

TSE101 - Partie 1 / Chapitre 1

Systeme-Terre

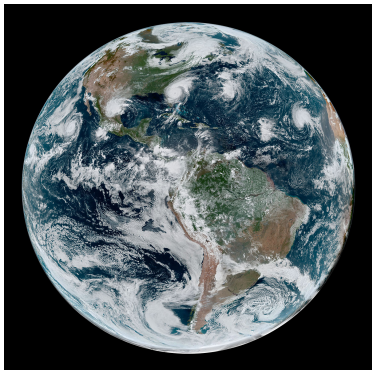
Philippe Ciblat

Telecom Paris, Institut Polytechnique de Paris



- Critères du système-Terre
 - Définition de ces critères
 - Analyse multi-critère
 - Notion de systèmes complexes
- Systèmes dynamiques
 - Formalisation
 - Notion de boucle de rétro-action
 - Quelques résultats théoriques
 - Exemples provenant des sciences de l'environnement ou du vivant
- Applications au système-Terre
 - Modèle Finite Amplitude Impulse Response (FaIR)
 - Cycles du carbone, de l'azote et du phosphore
 - Modèle World3
- *TP1 : étude du système bouclé de Lotka-Volterra*
- *TP4 : simulation du modèle World3*

Section 1 : Critères du système-Terre



source: NASA

- Sociétés humaines
- Vivant: humains, animaux, plantes, . . .
- Sources d'énergie: interne (vent, sous-sols), externe (soleil)
- Différentes sphères: atmosphère, biosphère, hydrosphère, cryosphère, lithosphère

Critères: vision « sociétés humaines »



- Objectifs de Développement Durable (ODD) adoptés en 2015
- Objectifs non-contraignants pour 2030: c'est une boussole
- Chacun ODD est lui-même composé de plusieurs sous-critères
- *Global Sustainability Development Reports* réguliers

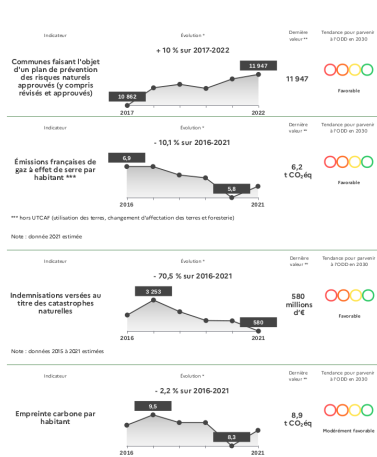
source: <http://www.agenda-2030.fr>

ODD8 (emploi) et ODD13 (climat) en France

En France, suivi par le Conseil National de l'Information Statistique

ODD8

ODD13



*** hors UTCAF (utilisation des terres, changement d'affectation des terres et foresterie)

Note : données 2021 estimée

Note : données 2015 à 2021 estimées

Critères: vision « planète biologique »

Limites planétaires développées en 2009 par le *Stockholm Resilience Center* de l'Université

- identifier les phénomènes biologiques perturbés provoquant des changements environnementaux non contrôlés
- la perturbation provient des activités humaines
 - Exemple: modification des sols → déclin de la biodiversité
 - ↳ augmentation du risque d'inondations,
 - ↳ réduit le stockage naturel de carbone
 - ↳ hausse des émissions de gaz à effet de serre (GES)
- quantifier les limites de ces phénomènes

Rester à l'intérieur des limites garantit de bonnes conditions de vie pour l'humanité. C'est un « espace de fonctionnement sécurisé pour la vie humaine ». Attention: ces limites ne sont pas des limites de ressources (\neq pic du Guano vers 1890)

source: J. Rockström et al., "A safe operating space for humanity", *Nature*, 2009

les 9 limites considérées (1/2)

Phénomène	2009/2023	seuil	pré-indus.
Réchauffement planétaire (concentration CO ₂ en ppm) (rayonnement radiatif W.m ⁻²) Basculement	380/415 1.5/2.9	350 1	280 0
	Fonte définitive des glaces		
Biosphère/biodiversité (extinction d'espèces en ppm/an) (production pris par l'Homme en %) Basculement	100 30	10 10	1 2
	Un ordre de grandeur		
Cycles biochimiques (N: apport en Tg/an ⁻¹) (P: rejet dans l'océan en Tg/an ⁻¹) Basculement	190 18	60 6	0 0
	Problème d'anoxie		
Couche d'ozone (O ₃ en Dobson=0.44mol/m ²) Basculement	283/285	275	275
	Protection aux ultra-violets		

les 9 limites considérées (2/2)

Phénomène	2009/2023	seuil	pré-indus.
Acidification des océans (aragonite/CaCO ₂ saturés en %) Basculement	2.9/2.8	2.8	3.44
Usage de l'eau douce (consommation en km ³ /an) Basculement	2600/4300	4000	415
Modification des usages des sols (forêts originelles en champs en %) Basculement	85/60	75	99
Aérosols atmosphériques (profondeur optique interhémisphère) Basculement	? /0.076	0.1	0.03
Pollution chimique (nouvelles entités non sécurisées) Basculement	? /> 1	0	0

Formation des exosquelettes

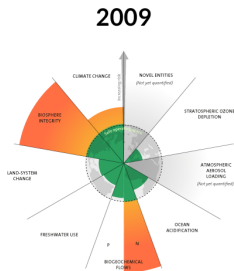
Besoin des écosystèmes

Puits carbone

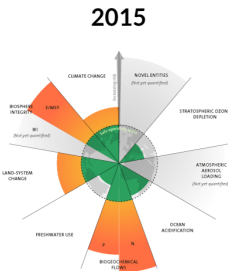
Précipitations

Santé

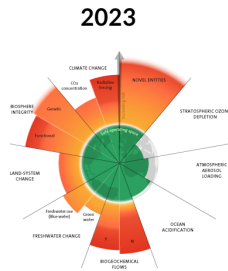
Limites planétaires au cours du temps



3 boundaries crossed



4 boundaries crossed

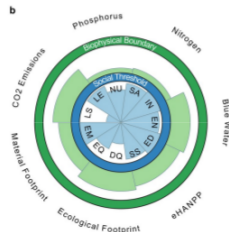
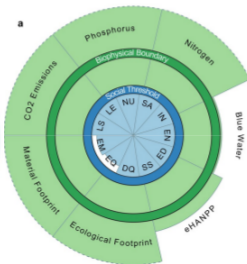
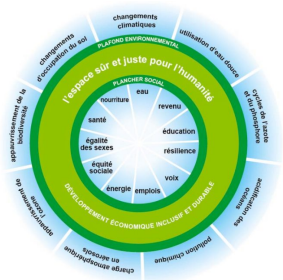


6 boundaries crossed

- Première évaluation complète en septembre 2023
- Attention vision statique (sans dynamique et inertie)

source: K. Richardson et al., "Earth beyond six of nine planetary bounds", *Science Advances*, 2023

Critères: vision « socio-environnementale »



- Théorie du Donut
- Plancher social (11 ODDs) et plafond environnemental (9)

source: K. Raworth, "A safe and just space for humanity : can we live within the doughnut?", 2012 ; D.

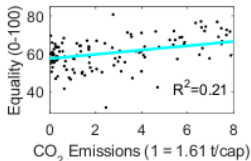
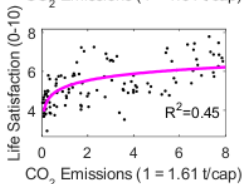
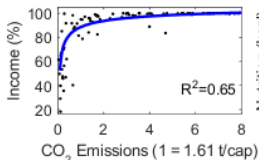
O'Neil, "A good life for all within planetary boundaries", Nature Sustainability, 2018

Régression:

- $y = \alpha_1 + \beta_1 x$ (lin-lin)
- $y = \alpha_2 + \beta_2 \log(x)$ (lin-log)
- $\log(y_s - y) = \alpha_3 + \beta_3 \log(x)$ (log-log)
avec $y_s = 1.1 \max(\{y_i\}_{i \in \mathcal{I}})$

Qualité de l'interpolation:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i \in \mathcal{I}} (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i \in \mathcal{I}} (y_i - \bar{y})^2}$$



Optimisation multi-critères

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathcal{C}} f_i(\mathbf{x}), \forall i$$

1. On ne retient qu'un seul critère i_0 (ex.: le CO₂, le PIB)

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathcal{C}} f_{i_0}(\mathbf{x})$$

Problème: on omet les autres critères

2. On agrège les critères (ex.: le taux d'inflation)

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathcal{C}} \sum_i w_i f_i(\mathbf{x})$$

Problème: chacun voit un taux d'inflation

Mathématisation de l'optimisation (2/2)

3. On encadre les fonctions (via la théorie du Donut)

$$\mathbf{x} \in \mathcal{C}, \quad \text{t.q.} \quad f_i(\mathbf{x}) \geq c_i, i \in \mathcal{I}_f \text{ et } f_i(\mathbf{x}) \leq c_i, i \in \mathcal{I}_c$$

↪ introduction de fonction barrière (logarithmique)

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathcal{C}} \sum_{i \in \mathcal{I}_f} -\log(f_i(\mathbf{x}) - c_i) + \sum_{i \in \mathcal{I}_c} -\log(c_i - f_i(\mathbf{x}))$$

4. Pareto : points ne permettant pas une amélioration uniforme

$$\mathcal{P} = \{\mathbf{x}' \in \mathcal{C} \mid \{\mathbf{x} \in \mathcal{C} \mid f_i(\mathbf{x}') > f_i(\mathbf{x}), \forall i\} = \emptyset\}$$

Cas d'école

$$f_1(x_1, x_2) = x_1 + x_2 \text{ et } f_2(x_1, x_2) = \frac{x_1}{x_1 + x_2} \text{ avec } (x_1, x_2) \in [0, 1]^2$$

- Si $i_0 = 1$, $x_1^* = 1$ et $x_2^* = 1$
- Si $f = f_1 + 4f_2$, $x_1^* = 1$ et $x_2^* = 0$
- Si $f_1 \geq 0.5$, $f_2 \leq 0.25$, $x_1^* = 0$ et $x_2^* = 1$

Caractérisation d'un système complexe

- De nombreuses unités interconnectées
 - Pas d'autorité centrale
 - Complicé à toutes les échelles (macro/méso/micro)
 - Souvent structure évolutive
 - Souvent fonctions mal établies
 - Propriétés émergentes (phénomènes macro apparaissent mais non forcés)
-
- contre-exemple: la voiture (compliquée mais but et réalisation claire)
 - exemple mathématique: les graphes
 - exemple physique : la direction des vents
 - exemple qui nous occupe: le système-Terre

Section 2 : Systèmes dynamiques

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\theta}_t, \mathbf{u}) \quad \text{ou} \quad \mathbf{x}_{n+1} = f(\mathbf{x}_n, \boldsymbol{\theta}_n, \mathbf{u}_n)$$

avec

- $\dot{\mathbf{x}}(t) = \partial \mathbf{x} / \partial t = \nabla \mathbf{x}$
- $\mathbf{x}(t)$: état de l'instant t (init. à $\mathbf{x}(0)$ ou \mathbf{x}_0)
- $\boldsymbol{\theta}_t$: paramètres (si ind. de t : système autonome)
- \mathbf{u} : commande

Caractérisation du système (via f)

A priori système nonlinéaire avec boucle de rétro-action

- Si f ne dépend pas de \mathbf{u} :

	$\boldsymbol{\theta}_t$ ind. de t	$\boldsymbol{\theta}_t$ dépend de t
f linéaire	linéaire et autonome	lin. et non-autonome
f nonlinéaire	non-lin. et aut.	non-lin. et non-aut.

- Si f dépend de \mathbf{u} : système (potentiellement) commandable

- Contexte mono-dimensionnel:

$$\dot{x} = \alpha x \Rightarrow x(t) = x(0)e^{\alpha t}$$

- ↪ Comportement-limite: $x(t) \rightarrow 0$ si $\alpha < 0$, $x(t) \rightarrow \infty$ si $\alpha > 0$
- ↪ Comportement limite indépendant de l'initialisation

- Cas multi-dimensionnel:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} \Rightarrow \mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}(0)$$

avec

- ↪ $e^{\mathbf{A}t} = \sum_{n \geq 0} \mathbf{A}^n / n!$
- ↪ comportement dépend des valeurs propres si diagonalisable

Analyse du cas 2×2 (1/2)

- **A** matrice 2×2 de déterminant δ et de trace τ
- Hypothèses: $\delta \neq 0$ (invertible), $\tau^2 - 4\delta \neq 0$ (diagonalisable)
- Valeurs propres distinctes:

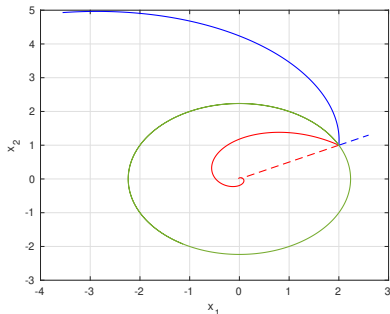
$$\{\lambda_1, \lambda_2\} = \frac{\tau \pm \sqrt{\tau^2 - 4\delta}}{2}$$

Quel type d'analyse

- Au point d'équilibre: les \mathbf{x}_s t.q $\dot{\mathbf{x}} = 0 \Leftrightarrow f(\mathbf{x}_s) = 0$
 - ↳ ici point unique de valeur $\mathbf{x}_s = 0$
- Régime asymptotique: quand $t \rightarrow \infty$

Analyse du cas 2×2 avec $\delta > 0$

- $\tau^2 - 4\delta > 0$:
 - $\tau < 0$: équilibre stable
 - $\tau > 0$: équilibre instable
- $\tau^2 - 4\delta < 0$:
 - $\tau < 0$: foyer stable
 - $\tau > 0$: foyer instable
- $\tau = 0$: centre



Représentation d'état d'un système: l'état d'un système x n'est parfois observable qu'indirectement (et avec des imprécisions)

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x, u, w) \end{cases} \xrightarrow{\text{si lin.}} \begin{cases} \dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \\ y = \mathbf{C}x + \mathbf{D}u + \mathbf{E}w \end{cases}$$

avec w un vecteur aléatoire

Exemple: $y_n = h_0x_n + h_1x_{n-1} + h_2x_{n-2} + w_n$

On a $x_n = [x_{n-1}, x_{n-2}]^T$ et $u_n = x_n$ avec

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [h_1, h_2], \mathbf{D} = h_0, \mathbf{E} = 1$$

Un système est dit *commandable* si on peut partir de l'état \mathbf{x}_i (quleconque) en t_i et arriver à l'état \mathbf{x}_f (quelconque) en t_f avec une commande \mathbf{u} appliquée sur $[t_i, t_f]$. Attention: dans le cas discret, le temps d'arrivée t_f n'est pas quelconque mais juste fini.

Résultat du cas linéaire (critère de Kalman)

Soit \mathbf{A} de taille $m \times m$. Le système est commandable ssi

$$\text{rang}([\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \dots, \mathbf{A}^{m-1}\mathbf{B}]) = m$$

Remarques:

- Tout système (même linéaire) n'est pas commandable
- Dans le cadre du climat, commande = politiques publiques

Preuve (cas discret)

Soient

- \mathbf{B} de taille $m \times p$.
- alors $\mathbf{Q} = [\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \dots, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]$ de taille $m \times np$

On a

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_n &= \mathbf{A}^n \mathbf{x}_0 + \sum_{i=0}^{n-1} \mathbf{A}^{n-1-i} \mathbf{B} \mathbf{u}_i \\ &= \mathbf{A}^n \mathbf{x}_0 + \mathbf{Q} \underline{\mathbf{u}} \end{aligned}$$

Si \mathbf{Q} de rang plein (avec $m \leq np$ et donc rang = m), alors \mathbf{Q} inversible à droite (par la pseudo-inverse de Moore-Penrose $\mathbf{Q}^\# = \mathbf{Q}^T(\mathbf{Q} \cdot \mathbf{Q}^T)^{-1}$), d'où

$$\underline{\mathbf{u}} = \mathbf{Q}^\# (\mathbf{x}_n - \mathbf{A}^n \mathbf{x}_0)$$

Contre-exemple: non-commandabilité et non-réversibilité

- Départ de \mathbf{x}_0
- Arrivée à \mathbf{x}_n via une commande $\underline{\mathbf{u}}_n$

Question: peut-on revenir à \mathbf{x}_0 si système pas commandable?

Soient

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Système non-commandable car $\mathbf{Q}_n = [\mathbf{B}, \dots, \mathbf{B}] \Rightarrow \text{rang}(\mathbf{Q}_n) = 1$

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{A}^n \mathbf{x}_0 + \mathbf{Q}_n \underline{\mathbf{u}}_n = \begin{bmatrix} \alpha := \sum_{i=0}^{n-1} \mathbf{u}_i(1) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{pour } n \geq 1$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{n+N} &= \mathbf{A}^N \mathbf{x}_n + \sum_{i=n}^{n+N-1} \mathbf{A}^{n+N-1-i} \mathbf{B} \mathbf{u}_i \\ &= \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta := \sum_{i=n}^{n+N-1} \mathbf{u}_i(1) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma \\ 0 \end{bmatrix} \neq \mathbf{x}_0 \end{aligned}$$

et donc système **non-réversible!**

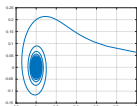
Définition

C'est un ensemble-limite \mathcal{A} vers lequel certaines trajectoires $\mathbf{x}(t)$ convergent.

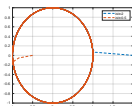
- soit $t \mapsto \phi_t(x)$ un flot, càd, solution de l'éq. diff. du système initialisé en x
- $\phi_t(\mathcal{A}) = \mathcal{A}$
- il existe un ensemble \mathcal{B} en dehors de \mathcal{A} tel que $\forall t > t_0$, alors $\phi_t(\mathcal{B}) \in \mathcal{A}$

Différents types

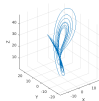
Ponctuel



Périodique



Etrange



Exemple d'attracteur

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 + x_1(1 - x_1^2 + x_2^2) \\ \dot{x}_2 &= -x_1 + x_2(1 - x_1^2 + x_2^2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{r} &= r(1 - r^2) \\ \dot{\theta} &= -1 \end{cases}$$

avec $r^2 = x_1^2 + x_2^2$ et $\tan(\theta) = \frac{x_2}{x_1}$

Alors

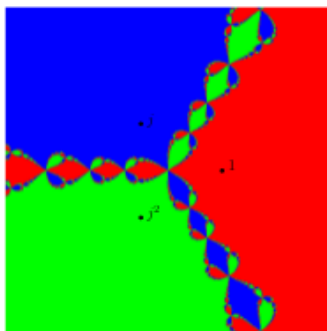
$$\begin{cases} r(t) &= (1 + (1/r_0^2 - 1)e^{-2t})^{-1/2} \\ \theta(t) &= -t + \theta_0 \end{cases}$$

L'attracteur est un cycle

Exemple de bassin d'attraction (1/2)

$$z_{n+1} = f(z_n) \text{ avec } f(z) = \frac{2z}{3} + \frac{1}{3z^2}$$

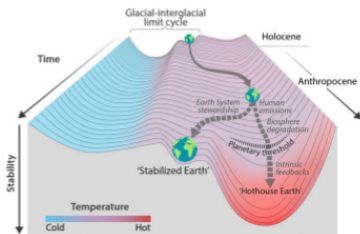
Les points fixes sont: 1, j , et j^2



source: P. Collet, "Quelques notions et résultats sur les systèmes dynamiques", cours de l'Ecole Polytechnique

Exemple de bassin d'attraction (2/2)

- $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ avec \mathbf{u} (le CO_2)
 - ↳ vu soit comme une commande, soit comme un paramètre
- les attracteurs (et leur bassin) changent avec \mathbf{u}



- Différents points d'équilibre avec des zones d'attraction
- Point de rupture/non-retour (*tipping point*): frontière entre zones d'attraction conduisant à un changement de régime

source: W. Steffen et al., "Trajectories of the Earth System in the Anthropocene", *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2018

- f n'est pas connue précisément
- même la nature des états sous-jacents x n'est pas connu parfaitement
- observations y souvent partielles et non reproductibles (sauf en *in vitro* mais incomplet)

Néanmoins

- Comportement complexe du système dynamique (et donc attracteur étrange possible et emballement possible)
- Retour en arrière (réversibilité) impossible dans le monde du vivant (f_t dépend de t)
 - ↪ une espèce morte ne revient pas via le hasard de la sélection naturelle
 - ↪ la photosynthèse s'arrête à $47,5^\circ\text{C}$ et devient inopérante ensuite même à plus faible température

Exemple : modèle de Lotka-Volterra [1926] (1/3)

- x : population de la proie
- y : population du prédateur

$$\begin{cases} \dot{x} &= x(\alpha - \beta y) \\ \dot{y} &= -y(\gamma - \delta x) \end{cases}$$

avec

- α : taux de reproduction de la proie (ressource exogène)
- β : taux de mortalité des proies en fct. du nb des prédateurs
- γ : taux de mortalité du prédateur (pas de ressource exogène sauf la proie)
- δ : taux de reproduction du prédateur en fct. du nb de proies

source: I. Akjouj et al., "Equilibria of large random Lotka-Volterra systems with vanishing species: a mathematical approach", 2023

Exemple : modèle de Lotka-Volterra (2/3)

- Points d'équilibre:

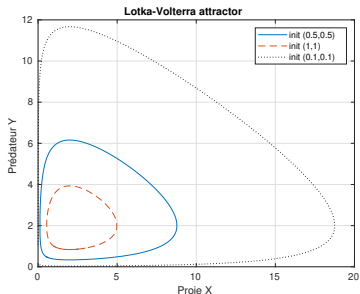
$$\mathbf{x}_s^{(0)} = (0, 0) \text{ et } \mathbf{x}_s^{(1)} = \left(\frac{\gamma}{\delta}, \frac{\alpha}{\beta} \right)$$

- Etude de stabilité: matrice jacobienne $\partial f_i / \partial x_j$

$$\begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & -\gamma \end{bmatrix} \text{ et } \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\beta\gamma}{\delta} \\ \frac{\alpha\delta}{\beta} & 0 \end{bmatrix}$$

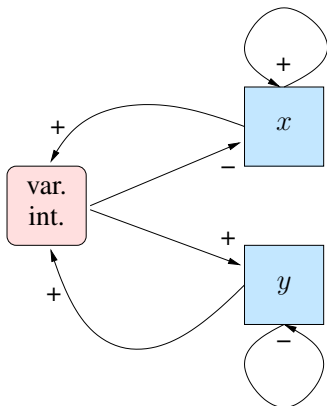
Donc

- $\mathbf{x}_s^{(0)}$ col
- $\mathbf{x}_s^{(1)}$ foyer (car v.a.p. imaginaire pur)



Exemple : modèle de Lotka-Volterra (3/3)

Schéma logique



avec

- + boucle de rétroaction positive
- boucle de rétroaction négative

Exemple : propagation d'épidémie (1/3)

Modèle Sain-Infecté-Rétabli (*Susceptible, Infectious, Recovered*)

- s : proportion de sain,
- f : proportion d'infecté,
- r : proportion de rétabli,

$$\begin{cases} \dot{s} = -\beta s f \\ \dot{f} = \beta s f - \alpha f \\ \dot{r} = \alpha f \end{cases}$$

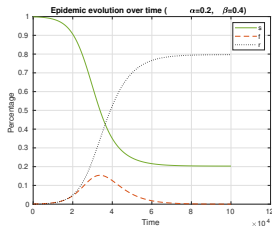
avec

- α : proportion $f \rightarrow r$
- β : proportion $(s, f) \rightarrow (f, f)$

Point d'équilibre:

$$f_s = 0, \quad s_s = 1 - r_s, \quad s_s = s_0 e^{-\frac{\beta}{\alpha} r_s}$$

car $\partial s / \partial r = -(\beta/\alpha)s$



(α, β) influencés par les politiques publiques

source: F. Pinotti, C. Poletto, "Diffusion de l'information", Ecole Peyresq, 2023

Exemple : propagation d'épidémie (2/3)

Prenons un modèle plus simple : SIS

- α : proportion $f \rightarrow s$
- β : proportion $(s, f) \rightarrow (f, f)$

Mais raffinons les interactions: par agent n

$$\dot{f}_n = -\alpha f_n + \beta(1-f_n) \left(\sum_{m \neq n} a_{nm} f_m \right) \Leftrightarrow \dot{\mathbf{f}} = -\alpha \mathbf{f} + \beta(\mathbf{I}_n - \text{diag}(\mathbf{f})) \cdot \mathbf{A} \mathbf{f}$$

avec \mathbf{A} matrice d'adjacence du graphe de connexion

Différents graphes:

- Erdős-Renyi [1959]: probabilité p de connecter deux nœuds (loi exponentielle de la distribution des degrés)
- Watts-Strogatz [1998]: graphe de degré moyen K ; prendre un graphe en anneau, connecter aux k points voisins, reconnecter ses arêtes aléatoirement avec probabilité p (petite distance et effet de clusterisation mais encore homogène en degré)
- Barabási-Albert [1999]: succession de rajout d'un nœud avec connexion du nœud existant n_0 avec probabilité $p_{n_0} = k_{n_0} / (\sum_{n \in \mathcal{N}} k_n)$ où k_n degré du nœud n (loi de puissance de la distribution des degrés, phénomène de *hubs*)

Connectivité: structures de société et politiques publiques

Exemple : modèle de Lorenz

Mécanique des fluides (gaz ou liquide): Navier-Stokes [1822]

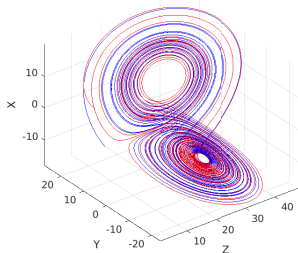
$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \text{ (masse conservée)}$$

$$\underbrace{\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}}_{\text{accélération}} - \underbrace{\frac{1}{m} \nabla q}_{\text{pression/gravité}} - \underbrace{\nu \nabla^2 \mathbf{v}}_{\text{frottement/viscosité}} = 0 \text{ (qté mvt conservée)}$$

Dans un contexte de convection (thermique), Lorenz [1963] obtient

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = \rho x - y - xz \\ \dot{z} = xy - \beta z \end{cases}$$

avec x intensité convection, y différence température entre courants \uparrow et \downarrow , z profil température



Section 3 : Applications au système-Terre

La Terre est un système complexe avec

- nombreux sous-systèmes/cycles en interaction
 - ↳ Atomes: carbone, azote, phosphore
 - ↳ Molécules: H₂O (eau/glace/pluie), CH₄ (méthane), CO₂, N₂O (protoxyde d'azote), P₂O₅ (pentoxyde de phosphore)
 - ↳ Matière minérale: géologie (intervention de la chimie, tectonique, climat, temporalité)
 - ↳ Matière organique: biomasse
 - ↳ Ecosystème: forêt, rivière, espèce, aire urbaine
- chaque sous-système est lui-même complexe avec analyse macro/méso/micro
 - ↳ pas nécessairement de mise en équation complète et parfaitement fiable
 - ↳ chaque sous-système est souvent étudié par une somme de communauté scientifique

Un modèle très simple de climat : GIEC/AR5 (1/2)

$$\begin{cases} \dot{c} &= \mathbf{A}.c + \mathbf{b}.u \\ \dot{\theta} &= \mathbf{C}\theta + \mathbf{d}.v(\mathbf{f}.c) \\ \theta_{obs} &= \mathbf{e}.\theta \end{cases}$$

avec

- c : concentration de CO_2 dans plusieurs milieux (océan, surface, atmosphère)
- θ : écart de température par rapport à une référence
- θ_{obs} : écart de température globale
- u : injection de CO_2 (naturel ou anthropique)
- v : fonction de forçage (dit radiatif)

$$v(c) = \mathbf{f} \cdot \ln \left(\frac{c}{c_{ref}} \right) + v_{nonCo2}$$

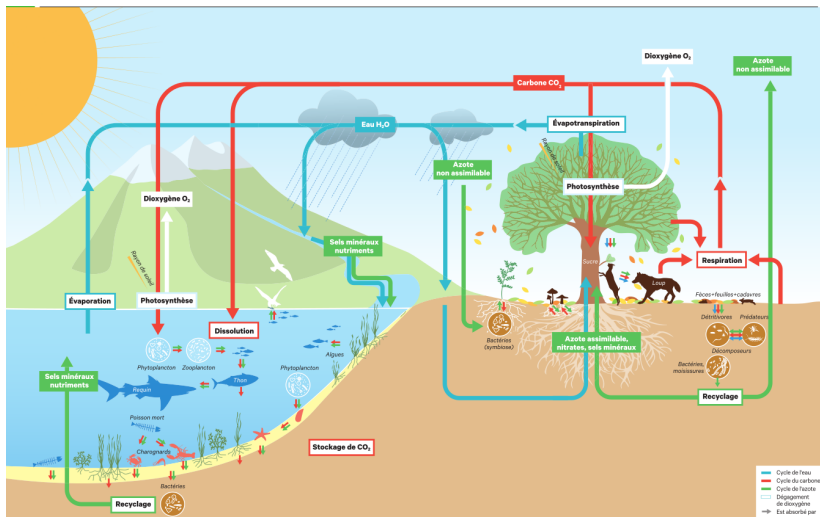
- \mathbf{A} et \mathbf{C} ont des diagonales négatives

Un modèle très simple de climat : GIEC/AR5 (2/2)

- Une progression géométrique de la concentration en CO_2 conduit à une progression arithmétique de la température (connu depuis 1896)
- Si température stable ($\dot{\theta} = 0$), alors
 - le niveau de forçage est fixe (et non nul): $-\mathbf{C}\theta = \mathbf{d}.v(\mathbf{f}.\mathbf{c})$
 - le niveau de CO_2 est fixe aussi : $-\mathbf{A}\mathbf{c} = \mathbf{b}.u$
 - Si de plus $\theta = 0$, alors forçage nul et si seulement CO_2 , on a $\mathbf{c} = \mathbf{c}_{ref}$
- Si $u = 0$, alors \mathbf{c} baisse et température baisse (cf. Buffon au XVIII^e siècle car hypothèse de refroidissement de la Terre par combustion interne)

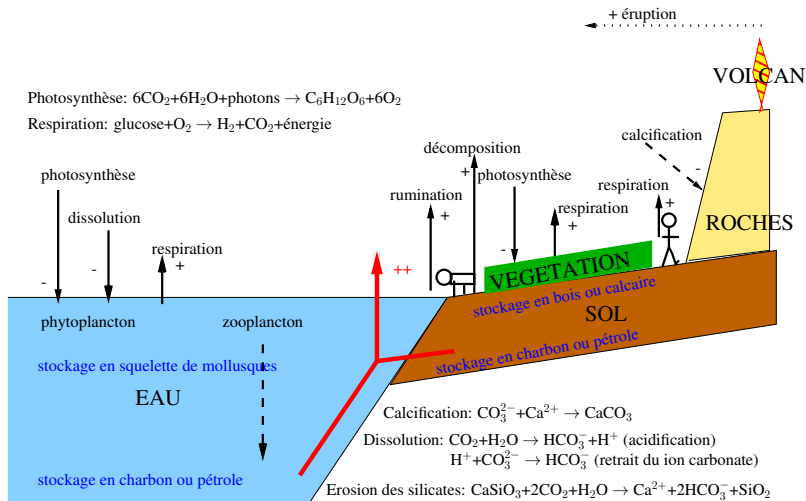
source: G. Buffon, "Des époques de la nature", 1778 ; S. Arrhenius, "In the influence of carbonic acid in the air upon the temperature of the ground", 1896 ; R. Millar et al., "A modified impulse response representation of the global near surface air temperature and atmospheric concentration response to carbon dioxide emissions", *Atm. Chem. and Phys.*, 2017 ; N. Leach et al., "FAIRv2.0.0: a generalized impulse response model for climate uncertainty and future scenario exploration", *Geosci Model Dev*, 2021

Cycles d'éléments chimiques de base et de H₂O



source: C. Grataloup, "Atlas historique de la Terre", 2022

Cycle biogéochimique (plus précis) du carbone (C) (1/2)



avec CO_3^{2-} : ion carbonate, HCO_3^{2-} : bicarbonate, H^+ ion hydrogène acide,
 CaSiO_3 : wollastonite ou silicate de monocalcium, SiO_2 : quartz
 $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$: glucose

Cycle biogéochimique (plus précis) du carbone (C) (2/2)

Evolution du CO₂ sans le vivant:

- + par le volcanisme : -250Ma (fin permien) en Sibérie centrale
- par l'érosion : -330Ma (début permien) avec la Pangée

Evolution du CO₂ avec le vivant:

- par l'apparition de la végétation: -400Ma (fin dévonien) et début carbonifère
- + par la révolution industrielle: 1850 (holocène ou début anthropocène)

Attention: dimension temporelle fondamentale (flux/stock)

Cycle de l'azote (N) (1/3)

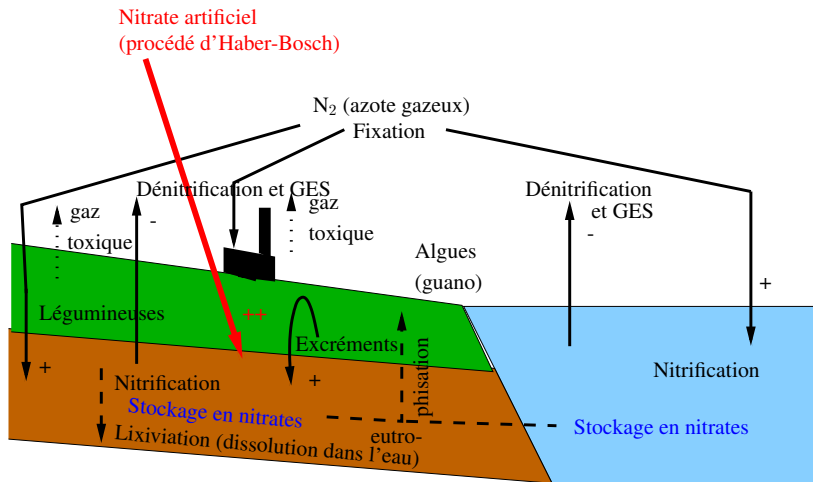
Azote (N, sans/*a*-vivant/*zoos-ζωος*) nécessaire

- dans les acides nucléiques (ADN)
- dans les acides aminés conduisant à la fabrication des protéines

Quelques processus fondamentaux

- Fixation: $2\text{N}_2 + 3\text{CH}_2\text{O} + 3\text{H}_2\text{O} \rightarrow 4\text{NH}_4^+$ (ammonium) + 3CO_2
 - Réalisation qu'en présence de certaines bactéries
 - Si $\text{pH} \gg 7$: $\text{NH}_4^+ + \text{OH}^- \rightarrow \text{NH}_3$ (gaz ammoniac) + H_2O
 - Combustion dans l'air (à 1400°C): $\text{N}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{NO}$
- Nitrification: $\text{NH}_4^+ \xleftrightarrow{(1)} \text{NO}_2^-$ (nitrite) $\xleftrightarrow{(2)} \text{NO}_3^-$ (nitrate)
 - (1): $2\text{NH}_4^+ + 3\text{O}_2 \rightarrow 2\text{NO}_2^- + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{H}^+$
 - (2): $2\text{NO}_2^- + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{NO}_3^-$
- Dénitrification: $4\text{NO}_3^- + 5\text{CH}_2\text{O} + 4\text{H}^+ \rightarrow 2\text{N}_2 + 5\text{CO}_2 + 7\text{H}_2\text{O}$
 - Dénitrification partielle à rejet de N_2O (GES; $0.27 \rightarrow 0.3\text{ppm}$)

Cycle de l'azote (N) (2/3)



Cycle de l'azote (N) (3/3)

En analysant le cycle de N comme un système dynamique

- **x**: concentration des différentes molécules par secteur
- **u**: commande en injectant directement du $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$ en évitant donc l'étape de fixation naturelle
- Excrément humain: plaine d'Achères pour les eaux usées de Paris
- Excrément animal: guano (île Chincha)
- Procédé de Haber-Bosch [1909]:
 $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightarrow 2\text{NH}_3$
 - nitrites et nitrates pour engrais
 - explosifs: KNO_3 (poudre), $\text{C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3$ (nitroglycérine)



source: V. Smil, "Energy and civilization: a history, 2017 ; C. Bonneuil, J.B. Fressoz, "L'événement anthropocène", 2013

Cycle de l'azote (N) (3/3)

En analysant le cycle de N comme un système dynamique

- **x**: concentration des différentes molécules par secteur
- **u**: commande en injectant directement du $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$ en évitant donc l'étape de fixation naturelle

- Excrément humain: plaine d'Achères pour les eaux usées de Paris
- Excrément animal: guano (île Chincha)
- Procédé de Haber-Bosch [1909]:
 $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightarrow 2\text{NH}_3$
 - nitrites et nitrates pour engrais
 - explosifs: KNO_3 (poudre), $\text{C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3$ (nitroglycérine)



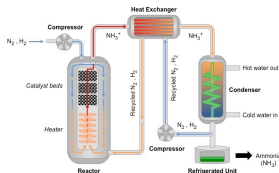
source: V. Smil, "Energy and civilization: a history, 2017 ; C. Bonneuil, J.B. Fressoz, "L'événement anthropocène", 2013

Cycle de l'azote (N) (3/3)

En analysant le cycle de N comme un système dynamique

- **x**: concentration des différentes molécules par secteur
- **u**: commande en injectant directement du $\text{NH}_4^+ / \text{NH}_3$ en évitant donc l'étape de fixation naturelle
- Excrément humain: plaine d'Achères pour les eaux usées de Paris
- Excrément animal: guano (île Chincha)
- Procédé de Haber-Bosch [1909]:
 $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightarrow 2\text{NH}_3$
 - nitrites et nitrates pour engrais
 - explosifs: KNO_3 (poudre), $\text{C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3$ (nitroglycérine)

source: V. Smil, "Energy and civilization: a history, 2017 ; C. Bonneuil, J.B. Fressoz, "L'événement anthropocène", 2013



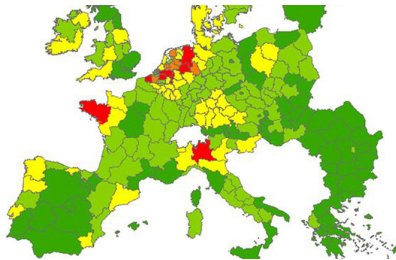
Cycle de l'azote (N) et crise politique (1/2)

Une crise politique hollandaise récente due au cycle de l'azote !

- Directive « Habitats » de l'UE avec création des Natura2000
 - chaque Etat responsable de ces mesures d'analyse
 - en France, état de la biodiversité ; Aux Pays-Bas, niveau des polluants (notamment quantité agrégée de N)

Problème: quantité dépasse largement les seuils

- Deuxième exportateur mondial de produits agricoles
- 12M porcs (13M en France)
- Agriculture maraîchère ultra-intensive



Cycle de l'azote (N) et crise politique (2/2)

Suite à une plainte,

- jugement du conseil d'Etat néerlandais (2019)
- nouvelle politique de réduction drastique (2022)
 - baisse totale des rejets de 50% d'ici 2030
 - baisse encore plus drastique autour des zones Natura2000
 - toute hausse de rejet doit être compensé aux Pays-Bas

Bilan:

- Arrêt de toute construction (due à l'azote induite)
- Baisse vitesse : 130 → 100 km/h sur autoroute (gain de 75000 logements)
- Arrêt (20%) ou diminution en taille/passage au bio (32%) de certaines exploitations (avec indemnité totale de 25G€)

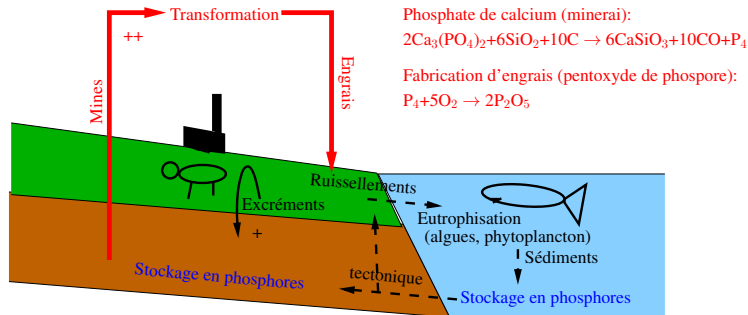
Impact sur la vie politique:

- Création d'un parti politique: BBB (*BoerBurgerBeweging*)
- Victoire aux élections provinciales de ce parti en mars 2023
- Démission du gvt de M. Rutte (centre-droit) en juin 2023

Cycle du phosphore (P) (1/3)

Phosphore (P, porteur de lumière/*phosphoros-φωσφορος*)
nécessaire

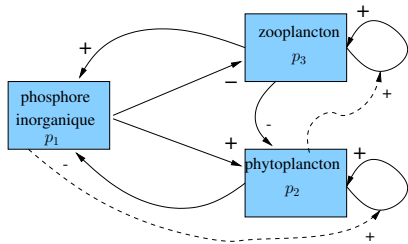
- dans les acides nucléiques (ADN)
- dans les os/dents



Attention, pas de gaz, seulement des gisements de roches de phosphates

Cycle du phosphore (P) (2/3)

Analyse par système dynamique dans le milieu marin:

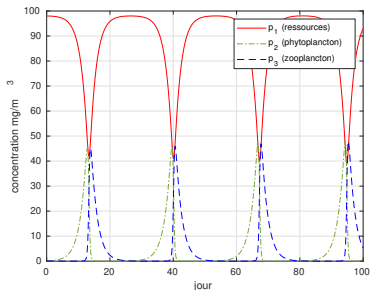


$$\begin{cases} \dot{p}_1 &= k_3 p_3 - k_2 \frac{p_1}{k+p_1} p_2 \\ \dot{p}_2 &= k_2 \frac{p_1}{k+p_1} p_2 - k_1 p_2 p_3 \\ \dot{p}_3 &= k_1 p_2 p_3 - k_3 p_3 \end{cases}$$

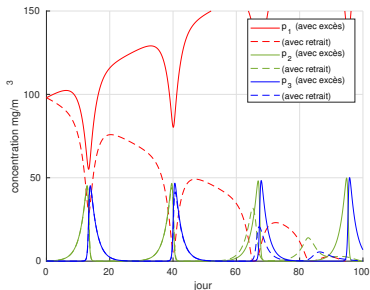
- Terme en $\frac{p_1}{k+p_1}$ répond à l'équation de Michaelis-Menten (linéaire puis saturation)
- Si forçage humain (fertilisation), alors $k_3 p_3 - k_2 \frac{p_1}{k+p_1} p_2 + u$

Cycle du phosphore (P) (3/3)

Système sans forçage:



Système avec forçage:



avec

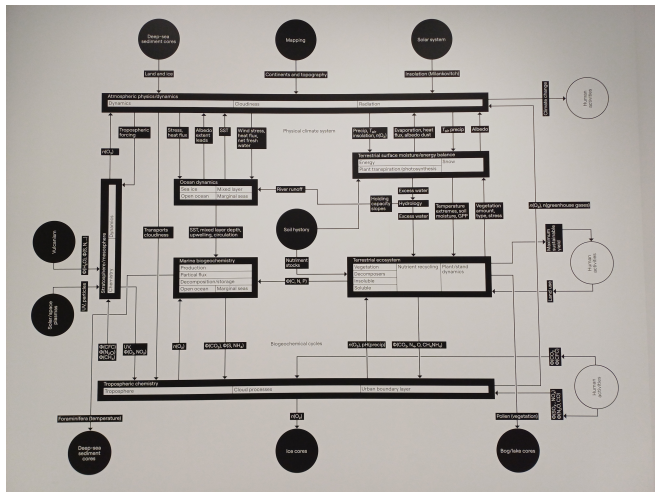
- $k_1 = 0.1 \text{ mg}/(\text{m}^3 \cdot \text{j})$, $k_2 = 0.5 \text{ j}^{-1}$, $k_3 = 0.5 \text{ j}^{-1}$ et $k = 2 \text{ m}^3/\text{mg}$
- p_i en mg/m^3 (avec $p_1(0) = 98$, $p_2(0) = p_3(0) = 0.1$)
- $u = 2$ ou $-1 \text{ mg}/(\text{m}^3 \cdot \text{j})$

En 1970, J. Lovelock émet l'hypothèse Gaïa (étude NASA)

- Notion d'un système-Terre autorégulé avec boucles de rétro-actions en géologie et biologie
- Il affirme « la Terre-vivante peut manipuler l'atmosphère pour répondre à ses besoins globaux et a des facultés dépassant celles de ses parties constituantes » (système complexe)
- Problème avec la théorie darwinienne (donc pb de l'hypothèse)
- mais ce qu'il faut retenir
 - modèle Daisyworld [1980]
 - B. Latour y voit une « nouvelle façon de définir les vivants dans leur relation à la Terre »
 - P. Ward émet une autre hypothèse dite « Médée » [2009]

l'Humain apparaît peu dans l'hypothèse et les schémas de la NASA

Modèle général du système-Terre (2/3)

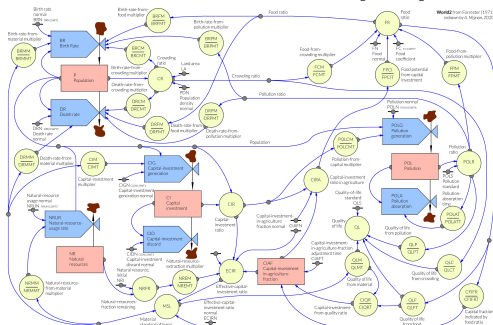


source: Report on "Earth System Sciences. Overview: A program for global change, 1986 (re-designed by Notte & Vigne)

Modèle général du système-Terre (3/3)

En parallèle, une vision socio-éco-biologique

- Rapport du club de Rome (dit rapport « Meadows ») [1972]
 - J. Forrester construit un modèle Wor1d2 [1971]

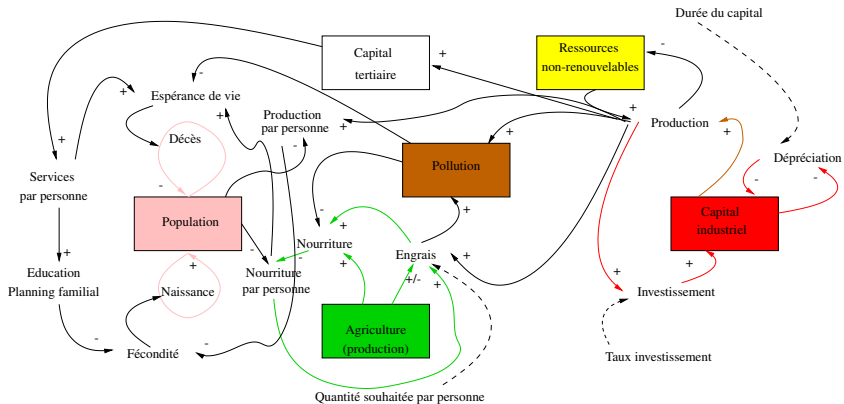


- D. Meadows et al. construisent et analysent le modèle Wor1d3
- Elaboration du Gosplan en Union soviétique
 - Modèle économie/industrie/ressources avec 14440 paramètres

source: D. Meadows et al., "Limits to Growth", 1972 ; E. Egnell et al., "URSS: entreprise et Etat", 1974

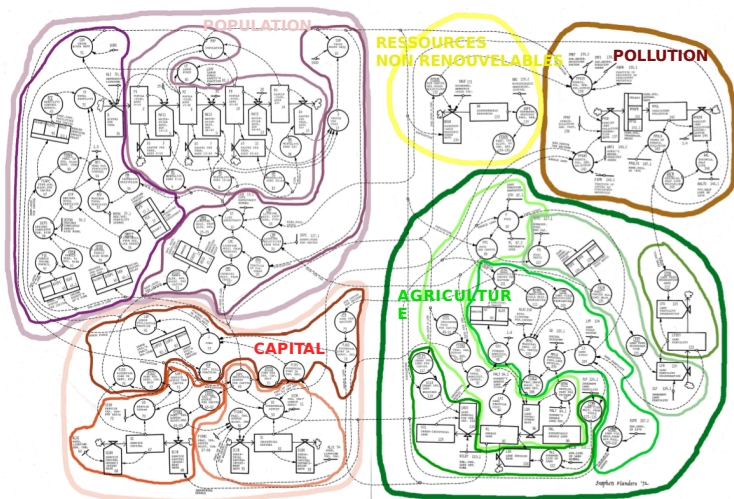
Modèle World 3: relation entre grands boîtiers

Cinq grands boîtiers: agriculture, capital (industriel/tertiaire), pollution, population, ressources non-renouvelables



Modèle World 3: modèle complet

Dernier World3 possède 315 variables



source: M. Jochaud du Plessix, "Analyse du modèle World3", 2019

Modèle World 3: étude du boîtier « Pollution »

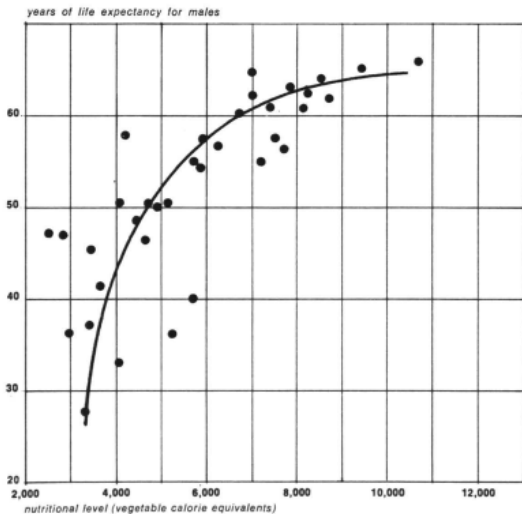
- x : pollution persistente
- sorties:
 - y_1 (capital découlant de la pollution),
 - y_2 (indice de pollution)
- entrées/commandes:
 - u_1 (population),
 - u_2 (ressource par personne),
 - u_3 (terres arables),
 - u_4 (engrais par hectare)

$$\dot{x} = (2 \cdot 10^{-2} u_1 u_2 + 10^{-4} u_3 u_4) - \frac{x}{2.1 f(x/x_{70})}$$

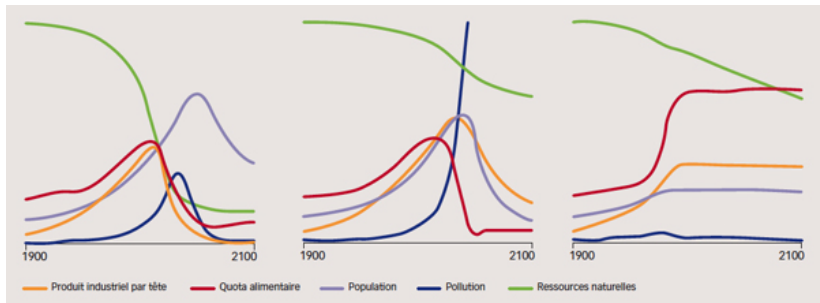
avec x_{70} référence à 1970 et f fonction tabulée de non-assimilation de pollution

Modèle World 3 : une fonction de régression

Espérance de vie (années) en fonction de la quantité de nutriments



Modèle World 3: quelques scénarios tendanciels



Scénarios

- Gauche: même croissance qu'en 1970
- Centre: utilisation accrue des ressources naturelles non-renouvelables
- Droite: quelques actions politiques: fécondité à 2, croissance industrielle nulle, technologies pour dépollution, ressources et agriculture

Savoir:

- Notion de multi-critères (physiques et sociétaux)
- Notion de systèmes complexes
- Quelques idées de trajectoires de convergence

Savoir-faire:

- Simuler un système dynamique
- Construire des systèmes bouclés (sur des exemples simples)