model:

$$N - N_0 = \tau_e \frac{J - \frac{N_0}{\tau_e}}{1 + \Gamma G_N \tau_e I_{tot} \mathcal{L}(\frac{\omega_{cv}(N)-\omega}{\gamma_n})}. \tag{B.3}$$

With the normalizations $\frac{N}{N_{th}} \to N$, $\frac{t}{\tau_p} \to t$, $\frac{\tau_e}{N_{th}\tau_p}|E|^2 \to y$, $\frac{J}{\tau_e} N_{th} \to i_b$, the gain and the phase become

$$G = g_d(i_b - \eta)\mathcal{L}(\delta/\gamma'_n)(1 + Y\mathcal{L}(\delta/\gamma'_n))^{-1},$$
$$\phi = \frac{1}{\xi_c}\left(\delta + \frac{1}{2}\alpha(g-1)\right). \tag{B.4}$$

These expressions for G and ϕ have been used to compute the transfer function for the laser given in equation (A.8).

When equation (A.7) is approximated by a Lorentzian, the Schalow–Townes formula is obtained [1]. Then the linewidth at half-maximum is given by $2\Gamma_{1/2} = \pi S(0)\xi_c^2/(g_d(i_b-1))$. This formula enables one to give a value for $S(0)$ consistent with the linewidth measured at a given current.

In our formulation, the phase-coupling parameter α appearing in equation (B.2) only shifts the laser frequency

References

[1] Stéphan G M 1998 *Phys. Rev.* A **58** 2458
[2] Erickson L E and Szabo A 1971 *Appl. Phys. Lett.* **18** 10
[3] Gallion P, Nakajima H, Debarge G and Chabran C 1985 *Electron. Lett.* **21** 183
[4] Shalow A L and Townes C H 1958 *Phys. Rev.* **112** 1940
[5] Spencer M B and Lamb W E 1972 *Phys. Rev.* A **5** 884
[6] Birocheau C, Toffano Z and Destrez A 1994 *Ann. Télécommun.* **49** 607
[7] Spano P, Piazzola S and Tamburrini M 1986 *IEEE Trans. Quantum Electron.* **22** 427
[8] van der Graaf W A, Levine A M and Lenstra D 1997 *IEEE Trans. Quantum Electron.* **33** 434
[9] Stéphan G M 1997 *Phys. Rev.* A **55** 1371
[10] Gallion P 1986 State *PhD Thesis* ENST, Paris p 124
[11] Bondiou M 1999 *PhD Thesis* University of Rennes
[12] Simpson T B, Liu J M, Huang K F and Tai K 1997 *Quantum Semiclass. Opt.* **9** 765
[13] Lariontsev E G, Zolotoverkh I, Besnard P and Stéphan G M 1999 *Euro. Phys. J.* D **5** 107
[14] Lariontsev E G, Zolotoverkh I, Gabet R, Stéphan G M and Besnard P submitted Note 4
[15] Rosencher E and Vinter B 1998 *Optoélectronique* (Paris: Masson)
[16] Chow K and Sargent III 1994 *Semiconductor Laser Physics* (Berlin: Springer) Note 5

AMPLIFICATION PROCESS IN A LASER INJECTED BY A NARROW BAND, WEAK SIGNAL.

S. Blin, G. M. Stéphan* , R. Gabet and P. Besnard
Laboratoire d'Optronique
associé au Centre National de la Recherche Scientifique (UPRESA6082).
Ecole Nationale des Sciences Appliquées et de Technologies. 6, rue de Kérampont,
22305 LANNION, FRANCE.

D. Kilper
Department of Physics, UNC Charlotte,
28223, Charlotte, NC, USA.
(July 18, 2000)

The process of amplification of light by a laser set above its oscillation threshold is studied. This laser has a wide bandwidth (typically 100MHz) and it is injected by a signal whose bandwidth is much narrower which allows to separate the amplified signal from the ordinary laser spectral density. Theoretical calculations are based on simple semiclassical formulas and agree with the experimental results which are performed at 1.55 μm using single mode semiconductor lasers. The amplification arises from a progressive channeling of energy from the wider laser line onto the narrow injected signal.

pacs : 42.55Ah 42.55.Lt 42.60.Da

In the early days of maser [1] and laser physics, it was recognized that these devices can be used as amplifiers for the electromagnetic field. However, for amplification of CW fields, two drawbacks or problems have limited their potential. The first comes from the saturated gain which occurs in laser amplifiers biased above threshold : an ordinary small signal injected in a laser will not change very much the total output power and the amplification is not visible. The second comes from the narrow bandwidth which limits the utility of the device. A discussion of the laser used as a regenerative amplifier below the threshold (to avoid gain saturation) has been given in ref. [2] by Siegman where both these disadvantages led this author to conclude that the laser was unlikely to be used as an amplifier in practical devices. However, the saturation problem can be solved by injecting a signal whose spectral width is *narrower* than that of the laser, then by filtering the output signal. The second problem is not as serious given the development of tunable, narrow linewidth laser sources well adapted to this kind of experiment. In fact, resonant detectors have attracted much attention recently (see e.g. [3] and references therein). It is thus possible to use the laser as an ultra high sensitive amplifier of coherent light and we have already succeeded in detecting powers down to the femtoWatt range [4]. The aim of this letter is to describe both theoretically and experimentally, the process of amplification which arises from *a transfer of energy from the laser frequency band into the much narrower injected signal* : this amplification can be as large as 50 dB, because the energy transfer is very efficient; it is linear (in log. units!) in a broad range of injected power; it becomes saturated when all the laser energy is transferred to the signal.

---

*Send correspondance to G. M. Stéphan : E-mail: stephan@enssat.fr

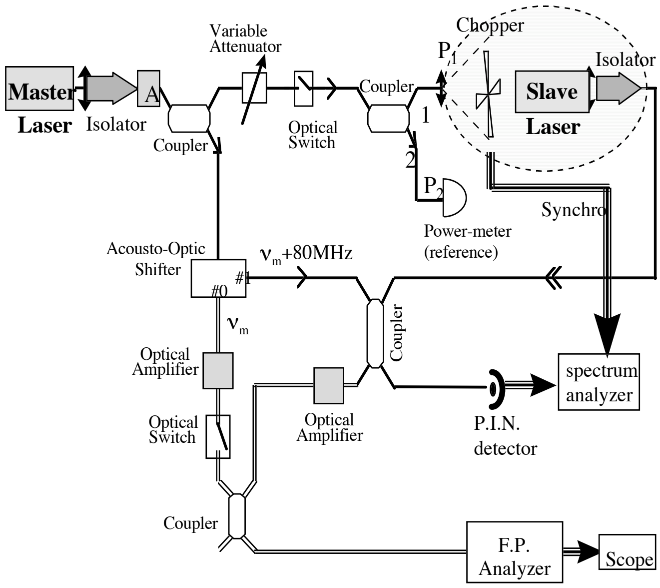


FIG. 1. Experimental arrangement.

Fig.1 shows a sketch of the experiment. The signal is emitted from a continuously tunable, commercially available, semiconductor laser. This signal has a typical linewidth of 80 KHz. It is injected into a distributed feedback (DFB) laser currently used in optical telecommunications. The active emission region of the DFB laser is $4 \times 1.5\ \mu m^2$. This laser is characterized by a linewidth which can vary between 1 and 200 MHz following the injection current. Both lasers are single mode at the same central frequency (1.55 μm). The injected laser works in the ordinary milliwatt domain. The injected power can be controlled by using a calibrated attenuator or by varying the distance between the injected laser and the fiber end. This distance is around 20 cm for the results presented below. Guided wave propagation in polarization-maintaining fibers is set up everywhere but in this free-space propagation where light diverges. The output signal from the injected laser is sent onto a fiber Fabry-Perot analyzer.

The calibration of the power incident onto the detector laser is realized in several steps where the laser is first used as a photovoltaic detector (no injection current) with an injected power bigger than -70 dBm. Calibrated reference detectors and attenuators are then used at low power operation.

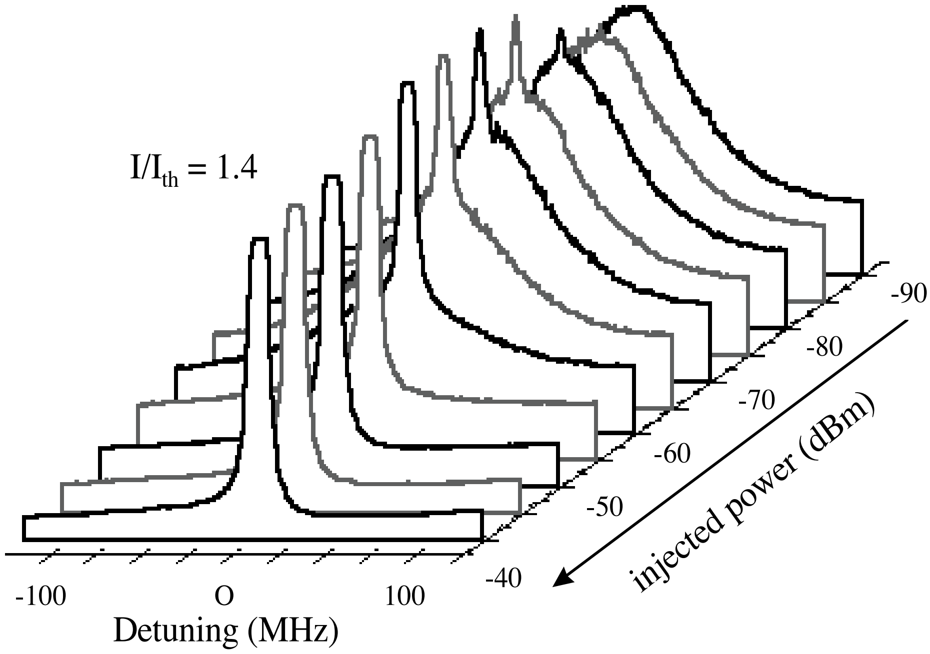


FIG. 2. Output spectra of the laser for increasing injected signals. The laser current is set up at 1.4 times its value at threshold. The peak has been chopped off in order to show the channeling of the energy of the injected laser into the narrow bandwidth corresponding to the signal. It is the height of this peak which is displayed in figure 3.

Fig.2 represents typical spectra of the output of the injected laser obtained when the injected signal is increased from -90 dBm to -45 dBm and filtered across the Fabry-Perot interferometer. At low injection levels, this spectral analysis shows a narrow line on top of a wide spectrum. The line corresponds to the amplification of the incoming signal and the wide pedestal to the output spectrum of the unperturbed laser. Here the sensitivity is limited by the bandwith (3MHz) of the interferometer : the signal should be 37 times narrower if ideally filtered. The vertical axis was voluntary limited in order to show the transfer of energy from the wings of the laser spectrum onto the spectral region corresponding to the signal. We have verified that the total output energy remains the same : it is this transformation of the spectral density which is responsible of the amplification. This process ends when all the energy in the laser line is transferred to the signal. Here the gain becomes saturated. Fig.3 shows the maximum intensity as measured across the interferometer for different values of the gain. 3 regions can be observed :

- on the bottom left is the baseline corresponding to the laser intensity without injection.
- a linear amplification region follows.
- an asymptotic line shows the gain saturation.

One sees that weak signals are best detected when the laser is just above the threshold. Higher amplifications are obtained with higher gains.

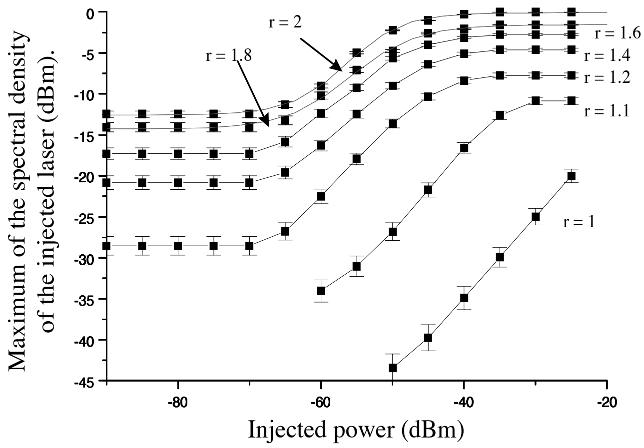


FIG. 3. Maximum intensity of the output spectral density of the injected laser at the injected frequency after filtering by an interferometer *vs* input signal and for different values of r, the gain of the laser (normalized at threshold). Lower horizontal asymptotic lines show the laser signal without injection in the frequency slot of the interferometer. Higher horizontal asymptotic lines display the saturation region which happens when all the energy of the laser has been taken by the signal. The two upper curves have been obtained by a sigmoidal fit.

We have developed a theory of the laser which describes this phenomenon in a very simple way [5]. The injected laser spectral density looks like that which is usually written for a Fabry-Perot interferometer :

$$y_2 = \frac{\eta y_1 + S_2}{e^{-L+g_0/(1+Y_2)}} \frac{1}{\Gamma_2^2 + (x - x_0)^2} \tag{1}$$

Here y_2 and S_2 stand respectively for the spectral densities of the geometrical mean intensity of the internal laser light and of the amplified spontaneous emission which is the natural source of field of the laser. S_2 and y_2 are both normalized by the saturating intensity I_s which characterizes the medium divided by $c/2d$, the cavity F.S.R. $x - x_0$ is the normalized frequency detuning with respect to the resonance x_0. The small signal gain is g_0 : it becomes saturated by the total intensity $Y_2 = \int y_2 dx$. The source term ηy_1 represents the injected signal. In the numerical calculation it has a Lorentzian distribution characterized by a HWHM Γ_1. It is normalized in such way that $\int y_1 dx = 1$ and thus η is a measure of the injected signal. The term Γ_2 is an abbreviation :

$$\Gamma_2 = \frac{1 - e^{-L+g_0/(1+Y_2)}}{A_2 e^{[-L+g_0/(1+Y_2)]/2}} \tag{2}$$

where A_2 is essentially the group index.
Integrating y_2 in Eq.(1) over x gives an equation for the total intensity Y_2 :

$$Y_2 = \frac{1}{A_2^2 \, e^{-L_2+g_0/(1+Y_2)}} \frac{1}{\Gamma_2} \left[\pi S_2 + \frac{\eta Y_1}{\Gamma_1 + \Gamma_2}\right] \tag{3}$$

Equations (1) and (3) have been used to draw figs. 4 and 5. Here the aim was to show that the simple model described above contains the physics of the amplification. Quantitative comparisons will be the subject of another study. Figure 4 is the theoretical equivalent of fig.2, it represents the evolution of the bottom of the output spectral density of the laser for 5 decades of the injected signal. It displays the essential feature of the amplification process, *i.e.*, the transfer of energy from the pedestal to the central region corresponding to the amplified signal. Figure 5 is the theoretical equivalent of fig.3, it shows the output (filtered) signal as a function of the input in log. units for several values of the normalized gain r. It displays several physical effects :
- The horizontal line on the top is the total (non filtered) intensity. Its variation is too small to be seen on the scale of the figure. It verifies that the laser cannot be used as an amplifier without

filtering above the threshold, as indicated in the introduction.
- The amplification is linear in log units for several decades of a small injected signal. In this linear region, it increases with the gain r of the laser.
- Saturation of amplification occurs when η becomes too large; it occurs when almost all the laser power is transferred to the signal, in agreement with the results in fig. (4).
- The minimum filtered signal corresponds to the laser intensity inside the filtered band. This is also an asymptotic line on the bottom left side of the curves. One clearly sees that a small signal is better detected when the laser is close to the threshold.
These figures are in good qualitative agreement with the experimental results described in figs. 2 and 3.

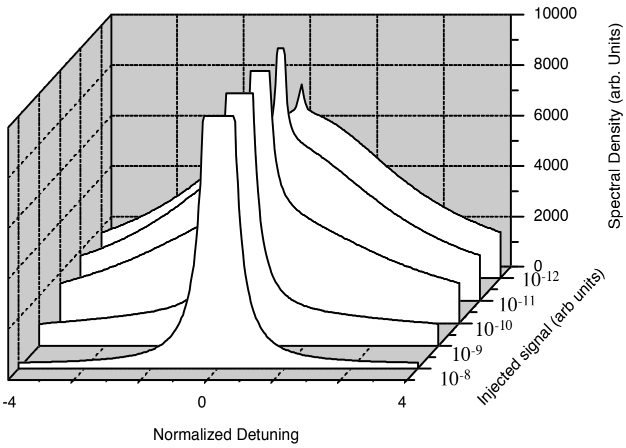


FIG. 4. Spectra of the injected laser as calculated from eq.1 : the energy transfer from the laser line onto the injected signal is illustrated. The peak has been cut off like in fig.2.

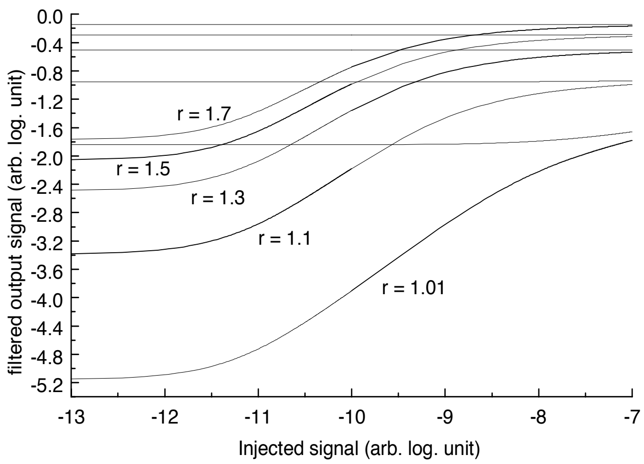


FIG. 5. Theoretical variation of the filtered (amplified) signal *vs* the injected amplitude. This curve shows the laser baseline on the left side, the logarithmic linear amplification and saturation regions as in fig.3. The total, non filtered signal is shown on the top : it looks like an asymptotic line because its variation is too small to be visible on this scale.

We have shown, experimentally and theoretically, that a laser above its oscillation threshold can be used to amplify a weak signal whose width is much narrower than its own. The aim of this work was essentially to describe the qualitative features of this amplification process. It is linear in a wide range (between 10^{-14} W and 10^{-7} W in our experiments). The detection

scheme (amplification + filtering) is *completely different* from what exists in ordinary detection systems where light energy is first transferred to an excited electron which is then multiplied (photomultiplier or avalanche photodiode). It is also different from ordinary (single passage) optical amplification at least in three respects :
- The cavity filtering effect limits the amplification of the noise (spontaneous emission) to within the resonant narrow bandwidth.
- The resonant amplification is much more efficient because the stimulated emission (which depends upon the field intensity) is stronger in the laser.
- Moreover, the energy of the laser acts as a reservoir for the amplification.

Keeping the coherence of light, this method of detection is well adapted to laser light, as opposed to usual fast detectors [6], which are better adapted to fields having a short correlation time. One can thus hope to use the laser as a new type of detector in experiments where sensitivity is needed, the price to pay being the slowness of the system [7] .

[1] J.P. Gordon, H.J. Zeiger and C.H. Townes, Phys. Rev., 99, 1264 (1955).
[2] A. Siegman, "Lasers", University Science Books, Mill Valley, Cal. (1986). See section 11.6.
[3] J.B. Heroux, X. Yang and W.I. Wang, Appl. Phys. Lett., 75, 2716 (1999).
[4] R. Gabet, G. M. Stéphan, M. Bondiou, P. Besnard and D. Kilper presented at FRISNO6, 6^{th} French-Israeli Conference, Les Houches, France Feb. 2000.
[5] G.M. Stephan, Phys. Rev. A , 58, 2467 (1998).
[6] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc and G. Grynberg , "photons and atoms : introduction to quantum electrodynamics", John Wiley & Sons, New York (1997).
[7] The time constant of the system is of the order of the inverse of the signal linewidth. In the case of our experiments, it is of the order of 10^{-5}s. In a telecommunication line, the bit rate would thus be lower than 100 Kb/s.

detector.tex

ULTRAHIGH SENSITIVITY DETECTOR FOR COHERENT LIGHT : THE LASER.

R. Gabet, G. M. Stéphan, M. Bondiou and P. Besnard

Laboratoire d'Optronique

associé au Centre National de la Recherche Scientifique (UPRESA6082).

Ecole Nationale des Sciences Appliquées et de Technologies. 6, rue de Kérampont,

22305 LANNION, FRANCE.

D. Kilper

Department of Physics, UNC Charlotte,

28223, Charlotte, NC, USA.

(August 22, 2000)

Abstract

The amplification response of a laser to a weak, narrow linewidth signal is measured above the laser threshold and below the minimum injection power condition for locking. This signal has the same resonant frequency as the laser but a smaller linewidth which allows to separate its effect from that of the spontaneous emission in the laser output spectral density. Optical powers as low as -117 dBm or 0.2 photon per correlation time are experimentally detected. Phenomena are theoretically explained by using simple semi-classical formulas based on the laser transfer function.

pacs : 42.55.Ah ; 42.60.Da ; 42.55.Px ;

Photons manifest themselves in the processes of emission and absorption. Their theoretical description in quantum optics is based on the use of Fock spaces and leads to formulas which describe photodetection signals for instance. The formulas which are derived in textbooks are generally obtained by studying the interaction of a *single mode* field with an atom or a molecule. However, a physical field is generally *multimode*, even if it contains a single photon. Such a multimode field is more complicated, it is non-stationary and it is characterized by correlation functions. It follows that such functions do not appear in formulas describing photodetection signals in many, well known textbooks [1–3]. The problem is beautifully described in ref. [4] where the authors show that photodetection signals depend indeed on the spectrum of both the field and the detecting atom. In the time domain, this means that the detectable signals depend upon the correlation functions of both the field and the detecting dipole. Up to now, attention has not been attracted on this property because standard detectors which are used in optics are essentially of the same kind : the field to be detected excites an electron which is then multiplied. This is the case of photomultipliers (PM) or avalanche photodiodes (APD). Here, the correlation of the field does not play any role because that of the detecting atom is very short and acts as a delta function in the convolution integral. Standard formulas are thus perfectly justified, but the properties of the detector severely limit the performance of detection. This short detection (or correlation) time T corresponds to an atomic ionization or an electron-hole pair excitation : typically, it lasts less than a nanosecond. The minimum optical power $h\nu/T$ transferred to the detector by a single photon during this time is thus larger than a picowatt. Coarsely, the detection of low-level fields can be qualitatively pictured as a detection of pulses, each corresponding to this power transfer.

In striking contrast with these traditional detectors, the new detection scheme which is proposed below takes advantage of the coherence of light. The situation is the following : the weak coherent signal to be detected has a very narrow spectrum (80 kHz in our experiment); it is launched into a laser having the same central resonant frequency but a wider spectrum (100 MHz in our experiment). A spectral analysis allows to separate the response of the laser to the injected signal from its own field. The property which is used here is the ability of the laser to *amplify light without loosing its coherency*, or, in other words, the correlation is preserved in the process. It is the association of the two operations : resonant amplification and filtering, which allows us to demonstrate detection levels of the order of the femtowatt, *i.e.*, an improvement of more than a factor of 1000 in the minimum detectable power of coherent light. The demonstrated sensitivity allows for instance to detect what remains (-100dBm) of a continuous wave signal of 1 mW after transmission across 500 km of an ordinary optical fiber used in telecommunications, which is impossible by conventional means. This detection is continuous as opposed to the usual pulse detection as indicated above.

The properties of a laser ("slave") injected by another laser ("master") are strongly influenced by the incoming signal and have extensively been studied since the first experiment by Stover in 1966 [5]. Frequency and phase locking, harmonic generation, chaos, bistability and lineshape modifications occur in injected semiconductor lasers and have been classified following the power and the detuning of both lasers [6–8]. The situation where the spectrum of the seed light is narrower than that of the injected laser has already been studied [9] and a big gain has been expected from the condensation of the laser energy from its broad band into the narrow signal. A distributed feedback semiconductor (DFB) single mode laser typically works in the (optical) 10 mW range and its frequency can lock onto an injected signal as small as 10 nW, if the detuning is small enough. However, in this work we focus on a novel situation in which the injected power is further reduced, especially when its spectrum is narrower than that of the injected laser.

A laser usually acts as a filter and amplifier for spontaneous emission [10] : if an external small signal with a resonant frequency is injected, it should thus be amplified at the same rate as the spontaneous field. Indeed Haus and Yamamoto have shown theoretically that in certain limits a laser can act as an ideal linear amplifier for an injected signal [11]. The

ideal quantum limit corresponds to one noise photon per mode at the input of the amplifier and results in the well known 3 dB noise penalty due to the simultaneous measurement of the amplitude and phase, which is made possible by the amplification. A highly coherent (narrow linewidth) field that is injected below the locking regime can take advantage of this quantum limitation within a laser. Lasers have previously been used as regenerative amplifiers [12] especially below the threshold but this early work did not address the spectral properties associated to the amplification of a narrow signal inside a wider resonance line. In the following, we first describe our experiment and its results; then a semiclassical interpretation is given, following the semi-classical calculation that we did before [10].
Fig.1 shows a sketch of the experiment. Light from a tunable, commercially available, semiconductor laser is injected into a distributed feedback (DFB) laser currently used in optical telecommunications. Both lasers are single mode at the same frequency (1.55 μm) and their linewidths are different by 3 orders of magnitude as indicated above. The injected laser works in the ordinary milliwatt domain with a linewidth which can be set between 1 and 200 MHz following the injection current. The injected power can be controlled by using a calibrated attenuator or by varying the distance between the injected laser and the output of the source. This distance is 18 cm for the results presented below. The active emission region of the DFB laser is 4×1.5 μm^2 : the experimental results presented below are expressed in Watt, the optical fluence can thus be obtained in W/cm^2 by dividing the different figures by $6 \times 10^{-8} cm^2$ (or by multiplying by $1.7 \times 10^7 cm^{-2}$). Guided wave propagation in polarization-maintaining fibers is set up everywhere but in this free-space propagation where light diverges along these 18 cm. This divergence can be controlled thanks to a lens with a focal length of 1 cm : it has been adjusted to reach a loss of about 40 dB. The output signal from the injected laser can be sent either onto a fiber Fabry-Perot analyzer or a Mach-Zender, heterodyning device.

The calibration of the power incident onto the detector laser is realized in three main steps :

-first the laser is used as a photovoltaic detector (no injection current) and the curve (photovoltaic voltage V_{photo} *vs* injected power), is recorded.

-then, using the experimental setup of fig.1, we calibrate the power P_1 at output 1 as a function of P_2 at output 2. This is done by using an integrating sphere calibrated in mW at output 1 and the reference detector (power-meter in fig.1) at output 2.

-In the third step, the lens, the chopper and detector laser (slave laser in fig.1) are set up. The power is varied using the variable attenuator and V_{photo} and P_2 are simultaneously measured. In order to have a measurable signal V_{photo}, we need a power of more than -70 dBm and thus we use an optical amplifier (gain = 30 dB) inserted at point A (see fig.1) to attain this goal. This operation allows us to know the loss between output 1 and the laser (this loss is adjusted to be -40 dB as indicated above). During the low signal operation, the optical amplifier is removed and the optical power is decreased in a known manner, using the attenuator and the calibrated reference detector at output 2. Fig.2 represents a typical spectrum of the output of the injected laser which has been obtained with a Fabry-Perot interferometer. This spectral analysis shows a narrow line on top of a wide spectrum. The line corresponds to the amplification of the incoming signal and the pedestal to the output spectrum of the non-perturbed laser. Here the sensitivity is limited by the bandwith (3MHz) of the interferometer, but signals as weak as -93 dBm can still be observed. In order to improve this sensitivity, we have used an heterodyne detection by observing the beating between the injected laser output and a part of the master laser signal detuned by 80 MHz using an acousto-optic modulator (see fig.1). An example of the results is illustrated in fig.3. These curves were obtained by observing the output of an electronic spectrum analyzer when the injected signal was mechanically chopped at a frequency of 3 Hz. Typically, the power of the local oscillator is -16 dBm, or 25 μW, the analysis bandwidth is 3 kHz and the video bandwidth is 30 Hz. A minimum detection level of -117 dBm is observed for a signal/noise ratio equal to 1. This level corresponds to $10^{-14.7}$ W. As the coherence time of the field is $\tau = 1/\Gamma$ with Γ =80 kHz, this flux corresponds also to 0.2 photon per coherence time. The minimum detectable signal can also be measured when the laser amplifier is removed; the maximum gain is deduced to be 60 dB. This figure corresponds to the amplification of the spontaneous emission at the central resonance.

We have recently generalized the optical Airy function of the Fabry-Perot interferometer to the laser and theoretically shown that this method allows a simple and precise description of the laser linewidth and intensity [10] for any value of the gain. The idea here is that the laser feeds itself on the spontaneous emission which is filtered and amplified. This filtering effect leaves a very small frequency band but the amplification effect is extremely large. In this method, the spectral density $y(\nu)$ of the laser field is written in the frequency domain. It is related to that of the source (the spectral density of spontaneous emission) through the laser transfer function (which is the extension to the laser of the usual optical Airy function for a Fabry-Perot interferometer). Around the resonance frequency, the spectral density $y_2 = y_2(\nu)$ of the injected laser is the same as that of a solitary laser but a supplementary term which arises from the injected field; it is written as [10] :

$$y_2 = \frac{\eta y_1 + S_2}{e^{-L+g_0/(1+Y_2)}} \frac{1}{\Gamma_2^2 + (x - x_0)^2} \tag{0.1}$$

Here, g_0 is the small signal gain, $Y_2 = \int y_2 dx$ is the saturating intensity, x is the frequency normalized by the free spectral range $c/2nd$, x_0 is the central laser frequency, L stands for the losses and Γ_2 is an abbreviation for the expression of a linewidth. In the source term (numerator) S_2 and ηy_1 respectively represent the spectral densities of the spontaneous emission (flat in the spectral range of interest) and the injected source. η is the coupling coefficient. Noises introduced by the pumping term or other sources than spontaneous emission are not considered in this formula. Details are given in ref. [10] where the application of this expression to a weak signal y_1 was implicit. In our experiment, the energy injected into the laser is too small to change Y_2 in an appreciable way with respect to the free laser. At very low levels, the wide spectral distribution y_2 is only affected in the narrow region corresponding to y_1 through the change of the source only. This is why one can observe the small peak on top of the wide band in Fig.2. Eq.(0.1) allows to compute the spectral density as in fig.(2) and beating curves as in fig.(3). This formula, as well as our experimental results (see fig.3) show that when the injected signal is increased, energy that is spread over the unperturbed laser linewidth channels continuously into the narrow injection signal linewidth until saturation. We verify also that the amplification increases with the gain of the injected laser (see fig.3).

The ultimate sensitivity of the laser detector is a question which belongs to the field of Cavity Quantum Electrodynamics [13]. It has been shown [14] that a cavity modifies the frequency distribution of vacuum fluctuations, enhancing the resonant field at the expense of non resonant frequencies. Experiments have been done with cavities containing few photons and atoms [15], increasing our understanding of quantum measurement processes. In contrast with these pure experiments, a usual laser puts into play an enormous amount of atoms and photons. Interactions occur between atoms (or active species like electron-hole pairs) and their surrounding (phonons), together with black body radiation and vacuum field fluctuations. These interactions result in the emission of a random light which is the natural source term S_2 in eq.(0.1) of the laser light. In our experiment, the strong filtering effect (either optical or electronic) brings the associated noise N down to the shot-noise level, which is proportional to $\sqrt{B}$ the square root of the bandwith B : $N = a\sqrt{B}$. For input signals which are characterized by the same noise, the signal S_{out} to noise ratio at the laser output would thus increase like $1/\sqrt{B}$, *i.e.*, $S_{out}/N = S_{in}/a\sqrt{B}$. One obtains a better sensitivity when the input signal has a narrower linewidth. This effect results from the ability of the active cavity to accumulate the injected field. It follows that the minimum detectable power becomes infinitely small when the linewidth to be detected becomes infinitely narrow.

The aim of this letter was to verify the practical use of the laser as an ultrahigh sensitivity detector for coherent light. The light to be detected must have the same resonance frequency and a smaller bandwidth than that of the laser detector. This sensitivity is a consequence of the behavior of the laser which is excited by a very small signal (internal spontaneous emission) and which answers this excitation by an intense field. When excited from the outside by a properly controlled small signal, the answer function (the transfer function) remains the same and allows to apply to this signal the amplification otherwise left to a random noisy field. Through the locking effect, gain is continuously drawn from other frequencies into the linewidth of the injection signal until saturation occurs. The principle looks like that used in radioelectricity in superregenerative reception [16]. Usual detection processes uses a transformation of the optical energy (the photon) into a free electron which is then multiplied through an avalanche process in an APD or a PM. The coherency of light does not appear in this process because the detection time is shorter than its coherence time. In our method, light is first amplified through stimulated emission which preserves the coherency and then filtered which allows a better separation from noise than in ordinary detectors. We have improved the sensitivity of detection by a factor greater than 1000 with respect to conventional means which allows new classes of experiments where weak coherent laser light has to be detected, like gravity-wave detection, atomic physics, or quantum optics [17].

Acknowledgements. We would like to thank Drs J. C. Simon and J. Dupont-Roc for their comments and ideas; M. Valette and S. Clément helped respectively in the experimental design and in the data acquisition software. D. Kilper would like to acknowledge support from the National Science Fundation.

REFERENCES

[1] W. Heitler, "The quantum theory of radiation", Dover Publications, New York, 3rd edition (1953). The transition probability per unit time is computed in chapter IV, section 14.

[2] L. Mandel and E. Wolf, "Optical coherence and quantum optics", Cambridge University Press (1995). See chapter 9, semiclassical theory of photoelectric detection of light.

[3] R. Loudon, "The quantum theory of light", Clarendon Press, Oxford (1973). See chapter 8, Interaction of the radiation field with an atom.

[4] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc and G. Grynberg , "Atom-photon interactions : basic processes and applications", John Wiley & Sons, New York (1992). See section AII, photodetection signals and correlation functions.

[5] H. Stover and W. Steier, Appl.Phys.Lett., 8, 91 (1966).

[6] R. Lang, IEEE J. Quantum Electron., 28, 976 (1982).

[7] A. Gavrielides, V. Kovanis, A. M. Varangis, T. Erneux and C. Lythe, Quantum and Semiclassical B. Optics, 9, 785 (1997).

[8] T. B. Simpson J. M. Liu, K. F. Huang and K. Tai, Quantum and Semiclassical Optics, 9, 765 (1997).

[9] V.M. Baev, K.J. Boller, A. Weiler and P.E. Toschek, Opt. Comm., 62, 380 (1987).

[10] G.M. Stephan, Phys. Rev. A , 55, 1371 (1997). *ibid.*, 58, 2467 (1998).

[11] H.A. Haus and Y. Yamamoto, Phys. Rev. A ,A29, 1261 (1984).

[12] A. Siegman, "Lasers", University Science Books, Mill Valley, Cal. (1986). See section 11.6.

[13] S. Haroche, "Cavity Quantum Electrodynamics", in Fundamental systems in quantum

optics, Proceeding of Les Houches Summer School, Session LIII. Edited by J. Dalibard, J.M. Raimond and J. Zinn-Justin. North-Holland 1992.

[14] D. Kleppner, Phys.Rev. Lett. 47, 233 (1981).

[15] P. Goy, J.M. Raimond, M. Gross and S. Haroche, Phys.Rev. Lett. 50, 1903 (1983).

[16] F.W. Frink, Proc I.R.E. 26, 76 (1938).

[17] Applications in optical telecommunication are severely limited by the small bandwidth (here 80 KHz) of the signal.

FIGURES

FIG. 1. Sketch of the experiment. During the calibration procedure, an optical amplifier is inserted at position A.

FIG. 2. Output spectrum of the injected laser filtered through a Fabry-Perot interferometer.

FIG. 3. Magnitude of the beating signal between the output of the injected laser and the source field detuned by 80 MHz as a function of the injected power P for three value of the injection current (the threshold current is 23 mA

. Inserts show 3 examples of raw signals as obtained on the screen of the spectrum analyzer.

Figure 1

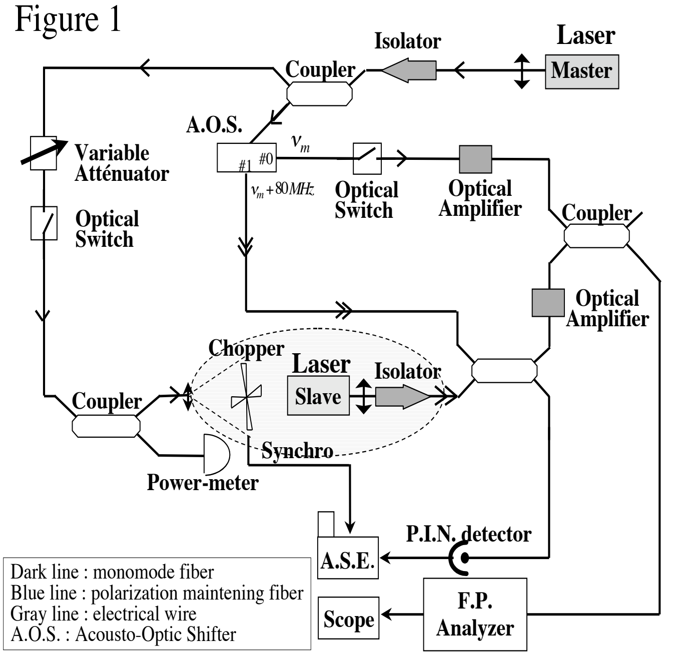


Figure 2

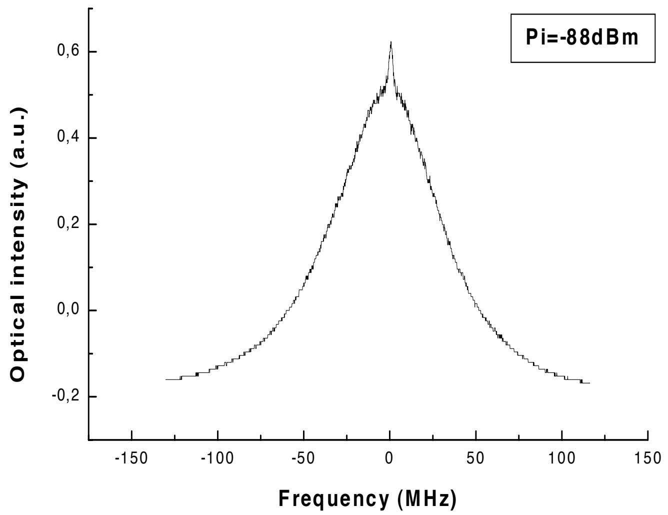
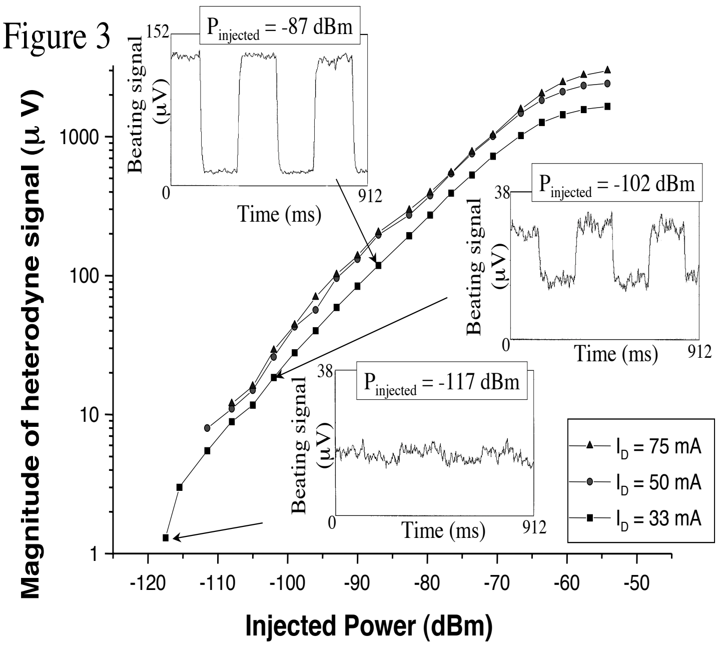


Figure 3



Magnitude of heterodyne signal (μ V)
Injected Power (dBm)
1
10
100
1000
-120
-110
-100
-90
-80
-70
-60
-50
P injected = -87 dBm
P injected = -102 dBm
P injected = -117 dBm
Beating signal (μV)
Time (ms)
152
38
0
912
I D = 75 mA
I D = 50 mA
I D = 33 mA

Semiconductor lasers with weak optical injection : a laser as a low-signal detector

R. Gabet, M. Bondiou, G. Stéphan and P. Besnard
ENSSAT, Laboratoire d'Optronique (UPRESA6082), 6 rue de Kérampont, 22305, LANNION, FRANCE.
e-mail : pascal.besnard@enssat.fr

The main idea of optical injection [1] is to give a reference to the injected laser from another laser [2]. The injected laser can become slaved onto the master and frequency-locking occurs following the injected intensity and the frequency difference between both lasers. Phase locking is a different phenomenon which manifests itself in the locking of the linewidth of the slaved laser onto that of the master [3,4]. The topics of this communication is to describe the power spectral density of the injected laser when the injected power is decreased to very low level (~picowatt) with a central frequency identical for both lasers but each of them having very different linewidths. The study follows from an interpretation of the laser as a filter and amplifier as recently given [4].

The injected laser responds to two source fields :
-the first is the spontaneous emission which is intrinsic to the active medium ; the filter effect of the laser Airy function leads to the slave laser line whose linewidth has been fixed here in the range of 100 MHz;
-the second is the field injected from the outside : here we choose a light with a smaller linewidth.
We decrease the injected signal in order to have the same order of magnitude for the spectral density of both sources. The experimental results show that at low level, the transfer function of the laser transforms these two sources as shown on the figure 1 below.

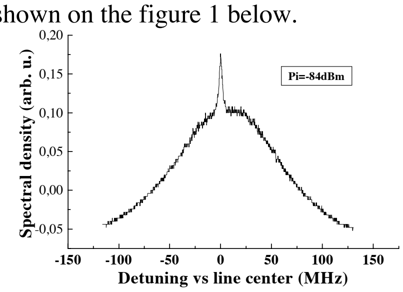


Fig. 1: Optical spectrum of a laser injected with a small signal whose laser line is much narrower than the one of the slave laser.

We have developed the theory of this transfer function (the generalized optical Airy function) of a laser [4] and we apply its results below.

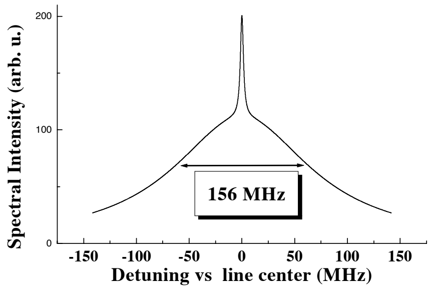


Fig. 2: Calculated optical output spectrum of a laser (linewidth = 78 MHz) injected with a field whose linewidth (1.75 Mhz) is much lower than that of the slave.

Figure 2 displays the results which are obtained following the lines described in refs [4]. This result confirms the interpretation of the laser as an amplifier and filter. It also shows the ability of a laser to detect extremely low signals. Finally, in this experiment, it illustrates also the necessity to associate the spectral distribution of the field to its energy, or its correlation function, as in any process of detection [5].

References

[1] T.B. Simpson, J. M. Liu, K. F. Huang, and K. Tai, Quantum Semiclass. Opt. 9, 765 (1997).
[2] L. E. Erickson and A. Szabo, Appl. Phys. Lett. 18, 10 (1971).
[3] M. Bondiou, P. Besnard, G.M. Stéphan, Glasgow september 1998.
[4] G. M. Stéphan, Phys. Rev. A, 55, 1371 (1997). ibid. 58, 2467 (1998).
[5] C. Cohen-Tanoudji, J Dupont-Roc, G. Grynberg "*Processus d'interaction entre Photons et atomes*" Savoirs Actuels, Editions du CNRS p. 125 (1988).

FONCTION DE TRANSFERT GENERALISEE AU LASER : DESCIPTION DES PROPRIETES SPECTRALES D'UN LASER SEUL ET D'UN LASER INJECTE

R. GABET, M. BONDIOU*, P. BESNARD, G.M. STEPHAN.
Laboratoire d'Optronique associé au C.N.R.S. (URA 6082)
E.N.S.S.A.T., Université de Rennes I, 6 rue de Kerampont, 22 305 LANNION CEDEX
Tél: 02-96-46-50-30, Fax: 02-96-37-01-99;
mel: besnard@enssat.fr, stephan@enssat.fr
*COPL Université Laval Québec G1K 7P4 Canada courriel bondiou@gel.ulaval.ca

Résumé : Nous montrons que la fonction de transfert généralisée au laser introduite récemment [1] nous permet de décrire l'évolution de la largeur de raie d'un laser ainsi que celle d'un laser optiquement injecté.

La largeur de raie d'un laser peut être décrite à partir des équations standards de Lamb [2] où l'approximation des enveloppes lentement variables est faite. Ce modèle peut être élargi au cas du laser à semi-conducteur [3]. Dans une étude récente, nous avons introduit [1] une fonction de transfert d'Airy généralisée au cas du laser. Cette fonction permet de retrouver de façon simple et analytique la relation de Shalow-Townes [4] dans laquelle la largeur de raie varie de façon inversement proportionnel à la puissance optique émise. Nous montrons que cette fonction peut très bien s'appliquer au cas d'un laser injecté. Dans ce cas, le terme source de la fonction de transfert est constitué de deux termes, l'émission spontanée du laser injecté dit esclave et un terme externe constitué de la densité spectrale du laser maître. Dans ce papier, nous montrons que divers cas se présentent suivant la puissance injectée et les valeurs respectives des largeurs de raie du laser esclave et du laser maître et résumons un certain nombre de résultats obtenus par cette fonction de transfert.

Lorsque la puissance injectée est suffisante (cette qualification vague sera explicitée dans cet exposé), la théorie prédit l'accrochage en fréquence et le transfert connu de pureté spectrale [5-6]. La fonction de transfert prédit également le transfert d'impureté spectrale que nous avons vérifié expérimentalement.

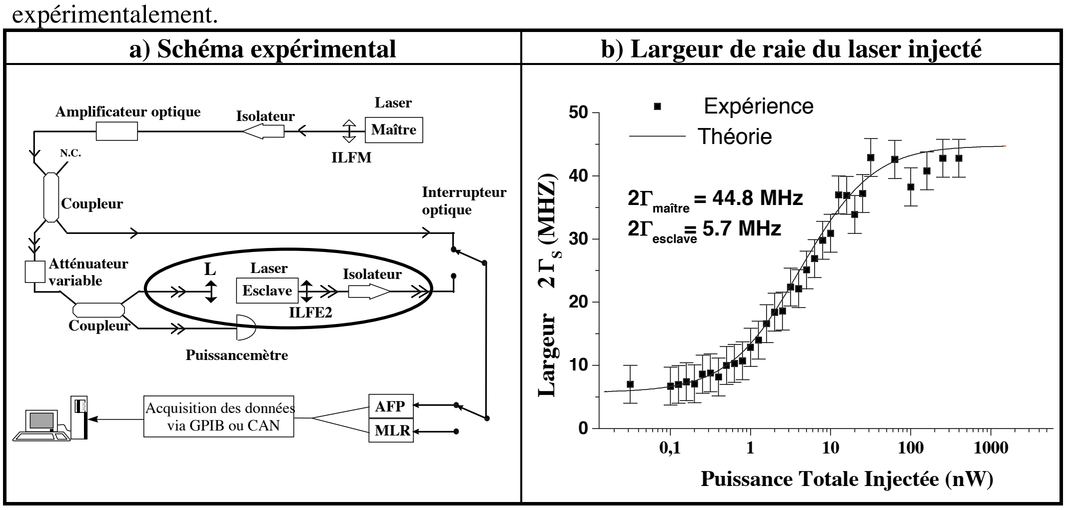


Figure I : *a) le dispositif expérimental permettant la mesure de la largeur de raie, b) Evolution de la largeur de raie du laser lorsque la puissance injectée est diminuée jusqu'à de très faibles puissances lorsque la largeur de raie de l'esclave est inférieure à celle du maître* $2\Gamma_E \leq 2\Gamma_M$ *. La fonction de transfert généralisée au laser décrit correctement cette évolution.*

Lorsque la puissance injectée devient plus modeste, on assiste à une compétition entre la source interne et la source externe et deux cas se présentent :

- si la largeur de raie de l'esclave est inférieure à celle du maître $2\Gamma_E \leq 2\Gamma_M$, le transfert (figure I-b)) de largeur de raie est partiel, c'est le transfert d'impureté spectrale.
- dans le cas contraire $2\Gamma_E \geq 2\Gamma_M$, il y a à la fois amplification des deux sources et le profil initial de raie laser comprend alors la régénération de la densité spectrale du maître (figure II).

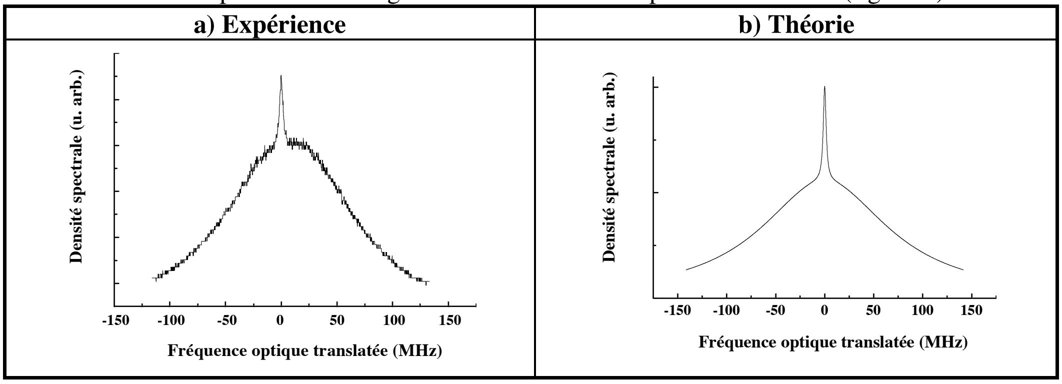


Figure II : *largeur de raie d'un laser faiblement injecté lorsque* $2\Gamma_E \geq 2\Gamma_M$.

Enfin, nous montrons que cette fonction est tout à fait apte à décrire le comportement d'un laser DFB et en particulier l'anomalie de largeur de raie observée [7], en formulant les conditions aux limites à l'aide de la théorie des modes couplés [8] (figure III).

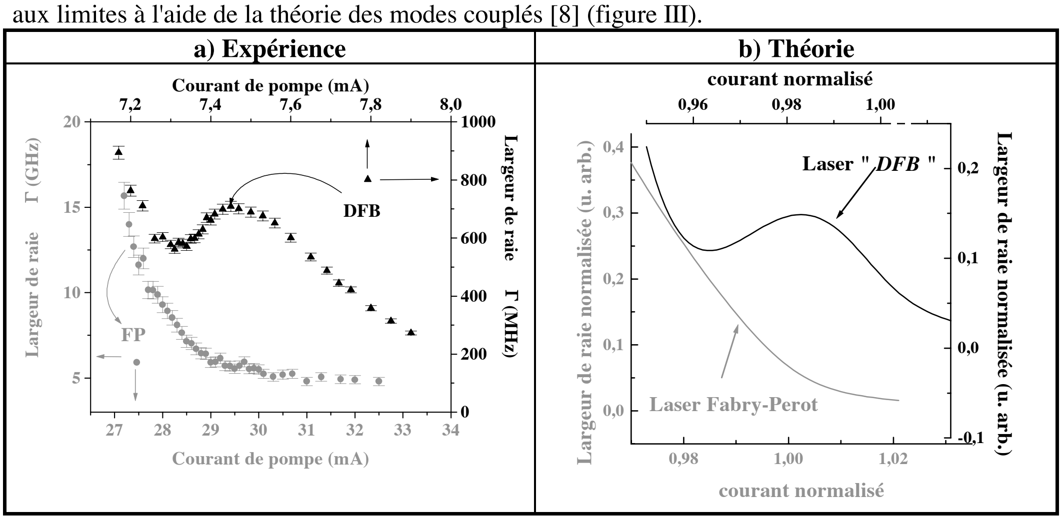


Figure III : *anomalie de largeur de raie pour un laser DFB lors du passage à travers le seuil. Le laser Fabry Perot a une transition sans épaulement. La théorie de la fonction de transfert généralisée est adaptée au laser DFB et reproduit l'anomalie. Le même calcul permet de prédire le comportement d'un laser Fabry Perot en posant la constante de couplage du réseau, nulle.*

---

[1] G. M. Stéphan, Phys. Rev. A, 55, 1371 (1997). ibid. 58, 2467 (1998).
[2] M.B. Spencer and W.E. Lamb, Phys. Rev. A 5, 884 (1972).
[3] C.H. Henry, IEEE Journal of Quantum Electron. QE18, 259 (1982).
[4] A.L. Shalow and C.H. Townes, Phys. Rev. 112, 1940 (1958).
[5] L. E. Erickson and A. Szabo, Appl. Phys. Lett. 18, 10 (1971).
[6] P. Gallion, H. Nakajima, G. Debarge, C. Chabran, Electron. Lett. 21, 626 (1985).
[7] R. Hui, S. Benedetto and I. Montrosset IEEE J. of Quant. Electron. 29, 1488 (1993)
[8] G.P. Agrawal and N.K. Dutta, "Semiconductor lasers", Van Nostrand Reinhold (New York) 2nd edition (1993), Chap. 7.

PROPERTIES OF A DISTRIBUTED FEEDBACK SEMICONDUCTOR LASER SUBMITTED TO OPTICAL INJECTION.

G. M. Stéphan[a] , P. Besnard[a], M. Bondiou[a], R. Gabet[a] and M.Tétu[b]

[a]Laboratoire d'Optronique associé au Centre National de la Recherche Scientifique.
ENSSAT, 6, rue de Kérampont, 22305 LANNION, FRANCE.

[b] C.O.P.L. Département de génie électrique et de génie informatique Pavillon Pouliot,
Université Laval, Québec, Canada, G1K 7P4.

ABSTRACT

Distributed feedback semiconductor lasers used in optical telecommunication are submitted to an optical injection : various phenomena are experimentally observed, including frequency and progressive phase locking, frequency generation, chaotic behavior, bistability and sensitive detection . The theoretical interpretation is based on the laser transfer function in the frequency domain which is calculated for this kind of laser.

Keywords: DFB lasers, optical injection, detection of light, laser transfer function.

1. INTRODUCTION

Distributed feedback (DFB) semiconductor multiple quantum well (MQW) lasers are among the most important industrial lasers used in optical telecommunications. Their success rests on unique properties originating either on those of the MQW structure (high gain, high speed of modulation) or on those of the mixed optical feedback of the grating and of the Fabry-Perot cavity (high rejection of non-lasing modes, less frequency chirp for instance). Their structure is basically a series of quantum wells grown on a corrugated substrate with a periodicity Λ_0 close to $N\lambda/2$ where λ is the wavelength of light and N an integer. This periodic grating adds a selection function inside the cavity which explains the unique spectral properties of this laser. This structure was invented for the first time in 1971 by Kogelnik and Shank[1] and applied later to the semiconductor laser by Nakamura *et al.*[2]. Quantum well lasers are described in ref.[3]. These lasers have a lifetime which is guaranteed to be more than 25 years. They are now produced in large quantities by telecom companies which lowers their cost. In the following, we are interested in the description of the output signal of these lasers when they are injected by a light coming from a master laser having a frequency close to their own. This output is modified depending upon the injected light which acts as a (non-linear) driver. The main goals of this work are :

- firstly to describe a synthesis of the different effects which can experimentally be observed when two main control parameters (frequency and/or intensity of the incoming light) are varied. These effects are : frequency generation through multiwave mixing including period doubling, frequency pushing or pulling, chaos, frequency locking, bistability, progressive phase locking and amplification of weak signals in the sub-picowatt range.

Send correspondance to G. M. Stéphan : E-mail: stephan@enssat.fr

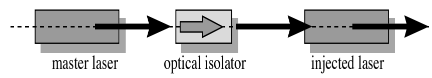


Figure 1. Principle of optical injection

- and secondly to give a simple theoretical method which allows the description of all these phenomena. This method is based on the laser transfer function in the frequency domain and applied to the DFB laser through the use of the coupled-wave theory.

A practical application of this study is the use of the injected laser as a basic element of an optical processor, able to perform logical functions. Another one is the demonstration that a laser can also be used as an extremely sensitive detector, the price to pay being its slowness and its small bandwidth.

The paper is organized as follows :

The basic experimental results are described in the first section : in a first kind of experiments, the "locking strength" is measured as a function of the detuning (i.e., the difference between the fixed frequency of the injected laser and that of the master laser). Maps of the different phenomena have been drawn for injected powers in the range $10^{-8} - 10^{-4}$ Watt. A second type of results shows how the linewidth of the injected laser varies with the injected power at fixed frequency or with the detuning at fixed injected power. This variation is smooth and demonstrates the above-mentioned phase-locking. In a third type of result, we have analyzed the spectral density of the output light which demonstrates the ability of a laser to be used as an amplifier in a detection system.

The second section is devoted to the description of the transfer function of the DFB laser. The main ideas are first exposed which introduce the spectral transfer function which links the source (the spontaneous emission) and the laser fields. The laser is interpreted here as an amplifier and a filter *in the frequency domain.* This interpretation is extended to the injected laser by adding the incoming field to the preceding source term. The method, when adapted to the DFB laser, allows to qualitatively explain most of the observed phenomena. A numerical calculation predicts a *linewidth anomaly* in the vicinity of the laser threshold. We give the result of an experiment which illustrates this prediction.

2. EXPERIMENTAL RESULTS.

Basically, an injected laser experiment contains a master laser, an optical isolator, an injected (or "slave") laser and an electronic system for signal recording and processing. Figure 1 displays a sketch of our experimental equipment.

Both lasers are of the same kind and are working on similar wavelength, they are said to be "paired" and have to be carefully chosen from a series of lasers having the same origin. The optical isolator prevents the light of the slave to be sent back into the master. The experimental setup is sketched in Figure 2. Note that this is an all-fibered experiment which allows to get rid of all painful adjustments and to have an almost perfect reproducibility from one day to another.

The frequency and the intensity of the single mode master laser are noted respectively ν_m and I_m. The corresponding quantities for the injected laser are ν_s and and I_s. However, the intensity I_s is generally

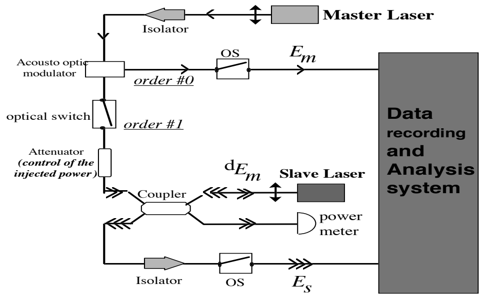


Figure 2. Measurement of the locking strength.

distributed over several frequencies and one writes $I_s = \sum_i I(\nu_i)$. The ratio of the intensities $I_s(\nu_m)$ over $I(\nu_m)$ at frequency ν_m is called the locking strength LS. In a first experiment, ν_m is varied (I_m being kept constant) and the the locking strength is measured.

Figure 3 shows the locking strength measured with an injected power of 0.36 μW, the power of the slave being 3.3 mW. The first phenomenon illustrated by this result is the well-known frequency locking where the power at frequency ν_s disappears to the benefit of the injected field at frequency ν_m. The spectrum of the output light can be measured with an optical spectrum analyzer (a Fabry-Perot interferometer) for each value of the detuning. Two examples of such spectrum are displayed in Figure 3 when the detuning is outside the locking range. At point Q, the detuning is -3GHz and the effect of the injection is a weak *pulling effect* of the slave frequency. At point K, corresponding to a detuning of 3GHz, one observes a small pushing effect.

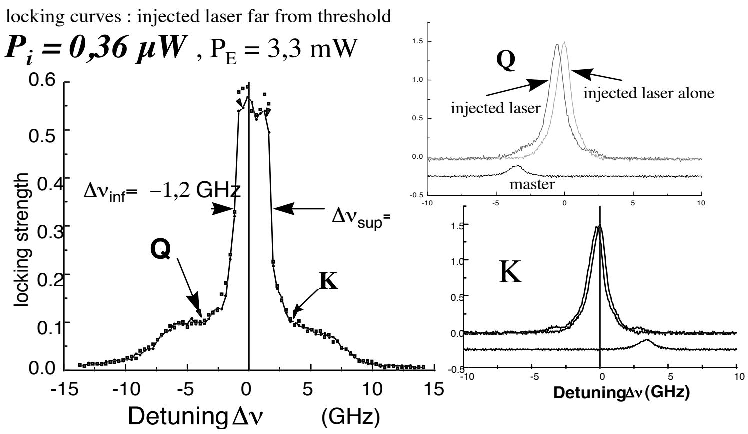


Figure 3. Measurement of the locking strength and associated spectra for two values of the detuning.

Figure 4 shows the locking strength measured when the injected power is 5.8 μW, the power of the slave being also 3.3 mW. The locking curve domain is split into two parts which means that frequency locking occurs in two regions. Spectra taken for detunings of -5Ghz (point S) and 2 GHz (point L) show the new frequencies which appear at multiples of $\nu_m - \nu - s$ and created by non-linear multiwave mixing of the injected and the slave laser fields. In both figures the larger peak corresponds to the line of the slave laser alone which is the reference of frequency.

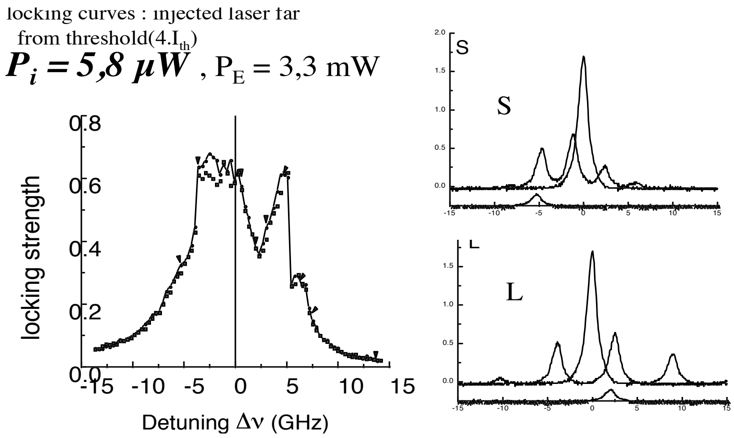


Figure 4. Measurement of the locking strength and associated spectra for two values of the detuning.

Figure 5 shows the locking strength measured with an injected power of 46.6 μW, the power of the slave being always 3.3 mW. This time the locking curve shows an hysteresis domain : frequency locking occurs or not depending upon the past history of the laser. The bistable domain is 1.7 GHz wide in this example. The spectrum taken for a detuning of 10 Ghz (point D) displays a wide band characteristic of a chaotic behavior.

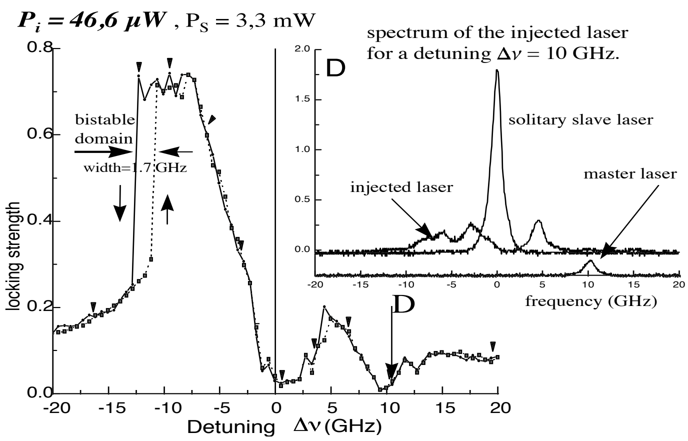


Figure 5. Measurement of the locking strength showing a bistable domain and a chaotic behavior of the output field.

We have also obtained the same type of results for higher injected powers. The dynamics becomes more complicated but as a general rule, the bistable domain becomes wider which gives the hope to use the laser as an optical memory. These results are summarized on the map[4] shown in Figure 6. Several region can be drawn in the plane [injected power-detuning]. These regions show the evolution of the different phenomena. Noticeable is the evolution of the frequency locking domain toward the negative detunings when the injected power increases.

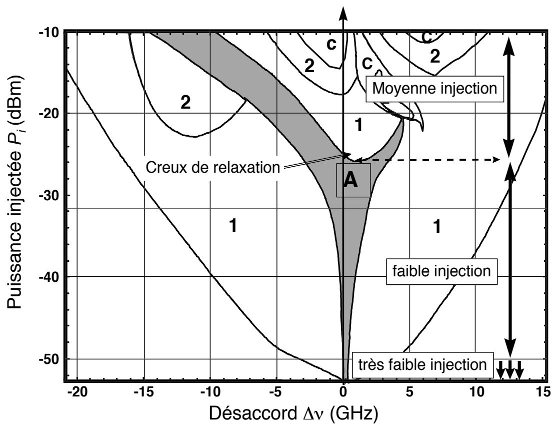


Figure 6. Map showing regions for some phenomena observable in an injected laser : black area : frequency locking. **1** : multiwave mixing. **2** : period doubling. **C** : chaos.

Such maps give an idea of the different phenomena in the frequency domain at a scale of the order of 1 MHz to 10 GHz. However, they open the way to question how the linewidth of the injected laser is affected by that of the master when the detuning or when the injected intensity are varied. Using high resolution Fabry-Perot optical analyzers or self-heterodyning techniques, we have measured the variation of the linewidth of the injected laser in the simpler case of negative detunings when the evolution of frequency ν_m or the intensity I_m brings the laser toward frequency locking. Figure 7 shows the smooth variation of the injected laser linewidth from its free value toward that of the master when the detuning (Figure 7(a)) or the injected intensity (Figure 7(b)) are varied. These results demonstrate the *progressive phase locking* of the slave laser onto the master.

The map on Figure 6 shows that the injected laser is still sensitive to a signal down to -50dbm. We decreased the injected power in order to see the effect of a very weak signal. For this purpose, we used a source having a linewidth of 150 KHz which we injected into a laser with a linewidth of 190 MHz. Both lasers have the same central wavelength. Figure 8 shows an example of the output spectrum when the injected power is around -90dBm (10^{-12} W). One clearly sees the small peak corresponding to the narrow signal on the large pedestal of the injected laser which can be considered here as a detector. The linewidth of this small peak is essentially that of the optical analyzer which is 3 MHz in this case. With the proper analyzer, it is thus possible to gain a factor of twenty with respect to these results. However, even with this improvement, it remains to gain two orders of magnitude to get to the sensitivity needed to detect one photon. Our first results give some hope for attaining this goal. This type of result shows that the laser can also be used practically as a very sensitive detector : it is a *slow* detector, well adapted to the

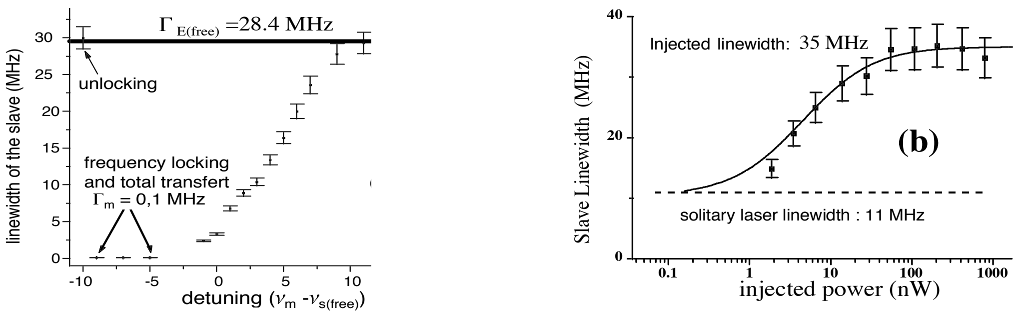


Figure 7. Progressive variation of the injected laser linewidth when the detuning (a), or the injected power (b) are varied. Solid lines are theoretical (see section 3.3)

detection of laser light which is characterized by a long correlation function*.

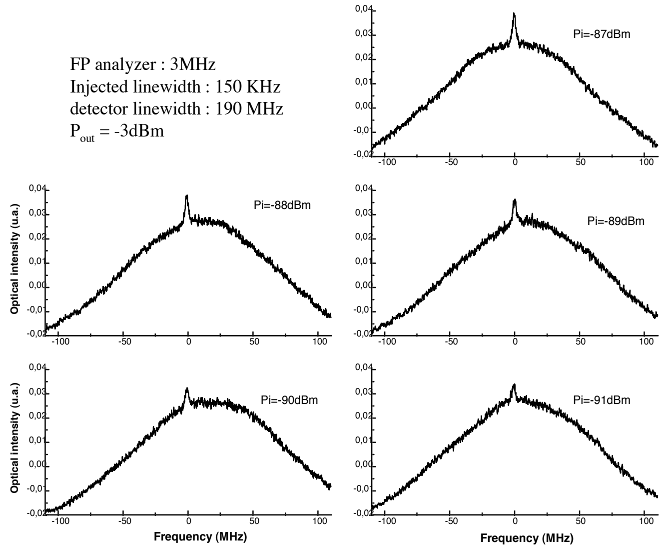


Figure 8. Output spectrum of the laser injected by a weak and narrow signal.

3. THE LASER SPECTRAL TRANSFER FUNCTION.

The theory which is used to understand some of the phenomena that we have described above is usually based on the rate equations for the laser. If one wants to be more precise, one uses an equation for the field. This method is based on Lamb's approximation for the laser where losses are distributed along the medium and where the slowly varying approximation is used. We have developed another method in which

*Formulaes for the microscopic detection process are given in the book by C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc and G. Grynberg[8].

we solve the equation for the field together with the boundary conditions on the mirrors. The spectral density of the field is computed and allows to describe the laser properties in a continuous way, below or above threshold[5]. This method has been extended to injected lasers[6]. The calculation is done in the frequency domain and gives a generalization to the laser of the well-known formula for the Fabry-Perot interferometer which relates the incoming field to the field inside the cavity. The crucial point here is to make the difference between the saturating intensity and the spectral density of the field. In the following we briefly recall the general method and we apply it to the DFB laser. The interpretation of the laser which can be gained from this method allows an easy interpretation of the experiments, (including the not-to-well known phase progressive locking). It allows also to foresee an anomaly of the DFB laser linewidth in the vicinity of the threshold.

3.1. The transfer function for a Fabry-Perot laser.

We consider a simple Fabry-Perot laser modeled by an amplifying medium set up between two mirrors set at the axis points $z = d_1$ and $z = d_2$. The wave vector β is taken to be z-independent. The field is decomposed into its two counter-propagating parts E (forward) and E' (backward) and expressed in the *frequency domain.* For components at frequency ν (or angular frequency ω), the equation for the forward field is :

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -i\beta E + \frac{s}{d_2 - d_1} \quad . \tag{1}$$

s is the spontaneous field emitted by unit length in the laser mode at frequency ν. Here no attention has been paid to transverse effects in order to concentrate on main ideas. This equation (and the corresponding equation for the backward field) allows to write the relations between the amplitudes in $z = d_1$ and $z = d_2$:

$$\begin{aligned} E(d_2) &= E(d_1)\, e^{-i\beta(d_2-d_1)} + s_1 \quad , \\ E'(d_1) &= E'(d_2)\, e^{i\beta(d_1-d_2)} + s_2 \quad . \end{aligned} \tag{2}$$

In these equations, s_1 and $s2$ represent the amplified spontaneous emission corresponding to the length $d_2 - d_1$. For instance $s_1 := \; e^{-i\beta(d_2-d_1)} \int_{d_1}^{z} \frac{s}{d_2-d_1} e^{i\beta z'} dz'$

Boundary conditions for the electric and the magnetic fields can then be applied on the mirrors. For instance in $z = d_1$:

$$E_g = E(d_1) + E'(d_1) \quad , \tag{3}$$

$$-\beta_{ext} E_g = \beta[E(d_1) - E'(d_1)] \quad . \tag{4}$$

The first equation is written for the electric field and the second for the magnetic field. E_g represents the output field and β_{ext} the wave vector which characterizes the outside[†]. If we do the same in $z = d_2$ and solve the equations for $E(d_1)$, one obtains : , on obtient :

$$E(d_1) = \frac{s_1\, r_1^2\, e^{-i\beta(d_2-d_1)} + r_1 s_2}{1 - r_1^2\, e^{-2i\beta(d_2-d_1)}} \quad . \tag{5}$$

[†]If the laser is embedded in vacuum, $\beta_{ext} = \omega/c$

We have used the usual expressions for the reflectance (Fresnel coefficient) : $r_1 = \frac{\beta - \beta_{ext}}{\beta_{ext} + \beta}$. The source term in the numerator represents the amplified spontaneous emission. The fraction :

$$A(\nu) = \frac{1}{1 - r_1^2 \; e^{-2i\beta(d_2 - d_1)}} \tag{6}$$

is the laser spectral transfer function. The output field is :

$$E_g = \frac{s_1 r_1 \; (1 + r_1) \; e^{-i\beta(d_2 - d_1)} + s_2 \; (1 + r_1)}{1 - r_1^2 \; e^{-2i\beta(d_2 - d_1)}} \quad . \tag{7}$$

When this equation is applied to the calculation of the laser intensity, one has to take care to the fact that β is saturated by the laser intensity, not by the modulus square of the field component at frequency ν. In general , $\beta = \beta(\nu, Y)$. One can write the mean normalized saturating intensity Y in the following form :

$$Y = \int_0^\infty \frac{S(\nu) d\nu}{|1 - r_1^2 \; e^{-2i\beta(d_2 - d_1)}|^2} \quad . \tag{8}$$

Here $S(\nu)$ symbolizes the properly normalized spectral density of the amplified spontaneous emisssion. Application of this fundamental equation to the calculation of the linewidth Γ and the intensity Y has been described elsewhere[5,6]. Another (self-explanatory) form for the field is :

$$E(d_1) = \frac{s}{1 - e^{-L} \; e^{-i\phi} \; e^g} \quad . \tag{9}$$

This expression clearly displays the source term s, the loss term L such as $e^{-L} = r_1^2$, together with the saturated gain g and the saturated round-trip cumulated phase ϕ such as : $e^{-2i\beta(d_2 - d_1)} = e^{-i\phi} \; e^g$.

3.2. The transfer function for a DFB laser.

A DFB structure is built onto a corrugated surface which couples both counter-propagating waves through back-diffusion. The period of the grating is of fundamental importance as it fixes the phase condition for constructive interference between fields. Here again the frequency domain is better adapted to the problem than the mixed time-frequency domain in which the slowly-varying envelope of the field is defined. The total internal field $E(z)$ is written in the coupled wave theory [7] :

$$E(z) = [A_1 \; e^{-iqz} + r B_2 \; e^{iqz}] e^{-i\beta_0 z} + s_1(z) + [r A_1 \; e^{-iqz} + B_2 \; e^{iqz}] e^{i\beta_0 z} + s_2(z) \quad . \tag{10}$$

Here $s_1(z)$ et $s_2(z)$ are again the source terms due to spontaneous emission. As their phase is random, they are not influenced by the grating. A_1 and B_2 are the amplitudes to be found. The wave vector q is such that :

$$q = \left[(\beta - \beta_0)^2 - \frac{\kappa^2}{4\beta^2} \right]^{1/2} \quad . \tag{11}$$

Here κ is the coupling coefficient, β is complex and characterizes the amplifying medium as before and β_0 characterizes the grating (one has $\beta_0 = m\pi/\Lambda$ where $1/\Lambda$ is the period of the grating).

In order to find the (spectral) transfer function of the structure, one first uses eq.(10) to obtain the relation between the fields at each ends ($z = d_1$ and $z = d_2$). Then the boundary conditions are applied and the following expressions are finally obtained :

$$A_1 = \frac{S_1}{1 - r_1 r_2 \; e^{-2i(q-\beta_0)(d_2-d_1)}} \quad , \tag{12}$$

$$B_2 = \frac{S_2}{1 - r_1 r_2 \; e^{-2i(q-\beta_0)(d_2-d_1)}} \quad , \tag{13}$$

Here the source terms are more complicated than those for a FP structure; one finds[‡] :

$$S_1 = (\beta_{ext} - \beta) \left[\frac{s_2}{m_{11}} + \frac{s_1 \; m_{12}}{m_{11} \; m_{22}} \right] \quad , \tag{14}$$

$$S_2 = (\beta - \beta_{ext}) \left[\frac{s_1}{m_{22}} + \frac{s_2 \; m_{21}}{m_{11} \; m_{22}} \right] \quad , \tag{15}$$

with the abbreviations :

$$\begin{aligned} m_{11} &= e^{-iqd_1}[-(q+\beta_0+\beta_{ext}) \; e^{-i\beta_0 d_1} + r(\beta_0 - q - \beta_{ext}) \; e^{i\beta_0 d_1}] \quad , \\ m_{12} &= e^{iqd_1}[(q+\beta_0-\beta_{ext}) \; e^{i\beta_0 d_1} + r(q-\beta_0-\beta_{ext}) \; e^{-i\beta_0 d_1}] \quad , \\ m_{21} &= e^{-iqd_2}[-(q+\beta_0-\beta_{ext}) e^{-i\beta_0 d_2} + r(\beta_0 - q + \beta_{ext}) e^{i\beta_0 d_2}] \quad , \\ m_{22} &= e^{iqd_2}[(q+\beta_0+\beta_{ext}) e^{i\beta_0 d_2} + r(q-\beta_0+\beta_{ext}) \; e^{-i\beta_0 d_2}] \quad . \end{aligned} \tag{16}$$

If the structure is symmetric, the origin of z is set in the middle of the laser. In this case one finds that :

$$S_1 = S_2 = (\beta_{ext} - \beta) s \; e^{iqd/2} \left[\frac{1}{C_1} - \frac{C_2}{C_1^2} \right] \quad . \tag{17}$$

with :

$$\begin{aligned} C_1 &= -(q+\beta_0+\beta_{ext}) \; e^{i\beta_0 d/2} + r(\beta_0 - q - \beta_{ext}) \; e^{-i\beta_0 d/2} \quad , \\ C_2 &= (q+\beta_0-\beta_{ext}) \; e^{-i\beta_0 d/2} + r(q-\beta_0-\beta_{ext}) \; e^{i\beta_0 d/2} \quad . \end{aligned} \tag{18}$$

One has $A_1 = B_2$, and the spectral component of the intensity is written as :

$$< I_\nu > = \frac{S}{\left|1 - r_1^2 \; e^{-2id(q+\beta_0)}\right|^2} \quad . \tag{19}$$

with the source term :

$$S = E_{sp}^2 e^{q^i d}[2(1+|r|^2) + 4r^r] |\beta_{ext} - \beta|^2 \; e^{-q^i d/2} \left| \frac{1}{C_1} - \frac{C_2}{C_1^2} \right|^2 \quad . \tag{20}$$

the expression of the reflectance is :

$$r_1 = \frac{\beta_{ext} - \beta_0 - q + r(\beta_{ext} + \beta_0 - q) \; e^{i\beta_0 d}}{\beta_{ext} + \beta_0 + q + r(\beta_{ext} - \beta_0 + q) \; e^{-i\beta_0 d}} =: e^{-L/2} e^{i\varphi/2} \quad . \tag{21}$$

[‡]we are using the same symbols $d_1, d_2, \beta_{ext}, s_1$ etc... as before

Here L and φ are defined from this complicated expression which shows that the reflectance at an end of a DFB laser structure cannot be taken as a simple constant quantity.
The source term is proportional to the gain r relative to threshold; , it is saturated by the total intensity Y and it is proportional to the carrier density at threshold N_{th}. It can thus be written in a compressed form :

$$S = K\frac{rN_{th}}{1+Y} \quad , \tag{22}$$

Integrating $I(\nu)$ over the frequency gives again an implicit equation which allows to compute the intensity and the laser linewidth.

In Figure (9(c)), we have represented the theoretical linewidth calculated around the threshold for both a Fabry-Perot and a DFB laser. Data are the same in both cases but the coupling coefficient : $\kappa = 0$ in the first and $\kappa = 10^{-6}$ in the second case. A shoulder is clearly observed in the case of a DFB laser. In order to confirm this prediction, we have measured the linewidth and the experimental results are shown in Figure (9(a, b)). We have found that a crucial component in the experiment is a wide spectral filter (here a fibered Fabry-Perot interferometer) set between the laser and the measurement system which selects the lasing mode among the others. One sees that within the experimental uncertainties, no shoulder can be observed in the FP laser. More detailed calculations will be published elsewhere.

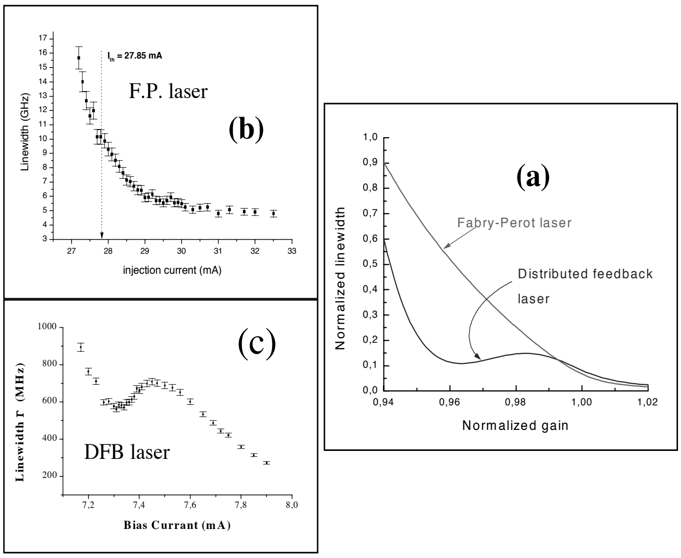


Figure 9. linewidth of a Fabry-Perot (b) and DFB (c) laser as measured around threshold and theoretical prediction (a) from eq.(19).

3.3. the transfer function of the injected laser.

We have seen that the structure of the formula which gives the laser field contains the source term in the numerator. When a field is injected into the laser, the spectral component adds to the natural spontaneous term and the spectral density $y_2(x)$ of the injected laser which is described by the transfer function[6] :

$$y_2(x) = \frac{\eta y_1 + S_2}{[1 - e^{-L+g_0/(1+Y_2)}]^2 + 4e^{-L+g_0/(1+Y_2)}\ \sin^2(n_g(x-x_0)/2)} \quad . \tag{23}$$

In this equation indices 1 and 2 respectively refer to the first (master) and second (injected) laser. The meaning of the symbols is given in ref.[5] : x is the angular frequency normalized by the fsr $c/2d$ of the laser , the source term on the numerator contains the spectral densities of both the spontaneous emission S_2 and the injected field ηy_1. The saturated gain is $g = g_0/(1+Y_2)$ where $Y_2 = \int y_2 dx$ is the intensity.

This expression can be used to explain the total linewidth transfer when frequency locking occurs : here $\eta y_1 >> S_2$ and the denominator is no longer resonant, it is y_1 which fixes the shape of the spectral density. When the magnitude of y_1 is decreased, both parts of the source can become of similar magnitudes which explain the smooth evolutions of the linewidth as described in Figure 7. Equation (23) can also be applied to the calculation of the spectral density when a weak injected spectrum, as described by ηy_1, is much narrower than $y_2(x)$ as in the experimental case of Figure 8. Figure 10 represents an example of such a result. One clearly sees the effect of the narrow and weak injected field (having the same magnitude as the natural spontaneous emission) on the wide spectral distribution of the injected laser.

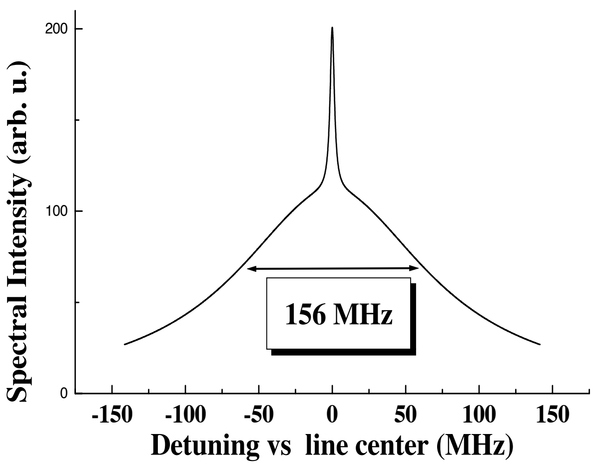


Figure 10. Spectral density of a laser injected by a narrow and weak signal calculated from eq.(23).

We have used eq.(23) to compute the progressive phase-locking measured in Figure 7. The perfect agreement between theory and experiment shown in figure 7 is obtained with only one fit parameter which is the symbol K in eq.(22) (i.e., the spontaneous source term). Other phenomena experimentally observed can be described by eq.(23). The frequency-dependent gain g and phase ϕ have first to be computed with usual methods and then Fourier-transformed into the frequency domain. Such a task is being performed now in order to study the excitation of the population resonance by noise[9].

4. CONCLUSION.

In this article we have given a synthesis of our experimental observations on injected distributed feedback semiconductor lasers. Two among these observations are original : progressive phase-locking and low-level detection of narrow lines. The theory is based on the use of the spectral transfer function of the laser. We have also given the general lines that we have followed to obtain this function for the injected DFB laser. First comparisons between theoretical results and observed phenomena show its ability to describe the laser as a filter and an amplifier in the frequency domain. It correctly explains the linewidth anomaly of the DFB laser, the progressive phase-locking and the spectral density of the injected laser. This synthetic explanation brings a better understanding of the injected laser behavior which allows to foresee new applications of the laser as an optical processor or a detector.

references.

1- H. Kogelnik1 and C. V. Shank, "Stimulated emission in a periodic structure". App. Phys. Lett., 18, pp. 152-154 (1971). *ibid.* "Coupled wave theory of distributed feedback lasers". J. App. Phys., 43, pp. 2327-2335 (1972).

2- M. Nakamura, A. Yariv, H. W. Yen and S. Somekh, Appl. Phys. Lett. 22, 203 (1974).

3- Quantum well lasers. Academic Press (London). Ed. P.S. Zory Jr. 1993.

4- J.K. White, J.V. Moloney, A. Gavrielides, V. Kovanis, A. Holhe and R. Kalmus, "Multilongitudinal-mode dynamics in a semiconductor laser submitted to optical injection", IEEE J. Quantum Electron., 34, pp.1469-1473 (1988).

5- G.M. Stephan, "Semi classical study of the laser transition." Phys. Rev. A , 55, 1371 (1997).

6- G.M. Stephan, "Spectral properties of an injected laser." Phys. Rev. A , 58, 2467 (1998).

7- G.P. Agrawal and N.K. Dutta, "Semiconductor lasers", Van Nostrand Reinhold (New York) 2nd edition (1993), Chap. 7.

8- C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc and G. Grynberg "Processus d'interaction entre photons et atomes", intereditions/editions du CNRS, Paris (1988). ISBN 2-7296-0157-0.

9- F. Ginovart, D. Kilper and G.M. Stephan, to be published.

Optical injection of a semiconductor laser by a microspherical laser at 1.56 μm

R. Gabet, F. Lissillour, D. Messager, P. Besnard, P. Féron and G. Stéphan
ENSSAT, Laboratoire d'Optronique (URA 6082), 6 rue de Kerampont, 22305, LANNION, FRANCE.

The main idea of optical injection [1] is to give a reference to the injected laser from another laser [2]. We have recently shown [3] that the power spectral density can be detected at very low level (~picowatt) when the injected power of the master is decreased with a central frequency identical for both lasers but each of them having very different linewidths. The study follows from an interpretation of the laser as a filter and amplifier as recently given [4] and can be related to the necessity to associate the spectral distribution of the field to its energy, or its correlation function, as in any process of detection [5]. At very low injected power (~pW, nW), the linewidth of the master is not transferred and the resulting linewidth revealed the linewidth properties of the master [3] and of the slave.

In this communication, we show that this technique may be used to study the linewidth properties of microsphere lasers [6] for which a direct detection is impossible, due to their weak optical power.

References

[1] T.B. Simpson, J. M. Liu, K. F. Huang, and K. Tai, Quantum Semiclass. Opt. 9, 765 (1997).

[2] L. E. Erickson and A. Szabo, Appl. Phys. Lett. 18, 10 (1971).

[3] R. Gabet, M. Bondiou, P. Besnard, G.M. Stéphan, " Semiconductor lasers with weak optical injection : a laser as a low-signal detector " CLEO IQEC 99 Baltimore.

[4] G. M. Stéphan, Phys. Rev. A, 55, 1371 (1997). ibid. 58, 2467 (1998).

[5] C. Cohen-Tanoudji, J Dupont-Roc, G. Grynberg "*Processus d'interaction entre Photons et atomes*" Savoirs Actuels, Editions du CNRS p. 125 (1988).

[6] F. Lissillour, N. Dubreuil, P. Féron, G.M. Stéphan , M. Poulain , Proceedings of SPIE Vol.3611(1999).

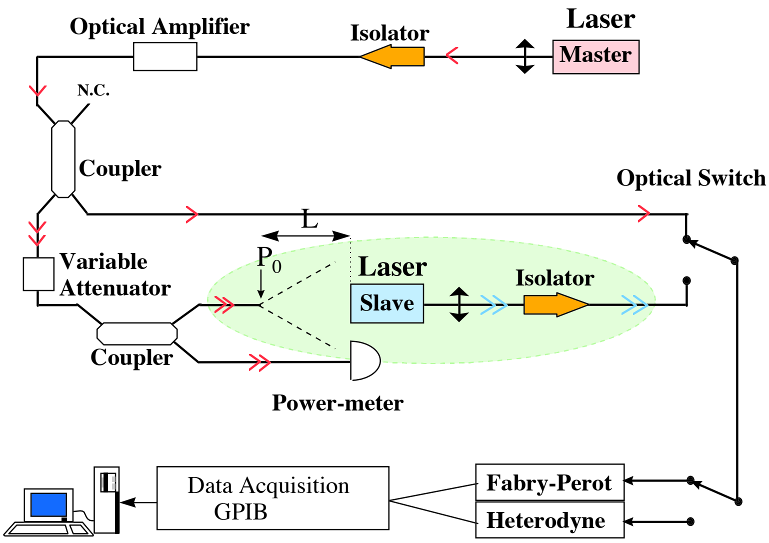


Fig. 1: Sketch of the experimental set-up. The master laser is a miscrosphere laser

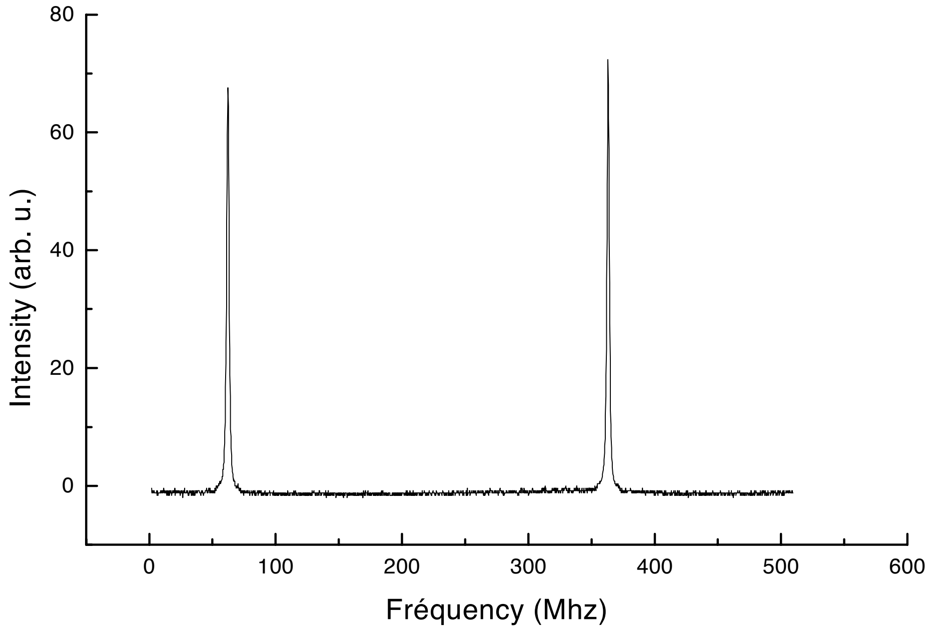


Fig. 2 : Laser line of the microsphere laser detected with the help of optical injection.

LINEWIDTH ANOMALY OF A DISTRIBUTED FEEDBACK LASER.

R. Gabet*, G.M. Stéphan*, P. Besnard* and M.Têtu**
*ENSSAT, Laboratoire d'Optronique (URA 6082), 6 rue de Kerampont, BP 447, 22305, LANNION, FRANCE. E-mail stephan@enssat.fr
**COPL, Département de génie électrique et de génie informatique Pavillon Pouliot, Université Laval, Québec, Canada, G1K 7P4. E-mail : mtetu@gel.ulaval.ca

Abstract: We give experimental results on the linewidth evolution of Fabry-Perot (FP) and distributed feedback semiconductor lasers (DFB) when the gain is increased around threshold. The first kind of lasers (FP) exhibit a regular decrease of their linewidth while the second show a large shoulder which we call the linewidth anomaly. Spectral densities have been computed for both lasers by including the mode-coupled theory in the laser Airy function and results are shown to be in agreement with the experiment.

The evolution of the linewidth Γ of a single mode laser as a function of gain shows how the phase noise is modified by the saturating field. This evolution has already been experimentally measured around the threshold for a distributed feedback semiconductor laser (DFB) [1] and for an ordinary Fabry-Perot (FP) semiconductor laser [2]. In the first case, a shoulder is clearly observed instead of a regular decrease of Γ when the gain is increased. On the theoretical side, it has been shown previously [3] that the description of the laser spectral density (especially around threshold) can be simply done in the frequency domain using the laser Airy function. The natural following of this study was to see if its prediction can be confirmed by experiment. In this communication, we thus present experimental and theoretical results which describe the evolution Γ around threshold for both types of lasers

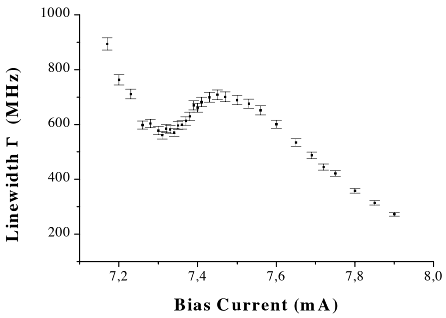


Figure 1 : linewidth vs bias current for a DFB laser.

Fig.(1) describes the evolution of the DFB laser linewidth when the gain varies around threshold. A shoulder is clearly observed which confirms the previous observations in ref.[1]. Fig.(2) represents the same type of results obtained with a FP laser. This laser has several longitudinal modes and one has to isolate one single mode. A crucial component in the experiment is then a narrow spectral filter (here a fibered Fabry-Perot interferometer ; FSR 12000 GHz ; Finesse 100) set between the laser and the measurement system. One sees that within the experimental uncertainties, no shoulder similar to the previous case can be observed. In order to explain this shoulder and to test the predictability capabilities of the laser transfer (Airy) function, we have extended it to the DFB laser by including the mode-coupled theory [4]. Fig.(3) represents an example of theoretical results obtained for a DFB and for a FP laser. Both curves were obtained with the same data but with a coupling coefficient $\kappa = 10^{-6}$ in the first case and zero in the second. One sees that a shoulder appears in the first case. Both lasers have very different wave vectors which explain this different behavior.

Acknowledgment : We thank Monique Thual, and the department of PIH, CNET Lannion for lending the requested Fabry-Perot lasers to us and M. Depoutot, J. Abgral and M.-R. Capella from ALCATEL Optronics for lending the DFB lasers to us.

References

[1] R. Hui, S. Benedetto and I. Montrosset IEEE J. of Quant. Electron. **29,** 1488 (1993)
[2] C. Birocheau, Z. Toffano and A. Destrez, Ann. Télécommun., **49,** 607 (1994).
[3] G. M. Stéphan, Phys. Rev. **55,** 1371 (1997).
[4] G.P. Agrawal and N.K. Dutta, "Semiconductor lasers", Van Nostrand Reinhold (New York) 2nd edition (1993), Chap. 7.

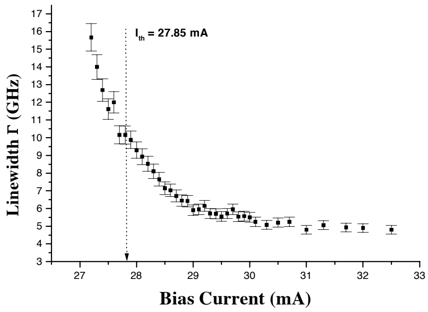


Figure 2 : linewidth *vs* bias current for a FP laser.

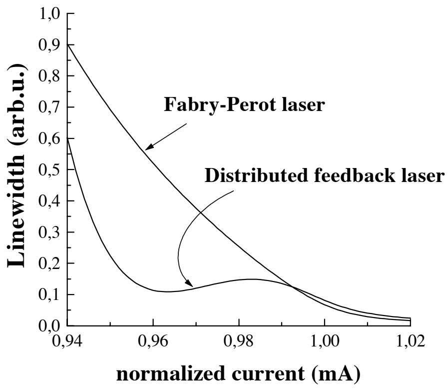


Figure 3 : Calculation of the linewidth vs bias current for a DFB laser ($k = 10^{-6}$, $k = 0$).

ULTRAHIGH SENSITIVITY DETECTOR FOR COHERENT LIGHT : THE LASER.

G. M. Stéphan[a] , R. Gabet[a], P. Besnard[a], M. Bondiou[a], and D. Kilper [b]

[a]Laboratoire d'Optronique associé au Centre National de la Recherche Scientifique.
ENSSAT, 6, rue de Kérampont, 22305 LANNION, FRANCE.

[b] Department of Physics, UNC Charlotte,
28223, Charlotte, NC, USA.

ABSTRACT

A semiconductor laser is submitted to an optical field injected from a master laser : this field can be very weak (down to the Femtowatt) and has a very narrow linewidth (80 KHz) as compared to that of the injected laser (100 MHz). Both lasers have the same central frequency. On top of the usual various phenomena (frequency and progressive phase locking, multiwave mixing, chaotic behavior, bistability) which characterize the injected laser, we experimentally show that it can be also used as a very sensitive detector : using a heterodyne technique, a minimum continuous power of $10^{-14.7}$ W has been observed. The theoretical interpretation is based on the laser transfer function in the frequency domain. The motivation of a laser theory in the pure frequency domain is given together with the basic formulation for a two-level medium. A comparison with usual detection techniques is given.

Keywords: optical injection, detection of light, laser transfer function.

1. INTRODUCTION

Distributed feedback (DFB) semiconductor multiple quantum well (MQW) lasers are among the most important industrial lasers used in optical telecommunications. Their success rests on unique properties originating either on those of the MQW structure (high gain, high speed of modulation) or on those of the mixed optical feedback of the grating and of the Fabry-Perot cavity (high rejection of non-lasing modes, less frequency chirp for instance). Their structure is basically a series of quantum wells grown on a corrugated substrate with a periodicity Λ_0 close to $N\lambda/2$ where λ is the wavelength of light and N an integer. This periodic grating adds a selection function inside the cavity which explains the spectral properties of this laser. This structure was invented for the first time in 1971 by Kogelnik and Shank[1] and applied later to the semiconductor laser by Nakamura *et al.*[2]. Quantum well lasers are described in ref.[3]. These lasers have a lifetime which is guaranteed to be more than 25 years. They are now produced in large quantities by telecom companies which lowers their cost. Any property related to them is thus very important to know. In the following, we are interested by the description of the output signal of these lasers when they are injected by a light coming from a master laser at the same resonant frequency. Injected lasers are subject to various phenomena which can be experimentally observed following the values of essentially two control parameters : the frequency and the intensity of the incoming light. These effects are : frequency generation through multiwave mixing, frequency pushing or pulling, period doubling, chaos, frequency locking, bi and multi-stability, progressive phase locking and amplification of weak signals down to the sub-picowatt range. Fig. 1 illustrates the regions in which these phenomena appear in the plane [injected power, frequency

Send correspondance to G. M. Stéphan : E-mail: stephan@enssat.fr

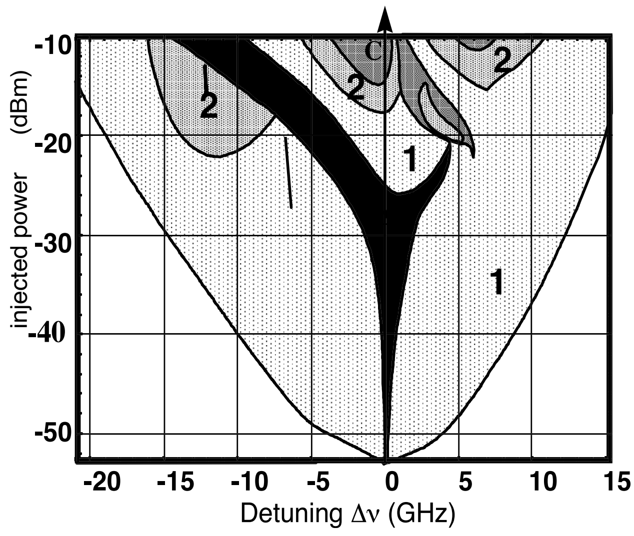


Figure 1. Map showing regions for some phenomena observable in an injected laser : black area : frequency locking. **1** : multiwave mixing. **2** : period doubling. **C** : chaos.

detuning between both lasers]. When the injected power is too low (below -60dBm), frequency locking disappears but phase locking still remains : this phase locking corresponds to the locking of the linewidth of the injected laser onto that of the master. This effect has been studied in detail in a recent paper [4] and in his PhD thesis by M. Bondiou[5]. The open question which remained was to see what happens when one still decreases the injected power. In order to answer this question, we injected a resonant field with a very narrow linewidth (80KHz) in a test laser having itself a wider linewidth (100 MHz), which allows to separate the answer of the laser to this excitation from its usual signal. The aim of this paper is to describe our experiment and its main result together with some theoretical arguments. These are the corner stones of the newly developed laser theory in the frequency domain which is more precise than the traditional Lamb's model of the laser.

2. EXPERIMENT.

Basically, an injected laser experiment contains a master laser, an optical isolator, an injected (or "slave") laser and an electronic system for signal recording and processing. Fig.1 displays a sketch of our experiment. Light from a tunable, commercially available, semiconductor laser is injected into a distributed feedback (DFB) laser currently used in optical telecommunications as described in the introduction. Both lasers are single mode at the same frequency (1.55 μm) and their linewidths are different by 3 orders of magnitude as indicated above. The injected laser works in the ordinary milliwatt domain with a linewidth which can be set between 1 and 200 MHz following the injection current. The injected power can be controlled by using a calibrated attenuator or by varying the distance between the injected laser and the output of the source. This distance is 18 cm for the results presented below and the active emission region of the DFB laser is 4×1.5 μm^2. Guided wave propagation in polarization-maintaining fibers is set up everywhere but in this free-space propagation where light diverges along these 18cm. The output signal from the injected laser can be sent either onto a fiber Fabry-Perot analyzer or a Mach-Zender, heterodyning device.

The calibration of the power incident onto the detector laser is realized in three main steps :
-first the laser is used as a photovoltaic detector (no injection current) and the curve (photovoltaic voltage

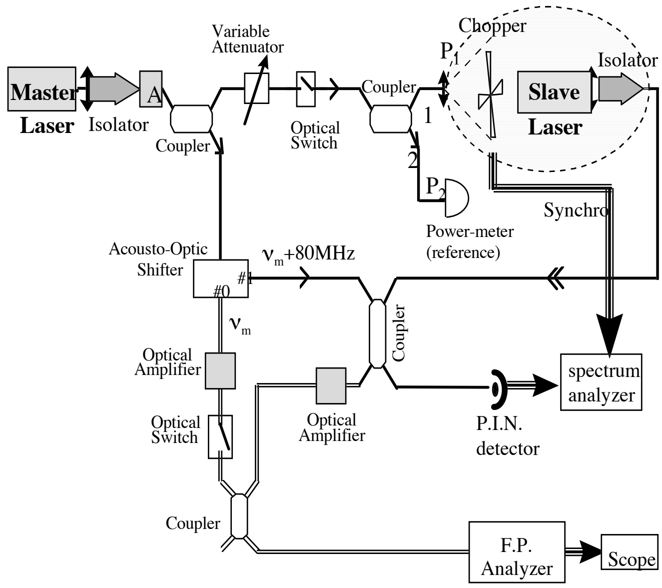


Figure 2. Experimental arrangement.

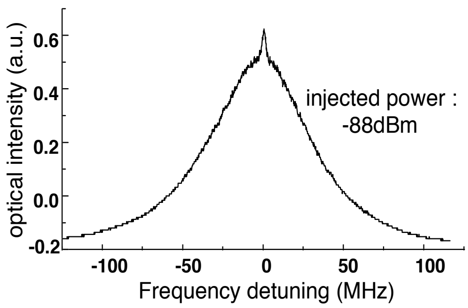


Figure 3. Output spectrum of the laser injected by a resonant, narrow and weak signal.

V_{photo} *vs* injected power), is recorded.
-then, using the experimental setup of fig.2, we calibrate the power P_1 at output 1 as a function of P_2 at output 2. This is done by using an integrating sphere calibrated in mW at output 1 and the reference detector (power-meter in fig.2) at output 2.
-In the third step, the lens, the chopper and detector laser (slave laser in fig.2) are set up. The power is varied using the variable attenuator and V_{photo} and P_2 are simultaneously measured. In order to have a measurable signal V_{photo}, we need an injected power of more than -70 dBm and thus we use an optical amplifier (gain = 30 dB) inserted at point A (see fig.2) to attain this goal. This operation allows us to know the loss between output 1 and the laser (this loss is about -40 dB). During the low signal operation, the optical amplifier is removed and the optical power is decreased in a known manner, using the attenuator and the calibrated reference detector at output 2. Fig.3 represents a typical spectrum of the output of the injected laser filtered through a Fabry-Perot interferometer (optical filtering). This spectral analysis shows a narrow line on top of a wide spectrum. The line corresponds to the amplification of the incoming signal and the pedestal to the output spectrum of the unperturbed laser. Here the sensitivity is limited by the bandwith (3MHz) of the interferometer, but signals as weak as -93 dbm can still be observed. In

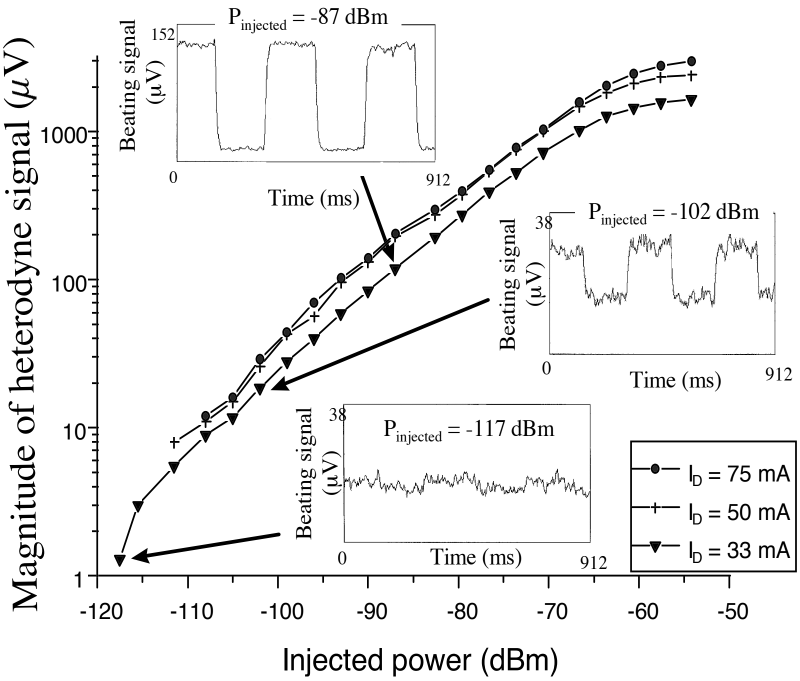


Figure 4. Magnitude of the beating signal between the output of the injected laser and the source field detuned by 80 MHz as a function of the injected power P for three value of the injection current (the threshold current is 23 mA. Inserts show 3 examples of raw signals as obtained on the screen of the spectrum analyzer.

order to improve this sensitivity, we have used an heterodyne detection by observing the beating between the injected laser output and a part of the master laser signal detuned by 80 MHz using an acousto-optic modulator (electronic filtering : see fig.2). An example of the results is illustrated in fig.4. These curves were obtained by observing the output of an electronic spectrum analyzer (which simply acts here as a filter centered at 80MHz) when the injected signal was mechanically chopped at a frequency of 3Hz. A minimum detection level of -117 dBm is observed for a signal/noise ratio equal to 1. This level corresponds to $10^{-14.7} \simeq 2$ FemtoWatt, or to a continuous flux of 15600 photons/s. However, this figure does not have any meaning in itself (one single photon can currently be detected in one second by existing detectors!). As the coherence time of the field is $\tau = 1/\Gamma$ with Γ =80 KHz, this flux corresponds also to 0.2 photon per coherence time. The filter bandwith and the video bandwith of our spectrum analyzer are respectively 3KHz and 30 Hz, which means that the energy of 27 photons is integrated during each measurement time $\Delta t = 1/3000s$. and that the displayed result is a mean value of these measurements averaged over $1/30s$. Another way to understand this small level of detected power is to say that a level of -100dBm corresponds to the transmission of a signal of 1mW across 500 km of optical fiber having a typical loss of 0.2 dB/km. Such a signal could easily be detected using our method ; it is impossible to detect using standard methods. The price to pay is a long detection time and stabilized frequencies, both for the detector and the signal. This last drawback, could, however, benefit from the progress foreseen in optical telecommunications where frequencies referenced to the Rubidium are under study. This reference has a precision of 10^{-11} and could be currently distributed on the optical network.
In the following, we will describe our theoretical understanding of the laser used as a detector and we will then show that such small power levels cannot be detected by ordinary detectors like photomultipliers

(PM) or avalanche photodiodes (APD).

3. THE LASER SPECTRAL TRANSFER FUNCTION.

The aim of this section is to present the method that we have developed in our lab. to describe the laser in general, including the injected laser. For this purpose, we first give some steps of our progression, then we give some general arguments which justify the use of the pure frequency domain as opposed to the mixed time-frequency domain and finally we give the general formulas of a Class-B laser with its restriction to the no-amplitude noise case.

3.1. Physics of the injected laser : some steps in our laboratory.

Traditionally, injected lasers have theoretically been studied using the model first described by Spencer and Lamb[6]. In this model, the field is described by its envelope and obeys the usual Lamb's laser equation. We noticed [7] that this field contains two frequency components (the resonant oscillating field of the injected laser and the injected field coming from the master laser) and consequently, there is no reason to associate the same loss to each of them in the laser. We thus considered these two components as two competing dynamical variables with different losses and different sources. The results given by this method were in perfect agreement with the experimental results obtained with a gas laser [7]. This first success encouraged us to develop an electromagnetic study of the laser field equation in the frequency domain[8]. Applying Maxwell equations together with boundary conditions to each frequency component of the field inside the laser allowed us to demonstrate a Schawlow-Townes type formula for the linewidth and to describe the transition laser across the threshold in a very simple, semi-classical way. Here, we obtained in the case of a Class A laser the transfer function which relates the source (spontaneous emission) to the laser field. This is the extension to the laser of the optical Airy function of the Fabry-Perot interferometer. As seen below, this function expresses in a synthetic way the three fundamental effects of a laser : spontaneous and stimulated emission and resonance effect. An experimental verification of the predictability capabilities of this theoretical method was the explanation[9] of the so-called linewidth anomaly of the DFB laser which is a bump in the linewidth variation when the gain increases near the threshold, bump which does not exist in the ordinary Fabry-Perot laser. An extension of the laser transfer function to the case of the injected laser did not present any conceptual difficulty because, fundamentally only the source is different : together with the spontaneous emission characterized by a flat spectrum, the source includes the externally injected field. A theoretical description of some effects were given in ref.[10] and were experimentally described in M. Bondiou's PhD thesis[5]. The results given in the first section have been obtained in the context of R. Gabet's PhD thesis.

3.2. Some general arguments.

The traditional theoretical method used to study dynamically nonlinear phenomena in lasers is based on the use of the slowly variable envelope approximation (SVEA) where the field is represented in the mixed time-frequency domain. This is the most natural and physical domain in which we are living. It is generally used to study physical phenomena and Lamb's model of the laser is also based on it[11]. This model, however, has intrinsic limitations which prevent it to describe the injected laser with the desired precision. In order to see this limitation, we remind the reader that a physical quantity can be described in the time domain, in the frequency domain, or in the mixed time-frequency domain. For instance a single mode field centered around the optical angular frequency ν_0 can be represented by three quantities $E(t)$, $E(\nu)$ and $\mathcal{E}(t)$ in each of the three domains. A Fourier transformation links them together :

$$E(t) = \int_0^\infty E(\nu)\ e^{2i\pi\nu t}\ d\nu = e^{2i\pi\nu_0 t} \int_0^\infty E(\nu)\ e^{2i\pi(\nu-\nu_0)t}\ d\nu = \mathcal{E}(t)\ e^{2i\pi\nu_0 t} \quad , \tag{1}$$

where the slowly varying amplitude $\mathcal{E}(t)$ is defined as :

$$\mathcal{E}(t) = \int_0^\infty E(\nu)\ e^{2i\pi(\nu-\nu_0)t}\ d\nu \quad . \tag{2}$$

Now let us consider a linear physical system excited from some source. The response of the system is linked to this excitation by an equation which is written differently in each domain of interest. In the frequency domain one has the simplest equation :

$$R(\nu) = a(\nu) S(\nu) \quad . \tag{3}$$

Here $R(\nu)$ is the response of the system to the excitation $S(\nu)$ through the response (or the transfer) function $a(\nu)$. The corresponding equation in the time domain is written as :

$$R(t) = \int_0^t a(t-\tau)\ S(\tau) d\tau \quad . \tag{4}$$

When using causality ($a(t-\tau) = 0$ for $\tau > t$), both equations are linked by the convolution theorem. Now one can define the slowly varying amplitudes in the mixed time-domain for the source $\mathcal{S}$ and for the response $\mathcal{R}$ of the system around a particular frequency ν_0 in the same way as eq.(2) :

$$\mathcal{S}(t) = \int_0^\infty S(\nu)\ e^{2i\pi(\nu-\nu_0)t}\ d\nu \quad , \tag{5}$$

$$\mathcal{R}(t) = \int_0^\infty R(\nu)\ e^{2i\pi(\nu-\nu_0)t}\ d\nu \quad . \tag{6}$$

An equation linking $\mathcal{R}(t)$ and $\mathcal{S}(t)$ can be obtained from the Fourier transform of eq.(3) *when the response function of the physical system does not vary too much* around the reference frequency ν_0 . In this case, one defines $b(\nu) := 1/a(\nu)$ and makes the following Taylor expansion around ν_0 :

$$b(\nu) = b(\nu_0) + (\nu - \nu_0)\ b'(\nu_0) + \frac{1}{2}(\nu-\nu_0)^2\ b''(\nu_0) + ... \tag{7}$$

Here $b'(\nu_0)$ and $b''(\nu_0)$ respectively stand for the first and second derivatives of $b(\nu)$ with respect to ν at point ν_0. Using this expansion together with eq.(3) in eq.(5) gives :

$$\mathcal{S}(t) = b(\nu_0)\ \mathcal{R}(t) - \frac{i}{2\pi}\ b'(\nu_0)\ \frac{d\mathcal{R}(t)}{dt} - \frac{1}{8\pi^2}\ b''(\nu_0)\ \frac{d^2\mathcal{R}(t)}{dt^2} + ... \tag{8}$$

This equation corresponds in the mixed time-frequency domain to eqs.(3) and (4) in the pure frequency and time domains. It describes how the response varies in time when the system is submitted to the source $\mathcal{S}(t)$ defined around ν_0. Usually, it is truncated and one keeps only the first-order derivative*. It becomes an *approximate* equation, contrary to eqs.(3) and (4), it *looses the dispersion of the physical system* and it is thus unable to correctly describe any complicated line shape or phenomenon linked to memory effects. This is the fundamental reason why we have developed a laser theory in the pure frequency domain whose precision is not intrinsically limited by basic equations.

*The structure of this truncated equation is the same as that of the usual field equation in laser physics : here, the source $\mathcal{S}(t)$ is the noise and the medium polarization while the quantity $\mathcal{R}$ is the laser field. The response $b(\nu_0)$ is linked to the cavity losses, computed for the exact resonance frequency.

3.3. Material equation.

Basically the laser theory in the frequency domain is first based on material equations written with the Fourier transforms of the usual quantities. Instead of differential equations, integral equations occur. Let us give here some elements which show how to obtain such equations.
One starts with the equation of evolution of the density matrix written in the time domain :

$$i\hbar\frac{d\hat{\rho}}{dt} = [\hat{H}, \hat{\rho}]_- \quad , \tag{9}$$

where $[\hat{H}, \hat{\rho}]_-$ represents the commutator of the Hamiltonian $\hat{H}$ and the density $\hat{\rho}$ operators.
For a two energy-level system, and in the quasi-classical approximation, it can be developed for the population and the coherence terms :

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{d\rho_{aa,(t)}}{dt} &= -E_{(t)}[\mu_{ab}\rho_{ba,(t)} - \mu_{ba}\rho_{ab,(t)}] + i\hbar\Lambda_a - i\hbar\gamma_a\rho_{aa,(t)} \quad , & (10) \\ i\hbar\frac{d\rho_{bb,(t)}}{dt} &= -E_{(t)}[\mu_{ba}\rho_{ab,(t)} - \mu_{ab}\rho_{ba,(t)}] + i\hbar\Lambda_b - i\hbar\gamma_b\rho_{bb,(t)} \quad . & (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{d\rho_{ab,(t)}}{dt} &= \hbar\omega_0\ \rho_{ab,(t)} - E_{(t)}\mu_{ab}\ (\rho_{bb,(t)} - \rho_{aa,(t)}) - i\hbar\gamma_{ab}\rho_{ab,(t)} + i\hbar\gamma_{ab}\rho_{sp,(t)} \quad . & (12) \\ i\hbar\frac{d\rho_{ba,(t)}}{dt} &= -\hbar\omega_0\ \rho_{ba,(t)} - E_{(t)}\mu_{ba}\ (\rho_{aa,(t)} - \rho_{bb,(t)}) - i\hbar\gamma_{ab}\rho_{ba,(t)} + i\hbar\gamma_{ab}\rho^*_{sp,(t)} \quad . & (13) \end{aligned}$$

The energy difference $\hbar\omega_0$ between the upper level $|a>$ and the lower level $|b>$ is such that : $\hbar\omega_0 = \hbar\omega_a - \hbar\omega_b$.
γ_{ab} is the dipole deexcitation rate. The last term $\gamma_{ab}\rho_{sp,(t)}$ is the spontaneous term which acts as a part of the source for the spontaneously emitted light (the other part is the vacuum field). Its modulus is independent of the origin of time but its phase is random (its correlation time is γ_{ab}^{-1} which is small as compared to the laser field correlation time). μ_{ab} the dipole matrix element. Equations (10), (11), (12) and (13) can be written in the frequency domain if the following Fourier transforms are used†

$$\begin{aligned} E_{(t)} &= \int_{-\infty}^{\infty} E_{(\omega)}\ e^{i\omega t}\ d\omega/2\pi \quad , & (14) \\ \rho_{aa,(t)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{aa,(\Omega)}\ e^{i\Omega t}\ d\Omega/2\pi \quad , & (15) \\ \rho_{bb,(t)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{bb,(\Omega)}\ e^{i\Omega t}\ d\Omega/2\pi \quad , & (16) \\ \rho_{ab,(t)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{ab,(\omega)}\ e^{i\omega t}\ d\omega/2\pi \quad , & (17) \\ \rho_{sp,(t)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{sp,(\omega)}\ e^{i\omega t}\ d\omega/2\pi \quad , & (18) \\ \Lambda_{a,(t)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda_{a,(\Omega)}\ e^{i\Omega t}\ d\Omega/2\pi \quad , & (19) \\ \Lambda_{b,(t)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda_{b,(\Omega)}\ e^{i\Omega t}\ d\Omega/2\pi \quad . & (20) \end{aligned}$$

†The different quantities, when defined in the frequency domain, are all spectral densities. Some dimensions are : $[\rho_{aa,(t)}] = L^{-3}, [\rho_{aa,(\omega)}] = L^{-3}T, [E(t)] = FQ^{-1}, [E(\omega)] = FQ^{-1}T, [\Lambda_{a,(t)}] = L^{-3}T^{-1}, [\Lambda_{a,(\omega)}] = L^{-3}$

One notes that population terms vary slowly as compared to optical fields or coherences $\rho_{ab,(t)}$ (or $\rho_{sp,(t)}$) : $\Omega << 100$ GHz, even in the case of fast modulation of semiconductor lasers, while an optical frequency is of the order 10^{14} Hz ($\omega \simeq \omega_0$). Population terms are centered around low frequencies when the field and optical coherences evolve around ω_0.
The reality condition for the field $E(t)$, the population terms $\rho_{aa(t)}$ and $\rho_{bb(t)}$ and the pumping terms $\Lambda_{a,(t)}$ et $\Lambda_{b,(t)}$ leads to the relations between the spectral components :

$$\begin{aligned} E_{(-\omega)} &= E^*_{(\omega)} \quad , && (21)\\ \rho_{aa,(-\Omega)} &= \rho^*_{aa,(\Omega)} \quad , && (22)\\ \rho_{bb,(-\Omega)} &= \rho^*_{bb,(\Omega)} \quad , && (23)\\ \Lambda_{a,(-\Omega)} &= \Lambda^*_{a,(\Omega)} \quad , && (24)\\ \Lambda_{b,(-\Omega)} &= \Lambda^*_{b,(\Omega)} \quad . && (25) \end{aligned}$$

In order to write eqs. (10), (11), (12) and (13), in the frequency domain, one replaces the time-dependent quantities by their expansions in the frequency domain ; for instance :

$$i\hbar \frac{d\rho_{ab,(t)}}{dt} = \int_{-\infty}^{\infty} -\hbar\omega\rho_{ab,(\omega)}\, e^{i\omega t}\, d\omega/2\pi \quad . \tag{26}$$

One applies the convolution theorem to products like : $U_{(t)} = E_{(t)}\ \rho_{aa,(t)}$, which is written as : $U_{(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} U_{(\omega)}\, e^{i\omega t}\, d\omega/2\pi$, with : $U_{(\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty} E_{(\omega-\Omega)}\ \rho_{aa,(\Omega)}\ d\Omega/2\pi$.
In typical Class B lasers, γ_{ab} is larger than other rates and, in the spectral range of interest, the following approximations can be used : $1/(\omega - \omega_0 - i\gamma_{ab}) \simeq i/\gamma_{ab}$ and $1/(\omega - \omega_0 - \Omega + i\gamma_{ab}) \simeq -i/\gamma_{ab}$. After some developments, the population equation is written :

$$N_{(\Omega)} = -\ \frac{i\gamma_a}{-\Omega + i\gamma_a} \int_{-\infty}^{\infty} N_{(\Omega_1)}\ Y_{(\Omega-\Omega_1)}\ d\Omega_1/2\pi\ + \frac{i\Lambda_{a,(\Omega)}}{-\Omega + i\gamma_a} \quad , \tag{27}$$

Here $N_{(\Omega)}$ is the component of the population $\rho_{aa,(\Omega)}$ at low frequency Ω. Population $\rho_{bb,(\Omega)}$ has been neglected. γ_a is the deexcitation rate of the upper level $|a>$. $Y_{(\Omega-\Omega_1)}$ is the spectral correlation function‡ normalized by the saturating intensity. $\Lambda_{a,(\Omega)}$ is the frequency component of the pumping term on level $|a>$.

3.4. Field equation.

The spatial equation for a harmonic component of the field is obtained from Maxwell equations and is written at point z :

$$\frac{\partial E(z,(\omega))}{\partial z} = -ikE(z,(\omega)) + s(z,(\omega)) \quad . \tag{28}$$

The source term $s(z,(\omega))$ stands for the local spontaneous emission in the laser mode. $s(z,(\omega))$ can be taken to have a constant modulus and a random phase along the propagation axis z. The solution is written for the forward field :

$$E(z,(\omega)) = E_0 e^{-ikz} +\ e^{-ikz} \int_{d_1}^{z} s(z,(\omega)) e^{ikz'} dz' \quad . \tag{29}$$

‡This is the Fourier transform of the temporal density of field intensity; it is different from the field spectral density : for instance, for a Lorentzian field, Y has twice the width of the latter.

In order to obtain this simple expression, one makes the mean field approximation in the saturated term k (otherwise, one should write $e^{-i\int k(z)dz}$).
The source term, which is the amplified spontaneous emission : $s_1(z) := e^{-ikz}\int_{d_1}^{z} s e^{ikz'}dz'$ cancels at one end of the laser, e.g., for $z = d_1$. For a counterpropagating field in the direction $-z$, the source term is written : $s_2(z)$ with $s_2(z) = e^{ikz}\int_{d_2}^{z}\frac{s}{d_2-d_1}e^{-ikz'}dz'$ which cancels at the other end of the laser, e.g., for $z = d_2$.
Boundary conditions on the mirrors lead to the equation for the frequency component $E_{(\omega)}$ (averaged over the laser length) :

$$E_{(\omega)}[1 - e^{-L-2ikd}] = S_{(\omega)} \quad . \tag{30}$$

Here $S_{(\omega)}$ is an abbreviation for the total amplified spontaneous source term. $d = d_2 - d_1$ is the laser length. L is defined by $e^{-L} := r_1 r_2$, it represents the total loss per round trip (the reflectances of the mirrors are r_1 and r_2). The complex modulus of the wave vector $k = k_{(\omega)}$ is such that :

$$k_{(\omega)} = \frac{\omega}{c}\left[1 + \frac{1}{2\epsilon_0}\frac{\mu_{ab}\rho_{ba,(\omega)}}{E_{(\omega)}}\right] \quad . \tag{31}$$

The quantity $\mu_{ab}\rho_{ba,(\omega)}/E_{(\omega)}$ is the medium polarizability induced (stimulated) by $E_{(\omega)}$. In the vicinity of the laser resonance[§], the quantity $-L - 2i(kd - M\pi)$ in eq.(30) is very small because the gain almost compensates for losses and the round trip phase is around $M2\pi$, M being an integer. One thus develops the exponential at first order in $-L - 2i(kd - M\pi)$ and one obtains :

$$E_{(\omega)}[L + 2i(kd - M\pi)] = S_{(\omega)} \quad . \tag{32}$$

or :

$$E_{(\omega)}\left[L - 2iM\pi + 2i\frac{2\omega d}{c}\right] + i\frac{\omega d}{c\epsilon_0}\,\mu_{ab}\rho_{ba,(\omega)} = S_{(\omega)} \quad . \tag{33}$$

The equation for the field is written :

$$E_{(\omega)}\left[L - 2iM\pi + 2i\frac{\omega d}{c}\right] + i\frac{\omega d|\mu_{ab}|^2}{c\epsilon_0\hbar(\omega-\omega_0-i\gamma_{ab})}\int_{-\infty}^{\infty} E_{(\omega-\Omega_1)}\,N_{(\Omega_1)}\,d\Omega_1/2\pi = S_{(\omega)} \quad . \tag{34}$$

Equations (27) and (34) are the basic equations for Class B lasers in the frequency domain. They are coupled integral equations while the corresponding equations in the slowly-varying envelope approximation are differential equations in the mixed time-frequency domain.
When the conditions of excitation are such that $N_{(\Omega_1)}$ is essentially a delta distribution centered around $\Omega_1 = 0$, the convolution integral in eq. (34) can be written :

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_{(\omega-\Omega_1)}\,N_{(\Omega_1)}\,d\Omega_1/2\pi = E_{(\omega)}N_0 \quad , \tag{35}$$

with $N_0 = \int_{-\infty}^{\infty} N_{(\Omega_1)}\,d\Omega_1/2\pi$.
In this case, k does not depend very much on frequency and the laser Airy function is obtained :

$$E_{(\omega)} = \frac{S_{(\omega)}}{1 - e^{-L-2ikd}} = \frac{S_{(\omega)}}{1 - e^{-L+g-i\phi}} \quad . \tag{36}$$

[§]For a semiconductor laser, the free spectral range is of the order of 150 GHz. The population resonance is detuned by 3 Ghz with respect to a resonance. For this detuning, the round trip angle is thus $\phi = 2\pi/50 \simeq 7.2^o$ which is still acceptable to make the linear approximation $e^{i\phi} \simeq \phi$

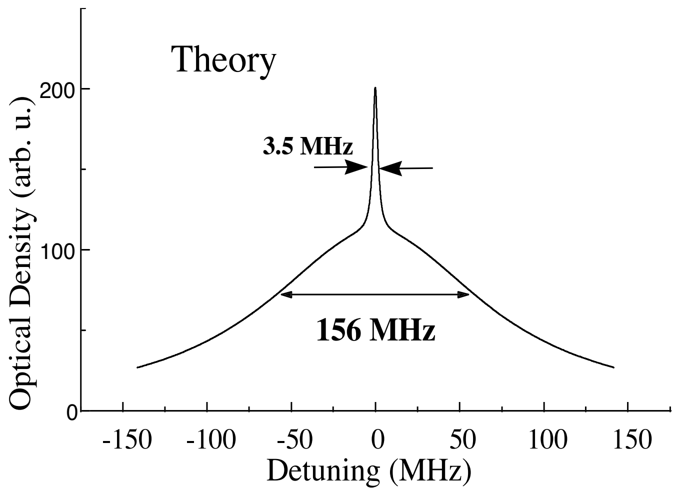


Figure 5. Example of a theoretical calculation showing the spectral density of a laser injected by a narrow signal (3 MHz), on top of its own signal (156 MHz).

where g is the round trip gain and and ϕ the cumulated phase. A laser resonance frequency ω_r can be introduced such that $2\omega_r d/c[1 + \mu_{ab}\rho^r_{ba,(\omega_r)}/2\epsilon_0] = M2\pi$. One has $\phi = (\omega - \omega_r)n_g d/c$ with n_g the group index in the vicinity of the laser resonance ω_r.

The spectral density of the field intensity is obtained :

$$y(\omega) = \frac{|s(\omega)|^2}{(1 - e^{-L+g})^2 \ + 4e^{-L+g} \ \sin^2[(\omega - \omega_r)n_g d/c]} \ . \tag{37}$$

One can easily show that $y(\omega)$ is a Lorentzian function which can be written under the form :

$$y(\omega) = \frac{S}{e^{-L+g}} \frac{1}{\Gamma_2^2 + (\omega - \omega_r)^2} \tag{38}$$

A discussion together with applications of this equation has been given in refs. [8] and [10]. The spectral density y_2 of a laser injected by a field which is characterized by a spectral distribution y_1 obeys a similar equation :

$$y_2 = \frac{\eta y_1 + S_2}{e^{-L+g}} \frac{1}{\Gamma_2^2 + (\omega - \omega_r)^2} \tag{39}$$

In this equation indices 1 and 2 respectively refer to the first (master) and second (injected) laser. Here, the source term in the numerator contains the spectral densities of both the spontaneous emission S_2 and the injected field ηy_1. η is a coefficient and y_1 is the spectral density of the injected field. The saturated gain is $g = g_0/(1 + Y_2)$ where $Y_2 = \int y_2 dx$ is the normalized saturating intensity and x the normalized frequency $(x = \omega d/(\pi c)$. L represents the losses and Γ_2 is an abbreviation for a linewidth.
This formula can be applied to the calculation of the injected laser lineshape. An example of such a calculation is given in fig.5 in which the laser response to the external excitation (small peak) can be seen above its own signal (wide pedestal).

4. A COMPARISON WITH ORDINARY DETECTION.

A complete description of the fundamental detection by an atomic system is given in ref.[12],($section A_{II}$). We give below some basic (and schematic) ideas in order to see the difference between usual detection and the new method that we have experimented.
Ultimately, detection of light is described, in the simplest case, by the transition probability between two energy eigenstates $|a>$ and $|b>$. The probability of transition during an interaction time Δt is written in the dipole approximation :

$$P_{a\to b,\Delta t} = \frac{1}{\hbar^2}\int_0^{\Delta t} < a| - \mu(t_1)E(t_1)|b> dt_1 \int_0^{\Delta t} < b| - \mu^*(t_2)E^*(t_2)|a> dt_2 \tag{40}$$

Here the dipole moment $\mu(t) = e^{iH_0t/\hbar}\mu e^{-iH_0t/\hbar}$ is expressed in the interaction representation with respect to the Hamiltonian H_0. This probability can be written in the form :

$$P_{a\to b,\Delta t} = \frac{1}{\hbar^2}\int_0^{\Delta t} dt_1 \int_0^{\Delta t} dt_2\ G_A^*(t_1,t_2)\ G_F(t_1,t_2) \tag{41}$$

where the quantities $G_A(t_1,t_2)$ and $G_F(t_1,t_2)$ are the following two times correlation functions respectively for the atom and the field :

$$G_A^*(t_1,t_2) = < a|\mu(t_1)|b >< b|\mu^*(t_2)|a > \quad , \tag{42}$$

$$G_F(t_1,t_2) = E(t_1)E^*(t_2) \tag{43}$$

When the field is fully quantified, one obtains a similar expression, with :
$E(t_1)E^*(t_2) = \sum_\mu < \varphi_F|\hat{\mathcal{E}}(t_1)|\mu >< \mu|\hat{\mathcal{E}}^*(t_2)|\varphi_F >$.
Here the vector states are field Fock states and $\hat{\mathcal{E}}(t)$ is the field operator whose mean value is the classical observable $E(t)$ in a given state which is a linear combination of Fock states. Each of these correlation functions contains an amplitude term (field intensity $|E|^2$ or squared dipole moment $|\mu_{ab}|^2$), a periodic phase term ($e^{i\omega_F(t_1-t_2)}$ for the field and $e^{i\omega_0(t_1-t_2)}$for the dipole) and an exponentially decreasing term ($e^{-\Gamma|t_1-t_2|}$ for the field and $e^{-\gamma_{ab}|t_1-t_2|}$ for the dipole). A classical interpretation of this detection process is based on the interaction of the antenna (the atom in its superposed states $|a>$ and $|b>$) whose lifetime is $1/\gamma_{ab}$ and the field whose correlation time (phase lifetime) is $1/\Gamma$. The detector which is the best sensitive to a field of small amplitude should thus be characterized by $\Gamma = \gamma_{ab}$. Up to now, such a detector has never been realized for coherent light which results in very low transition probabilities, a situation usually compensated by a big intensity $|E|^2$. Usual detectors are "fast" detectors in which the final state is a continuum rather than the discrete level $|a>$ of the two-level model indicated above. The basic ideas remain the same but the correlation time of such a detector becomes very short. An "ideal detector" is such that it gives instantaneously the number of photons in a field. A laser detector is not ideal in that sense : it is more specialized in the detection of low-power fields with long correlation times (small bandwidths) : instead of giving a "click" in the time domain, it can give some "clack" in the frequency domain. A practical detector like a photomultiplier (PM) or an avalanche photodiode (APD) is characterized by a detection time of the order of 1 ns (i.e., $\gamma_{ab} \simeq$1 GHz). The minimum optical power P_{min} which can be transferred to the detector corresponds to the absorption of one quantum of energy $h\nu$ during this time. One obtains : $P_{min} = h\nu\gamma_{ab} \simeq 10$ nW. The shorter is γ_{ab}, the bigger P_{min} should be. Our experiment shows an improvement of the sensitivity by a factor of more than 1000 with respect to this figure. In other words, such an ordinary detector would be able to detect 10^4 photons continuously distributed during the correlation time 10^{-5}s, to be compared with our result 0.2 photon.
The laser has been know to be able to act as an amplifier (regenerative amplifier) for a long time. The new result in our experiment with respect to the former result arises from the use of only a small frequency

band inside the laser linewidth. It is inside this band that the external signal is amplified. The improvement originates from two arguments : first the external signal is centered at the maximum of the laser amplification band, and secondly, below the picowatt, its power is too small to change the saturation term. Here we are in the pure linear amplification case where the energy of the broad spectrum of the laser is channeled into the narrow spectrum of the injected signal through stimulated emission.
The ultimate sensitivity of the laser detector is a question which belongs to the field of Cavity Quantum Electrodynamics[13]. It has been shown[14] that a cavity modifies the frequency distribution of vacuum fluctuations, enhancing the resonant field at the expanse of non resonant frequencies. Experiments have been done with cavities containing few photons and atoms[15], increasing our understanding of quantum measurement processes. In contrast with these pure (and difficult) experiments, a usual laser puts into play an enormous amount of atoms and photons. Interactions occur between atoms (or active species like electron-hole pairs) and their surrounding (phonons), together with black body radiation and vacuum field fluctuations. These interactions result in the emission of a random light which is the natural source term S_2 in eq.(39) of the laser light. Let us suppose that this source term corresponds to the emission of N photons per second in the spectral range Γ. The filtering effect (either optical or electronic) brings the associated noise down to the shot-noise level, which is proportional to $\sqrt{B}$ the square root of the bandwith B. For input signals which are characterized by the same noise, the signal to noise ratio at the laser output would thus increase like $1/\sqrt{B}$. One obtains a better sensitivity when the input signal has a narrower linewidth. This is also another new result never shown before in the study of laser regenerative amplifiers.
The ultimate sensitivity of the laser detector is one photon ; in the present experiment, this injected photon has to be associated to a vacuum oscillator defined in a particular volume. Along the propagation axis z, the length of this volume could be taken to be the coherence length $l = c\tau$ which can be very long. Such a view has been described in ref.[16]. By opposition to usual detectors, the laser can thus detect "diluted photons".

5. CONCLUSION.

The aim of this conference was to explain our interpretation of the laser and its practical use as an ultrahigh sensitivity detector for coherent light. The light to be detected must have the same resonance frequency and a smaller bandwidth than that of the laser detector. We have experimentally shown that an improvement of the order of 1000 at least can be attained with respect to ordinary detectors and that the signal over noise ratio is about 30 times better when the linewidth of the incoming signal is 1000 times narrower than that of the laser detector. This sensitivity is a consequence of the behavior of the laser which is excited by a very small signal (internal spontaneous emission) and which answers this excitation by an intense field. When excited from the outside by a properly controlled small signal, the answer function (the transfer function) remains the same and allows to apply to this signal the amplification otherwise left to a random noisy field. Through the locking effect, gain is continuously drawn from other frequencies into the linewidth of the injection signal until saturation occurs. The principle is the same as that used in radioelectricity in superregenerative reception[17]. As the sensitivity is considerably larger than that of ordinary detectors, series of new experiments can be foreseen where weak, continuous, coherent laser light has to be detected, *in almost all areas of optics* like gravity-wave detection, atomic physics, and quantum measurements.

Acknowledgements. Dr J. C. Simon helped us by his comments and ideas ; M. Valette and S. Clément helped respectively in the experimental design and in the data acquisition software. D. Kilper would like to acknowledge support from the National Science Fundation.

References

1- H. Kogelnik1 and C. V. Shank, "Stimulated emission in a periodic structure". App. Phys. Lett., 18, pp. 152-154 (1971). *ibid.* "Coupled wave theory of distributed feedback lasers". J. App. Phys., 43, pp. 2327-2335 (1972).
2- M. Nakamura, A. Yariv, H. W. Yen and S. Somekh, Appl. Phys. Lett. 22, 203 (1974).
3- Quantum well lasers. Academic Press (London). Ed. P.S. Zory Jr. 1993.
4- J.K. White, J.V. Moloney, A. Gavrielides, V. Kovanis, A. Holhe and R. Kalmus, "Multilongitudinal-mode dynamics in a semiconductor laser submitted to optical injection", IEEE J. Quantum Electron., 34, pp.1469-1473 (1988).
5- M. Bondiou. PhD Thesis Rennes (1999).
6- A.E. Siegman, Lasers, (University Science books, Mill Valley, Ca, 1986), Chap. 29.
7- P. Even, K. Ait-Ameur and G.M. Stephan, Phys. Rev. A , 55 , 1441 (1997).
8- G.M. Stephan, Phys. Rev. A , 55, 1371 (1997).
9- R. Gabet, G.M. Stephan, P. Besnard and M. Tetu, submitted to publication (preprint available on request).
10- G.M. Stephan, Phys. Rev. A , 58, 2467 (1998).
11- M. Sargent, M. O. Scully and W.E. Lamb, Laser Physics (Addison Wesley, London), 1974.
12- C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc and G. Grynberg , "photons and atoms : introduction to quantum electrodynamics", John Wiley & Sons, New York (1997).
13- S. Haroche, "Cavity Quantum Electrodynamics", in Fundamental systems in quantum optics, Proceeding of Les Houches Summer School, Session LIII. Edited by J. Dalibard, J.M. Raimond and J. Zinn-Justin. North-Holland 1992.

14- D. Kleppner, Phys.Rev. Lett. 47, 233 (1981).
15- P. Goy, J.M. Raimond, M. Gross and S. Haroche, Phys.Rev. Lett. 50, 1903 (1983).
16- A. Aspect, C. Fabre and G. Grynberg, "Introduction aux lasers et l'optique nonlinaire" .
17- F.W. Frink, Proc I.R.E. 26, 76 (1938).

Detecting femtowatt with lasers

R. Gabet, G. Stéphan and P. Besnard
ENSSAT, Laboratoire d'Optronique (URA6082), 6 rue Kerampont, 22305, LANNION, FRANCE.
e-mail : pascal.besnard@enssat.fr

Abstract :
We show that lasers can be used as detectors. The experimental set-up consists in optically injecting a slave laser with a laser whose linewidth is smaller. Heterodyne technique allows us to detect signals as small as -113 dBm or half a photon per correlation time. We explain the experiment by interpreting the laser as a nonlinear amplifier and filter.

The main idea of optical injection [1] is to give a reference to the injected laser from another laser [2]. The injected laser can become slaved onto the master and frequency-locking occurs following the injected intensity and the frequency difference between both lasers. The linewidth of the master is then transferred to the slave. We have shown [3] that for lasers on the same central frequency, when the master linewidth is larger than the slave linewidth, decreasing the injected power will imply a partial linewidth transfer. In the converse case (when the master linewidth is smaller than the master linewidth), the laser acts as an amplifier and amplifies at the same rate both the spontaneous emission from the slave and the external injected field. We have in this way characterized optical spectra of signals in the picowatt range[4]. For this purpose we have used two single mode lasers : a tunable source with a linewidth of 80 KHz for the master and a DFB laser for the master with a linewidth much wider (2-200 MHz depending on the bias current).
In this poster, we show that using a heterodyne technique enables to detect signals in the femtowatt range.
Figure 1 gives a schematic sketch of the experimental set-up.
Figure 2 gives the magnitude of the heterodyne signal along with the injected power. The time dependence of the heterodyne signal is given for some injected powers.

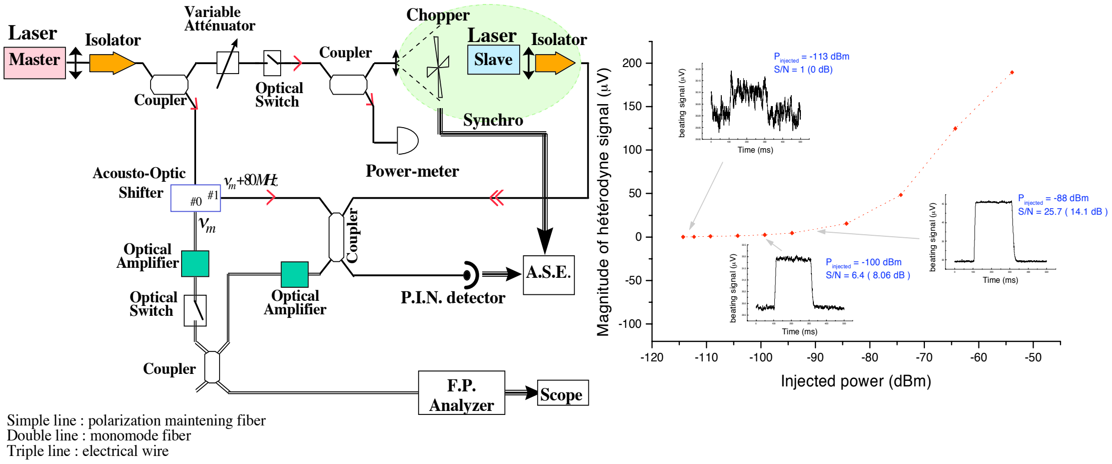


Figure 1 : experimental set-up and Figure 2 : experimental results the heterodyne detection.

On the theoretical part, we show that a transfer function applied to a laser [5] (the generalized optical Airy function) is able to explain the basics properties of this experiment.

References:

[1] T.B. Simpson, J. M. Liu, K. F. Huang, and K. Tai, Quantum Semiclass. Opt. 9, 765 (1997).
[2] L. E. Erickson and A. Szabo, Appl. Phys. Lett. 18, 10 (1971).
[3] M. Bondiou, R. Gabet, G.M. Stéphan and P. Besnard, "Linewidth of an optically injected semiconductor laser", accepted Journal of Optics B.
[4] R. Gabet, M. Bondiou, P. Besnard, G.M. Stéphan, CLEO QELS paper CThK5 Baltimore May 1999.
[5] G. M. Stéphan, Phys. Rev. A, 55, 1371 (1997). ibid. 58, 2467 (1998).

Regimes of amplification of a laser detector

R. Gabet, G.M. Stéphan and P. Besnard
Laboratoire d'Optronique associé au CNRS (URA 6082)
ENSSAT, 6 rue de Kerampont, BP 447,
22305 LANNION, France
phone: (33) 2 96 46 66 53 fax: (33) 2 96 37 01 99
E-mail: pascal.besnard@enssat.fr

Abstract

When a laser is injected by another laser with the same frequency and a smaller linewidth, we have shown that optical powers as low as -117 dBm (in the order of femtowatt) or less than half a photon per correlation time can be detected. We describe here the different regimes of amplification of a laser detector both experimentally and theoretically using a transfer function for the laser in the frequency domain.

Regimes of amplification of a laser detector

R. Gabet, G.M. Stéphan, P. Besnard ENSSAT, Laboratoire d'Optronique, 6 rue Kerampont, BP 447 22305 LANNION, France E-mail : pascal.besnard@enssat.fr

An injected (slave) laser can become slaved onto another one (master) and frequency-locking occurs following the injected intensity and the frequency difference between both lasers. Optical injection can give a frequency reference or transfer to a slave the spectral properties (linewidth) from a master. For lasers tuned on the same central frequency, decreasing the injected power will imply a partial linewidth transfer [1], when the master linewidth is larger than the slave linewidth. In the converse case (master linewidth smaller than slave linewidth), the laser amplifies at the same rate both the spontaneous emission from the slave and the external injected field. We have in this way characterized optical spectra of signals in the picowatt range [2]. In our experiment, two single mode lasers are used : a tunable source with a linewidth of 80 KHz for the master and a DFB laser for the slave with a linewidth much wider (2-200 MHz) depending on the bias current). Adding to the laser detector an heterodyne technique, signals in the femtowatt range were detected. The aim of this communication is to study the amplification of the

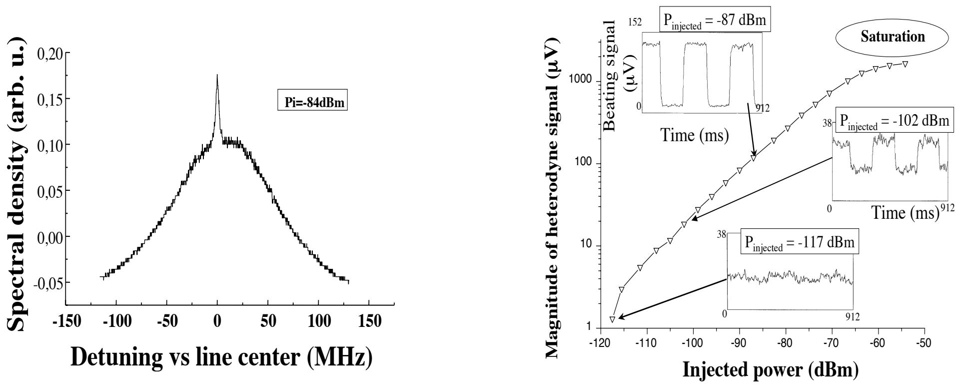


Figure 1: Optical spectra obtained for weak injection and curve that gives the amplification factor of the incoming signal with respect to the injected power.

laser detector :

* for very weak signal (femtowatt-subpicowatt range), the incoming signal is amplified

* for an intermediate power (up to nW), there is still amplification but the optical spectra is modified. The external power spectral density (see the peak in figure 2) is growing at the expense of the power spectral density due to internal spontaneous noise, which collapses.

* for larger injected power, there is a saturation of the amplification. This is this regime which has been usually and widely studied.

We have shown that the theory [3] in which the laser is interpreted as a nonlinear amplifier and filter of spontaneous in the frequency domain, gives a transfer function for the laser and enables to explain the spectral properties of an optical injected laser. We know that this theory explains the optical spectra for weak optical injection [1, 2]. We show here that that it can give account of the different regimes of amplification.

References

[1] M. Bondiou, R. Gabet, G.M. Stéphan and P. Besnard, "Linewidth of an optically injected semiconductor laser", accepted for publication (*Journal of Optics B*).

[2] R. Gabet, M. Bondiou, P. Besnard, G.M. Stéphan, CThK5 CLEO QELS 1999.

[3] G.M. Stéphan *Phys. Rev. A*, **58,** 2467 (1998)

POLARIZATION EFFECTS IN THE LASER RESPONSE TO A SMALL INJECTED FIELD.

R. Gabet, G.M. Stéphan, S. Clément and P. Besnard
ENSSAT Laboratoire d'Optronique associé au CNRS (URA 6082)
École Nationale des Sciences Appliquées et de Technologies, 6 rue Kerampont, BP 447, 22305 LANNION, France.
phone: (33) 2 96 46 66 53 fax: (33) 2 96 37 01 99 E-mail: pascal.besnard@enssat.fr

The theory in which the laser is interpreted as a nonlinear amplifier and filter of spontaneous emission in the frequency domain is used to study its response to a signal injected from the outside. This response is different when the polarization of the injected signal is either perpendicular (case pe) or parallel (case pa) to the eigenfield of the slave laser. Two regimes have been studied : for injected powers bigger than -50 dBm, fig. 1 shows the frequency locking region in the plane (injected power-detuning between the master and the injected laser). It is observed that these regions are different in cases pe and pa. For small injected powers, both frequencies (master and slave) are fixed to be the same and the linewidth of the injected field to be 1000 times smaller than that of the slave laser. A measurement of the beating signal between the response of the slave and a part of the injected excitation shows that the injected laser can detect powers as low as -117 dBm in case pa. Such a small power corresponds to 0.16 photon per correlation time.

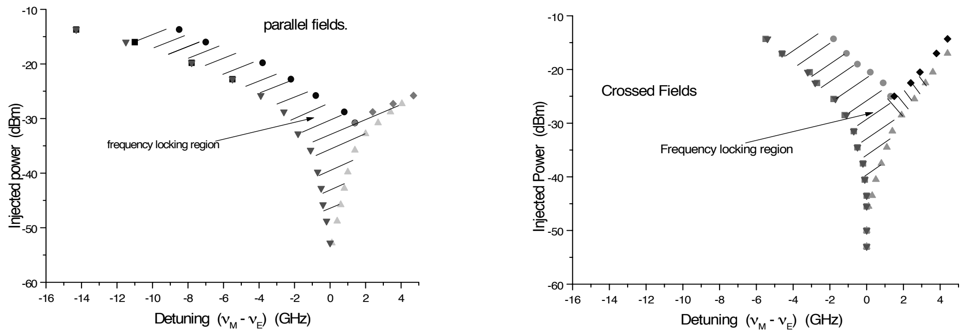


Figure 1: frequency locking region as a function of detuning and injected power for a master field parallel or perpendicular to that of the slave. Semiconductor lasers emitting at 1.55 μm are used.

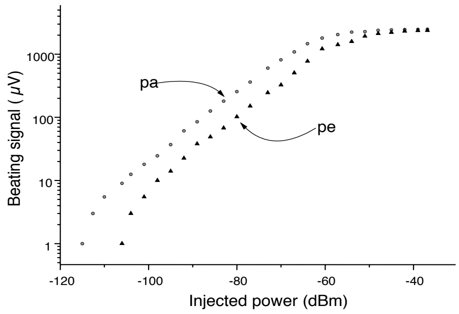


Figure 2: Detectivity curves of the injected laser as a function of the injected power for a master (injected) field parallel or perpendicular to that of the slave. Experimental details are given elsewhere.

References

G. M. Stéphan, Phys. Rev. **55,** 1371 (1997), *ibid.* **58,** 2467(1998).
R. Gabet, G. M. Stéphan, M. Bondiou, P. Besnard and D. Kilper, The laser detector (submitted).

Bibliographie

[1] C. Huygens, *Oeuvres Complètes de Christraan Huygens*. La Haye : Société hollandaise de sciences MARTINUS NIJHOFF, la haye ed., 1893.

[2] B. V. D. Pol, "Forced oscillations in a circuit with non-linear resistance," *Phil. Mag. S.7*, vol. 3, no. 13, pp. 65–80, 1927.

[3] R. Adler, "A study of locking phenomena in oscillators," *Proc. IRE*, vol. 34, pp. 351–357, june 1946.

[4] M. Hines, J. Collinet, and J. Ondria, "FM noise supression of an injected phase-locked oscillator," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique*, vol. MTT-16, sept. 1968.

[5] H. Stover and W. Steier, "Locking of laser oscillators by light injection," *Applied Physics Letters*, vol. 8, pp. 91–93, may 1966.

[6] R. Pantell, "The laser oscillator with an external signal," *Proceedings of the IEEE*, vol. 53, pp. 474–477, may 1965.

[7] C.L.Tang and H. Statz, "Phase-locking of laser oscillators by injected signal," *J. Appl. Phys.*, vol. 38, no. 1, pp. 323–324, 1967.

[8] L. Erikson and A. Szabo, "Spectral narrowing of dye laser output by injection of monochromatic radiation into the laser cavity," *Applied Physics Letters*, vol. 18, pp. 433–435, may 1971.

[9] G. Magyard and H.G.Schneider-Muntau, "Dye laser forced oscillator," *Applied Physics Letters*, vol. 20, pp. 406–408, may 1972.

[10] C. Buczek and R. Freiberg, "Hybrid injection locking of higher power co2 lasers," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-8, pp. 641–650, july 1972.

[11] J. Lachambre, P.Lavigne, G. Otis, and M. Noël, "Injection locking and mode selection in tea-co2 laser oscillators," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-12, pp. 756–764, dec. 1976.

[12] S.Kobayashi and T. Kimura, "Coherence of injection phase-locked algaas semiconductor laser," *Electronics Letters*, vol. 16, no. 17, pp. 668–670, 1980.

[13] S.Kobayashi and T. Kimura, "Injection locking in algaas semiconductor laser," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-17, pp. 681–689, may 1981.

[14] R. Lang, "Injection locking properties of a semi-conductor laser," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-18, pp. 976–983, june 1982.

[15] S. Kobayashi, H. Nishimoto, and R. Lang, "Experimental observation of asymetric detuning characteristics in semiconducteur laser injection locking," *Electronics Letters*, vol. 18, pp. 54–56, january 1982.

[16] L. Golberg, H. Taylor, and J. Weller, "Locking bandwidth asymetry in injection-locked gaalas lasers," *Electronics Letters*, vol. 18, pp. 986–987, nov 1982.

[17] F. Mogensen, H. Olesen, and G. Jacobsen, "Locking conditions and stability properties for a semiconductor laser with external light injection," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-21, pp. 784–793, july 1985.

[18] I. Petitbon, P. Gallion, G. Debarge, and C. Chabran, "Locking bandwidth and relaxation oscillations of an injected-locked semiconducteur laser," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 24, pp. 148–154, feb 1988.

[19] K. Otsuka and S. Tarucha, "Theoritical studies on injection locking and injection-induced modulation on laser diode," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-17, no. 8, pp. 1515–1521, 1981.

[20] K. Otsuka and H. Kawagushi, "Period doubling bifurcations in detuned lasers with injected signal," *Physical Review A*, vol. 29, pp. 2953–2956, may 1984.

[21] E.-K. Lee and H. Pang, "bistability and chaos in an injection locked semiconductor laser," *Physical Review A*, vol. 47, pp. 736–739, jan 1993.

[22] V. Kovanis, T. Simpson, and J. Liu, "Instabilities and chaos in optically injected semiconductor lasers," *Applied Physics Letters*, vol. 67, pp. 2780–2782, nov 1995.

[23] S. Wieczorek, B. Krauskopf, and D. Lenstra, "A unifying view of bifurcations in a semiconductor laser subject to optical injection," *Opticq Communications*, vol. 172, pp. 279–295, Dec 1999.

[24] P. Debernardini, "Locking characteristics of fabry-perot semiconductor laser oscillators with side mode injction," *Optics Letters*, vol. 21, pp. 656–658, may 1996.

[25] H. Li, L. Lucas, and al, "Injection locking dynamics of vcsel under conventional and phase conjugate injection," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 32, pp. 227–235, feb 1996.

[26] D. Boîko, G. Stéphan, and P. Besnard, "Fast polarization switching with memory effect in a vertical cavity surface emitting laser subject to modulated optical injection," *Journal of Applied Physics*, vol. 86, pp. 4096–4099, october 1999.

[27] P. Saboureau, "Injection-locked semiconductor lasers with delayed optoelectronics feed-back," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 33, pp. 1582–1591, feb 1997.

[28] S. Kobayashi, J. Yamada, S. Mashida, and T. Kimura, "Single mode operation of 500mbit/s modulated algaas semiconductor laser by injection locking," *Electronics Letters*, vol. 16, pp. 746–747, sept 1980.

[29] H. Nishito, H. Kuwahara, and M. Motegi, “injection locked 1.5 mm ingaasp/inp lasers capabla of 450 mbit/s transmission over 106 km,” *Electronics Letters*, vol. 19, pp. 509–510, july 1983.

[30] D. Malyon and A. M. Donna, “102 km unrrepeated monomode fibre system experiment at 140 mbit/s with an injection locked 1.52 mm laser transmitter,” *Electronics Letters*, vol. 18, pp. 445–447, may 1982.

[31] J.-P. Bouyer, *Stabilisation par injection optique d'un laser à semi-conducteur.* Thèse de doctorat, Université de Paris-Sud, 1992.

[32] M. Othsu, *Frequency control of semi-conductor lasers.* New York : John Willey and sons, first ed., 1996.

[33] P. Gallion, *Pureté spectrale d'un laser semi-conducteurs synchronisé. Application à la détection cohérente.* Thèse de doctorat, Université de sciences et techniques du Languedoc, 1986.

[34] L. Golberg, H. Taylor, and J. Weller, “Fm side-band injection locking of diode lasers,” *Electronics Letters*, vol. 18, pp. 1019–1020, nov 1982.

[35] L. Golberg, H. Taylor, and J. Weller, “microwave signal generation with injection locked laser diodes,” *Electronics Letters*, vol. 19, pp. 491–493, june 1983.

[36] L. Golberg, R. Esmanand, and K. Williams, “Optical techniques for microwave generation, transmission and control,” *IEEE MTT-S digest*, pp. 229–232, 1990.

[37] L. Noël, D. Marcenac, and D. Wake, “120 mbit/s radio-fibre transmission over 100 km of standart fiber at 60 ghz using a master/slave injection locked dfb laser source,” *Electronics Letters*, vol. 32, pp. 1895–1897, sept 1996.

[38] L. Noël and al, “Novel techniques for high-capacity 60 ghz fiber-radio transmission systems,” *IEEE transaction on Micro. Theory and techniques*, vol. 45, pp. 1416–1423, august 1997.

[39] P. Bouyer and al, “Microwave generation with optical injection locking,” *Optics Letters*, vol. 21, pp. 1502–1504, sept 1996.

[40] N. Schunk and K. Peterman, “Noise analysis of injection locked semiconductor injection lasers,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-22, pp. 642–650, may 1986.

[41] E. Huntington and al, “Feddback control of the intensity noise of injection locked lasers,” *Optics Communication*, vol. 145, pp. 359–366, Jan 1998.

[42] A. Furuzawa, “Amplitude squeezing of a semi-conductor laser with light injection,” *Optics Letters*, vol. 21, no. 24, pp. 2014–2016, 1996.

[43] D. Seo, D. Kim, and H. Liu, “Timing jitter reduction of gain switched dfb laser by external injection-seeding,” *Electronics Letters*, vol. 32, pp. 44–45, jan 1996.

[44] P. Gunning and al, “gainswitched dfb laser diode pulse source using continuous wave light injection for jitter suppression and a electroabsorption modulator for pedestal suppression,” *Electronics Letters*, vol. 32, pp. 1010–1011, may 1996.

[45] P. Langlois, D. Gay, N. McCarthy, and M. Piché, “Noise reduction in a mode locked semiconductor laser by coherent photon seeding,” *Opt. Lett.*, vol. 23, p. 114, 1998.

[46] N. Dutta, G. Agrawal, and M. Focht, “Bistability in coupled cavity semiconductor lasers,” *Applied Physics Letters*, vol. 44, pp. 30–32, jan 1984.

[47] T. Aida and Y. Iino, “Effects of small injection on laser diode pumped hybrid bistable system with large delay,” *Optical Review*, vol. 2, no. 4, pp. 270–279, 1995.

[48] V. Annovazzi-Lodi, S. Donati, and A. Scirè, “Synchronization of chaotic injected-laser systems and its application to optical cryptography,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-32, pp. 953–959, june 1996.

[49] M. Teshima, “Frequency stabilization of tunable dbr laser using multiwavelength light injection locking technique,” *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol. 14, pp. 2749–2756, dec 1996.

[50] M. Teshima, M. Koga, and K. Sato, “Accurate frequency control of a mode locked laser diode by reference-light injection,” *Optics Letters*, vol. 22, pp. 126–128, jan 1997.

[51] J. Zhou and al, “All-optical bistable switching dynamics in 1550nm two-segment strained multiquantum-well distributed feedback,” *J. Lightwave tech.*, vol. 15, pp. 342–345, feb 1997.

[52] T. Simpson, “Phased-locked microwave-frequency modulations in optically-injected laser diodes,” *Opptics Communocations*, vol. 170, pp. 93–98, oct 1999.

[53] J. Wang and al, “Enhancement of modulation bandwidth of laser diodes by injection locking,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 8, pp. 34–36, jan 1996.

[54] M. Parker and D. Shire, “A model for optically quenched lasers,” *Applied Physics Letters*, vol. 70, pp. 146–148, jan 1997.

[55] S. Kobayashi and T. Kimura, “Optical fm signal amplification by injection locked and resonant type semiconductor laser amplifiers,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-18, pp. 575–581, april 1982.

[56] E. Cernoneschi and al., “Frequency conversion in external cavity semiconductor lasers exposed to optical injection,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 32, pp. 192–200, feb 1996.

[57] J. Hörer and E. Patzac, “Large-signal analysis of all-aptical wavelenght conversion using two-mode injection locking semiconductor lasers,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 33, pp. 596–608, april 1997.

[58] P. Barnsley, H. Vickes, G. Vickens, and D. Spirit, “All optical clock recovery from 5 gb/s rz data using a self-pulsating 1556nm laser diode,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 3, no. 10, pp. 942–945, 1991.

[59] P. Landais, *Contribution à l'étude sur la conversion en longueur d'onde et la récupération d'horloge par de lasers à semi-conducteur.* Thèse de doctorat, ENST, 1995.

[60] P. Even, *Etude de la forme de raie d'un laser à gaz injecté.* Thèse de doctorat, Université de Rennes I, 1996.

[61] P. Aven, K. Ait-Ameur, and G. Stéphan, "New model for an injection laser," *Proceedings of the international conference on lasers'95*, 1995.

[62] P. Aven, K. Ait-Ameur, and G. Stéphan, "Modeling of an injected gaz laser," *Physical Review A*, vol. 55, no. 2, pp. 1441–1453, 1997.

[63] I. Joindot and M. Joindot, *Les télécommunications optiques.* Paris : Dunod, first ed., 1996.

[64] I. Jung and al, "Self starting 6.5 fs pulses from ti :sapphire laser," *Optics Letters*, vol. 22, no. 13, pp. 1009–1011, 1991.

[65] B. Young, F. Cruz, W. Itano, and J. Bergquist, "Visible lasers with subhertz linewidths," *Physical Review Letter*, vol. 82, pp. 3799–3802, may 1999.

[66] R. Hall, G. Fenner, J. Kingsley, T. Soltys, and R. Carlson *Physical Review Letter*, vol. 9, p. 366, 1962.

[67] M. Nathan, W. Dumke, G. Burns, F. Hill, and G. Lasher *Applied Physics Letters*, vol. 1, p. 62, 1962.

[68] T. Quist, R. Rediker, R. Keyes, W. Krag, and al *Applied Physics Letters*, vol. 1, p. 91, 1991.

[69] N. Holonyak and S. Bevacqua *Applied Physics Letters*, vol. 1, p. 82, 1962.

[70] K. Streuble, J. Jacquet, A. Rudra, H. Moussa, and al, "Novel technologies for 1.55 μm vertical cavity lasers," *Opt. Eng.*, vol. 39, pp. 488–497, february 2000.

[71] F. Favre, D. Guen, J.-C. Simon, and B. Landousies, "External cavity semiconductor laser with 15 nm continuous tuning range," *Electronics Letters*, vol. 22, no. 15, pp. 795–796, 1986.

[72] P. Chanclou, *Etude théorique et expérimentale d'optiques de couplage destinées à la réalisation de modules optoélectroniques multivoies d'émission et de réception.* Thèse de doctorat, Univetsité de Rennes 1, Lannion, 1999.

[73] P. Laurent, *Stabilisation en fréquence de diodes lasers par couplage résonnant sur une cavité Fabry-Pérot.* Thèse de doctorat, Université Paris XI, Orsay, 1989.

[74] T. Yasui, T. Araki, and N. Suzuki, "Accurate stabilization of a 3 mw single-mode output he-ne laser by intermittent frequency offset locking to an iodine stabilized he-ne laser," *Optical Review*, vol. 4, no. 6, pp. 675–682, 1997.

[75] P. Dubé, L. Ma, J. Ye, P. Jungner, and J. Hall, "Thermally induced self-locking of an optical cavity by overtone absorption in acetylene," *Journal of Optical Society of America B*, vol. 13, no. 9, pp. 2041–2054, 1996.

[76] M. Bondiou, *Etude des propriétés spectrales d'un laser semi-conducteurs soumis à injection optique.* Thèse de doctorat, Université de Rennes I, 1999.

[77] G. Agrawal and N. Dutta, *Long Wavelength Semiconductor lasers.* Van Nostrand reinhold, 1986.

[78] Z. Toffano, A. Destrez, C. Birocheau, and L. Hassine, "New linewidth enhancement determination method in semiconductor laser based on spectrum analysis above and below thresold," *Electronics Letters*, vol. 28, pp. 9–10, january 1992.

[79] C. Harder, K. Vahala, and A. Yariv, "measurement of the linewidth enhancement factor alpha of semiconductor lasers," *Electronics Letters*, 1982.

[80] K. Liyama, K. Hayashi, and Y. ida, "Simple method for measuring the linewidth enhancement factor of semiconductor lasers by optical injection locking.," *Optics Letters*, vol. 17, pp. 1128–1130, August 1992.

[81] R. Hui, S. Benedetto, and I. Monrosset, "Near threshold operation of semiconductor lasers and resonant-type laser amplifiers," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 29, pp. 1488–1497, June 1993.

[82] A. Siegman, *Lasers.* Mil Valley, Cal. : University Science Books, 1986. See chapter 29.

[83] M. Bondiou, R. Gabet, G. Stéphan, and P. Besnard, "Linewidth of an optically injected semiconductor laser," *Quantum Semiclassical Optics*, vol. 2, pp. 41–46, 2000.

[84] J. Gordon, H. Zeiger, and C. Townes *Physical Review*, vol. 99, p. 1264, 1955.

[85] K. Magari, H. Kawagushi, K. Oe, and M. Fukuda, "Optical narrow band filters using optical amplification with distributed feedback," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 24, pp. 2178–2190, 1988.

[86] F. Choa and T. Koch, "Static and dynamical characteristics on narrow-band tunable resonant amplifiers as active filters and receivers," *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol. 9, pp. 73–83, 1991.

[87] A. Siegman, *Lasers.* Mil Valley, Cal. : University Science Books, 1986. See section 11.6.

[88] F. Lissillour, *L'effet laser des microsphères de verre fluoré dopées neodyme et erbium : étude expérimentale de différents couplages et de largeurs de raie.* Thèse de doctorat, Université de Rennes I, 2000.

[89] W. Heitler, *The quantum theory of radiation.* New York : Dover Publications, 3rd ed., 1953.

[90] L. Mandel and E. Wolf, *Optical coherence and quantum optics.* Cambridge university press, 1995. see chapter 9, semiclassical theory of photoelectric detection of light.

[91] R. Loudond, *The quantum theory of light.* Oxford : Clarence Press, 1973 ed., see chapter 8, Interaction of the radiation field with an atom.

[92] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Photons and atoms : introduction to quantum electrodynamics.* New York : John Wiley and Sons, first ed., 1997. see section AII, phodetection signales and correlation functions.

[93] G. Stéphan, "An airy function for the laser," *Journal of Nonlinear Optical Physics and Material*, vol. 5, no. 3, pp. 551–557, 1996.

[94] G. Stéphan, "Spectral properties of an injected laser," *Physical Review A*, vol. 58, pp. 2467–2471, september 1998.

[95] G. Stéphan, "Spectral properties in laser patterns," *Quantum Semiclassical Optics*, vol. 10, pp. 849–860, 1998.

[96] I. Gradshteyn and I. Ryzhik, *Tables of integrals, series and products.* San Diego, Californie : Academic Press, fifth ed., 1996.

[97] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of mathematical functions.* New York : Dover publication.

[98] M. Born and E. Wolf, "Principles of optics," 1980.

[99] K. A. Ameur, "Transverse properties of a michelson mirror," *Applied Optics*, vol. 36, pp. 1860–1866, March 1997.

[100] E. Rosencher and B. Vinter, *Optoélectronique.* Paris : Masson.

[101] G. Agrawal and N. Dutta, *semiconductor lasers.* Van Nostrand reinhold, second ed., 1993. Chap 7.

[102] J. Carroll, J. Whiteaway, and D. Plumb, *distributed FeedBack Semiconductor Laser.* London, United Kingdom : The institution of Electrical Engeneers, first ed., 1998.

[103] H. Kolgenlnik and C. Shank, "Stimulated emmission in a periodic structure," *Applied Physics Letters*, vol. 18, pp. 152–154, 1971.

[104] W. Chow, S. Koch, and M. S. III, *Semiconductor-Laser Physics.* Springer, first ed., 1994.

abstract

This work addresses the spectral properties of 1.55 μm DFB semiconductor laser submitted to optical injection and, in greater detail, the use of a laser like a ultrahigh amplificator for coherent light.

We first draw up a map of various behaviors of the slave as function of detuning and injected power which includes bistability areas and the effect of the polarization of the injected light. Then, we focus our study in the locking area, at zero detuning and for low injected power. We show that optical spectra are modified for injected power down to picowatt and that an heterodyne technique allows us to detect low intensity signal about femtowatt levels. So, the laser is a good device for the detection of coherent light. Moreover, contrary to the classical optical detection like photomultipliers or avalanche phodiodes, the coherence of light is preserved. The effect of detuning between master and slave lasers and the effect of injected polarization are studied.

From the theoritical point of view, we show that the generalized Airy function for the laser, written in the frequency domain, explains the modification of the optical spectra and shows the competition between the internal spontaneous emission and the injected field.

Finally, we enlarge this model to the transfert function for a DFB laser in order to explain the linewidth anomaly experimentaly observed for a laser set around its oscillation threshold.

Résumé

Ce travail porte sur l'étude des propriétés spectrales d'un laser à semi-conducteurs de type DFB à 1.55 μm soumis à une injection optique scalaire et plus particulièrement sur l'utilisation d'un laser comme amplificateur ultrasensible de lumière cohérente.

Après avoir cartographié les différents comportements du laser injecté dans le plan (Puissance injectée / Désaccord en fréquence ($\nu_{\text{Maître}} - \nu_{\text{Esclave}}$)), en incluant les zones de bistabilités ainsi que l'influence de la polarisation injectée, nous concentrons notre étude dans la zone d'accrochage total, à désaccord nul, lorsque la largeur de raie injectée est plus étroite que celle du laser esclave et quand la puissance injectée décroît. Nous montrons que les spectres optiques du laser esclave sont modifiés jusqu'à des puissances de l'ordre du picowatt et qu'une méthode hétérodyne nous permet de détecter des puissances de l'ordre du femtowatt. Le laser est donc particulièrement adapté à la détection de lumière laser cohérente. De plus, contrairement aux détecteurs classiques de type photodiode à avalanche ou photomultiplicateur qui convertissent le photon en électron puis l'amplifient, le laser amplifie les photons en conservant leur cohérence. L'influence du désaccord en fréquence entre le maître et l'esclave ainsi que celle de la polarisation injectée sont également rapportées.

D'un point de vue théorique, nous montrons que la fonction d'Airy généralisée au laser, exprimée dans le domaine des fréquences, rend bien compte de la modification des spectres optiques en montrant la présence d'une compétition entre l'émission spontanée interne et le champ injecté.

Enfin, nous étendons ce modèle à la fonction de transfert d'un laser DFB pour rendre compte de l'anomalie de largeur de raie observé expérimentalement pour un laser polarisé autour du seuil.

Mots clés

- Laser à semi-conducteurs DFB
- Injection optique
- Amplificateur de lumière cohérente
- Détection ultrasensible
- Fonction de transfert d'un laser