

# Sondage de spectre coopératif totalement distribué : application à la radio cognitive

Franck IUTZELER<sup>1</sup>, Philippe CIBLAT<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institut Mines-Télécom/Télécom ParisTech ; CNRS UMR LTCI  
46 rue Barrault, 75013 Paris, France - Tél : +33 1 45 81 77 28 - Fax : +33 1 45 89 00 20  
{franck.iutzeler, philippe.ciblat}@telecom-paristech.fr

**Résumé** – Nous nous intéressons au problème de la détection de la présence d’un signal de manière distribuée. Nous supposons ainsi que plusieurs capteurs s’entraident en s’échangeant des informations de proche en proche et donc sans l’aide d’un centre de fusion. Une application naturelle à ce problème est le sondage de spectre pour la radio cognitive. La littérature s’intéresse fortement à la détection coopérative. En revanche, très peu de travaux s’y intéressent dans un cadre totalement distribué, c’est-à-dire, sans centre de fusion. Notre originalité consiste donc à proposer de nouveaux algorithmes fonctionnant de manière complètement distribuée. Nous développons plusieurs solutions à notre problème et déterminons le seuil de détection précisément à chaque étape de l’algorithme. Nous étudions aussi le compromis entre la phase de récolte d’information et la phase d’échange d’information entre les capteurs. Nous montrons notamment que le problème du terminal caché peut être résolu grâce aux solutions proposées.

**Abstract** – Cooperative detection without fusion center has many applications such as spectrum sensing in cognitive radio or intrusion detection in ad hoc networks. In this paper, we propose a new asynchronous fully-distributed cooperative algorithm which does not require any knowledge on the underlying nodes network. Discussion about the threshold choice and the respective durations of the sensing step and the gossip step is conducted.

## 1 Introduction

Dans le domaine de la radio cognitive, les utilisateurs secondaires doivent être capables de détecter très rapidement la présence ou non d’un utilisateur primaire afin de libérer ou non les fréquences réservées par celui-ci. Ainsi, chaque utilisateur secondaire potentiel doit connaître à tout instant l’état d’occupation du spectre et donc conduire régulièrement une étape de détection de l’utilisateur primaire. Pour accélérer et rendre fiable cette opération, il est clair que les utilisateurs secondaires ont tout intérêt à collaborer entre eux. De plus cela peut résoudre le problème du terminal caché, c’est-à-dire lorsqu’un utilisateur secondaire ne voit pas l’utilisateur primaire en raison d’un obstacle mais en revanche dérangerait fortement le récepteur primaire. L’aide des autres utilisateurs secondaires, non cachés par un obstacle de l’émetteur primaire, permet de contourner ce problème aisément. De nombreux travaux existent dans la littérature sur la détection coopérative entre utilisateurs secondaires, également appelés dans la suite capteurs [1]. Néanmoins, à de très rares exceptions près, ces travaux supposent l’existence d’un centre de fusion récoltant les données ou les décisions des différents capteurs et prenant donc la décision de manière centralisée pour ensuite la renvoyer aux capteurs concernés. Cette présence d’un centre de fusion alourdit considérablement le réseau puisqu’il faut élire celui-ci et acheminer –via du routage– les données vers lui ; cela fragilise le réseau secondaire en cas de défaillance de ce centre. Pour toutes ces

raisons, nous souhaitons nous affranchir de ce centre de fusion et conduire une détection coopérative de manière totalement distribuée en se basant donc sur des communications de proche en proche des données de sondage de spectre.

Les rares travaux sur ce sujet proposent des algorithmes alternant la phase de sondage de spectre par chaque capteur et la phase d’échange d’information entre ces capteurs. Par conséquent les deux étapes (récolte d’information sur l’état du spectre et échange d’information entre capteurs) sont de durée identique. De plus, dans ces travaux existants, la détermination des seuils de décision, qui, comme nous allons le voir ultérieurement, est le point crucial des algorithmes de détection distribuée, est abordée très succinctement et résolue de manière très heuristique et approximative [2, 3]. Dans ce papier, nous proposons de nouveaux algorithmes qui découplent totalement les deux étapes (récolte et échange) et donc qui permettent d’optimiser leur durée respective. Nous discutons également de la détermination des seuils de manière distribuée, notamment, par l’emploi d’une technique d’échange récemment introduite dans la littérature [4]. Des travaux assez proches ont été présentés dans [5] mais leur seuil est déterminé asymptotiquement.

Le plan de ce papier est le suivant : en Section 2, nous introduisons mathématiquement notre modèle de signal et rappelez les techniques de détection centralisée multi-capteurs. En Section 3, nous proposons de nouveaux algorithmes et calculons notamment les courbes ROC. Enfin, en Section 4, nous évaluons numériquement les algorithmes proposés.

## 2 Préliminaires

Nous supposons que le réseau est composé de  $K$  utilisateurs secondaires cherchant donc à détecter la présence ou non d'un utilisateur primaire. Le signal reçu à l'instant  $n$  sur le capteur  $k$  s'écrit  $y_k(n)$ . Nous supposons également que chaque capteur sonde le spectre sur une durée commune égale à  $N_s$ . On note alors  $\mathbf{y}_k = [y_k(1) \cdots y_k(N_s)]^T$  avec  $(\cdot)^T$  l'opérateur de transposition. De plus, si celui-ci existe, le signal reçu par le capteur  $k$  à l'instant  $n$  provenant de l'utilisateur primaire s'écrit  $x_k(n)$  et on note  $\mathbf{x}_k = [x_k(1) \cdots x_k(N_s)]^T$ . Enfin le bruit relevé sur le capteur  $k$  à l'instant  $n$  s'écrit  $b_k(n)$  et on note  $\mathbf{b}_k = [b_k(1) \cdots b_k(N_s)]^T$ . Le vecteur  $\mathbf{b}_k$  est un vecteur i.i.d. gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance  $\sigma_k^2 \mathbf{I}_{N_s}$  où  $\mathbf{I}_{N_s}$  désigne la matrice identité de taille  $N_s$ . De plus,  $\mathbf{x}_k$  est également un vecteur i.i.d. gaussien de moyenne nulle et de matrice de covariance  $\gamma_k^2 \mathbf{I}_{N_s}$ . Pour finir, le Rapport Signal-à-Bruit au niveau du capteur  $k$  est défini par  $\text{SNR}_k = \gamma_k^2 / \sigma_k^2$  et est supposé connu par le capteur  $k$  pour simplifier l'étude.

Le test d'hypothèse correspondant à notre problème s'écrit donc de la manière suivante

$$\begin{cases} \mathcal{H}_0 : & \forall k, \mathbf{y}_k = \mathbf{b}_k \\ \mathcal{H}_1 : & \forall k, \mathbf{y}_k = \mathbf{x}_k + \mathbf{b}_k \end{cases} \quad (1)$$

Dans le contexte de la radio cognitive, il nous paraît approprié de travailler sur des tests d'hypothèse admettant une probabilité de bonne détection à assurer et cherchant donc à minimiser la probabilité de fausse alarme et non comme classiquement où on cherche plutôt à maximiser la probabilité de bonne détection en fixant au préalable une probabilité de fausse alarme. En effet, en radio cognitive, l'utilisateur secondaire ne doit absolument pas déranger l'utilisateur primaire et donc doit s'assurer de sa bonne détection avec une certaine probabilité compatible avec les normes de la radio cognitive. De plus une probabilité de fausse alarme élevée impliquera que l'utilisateur secondaire n'accède pas le spectre alors qu'il le pourrait, d'où l'objectif de la minimiser. Ne travaillant pas exactement dans le cadre imposé par les tests de Neyman-Pearson, il convient de s'assurer que le LRT (*Likelihood Ratio Test*) reste opérationnel. En suivant la démarche développée dans [6], on montre que le test optimal est le suivant

$$\Lambda(\mathbf{y}) := \log \left( \frac{p(\mathbf{y}|\mathcal{H}_1)}{p(\mathbf{y}|\mathcal{H}_0)} \right) \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \lambda. \quad (2)$$

avec  $p(\mathbf{y}|\mathcal{H})$  la densité de probabilité de  $\mathbf{y}$  selon l'hypothèse  $\mathcal{H}$  retenue et avec  $\lambda$  choisi de telle manière que la probabilité de bonne détection, notée  $P_D$ , soit égale à une probabilité de bonne détection cible, notée  $P_D^{\text{target}}$ .

Avant d'aborder la détection coopérative distribuée, nous rappelons quelques résultats utiles sur la détection coopérative centralisée. Etant donné l'indépendance des données entre capteurs, le test à effectuer au niveau du centre de fusion est basé sur la fonction suivante  $\Lambda(\mathbf{y}) = \sum_{k=1}^K \Lambda_k(\mathbf{y}_k)$  avec  $\Lambda_k(\mathbf{y}_k) = \log(p(\mathbf{y}_k|\mathcal{H}_1)/p(\mathbf{y}_k|\mathcal{H}_0))$ . Comme  $\mathbf{x}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \gamma_k^2 \mathbf{I}_{N_s})$  et  $\mathbf{b}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \sigma_k^2 \mathbf{I}_{N_s})$ , nous obtenons le test suivant en négligeant les

termes constants

$$T(\mathbf{y}) := \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\|\mathbf{y}_k\|_2^2}{\gamma_k^2 + \sigma_k^2} \text{SNR}_k \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \eta \quad (3)$$

avec  $\eta$  choisi tel que  $\mathbb{P}(T(\mathbf{y}) > \eta | \mathcal{H}_1) = P_D^{\text{target}}$ . Pour calculer ce seuil  $\eta$ , il convient de connaître la densité de probabilité de  $T$ . Malheureusement, en raison de la différence des SNRs,  $T$  ne suit pas une loi du  $\chi_2$  puisqu'il correspond à une somme de carrés de gaussiennes de variances différentes. Par contre, il est usuel d'approximer la densité de  $T$  par une loi Gamma dont les deux premiers moments correspondent à ceux de  $T$  [7]. On notera par  $\Gamma(\kappa, \theta)$  une loi Gamma de moyenne  $\kappa\theta$  et de variance  $\kappa\theta^2$ . Dans la suite, on notera sa fonction de répartition  $G_{\kappa, \theta}$  et sa réciproque  $G_{\kappa, \theta}^{(-1)}$ . En réalisant des calculs similaires à ceux de [7], nous obtenons que  $T \sim \Gamma(\kappa_T, \theta_T)$  avec

$$\kappa_T = \frac{KN_s}{2} \cdot \frac{(\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \text{SNR}_k)^2}{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \text{SNR}_k^2} \quad (4)$$

et

$$\theta_T = \frac{2}{K} \cdot \frac{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \text{SNR}_k^2}{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \text{SNR}_k}. \quad (5)$$

On peut alors en déduire le seuil de détection pour la probabilité de bonne détection cible

$$\eta = G_{\kappa_T, \theta_T}^{(-1)}(1 - P_D^{\text{target}}).$$

## 3 Algorithmes de détection coopérative distribuée

Nous nous plaçons maintenant dans le cadre d'un traitement distribué, c'est-à-dire, lorsqu'aucun centre de fusion n'est disponible. Par conséquent, le test décrit par l'Eq. (3) n'est plus réalisable puisqu'aucun capteur ne possède la connaissance de tous les termes contribuant à la somme. Pour contourner ce problème, on se propose d'introduire une étape d'échange d'information de type « algorithme de consensus » en complément de l'étape préalable de sondage de spectre réalisé par chaque capteur [8]. On note  $N_g$  le nombre d'échanges effectués. Ainsi le capteur  $k$  aura la fonction de test suivante disponible, après  $N_g$  itérations de l'algorithme de consensus :

$$T_k(\mathbf{y}) = \sum_{\ell=1}^K p_{k\ell} \frac{\|\mathbf{y}_\ell\|_2^2}{\gamma_\ell^2 + \sigma_\ell^2} \text{SNR}_\ell \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \eta_k, \quad (6)$$

avec  $\mathbf{P} = (p_{k\ell})_{k, \ell=1, \dots, K}$  la matrice représentant l'algorithme de consensus distribué [8, 4] après  $N_g$  itérations et avec  $\eta_k$  le seuil à fixer de manière à vérifier la probabilité de bonne détection cible  $P_D^{\text{target}}$ . Avant d'aller plus loin, rappelons quelques éléments sur les algorithmes de consensus sur la moyenne. Supposons que chaque capteur  $\ell$  admet une valeur initiale  $x_\ell(0)$ . L'objectif de ces algorithmes est que chaque capteur ait la connaissance, au bout d'un certain temps d'échange, de la moyenne

$(1/K) \sum_{\ell=1}^K x_\ell(0)$ . Pour ce faire, à l'étape d'échange  $n$ , certains capteurs font une combinaison linéaire des valeurs de certains de leurs voisins. Par conséquent, on a

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{W}(n)\mathbf{x}(n-1)$$

avec  $\mathbf{x}(n) = [x_1(n), \dots, x_K(n)]^T$  où  $x_\ell(n)$  est la valeur du capteur  $\ell$  à l'instant  $n$ . On a alors

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{P}(n)\mathbf{x}(0)$$

avec  $\mathbf{P}(n) = \prod_{m=1}^n \mathbf{W}(m)$ . Comme décrit dans l'Eq. (6), on note  $\mathbf{P} = \mathbf{P}(N_g)$ .

Toute la problématique de ce papier revient à calculer de manière distribuée  $\eta_k$  pour assurer à tout instant de l'algorithme de consensus<sup>1</sup> la probabilité de bonne détection  $P_D^{\text{target}}$ . Dans [5], la détermination du seuil n'est pas évoquée et le seuil est finalement fixé en supposant que l'algorithme d'échange a convergé et donc que le consensus est atteint.

De nouveau, en supposant que  $T_k$  est bien approximable par une loi Gamma, nous obtenons que

$$\eta_k = G_{\kappa_k, \theta_k}^{(-1)}(1 - P_D(k)^{\text{target}})$$

avec  $P_D(k)^{\text{target}}$  la probabilité de bonne détection cible du capteur  $k$ , et

$$\kappa_k = \frac{N_s}{2} \cdot \frac{\left(\sum_{\ell=1}^K p_{k\ell} \text{SNR}_\ell\right)^2}{\sum_{\ell=1}^K p_{k\ell}^2 \text{SNR}_\ell^2}, \quad \theta_k = 2 \cdot \frac{\sum_{\ell=1}^K p_{k\ell}^2 \text{SNR}_\ell^2}{\sum_{\ell=1}^K p_{k\ell} \text{SNR}_\ell} \quad (7)$$

Il s'ensuit que la courbe ROC de ce test vérifie

$$P_{FA}(k) = 1 - G_{\kappa'_k, \theta'_k} \left( G_{\kappa_k, \theta_k}^{(-1)}(1 - P_D(k)) \right) \quad (8)$$

avec

$$\kappa'_k = \frac{N_s}{2} \cdot \frac{\left(\sum_{\ell=1}^K p_{k\ell} \frac{\text{SNR}_\ell}{1 + \text{SNR}_\ell}\right)^2}{\sum_{\ell=1}^K p_{k\ell}^2 \left(\frac{\text{SNR}_\ell}{1 + \text{SNR}_\ell}\right)^2},$$

et

$$\theta'_k = 2 \cdot \frac{\sum_{\ell=1}^K p_{k\ell}^2 \left(\frac{\text{SNR}_\ell}{1 + \text{SNR}_\ell}\right)^2}{\sum_{\ell=1}^K p_{k\ell} \frac{\text{SNR}_\ell}{1 + \text{SNR}_\ell}}.$$

Malheureusement, la présence des termes  $p_{k\ell}^2$  dans l'Eq. (7) empêche cette approche d'être complètement distribuée puisque chaque capteur est incapable d'obtenir de manière distribuée son propre seuil  $\eta_k$  assurant la probabilité de bonne détection  $P_D(k)^{\text{target}}$ . Nous proposons ainsi dans la suite deux approches approximées pour calculer  $\eta_k$  de manière distribuée.

**Approche 1 :** Si  $N_g$  est suffisamment grand, on peut supposer que l'étape d'échange a presque convergé vers un consensus et donc on peut remplacer les seuils de l'Eq. (7) par ceux obtenus dans le cas centralisé donnés par l'Eq. (4)-(5). Les

1. Nous n'attendons pas nécessairement que l'algorithme de consensus ait convergé pour prendre des décisions. A titre d'exemple, en supposant que l'utilisateur primaire soit présent, le test  $T_k$  peut être au-dessus du seuil sans que la convergence vers la vraie moyenne se soit encore produite.

moyennes impliquées dans les Eqs. (4)-(5) ne sont évidemment pas disponibles dans le contexte distribué et donc doivent être estimées de manière distribuée. Pour ce faire, on utilisera le même algorithme d'échange que celui utilisé pour calculer le test de l'Eq. (6). Par conséquent, on a

$$\eta_k^{(1)} = G_{\kappa_k^{(1)}, \theta_k^{(1)}}^{(-1)}(1 - P_D(k)^{\text{target}})$$

avec

$$\kappa_k^{(1)} = \frac{KN_s}{2} \cdot \frac{\left(\sum_{\ell=1}^K p_{k\ell} \text{SNR}_\ell\right)^2}{\sum_{\ell=1}^K p_{k\ell} \text{SNR}_\ell^2},$$

et

$$\theta_k^{(1)} = \frac{2}{K} \cdot \frac{\sum_{\ell=1}^K p_{k\ell} \text{SNR}_\ell^2}{\sum_{\ell=1}^K p_{k\ell} \text{SNR}_\ell}.$$

A la connaissance du nombre de capteurs près (nous expliciterons un moyen de l'estimer dans la Section 4), cet algorithme est complètement distribué. En revanche, on ne maîtrise pas parfaitement la probabilité de bonne détection réellement obtenue, notée  $P_D(k)^{(1)}$ , puisque

$$P_D(k)^{(1)} = 1 - G_{\kappa_k^{(1)}, \theta_k^{(1)}} \left( G_{\kappa_k, \theta_k}^{(-1)}(1 - P_D(k)^{\text{target}}) \right).$$

La courbe ROC de l'algorithme 1 est la suivante et est identique à celle du test développé au début de cette Section (cf. Eq. (8)).

$$P_{FA}(k)^{(1)} = 1 - G_{\kappa'_k, \theta'_k} \left( G_{\kappa_k^{(1)}, \theta_k^{(1)}}^{(-1)}(1 - P_D(k)^{(1)}) \right)$$

**Approche 2 :** Ce qui empêche de calculer précisément les seuils dans l'Eq. (7) est la présence de termes  $p_{k\ell}^2$  qui proviennent du calcul de la variance de la loi Gamma. Ce problème n'existerait pas si la variance de la densité considérée était uniquement fonction de la moyenne de cette densité. Ceci est possible si on remplace la loi Gamma par la loi du  $\chi_2$ . C'est pourquoi nous allons dans la suite supposer que  $T_k$  suit une loi du  $\chi_2$ . Cette approximation est plus grossière que la précédente et n'est vraiment valable que si tous les  $\text{SNR}_k$  sont identiques. Evidemment ce cas de figure ne permet pas de modéliser correctement le problème du terminal caché. Nous analyserons les pertes induites dans la section suivante. Donc nous considérons que  $T_k$  suit une loi du  $\chi_2$  avec  $KN_s$  degrés de liberté, une moyenne  $m_k = N_s \sum_{\ell=1}^K p_{k\ell} \text{SNR}_\ell$  et donc une variance  $s_k = (1/K) \sum_{\ell=1}^K p_{k\ell} \text{SNR}_\ell$ . Par conséquent,

$$\eta_k^{(2)} = F_{KN_s, s_k}^{(-1)}(1 - P_D(k)^{\text{target}}).$$

avec  $F_{D,s}^{(-1)}$  la réciproque de la fonction de répartition d'une loi du  $\chi_2$  à  $D$  degrés de liberté et une variance de  $s$ . De nouveau hormis la connaissance du nombre de capteurs, cet algorithme est complètement distribué mais sa probabilité de bonne détection n'est pas assurée puisque

$$P_D(k)^{(2)} = 1 - G_{\kappa_k, \theta_k} \left( F_{KN_s, s_k}^{(-1)}(1 - P_D(k)^{\text{target}}) \right).$$

En revanche la courbe ROC est de nouveau identique à celle de l'algorithme 1.

## 4 Résultats numériques

Nous avons  $K = 10$  capteurs. Pour les courbes des Figs. 1-2, les performances sont moyennées sur des graphes géométriques aléatoires. De plus, par défaut, la durée de l'algorithme  $T = N_s + N_g$  est fixée à 128 et  $N_s = N_g$ . La probabilité de bonne détection cible  $P_D^{\text{target}}$  vaut 0,99. Les SNR locaux sont distribués selon une loi exponentielle de moyenne  $\overline{\text{SNR}}$ . On affichera les performances du capteur ayant le plus faible SNR local.

Sur la Fig. 1 (resp. Fig. 2), nous traçons les  $P_{FA}$  et  $P_D$  empiriques en fonction du  $\overline{\text{SNR}}$  (resp.  $N_s$ ) pour un ensemble d'algorithmes : i) l'algorithme centralisé, ii) l'algorithme basé sur l'échange d'information de [8] (*Random Gossip*) mais avec les seuils fixés de manière centralisée selon Eq. (7), iii) l'algorithme basé sur le *Random Gossip* mais avec les seuils fixés selon l'approche 1, iv) l'algorithme basé sur le *Random Gossip* mais avec les seuils fixés selon l'approche 2, et enfin v) l'algorithme basé sur l'échange d'information de [4] (*BWGossip*) avec les seuils fixés selon l'approche 1. La méthode *BWGossip* permet également d'estimer le nombre de capteurs  $K$  ce qui rend cette dernière technique totalement distribuée. Nous remarquons que l'approche 2 ne convient pas car, certes la  $P_{FA}$  est très bonne mais la  $P_D$  cible n'est jamais assurée. Les autres algorithmes testés sont satisfaisants et même l'algorithme totalement distribué offre une  $P_{FA}$  tout à fait raisonnable. On remarque que le temps d'écoute doit être comparable au temps de sondage.

Sur la Fig. 3, les mêmes algorithmes sont testés dans une configuration pratique de terminal caché définie sur la Fig. 4.

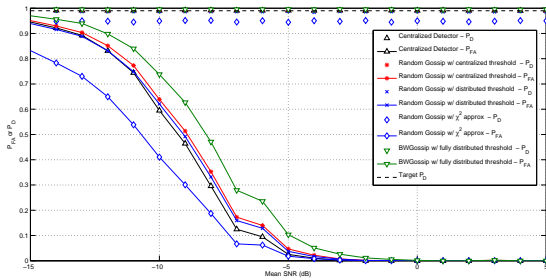


FIGURE 1 –  $P_{FA}$  et  $P_D$  en fonction de  $\overline{\text{SNR}}$ .

## Références

- [1] E. Axell, et al., *Spectrum sensing for cognitive radio*, Signal Processing Mag., vol. 29, no. 3, Mai 2012.
- [2] P. Braca, et al., *Asymptotic optimality of running consensus in testing binary hypotheses*, IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 58, no. 2, Fév. 2010.
- [3] F. Cattivelli et A. Sayed, *Distributed detection over adaptive networks using diffusion adaptation*, IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 59, no. 5, Mai 2011.

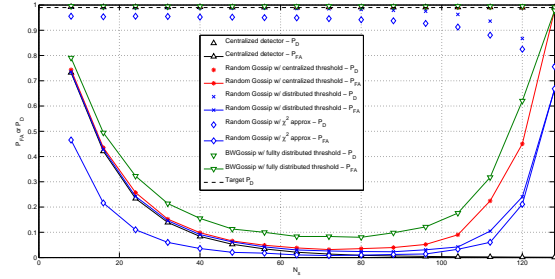


FIGURE 2 –  $P_{FA}$  et  $P_D$  en fonction de  $N_s$ .

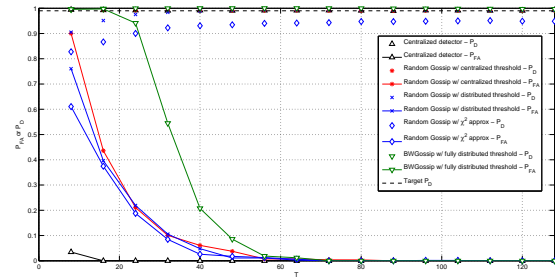


FIGURE 3 – Cas pratique du terminal caché : performances en fonction de  $T$ .

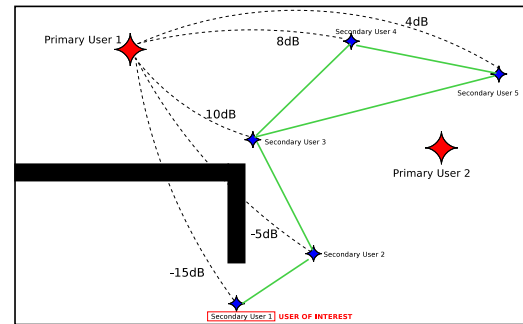


FIGURE 4 – Configuration pratique du terminal caché.

- [4] F. Iutzeler, et al., *Analysis of Sum-Weight-like algorithms for averaging in Wireless Sensor Networks*, IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 61, no. 11, Juin 2013.
- [5] W. Zhang, et al. *Distributed Cooperative Spectrum Sensing based on Weighted Average Consensus*, Globecom 2011.
- [6] H. Van Trees, *Detection, Estimation and Modulation Theory*, Wiley, 2004.
- [7] P. Ciblat, et al., *Training Sequence Optimization for joint Channel and Frequency Offset estimation*, IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 56, no. 8, Août 2008.
- [8] S. Boyd, et al., *Randomized Gossip Algorithms*, IEEE Trans. on Information Theory, vol. 52, no. 6, Juin 2006.