TELECOM ParisTech	UE COM345 **TP** Optimisation de ressources en présence d'HARQ *Encadrant : Philippe CIBLAT*

L'objectif de ce TP est de montrer que la présence de l'HARQ dans les couches supérieures à la couche physique a un impact notable sur l'allocation de ressources. L'allocation obtenue est alors très différente de celle obtenue par des raisonnements provenant de la théorie de l'information.

Introduction

Nous travaillons sur un lien modulé en OFDM (avec N porteuses) et n'utilisant qu'une seule antenne à l'émission et à la réception.

Considérons la porteuse n du symbole OFDM k sur laquelle nous transmettons le symbole QAM $X_k(n)$ d'information. Après FFT en réception, on prendra notre décision sur le signal $Y_k(n)$ qui s'écrit

$$Y_k(n) = H(n)X_k(n) + W_k(n) \tag{1}$$

avec
- $H(n)$ la réponse fréquentielle du filtre sur la porteuse n. Nous allons considérer que $\sum_{n=1}^{N} |H(n)|^2 = N$.
- $W_k(n)$ un processus gaussien i.i.d. de moyenne nulle et de variance $\sigma^2 = \mathbb{E}[|W_k(n)|^2]$.

Dans ce TP, nous mettons en place un **schéma ARQ par porteuse**. De plus chaque porteuse n est utilisée avec une puissance $P(n) = \mathbb{E}[|X_k(n)|^2]$. Notre objectif est de trouver la meilleure répartition de puissances $\{P(n)\}_n$.
- **maximisant la somme des efficacités** ,
- en vérifiant une **contrainte de puissance maximale**.

On rappelle que l'efficacité sur la porteuse n, définie par $\eta(n)$, admet l'expression suivante

$$\eta(n) = m(n) \cdot (1 - P_e(n))$$

avec
- $m(n)$ le nombre de bits par symbole, autrement dit, on utilise une $M(n)$-QAM avec $M(n) = 2^{m(n)}$
- $P_e(n)$ la probabilité d'erreur symbole (ici, un paquet est égal à un symbole, pour simplifier).

L'expression de $P_e(n)$ est disponible en Annexe A.

Ainsi notre problème d'optimisation devient

$$\max_{P(1),\cdots,P(N)} \sum_{n=1}^{N} \eta(n)$$

tel que

$$\left\{ \begin{array}{ccc} \sum_{n=1}^{N} P(n) & \leq & P_{\max} \\ P(n) & \geq & 0, \quad \forall n \end{array} \right.$$

En utilisant l'approximation de $P_e(n)$ donnée par l'Eq. (2), on obtient que

$$P(n)^* = \left(\frac{2\sigma^2}{\gamma(n)|H(n)|^2} \ln\left(\frac{m(n)\gamma(n)|H(n)|^2}{\mu\sigma^2} \right) \right)^+$$

avec

– $(\bullet)^+ = \max(0, \bullet)$,
– μ choisi tel que $\sum_{n=1}^{N} P(n)^* = P_{\max}$.

Pour rappel, si on choisit de maximiser la somme-capacité, c'est-à-dire, $\sum_{n=1}^{N} \log_2(1 + |H(n)|^2 \frac{P(n)}{\sigma^2})$, alors on a

$$P(n)^* = \left(\nu - \frac{\sigma^2}{|H(n)|^2}\right)^+$$

avec ν choisi tel que $\sum_{n=1}^{N} P(n)^* = P_{\max}$.

On appellera **SNR** (*Signal-to-Noise Ratio*) moyen d'un lien le terme $\frac{P_{\max}}{N\sigma^2}$.

1 Allocation de ressources par maximisation de somme-capacité

Pour répondre aux questions de cette section, vous pourrez vous aider de la fonction *waterfilling*.

On considérera $H(n) = H_p(n) + iH_q(n)$ avec $\{H_p(n)\}_n$ et $\{H_q(n)\}_n$ deux processus gaussiens blanc et indépendant de même variance.

En fixant $N = 16$ et pour différentes valeurs de $\{H(n)\}$ (choisies comme plus haut) et différents SNR,

1.1 Tracer la distribution de puissance à allouer aux différentes porteuses et comparer aux valeurs considérées de $\{|H(n)|\}$.
1.2 Quelles porteuses doit-on servir le plus fortement en puissance.
1.3 Comparer la valeur de la somme-capacité maximale par rapport à la somme-capacité obtenue par une attribution uniforme des puissances en moyennant sur de nombreux canaux.

2 Allocation de ressources par maximisation de somme-efficacité

Pour répondre aux questions de cette section, vous pourrez vous aider de la fonction *alloc_eff*.

Dans un premier temps, nous considérons une BPSK ($M(n) = 2$, $\forall n$).

On considérera de nouveau $H(n) = H_p(n) + iH_q(n)$ avec $\{H_p(n)\}_n$ et $\{H_q(n)\}_n$ deux processus gaussiens blanc et indépendant de même variance.

En fixant $N = 16$ et pour différentes valeurs de $\{H(n)\}$ et différents SNR,

2.1 Tracer la distribution de puissance à allouer aux différentes porteuses et comparer aux valeurs considérées de $\{|H(n)|\}$.
2.2 Quelles porteuses doit-on servir le plus fortement en puissance.
2.3 Comparer la valeur de la somme-efficacité maximale par rapport à la somme-efficacité obtenue par une attribution uniforme des puissances. Comparer également aux valeurs de la somme-capacité obtenue à la section précédente en moyennant les résultats sur de nombreux canaux.

Nous souhaitons maintenant modifier la modulation sur les porteuses. On fera ce qu'on appelle de l'*Adaptive Modulation and Coding* (AMC).

Dans un premier temps, considérons une unique porteuse ($N = 1$).

2.4 Tracer en fonction du SNR (exprimé en dB) l'efficacité pour $m = 1$, $m = 2$ et $m = 4$.
2.5 Tracer l'efficacité optimale lorsque la meilleure modulation est sélectionnée.
2.6 Comparer avec la capacité.

Revenons dans un cas multi-porteuse. On supposera, dorénavant, que $N = 8$ et $m(n) \in \{1, 2, 4, 6\}$

2.7 Construire l'algorithme de sélection de la meilleure modulation par porteuse (et optimisant également l'attribution de puissance). Vous pourrez vous aider de la fonction *amc_all*.
2.8 Quels sont les gains en efficacité par rapport aux cas où toutes les porteuses sont modulées en BPSK et où toutes les porteuses sont modulées en 16-QAM.

A Annexe : Performances théoriques

Les formules théoriques suivantes ne sont valables que dans le cas d'une transmission AWGN d'amplitude H dont le récepteur a été choisi optimalement.
Soit $M = 2^m$ le nombre d'états d'une constellation QAM. Soit la fonction

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-t^2/2} dt.$$

On a

$$P_e = N_{\min} Q\left(\sqrt{\gamma |H|^2 \frac{P}{\sigma^2}}\right)$$

avec

- $\gamma = 2$ (si $M = 2$), $\gamma = \frac{3}{(M-1)}$ (si $M > 2$)
- $N_{\min} = 1$ (si $M = 2$), $N_{\min} = 2$ (si $M = 4$), $N_{\min} = 3$ (si $M = 16$), ..., $N_{\min} = 4(1 - 1/\sqrt{M})$ (si M est un carré).

En bornant $Q(x)$ par $e^{-x^2/2}$ et en négligeant le terme $N_{\min}$ (ce qui assure une probabilité inférieure à 1), on obtient l'expression finale utilisée dans ce TP

$$P_e \approx e^{-\gamma |H|^2 \frac{P}{2\sigma^2}}. \tag{2}$$

B Annexe : Outils informatiques

Ce TP utilise le logiciel Octave (c'est un succédané gratuit du bien connu Matlab).
Durant ce TP, vous aurez besoin des fonctions d'Octave suivantes : *figure, plot, randn, semilogy, title, xlabel, ylabel*.
De plus des fonctions ont été construites spécifiquement pour ce TP : *waterfilling, alloc_eff, amc_all*.
Pour toute fonction, en tapant *help nom_de_fonction*, vous obtenez un commentaire détaillé des caractéristiques de la fonction contenue dans *nom_de_fonction.m*.