Présentation du TP:
Optimisation de ressources en présence d'HARQ

Philippe Ciblat

Télécom ParisTech, France

Modèle du système

OFDM avec N porteuses

Sur la porteuse n du symbole OFDM k, alors

$$Y_k(n) = H(n)X_k(n) + W_k(n) \tag{1}$$

avec

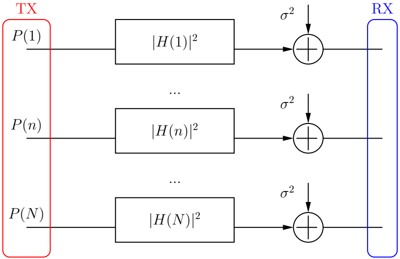
- $Y_k(n)$ le signal reçu sur la porteuse n du symbole OFDM k.
- $X_k(n)$ symboles d'information $M(n)$-QAM de puissance

$$P(n) = \mathbb{E}[|X_k(n)|^2].$$

- $H(n)$ réponse du filtre sur la porteuse n ($\sum_{n=1}^{N} |H(n)|^2 = N$).
- $W_k(n)$ bruit gaussien i.i.d. de moyenne nulle et de variance

$$\sigma^2 = \mathbb{E}[|W_k(n)|^2].$$

Question : allocation des puissances ?



Affectation des puissances $P(n)$?

Contrainte de puissance

$$\sum_{n=1}^{N} P(n) = P_{\max}$$

avec $P_{\max}$ la puissance maximale.

Problème

Quel critère de performances utiliser ?

- maximisation de la somme-capacité (de Shannon)
- maximisation de la somme-efficacité (HARQ)

SNR (*Signal-to-Noise Ratio*) moyen d'un lien : $\frac{P_{\max}}{N\sigma^2}$.

Maximisation de la somme-capacité

$$[P(1)^*, \cdots, P(N)^*] = \arg \max_{P(1),\cdots,P(N)} \sum_{n=1}^{N} \log_2 \left(1 + |H(n)|^2 \frac{P(n)}{\sigma^2}\right)$$

- Problème d'optimisation convexe ($\Rightarrow$ conditions KKT)
- Solution du “waterfilling” [Shannon-1948]

Solution analytique

$$P(n)^* = \left(\nu - \frac{\sigma^2}{|H(n)|^2}\right)^+$$

avec

- ν choisi tel que $\sum_{n=1}^{N} P(n)^* = P_{\max}$.
- $(\bullet)^+ = \max(0, \bullet)$.

Maximisation de la somme-efficacité

Un méchanisme ARQ par porteuse

$$[P(1)^*, \cdots, P(N)^*] = \arg \max_{P(1),\cdots,P(N)} \sum_{n=1}^{N} \eta(n)$$

avec l'efficacité sur la porteuse n, définie par $\eta(n)$,

$$\eta(n) = m(n) \cdot (1 - P_e(n))$$

où

- $m(n)$ nombre de bits par symbole ($2^{m(n)}$-QAM).
- $P_e(n)$ probabilité d'erreur symbole (ici, paquet=symbole).

Expression de $P_e(n)$

- Canal d'amplitude : H
- Nombre d'états de la QAM : $M = 2^m$

$$P_e = N_{\min} Q\left(\sqrt{\gamma |H|^2 \frac{P}{\sigma^2}}\right)$$

avec

- $\gamma = 2$ (si $M = 2$), $\gamma = \frac{3}{(M-1)}$ (si $M > 2$)
- $N_{\min} = 1$ (si $M = 2$), $N_{\min} = 2$ (si $M = 4$), $N_{\min} = 3$ (si $M = 16$), ...
- $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-t^2/2} dt$.

Expression finale

Comme $Q(x) < e^{-x^2/2}$ et, en négligeant $N_{\min}$ (pour assurer $P_e < 1$), on obtient

$$P_e \approx e^{-\gamma |H|^2 \frac{P}{2\sigma^2}}.$$

Optimisation de la somme-efficacité

- Problème d'optimisation convexe ($\Rightarrow$ conditions KKT)
- Solution analytique existe

Solution analytique

$$P(n)^* = \left(\frac{2\sigma^2}{\gamma(n)|H(n)|^2} \ln \left(\frac{m(n)\gamma(n)|H(n)|^2}{\mu\sigma^2} \right) \right)^+$$

avec μ choisi tel que $\sum_{n=1}^{N} P(n)^* = P_{\max}$.