TSE101 - Partie 1 / Chapitre 1

Système-Terre

Philippe Ciblat

Telecom Paris, Institut Polytechnique de Paris

Plan

1. Systèmes dynamiques
   - Formalisation
   - Quelques résultats théoriques
   - Discussion sur la construction de modèle
2. Applications au système-Terre
   - Cycles du carbone, de l'azote et du phosphore
   - Modèle `World3`
3. Critères du système-Terre
   - Définition de ces critères
   - Techniques d'analyse multi-critère

- *3 TPs : Lotka-Volterra, Transfert de masse d'eau, World3*

Objectifs de ce chapitre

- Familiarisation avec les systèmes d'équation différentielle
- Caractérisation des modèles conduisant à ces systèmes
- Analyse critique des métriques d'évaluation

Section 1 : Systèmes dynamiques

Système dynamique

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\theta}(t), \mathbf{u}(t)) \quad \text{ou} \quad \mathbf{x}_{n+1} = f(\mathbf{x}_n, \boldsymbol{\theta}_n, \mathbf{u}_n)$$

avec

- $\dot{\mathbf{x}}(t) = \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt}$
- $\mathbf{x}(t)$: état de l'instant t (initialisation à $\mathbf{x}(0)$ ou $\mathbf{x}_0$)
- $\boldsymbol{\theta}(t)$: paramètres
- $\mathbf{u}(t)$: commande

Caractérisation d'un système (via $\mathbf{x}$ et f)

- Si f ne dépend pas de $\mathbf{u}$:

	$\boldsymbol{\theta}_t$ ind. de t	$\boldsymbol{\theta}_t$ dépend de t
f linéaire	linéaire et autonome	lin. et non-autonome
f nonlinéaire	non-lin. et aut.	non-lin. et non-aut.

- Si f dépend de $\mathbf{u}$: système (potentiellement) commandable

Dans les sciences de la Terre, système non-linéaire avec commande

Exemple : système linéaire et autonome

- Contexte mono-dimensionnel:

$$\dot{x} = \alpha x \Rightarrow x(t) = x(0)e^{\alpha t}$$

  - ↪ Comportement-limite: $x(t) \to 0$ si $\alpha < 0$, $x(t) \to \infty$ si $\alpha > 0$
  - ↪ Comportement limite indépendant de l'initialisation

- Cas multi-dimensionnel:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} \Rightarrow \mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}(0)$$

avec

  - ↪ $e^{\mathbf{A}t} = \sum_{n \geq 0} \frac{\mathbf{A}^n t^n}{n!}$
  - ↪ Comportement dépend des valeurs propres si $\mathbf{A}$ diagonalisable

Exemple : système linéaire et autonome 2×2 (1/2)

- $\mathbf{A}$ matrice 2×2 de déterminant $\mathcal{D}$ et de trace $\mathcal{T}$
- Valeurs propres (v.a.p.) : $\{\lambda_1, \lambda_2\} = \frac{\mathcal{T} \pm \sqrt{\mathcal{T}^2 - 4\mathcal{D}}}{2}$
- Hypothèses: $\mathcal{D} \neq 0$ et $\mathcal{T}^2 - 4\mathcal{D} \neq 0$
  - $\hookrightarrow$ inversible
  - $\hookrightarrow$ diagonalisable car v.a.p. distinctes

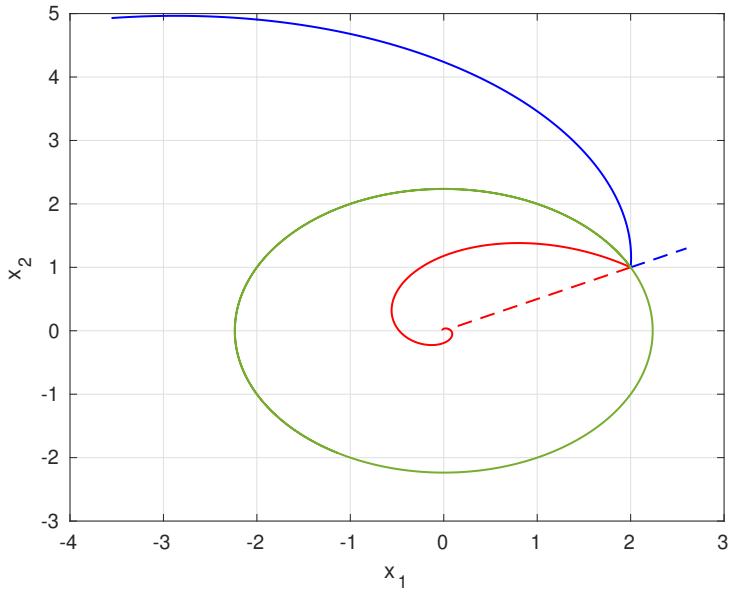
Quel type d'analyse ?

- Au point d'équilibre : les $\mathbf{x}_e$ t.q $\dot{\mathbf{x}} = 0 \Leftrightarrow f(\mathbf{x}_e) = 0$
  - $\hookrightarrow$ ici point unique de valeur $\mathbf{x}_e = 0$
- Comportement asymptotique autour des $\mathbf{x}_e$: quand $t \to \infty$

Exemple : système linéaire et autonome 2×2 (2/2)

Hypothèse supplémentaire : $\mathcal{D} > 0$

- $\mathcal{T} = 0$: cercle
- $\mathcal{T}^2 - 4\mathcal{D} > 0$: (trait pointillé)
  - $\mathcal{T} < 0$: équilibre stable
  - $\mathcal{T} > 0$: équilibre instable
- $\mathcal{T}^2 - 4\mathcal{D} < 0$: (trait plein)
  - $\mathcal{T} < 0$: foyer stable
  - $\mathcal{T} > 0$: foyer instable



Système à équations d'état

Représentation d'état d'un système: l'état d'un système $\mathbf{x}$ n'est parfois observable qu'indirectement (et avec des imprécisions)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} &= f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} &= h(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w}) \end{cases} \xRightarrow{\text{si linéaire}} \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{w} \end{cases}$$

avec $\mathbf{w}$ un vecteur aléatoire

Exemple : $y_n = h_0 x_n + h_1 x_{n-1} + h_2 x_{n-2} + w_n$

On a

- $\mathbf{x}_n = [x_{n-1}, x_{n-2}]^{\mathrm{T}}$ (état = mémoire)
- $u_n = x_n$ (commande = nouvelle entrée)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [h_1, h_2], \mathbf{D} = h_0, \mathbf{E} = 1$$

Notion de commandabilité

Un système est dit *commandable* si on peut partir de l'état $\mathbf{x}_i$ (quelconque) en t_i et arriver à l'état $\mathbf{x}_f$ (quelconque) en t_f avec une commande $\mathbf{u}$ appliquée sur $[t_i, t_f]$. Attention: dans le cas discret, le temps d'arrivée t_f n'est pas quelconque mais juste fini.

Résultat du cas linéaire (critère de Kalman)

Soit $\mathbf{A}$ de taille $m \times m$. Le système est commandable ssi

$$\text{rang}\left([\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \cdots, \mathbf{A}^{m-1}\mathbf{B}]\right) = m$$

Remarques :

- Tout système (même linéaire) n'est pas commandable
- Dans le cadre du climat, commande = politiques publiques

Preuve (cas discret)

Soient

- $\mathbf{B}$ de taille $m \times p$.
- alors $\mathbf{Q} = [\mathbf{B}, \mathbf{AB}, \cdots, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]$ de taille $m \times np$

On a

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_n &= \mathbf{A}^n \mathbf{x}_0 + \sum_{i=0}^{n-1} \mathbf{A}^{n-1-i} \mathbf{B} \mathbf{u}_i \\ &= \mathbf{A}^n \mathbf{x}_0 + \mathbf{Q} \underline{\mathbf{u}} \end{aligned}$$

Si $\mathbf{Q}$ de rang plein (avec $m \leq np$ et donc rang $= m$), alors $\mathbf{Q}$ inversible à droite (par la pseudo-inverse de Moore-Penrose $\mathbf{Q}^{\#} = \mathbf{Q}^{\mathrm{T}}(\mathbf{Q}.\mathbf{Q}^{\mathrm{T}})^{-1}$), d'où

$$\underline{\mathbf{u}} = \mathbf{Q}^{\#}(\mathbf{x}_n - \mathbf{A}^n \mathbf{x}_0)$$

Contre-exemple: non-commandabilité et non-réversibilité

- Départ de $\mathbf{x}_0$
- Arrivée à $\mathbf{x}_n$ via une commande $\underline{\mathbf{u}}_n$

Question : peut-on revenir à $\mathbf{x}_0$ si système pas commandable ?

Soient

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Système non-commandable car $\mathbf{Q}_n = [\mathbf{B}, \cdots, \mathbf{B}] \Rightarrow \text{rang}(\mathbf{Q}_n) = 1$

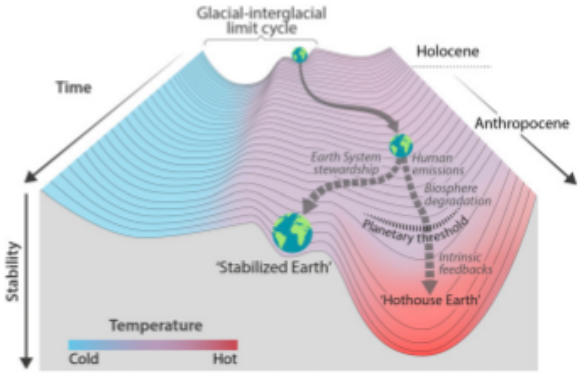
$$\begin{aligned} \mathbf{x}_n &= \mathbf{A}^n \mathbf{x}_0 + \mathbf{Q}_n \underline{\mathbf{u}}_n = \begin{bmatrix} \alpha := \sum_{i=0}^{n-1} \mathbf{u}_i(1) \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ pour } n \geq 1 \\ \mathbf{x}_{n+N} &= \mathbf{A}^N \mathbf{x}_n + \sum_{i=n}^{n+N-1} \mathbf{A}^{n+N-1-i} \mathbf{B} \mathbf{u}_i \\ &= \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta := \sum_{i=n}^{n+N-1} \mathbf{u}_i(1) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma \\ 0 \end{bmatrix} \neq \mathbf{x}_0 \end{aligned}$$

et donc système **non-réversible** !

Notion de point de bascule

- Différents points d'équilibre avec leurs zones d'attraction
- Point de bascule/non-retour (*tipping point*) : frontière entre zones d'attraction conduisant à un changement de régime
- Pourquoi un changement de zone d'attraction possible ?

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{u})$$



$\hookrightarrow$ $\mathbf{u}$ force un changement de zone

$\hookrightarrow$ $\boldsymbol{\theta}$ changé par force et les zones aussi

$\hookrightarrow$ activation de nouvelles zones de f, d'où « changement » de f

$\hookrightarrow$ réversible ou pas ?

Quelques non-réversibilités dans le vivant : f est modifiée

- une espèce morte ne revient pas via la sélection naturelle
- la photosynthèse s'arrête à $47,5°\mathrm{C}$ en forêt tropicale

source : W. Steffen et al., "Trajectories of the Earth System in the Anthropocene", PNAS, 2018 ; C. Doughty, "Tropical forests are approaching critical temperature thresholds", Nature, 2023

Modélisation : approche épistémologique

Que signifie le modèle f ?

- représenter un ensemble de lois scientifiques, ou
- ou produire un ensemble de lois scientifiques

Généralement,

- f n'est pas connue précisément
- même les états $\mathbf{x}$ ne sont pas connus parfaitement
- observations $\mathbf{y}$ souvent partielles et non reproductibles

L'ensemble des phénomènes présent dans le système n'est pas dans le modèle : il y a un **reste**.

- Reste résultant : impact des phénomènes non considérés
- Reste causal : objets agissant sur ces phénomènes

Classification du reste causal

Fondamentalement, le reste causal est dû à l'ignorance

- Connu à l'Impact Connu (CIC)
  - ↪ quantifiable mais non intégré (ex. : puissance de calcul ou moyens financiers ou idéologie)
  - ↪ non (encore suffisamment) quantifiable
- Connu à l'Impact Inconnu (CII)
  - ↪ aucune donnée/loi ne donne la nature de l'impact mais potentiel d'impact
- Inconnu Inconnu (II)
  - ↪ objet pas connu/identifié par la Science mais qui impacterait

Exemples

- Archées méthanogènes sous glaciers polaires fondant : II → CII (1990) → CIC (2021)
- Bactéries marines méthanogènes : II → CII (2014)

Décomposition en sous-modèles

Idéalement, on souhaiterait modéliser tout le système

- en prenant en compte tous les phénomènes connus
- en écrivant toutes les équations différentielles associées
- en comprenant toutes les interactions
- en prévoyant l'impact de toutes ces interactions

Mais cela conduit à un système trop complexe

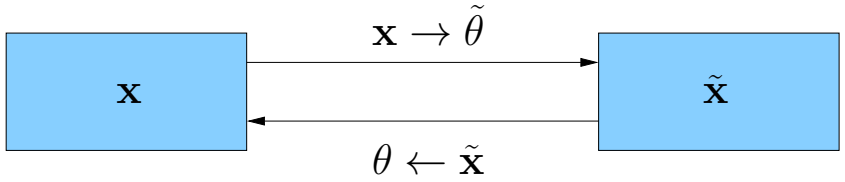
- à construire,
- à simuler
- à analyser

par une même voire plusieurs communautés scientifiques.

On découpe alors le système en « petits » sous-systèmes

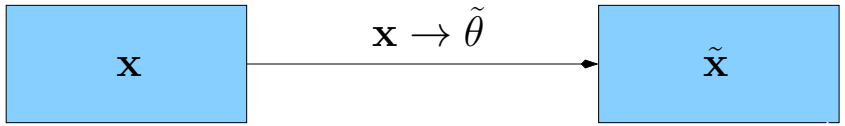
Techniques de décomposition

Sous-systèmes en interaction bilatérale



- Découplage complet si $(\boldsymbol{\theta}, \tilde{\boldsymbol{\theta}})$ pas pris en compte
  - Climatologie : juste un sous-problème de CO_2
  - Agriculture : juste un problème d'alimentation
- Découplage partiel si $(\boldsymbol{\theta}, \tilde{\boldsymbol{\theta}})$ fixé, toute chose égale par ailleurs
  - Climatologie : nuages pré-définis
  - Economie : taux d'imposition pré-définie

Sous-systèmes en interaction unilatérale



- Découplage complet de la rétro-action en $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$
  - Réseaux de télécoms : modèle OSI

Questions ouvertes

- Approche « model-driven » retenue jusqu'à maintenant
- Approche « data-driven (model-free) »
  - Le futur comme continuité du passé
  - En pratique : entrée X, sortie Y liée à X par une loi conditionnelle

    $$p_{Y|X}$$

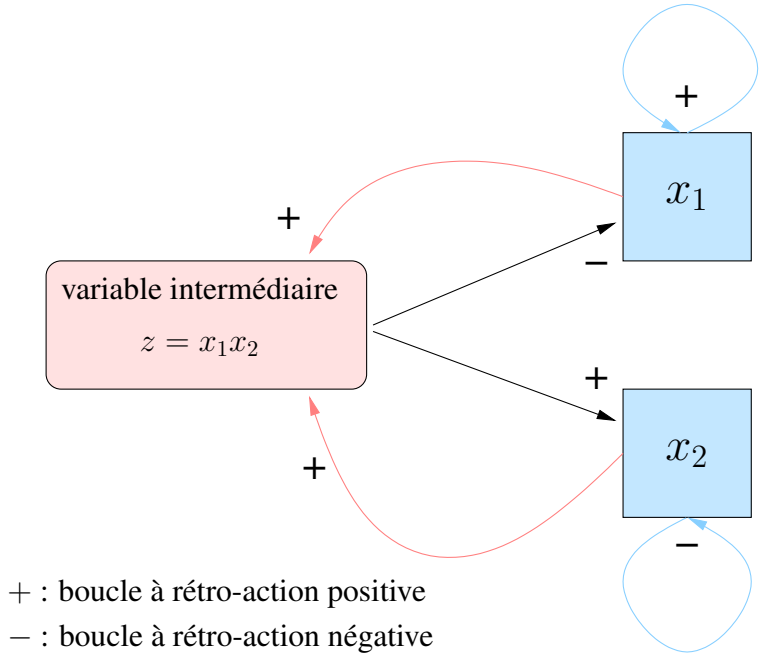
    L'apprentissage estime $p_{Y|X} \approx f_{NN}$ via la base de données. Les phénomènes étaient dans les données ou le réseau appris
  - Exemples :
    - ↪ Langage : est-ce qu'on le modélise ou le singe ?
    - ↪ Climatologie : est-ce raisonnable si les phénomènes pas vus ?
- Faut-il tout quantifier ? quantophrénie ou positivisme

source : M Delepouve, "le GIEC, une dialectique science et politique. De la quantophrénie et de l'imprévisible", CNAM, 2023 ; P. Carini et al., " Methane production by P-starved SAR11 cemoheterotrophic marine bacteria", Nature, 2014.

Exemple : modèle de Lotka-Volterra [1926]

- x_1 : population de la proie
- x_2 : population du prédateur

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_1(\alpha - \beta x_2) \\ \dot{x}_2 &= -x_2(\gamma - \delta x_1) \end{cases}$$



avec

- α : taux de reproduction de la proie
- β : taux de mortalité des proies en fct. du nb des prédacteurs
- γ : taux de mortalité du prédateur
- δ : taux de reproduction du prédacteur en fct. du nb de proies

source : I. Akjouj et al., "Equilibria of large random Lotka-Volterra systems with vanishing species: a mathematical approach", 2023

Analyse des points d'équilibre

- **Points d'équilibre:**

$$\mathbf{x}_e^{(0)} = (0,0) \text{ et } \mathbf{x}_e^{(1)} = \left(\frac{\gamma}{\delta}, \frac{\alpha}{\beta}\right)$$

- **Etude de stabilité:**

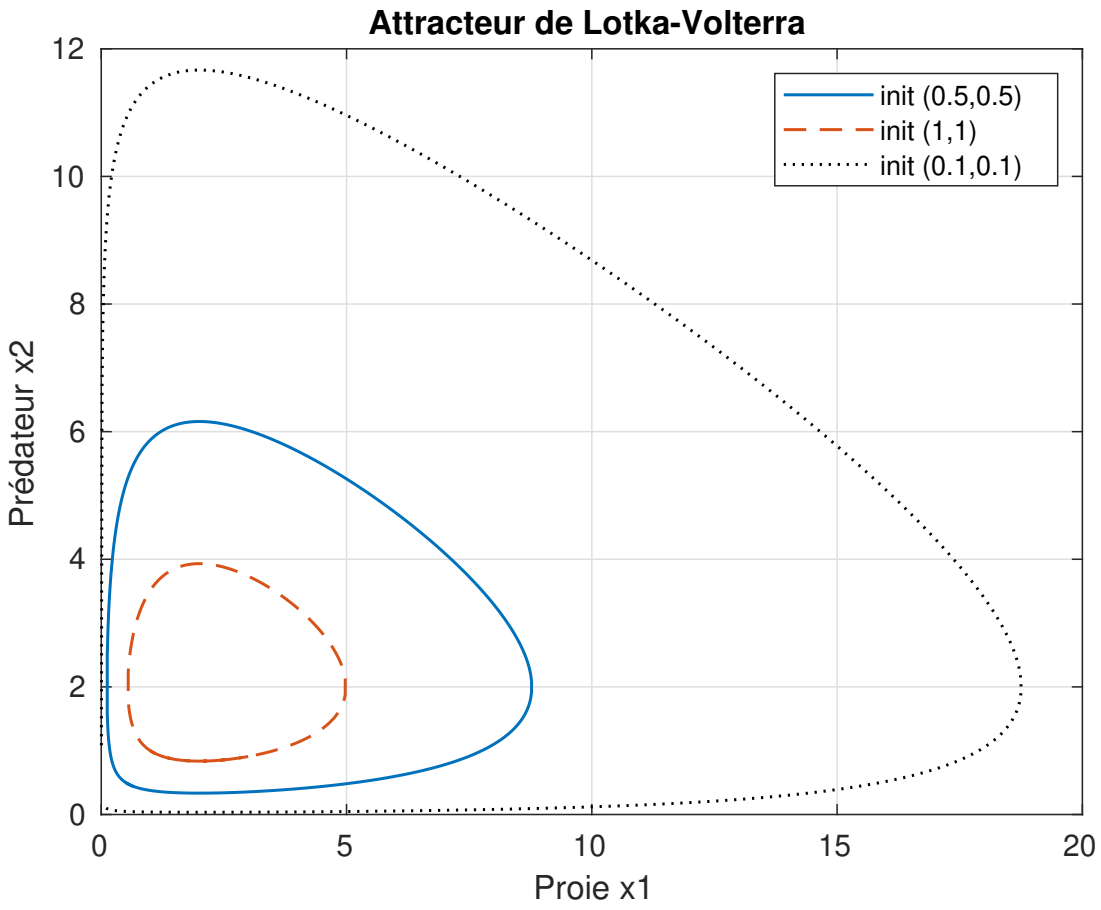
$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &\approx f(\mathbf{x}_e) + \mathbf{J}_{\mathbf{x}_e}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_e) \\ \dot{\mathbf{x}}_c &\approx \mathbf{J}_{\mathbf{x}_e}\mathbf{x}_c \end{aligned}$$

avec $\mathbf{x}_c = \mathbf{x} - \mathbf{x}_e$ et $\mathbf{J}_{\mathbf{x}_e}$ la matrice jacobienne $\left[\partial f_i/\partial x_j|_{\mathbf{x}_e}\right]_{i,j}$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{x}_e^{(0)}} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & -\gamma \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{J}_{\mathbf{x}_e^{(1)}} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\beta\gamma}{\delta} \\ \frac{\alpha\delta}{\beta} & 0 \end{bmatrix}$$

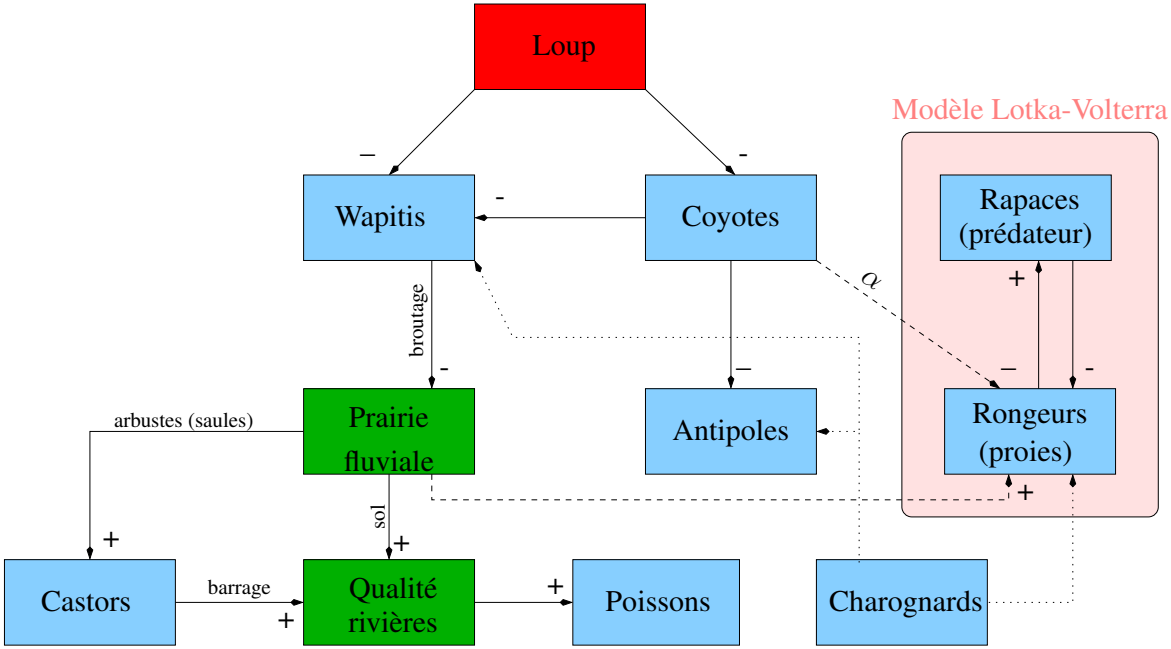
$\mathbf{x}_e^{(0)}$ point-selle et $\mathbf{x}_e^{(1)}$ cycle (car v.a.p. imaginaire pur)

Simulations



Limites du modèle

- Les ressources pour la proie sont illimitées : α fixe (c'est le « toute chose égale par ailleurs »)
- D'autres espèces et d'autres interactions : réintroduction du loup au Yellowstone en 1995



$\hookrightarrow$ En 20 ans, loups de 40 à 100 et wapitis de 20000 à 5000

source : E. Vibert, "La réintroduction du loup gris dans le parc Yellowstone : cas d'école pour le réensauvagement", Geo, 2021

Section 2 : Applications au système-Terre

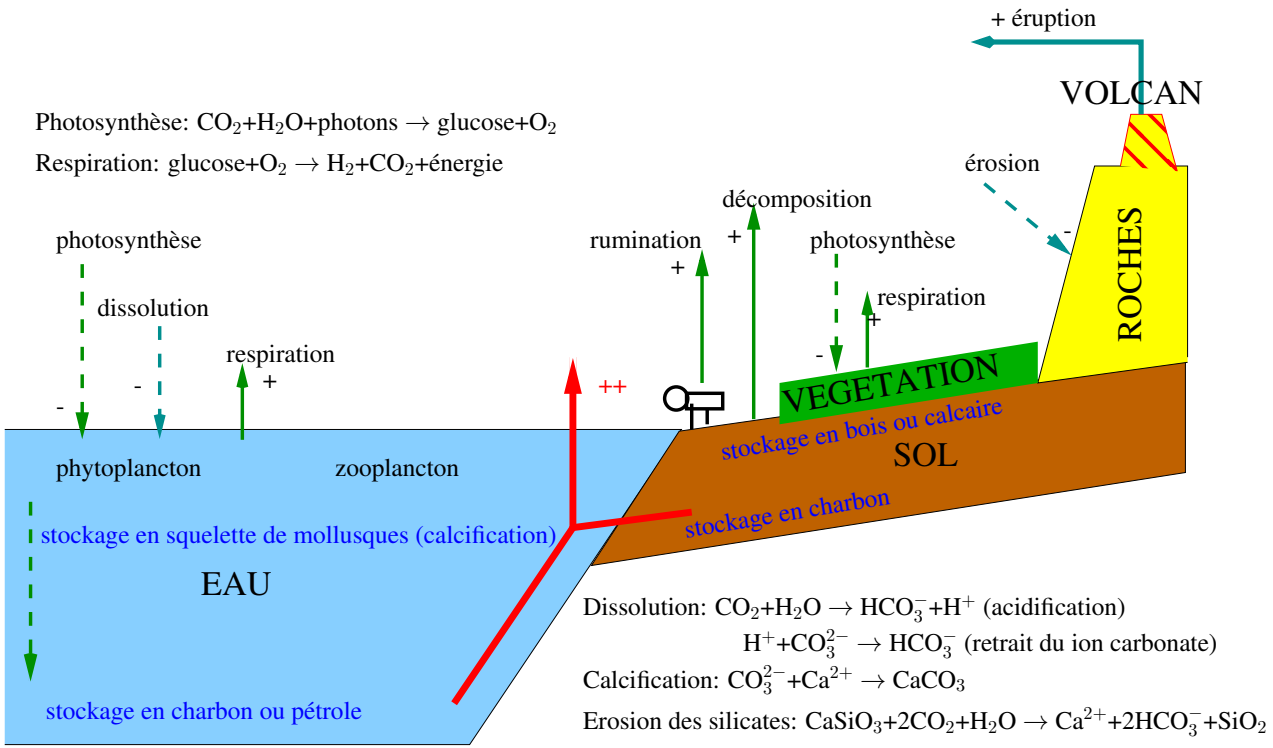
Système-Terre

La Terre est un système complexe avec

- nombreux sous-systèmes/cycles en interaction
  - ↪ Atomes : carbone, azote, phosphore
  - ↪ Molécules : H_2O (eau/glace/pluie), CH_4 (méthane), CO_2, N_2O (protoxyde d'azote), P_2O_5 (pentoxyde de phosphore)
  - ↪ Matières minérale et organique : géologie et biomasse
  - ↪ Ecosystèmes : forêt, rivière, espèce, aire urbaine

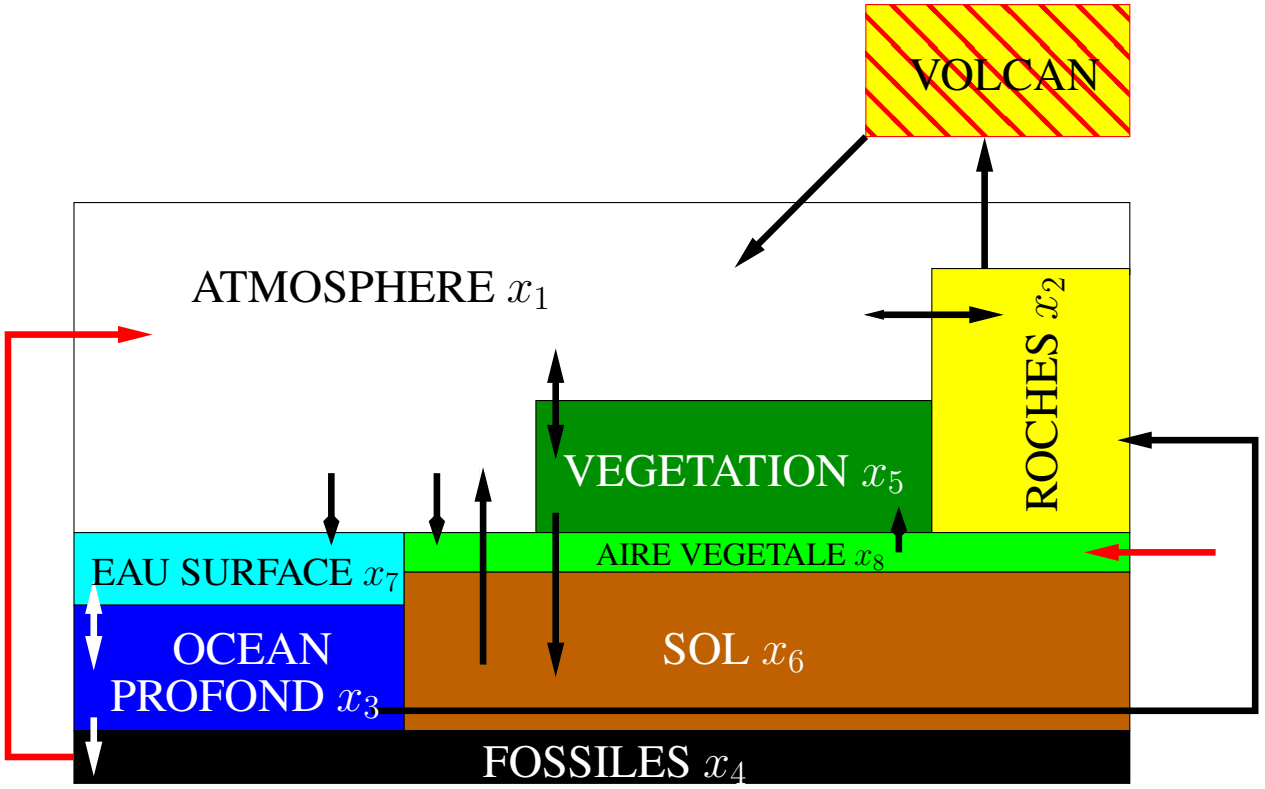
- chaque sous-système est lui-même complexe avec différents niveaux d'analyse
  - ↪ chaque sous-système est souvent étudié par une somme de communauté scientifique
  - ↪ pas nécessairement de mise en équation complète et parfaitement fiable

Cycle biogéochimique du carbone (C) (1/3)



- Evolution du CO_2 sans le vivant :
  - − par érosion: -330Ma (début permien) avec la Pangée
  - + par volcanisme: -250Ma (fin permien) en Sibérie centrale
- Evolution du CO_2 avec le vivant :
  - − par apparition de la végétation: -400Ma (dévonien/carbonifère)
  - + par révolution industrielle: 1850 (anthropocène)

Cycle biogéochimique du carbone (C) (2/3)



Chaque flèche admet une constante de temps différente :

- Gestion par des taux de passage/survie $-a_{i,j}$ différents.
- Exemple : $a_{i,i} \gg a_{j,j}$, alors x_j a un stock plus durable que x_i

Cycle biogéochimique du carbone (C) (3/3)

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -a_{1,1}x_1 - f(x_1).x_8 + a_{1,4}x_4 + a_{1,5}x_5 + a_{1,6}x_6 + b_{1,0}u_0 + b_{1,2}u_2 \\
\dot{x}_2 &= a_{2,1}x_1 + a_{3,2}x_3 - b_{2,0}u_0 \\
\dot{x}_3 &= -a_{3,3}x_3 + a_{3,7}x_7 \\
\dot{x}_4 &= a_{4,3}x_3 - b_{4,1}u_1 \\
\dot{x}_5 &= -a_{5,5}x_5 + f(x_1).x_8 \\
\dot{x}_6 &= -a_{6,6}x_6 + a_{6,5}x_5 \\
\dot{x}_7 &= -a_{7,7}x_7 + a_{7,1}x_1 + a_{7,3}x_3 \\
\dot{x}_8 &= -b_{8,2}u_2
\end{aligned}
$$

avec

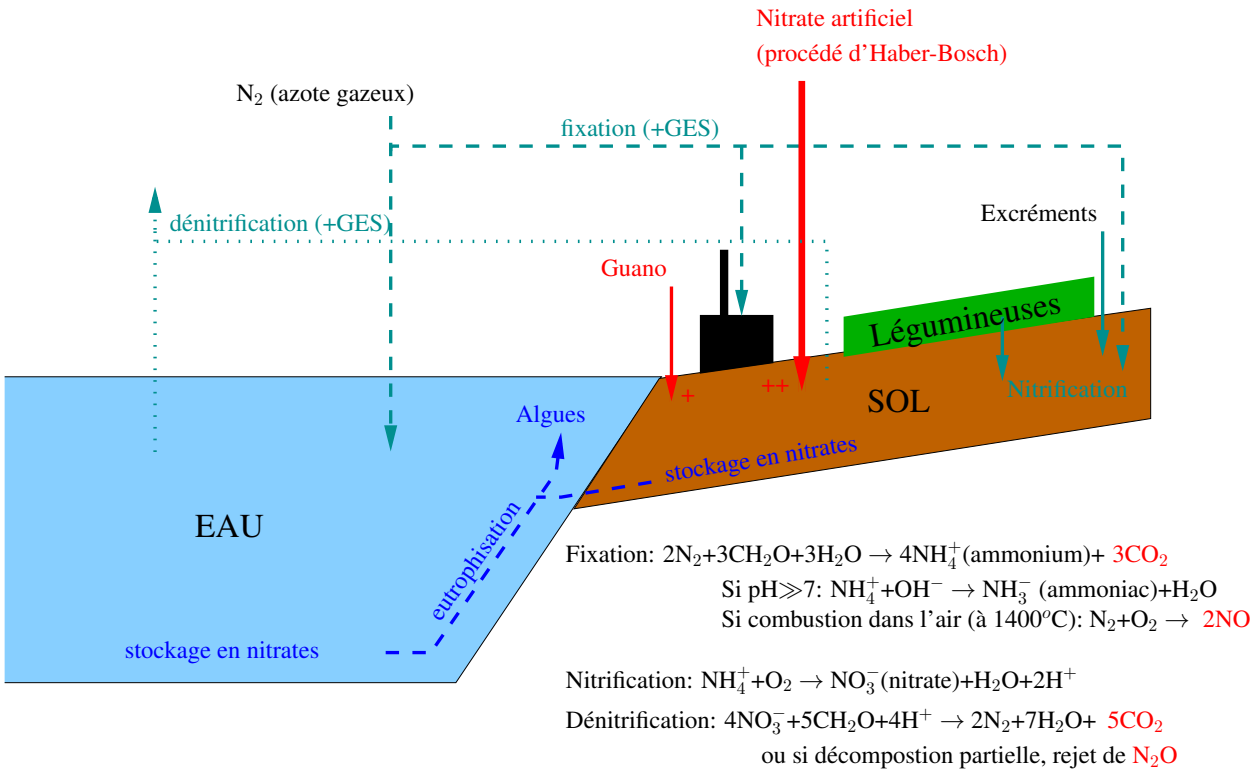
- $f(x) := \alpha\frac{x-\gamma_1}{x+\gamma_2}$: capacité de photosynthèse de l'atmosphère
- u_0 : volcanisme, u_1 : extraction de fossiles, u_2 : déforestation

« Toute chose égale par ailleurs » : la température (dans x_1 et f)

Cycle de l'azote (N) (1/2)

Azote (N, sans/*a*-vivant/*zoos*) nécessaire

- dans la composition des acides nucléiques (ADN)
- dans les acides aminés conduisant à la fabrication des protéines



« Découplage complet » : ce CO_2 non pris en compte dans cycle C

Cycle de l'azote (N) (2/2)

En analysant le cycle de N comme un système dynamique

- **x**: concentration des différentes molécules par secteur
- **u**: commande en injectant directement du NH_4^+/NH_3 en évitant donc l'étape de fixation naturelle

  - Excrément humain: eaux usées sur la plaine d'Achères
  - Excrément animal: guano de l'île Chincha
  - Procédé de Haber-Bosch [1909]: $N_2+3H_2 \rightarrow 2NH_3$
    - ↪ explosifs
    - ↪ nitrates pour engrais

source : V. Smil, "Energy and civilization", 2017 ; C. Bonneuil et al., "L'événement anthropocène", 2013

Cycle de l'azote (N) (2/2)

En analysant le cycle de N comme un système dynamique

- **x**: concentration des différentes molécules par secteur
- **u**: commande en injectant directement du NH_4^+/NH_3 en évitant donc l'étape de fixation naturelle

  - Excrément humain: eaux usées sur la plaine d'Achères
  - Excrément animal: guano de l'île Chincha
  - Procédé de Haber-Bosch [1909]: $N_2+3H_2 \rightarrow 2NH_3$
    - ↪ explosifs
    - ↪ nitrates pour engrais

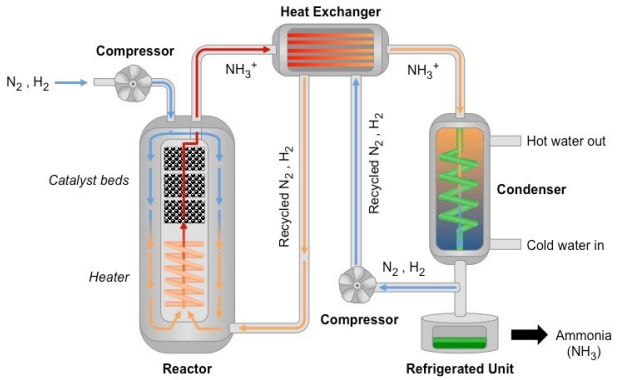
source : V. Smil, "Energy and civilization", 2017 ; C. Bonneuil et al., "L'événement anthropocène", 2013

Cycle de l'azote (N) (2/2)

En analysant le cycle de N comme un système dynamique

- **x**: concentration des différentes molécules par secteur
- **u**: commande en injectant directement du NH_4^+/NH_3 en évitant donc l'étape de fixation naturelle

  - Excrément humain: eaux usées sur la plaine d'Achères
  - Excrément animal: guano de l'île Chincha
  - Procédé de Haber-Bosch [1909]: $N_2+3H_2 \rightarrow 2NH_3$
    - ↪ explosifs
    - ↪ nitrates pour engrais



source : V. Smil, "Energy and civilization", 2017 ; C. Bonneuil et al., "L'événement anthropocène", 2013

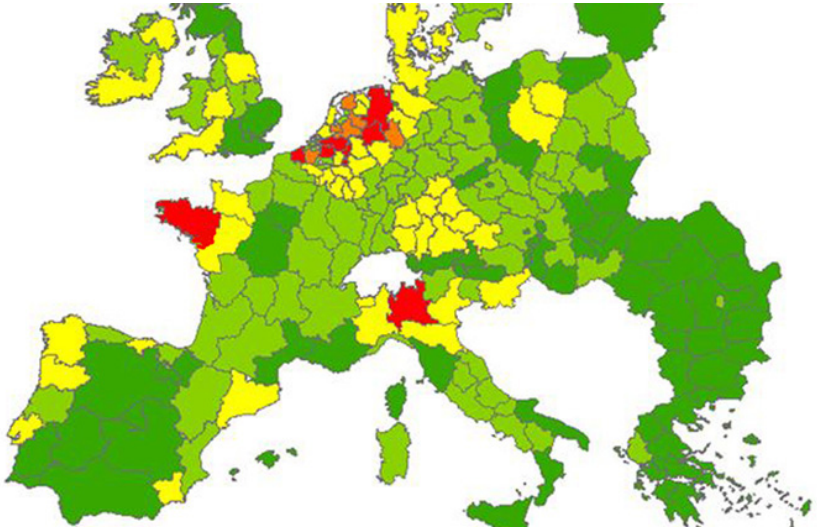
Cycle de l'azote (N) et crise politique (1/2)

Une crise politique hollandaise récente due au cycle de l'azote !

- Directive « Habitats » de l'UE avec création des Natura2000
  - chaque Etat responsable de ces mesures d'analyse
  - en France, état de la biodiversité ; Aux Pays-Bas, niveau des polluants (notamment quantité agrégée de N)

Problème : quantité dépasse largement les seuils

- Deuxième exportateur mondial de produits agricoles
- 12M porcs (13M en France)
- Agriculture maraîchère ultra-intensive



Cycle de l'azote (N) et crise politique (2/2)

Suite à une plainte,

- jugement du conseil d'Etat néerlandais (2019)
- nouvelle politique de réduction drastique (2022)
  - baisse totale des rejets de 50% d'ici 2030
  - toute hausse de rejet doit être compensée aux Pays-Bas

Mesure préconisée :

- Arrêt de toute construction (due à l'azote induite)
- Baisse vitesse : 130 $\rightarrow$ 100 km/h (gain de 75000 logements)
- Arrêt (20%) ou diminution en taille/passage au bio (32%) de certaines exploitations (avec indemnité totale de 25G€)

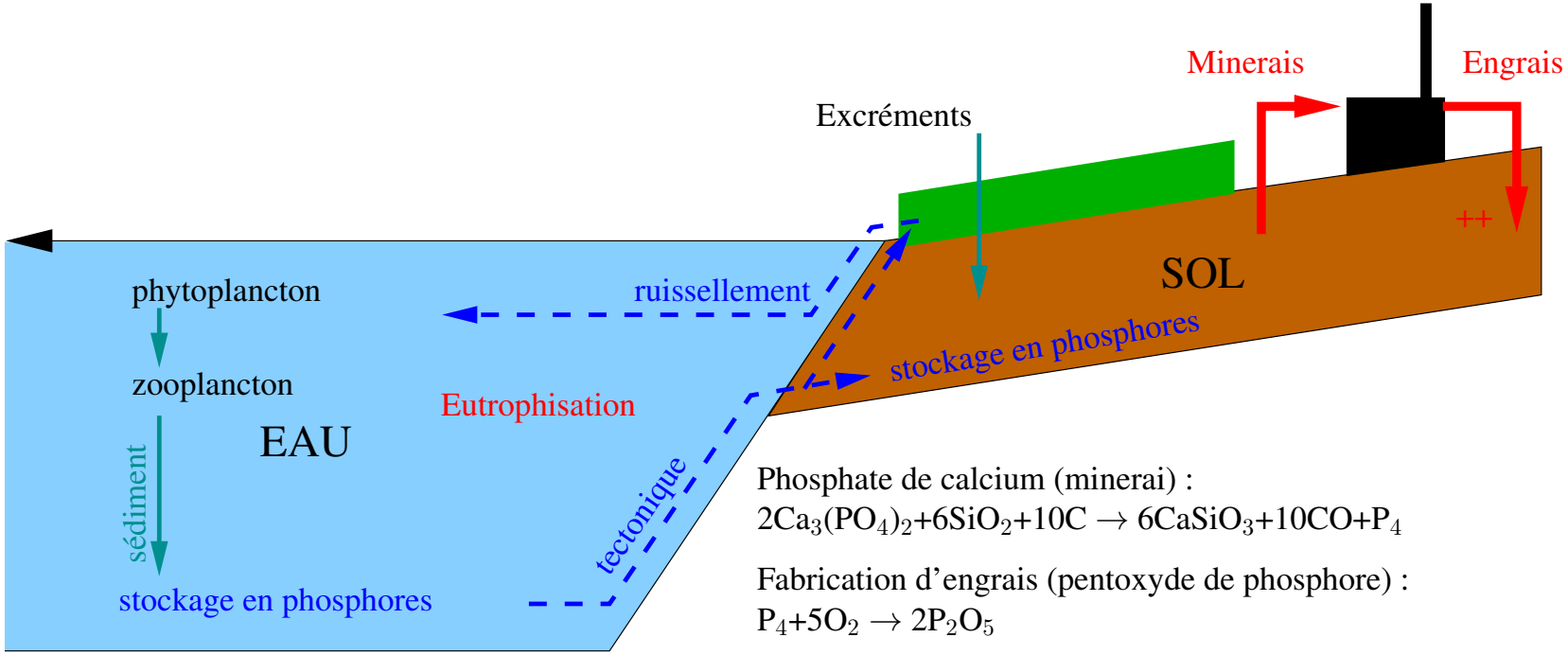
Impact sur la vie politique :

- Victoire aux élections provinciales du BBB en mars 2023
- Démission du gvt de M. Rutte (centre-droit) en juin 2023
- Victoire du PVV (extrême-droite) aux législatives en nov. 2023
- Budget réduit à 5G€ : tribunal exige 25G€ en janv. 2025

Cycle du phosphore (P)

Phosphore (P, porteur de lumière/*phosphoros*) nécessaire

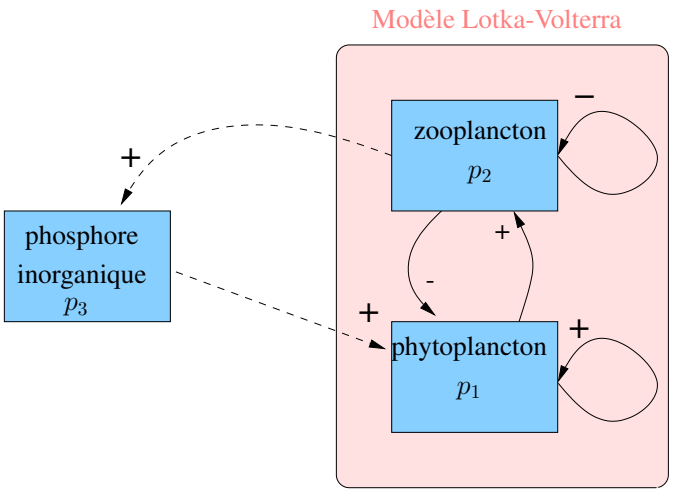
- dans les acides nucléiques (ADN)
- dans les os/dents



Attention, pas de gaz, seulement des gisements de roches

Cycle du phosphore marin : modèle NPZ

- p_1: phytoplancton ..... comme la proie
- p_2: zooplancton ..... comme le prédateur
- p_3: phosphore inorganique ..... comme la ressource



$$\begin{cases} \dot{p}_1 &= \alpha \frac{p_3}{\delta + p_3} p_1 - \beta p_1 p_2 \\ \dot{p}_2 &= \beta p_1 p_2 - \gamma p_2 \\ \dot{p}_3 &= \gamma p_2 - \alpha \frac{p_3}{\delta + p_3} p_1 \end{cases}$$

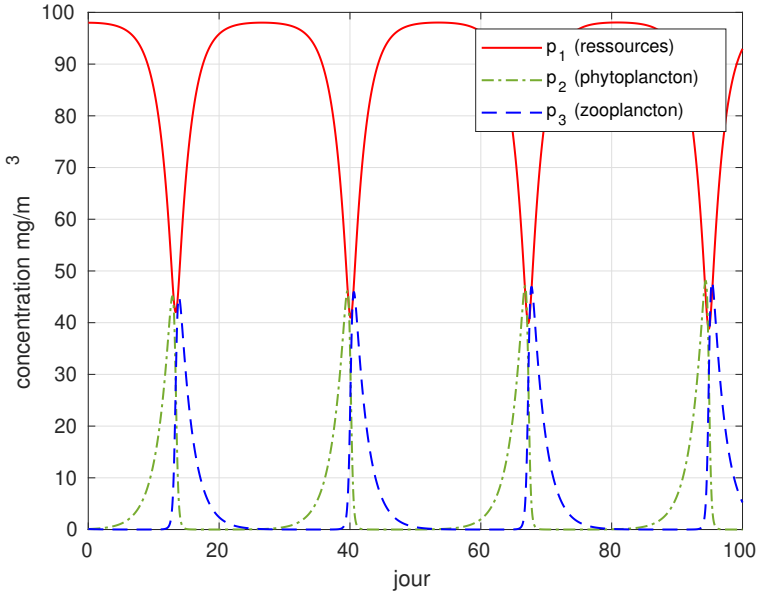
- Principe de Michaelis-Mente : $\frac{p_3}{\delta + p_3}$ (linéaire puis saturation)
- Si forçage humain (fertilisation), alors $\gamma p_2 - \alpha \frac{p_3}{\delta + p_3} p_1 + u$

« Découplage complet » : l'aspect terrestre non-considéré

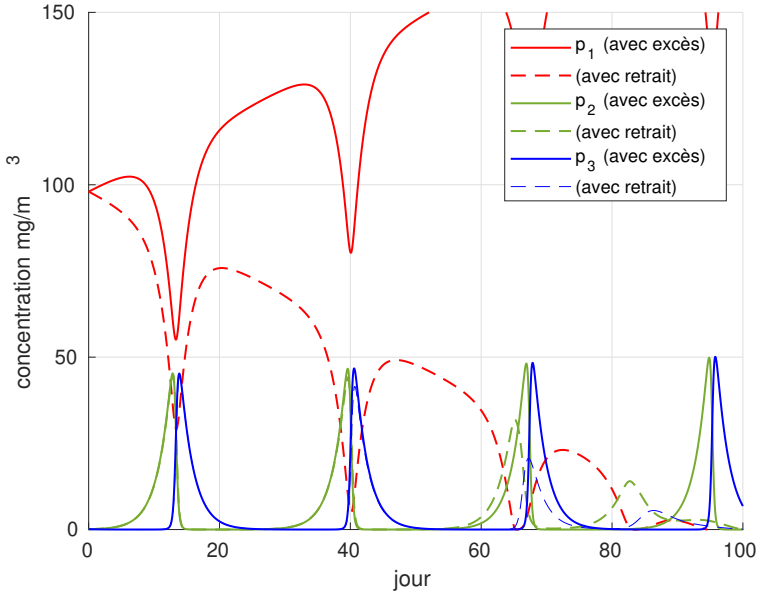
source : P. Franks et al., "Behavior of a simple plankton model with food-level acclimation by herbivores", Marine Biology, 1986

Simulations

Système sans forçage :



Système avec forçage :



avec

- $\alpha = 0.5\text{j}^{-1}$, $\beta = 0.1\text{mg}/(\text{m}^3.\text{j})$, $\gamma = 0.5\text{j}^{-1}$ et $\delta = 2\text{m}^3/\text{mg}$
- p_i en mg/m^3 (avec $p_1(0) = p_2(0) = 0.1$, $p_3(0) = 98$)
- $u = 2$ ou -1 $\text{mg}/(\text{m}^3.\text{j})$

Modèle général du système-Terre (1/2)

En 1970, J. Lovelock émet l'hypothèse Gaïa (étude NASA)

- Système-Terre autorégulé avec boucles de rétro-action en géologie et biologie : « la Terre-vivante peut manipuler l'atmosphère pour répondre à ses besoins globaux et a des facultés dépassant celles de ses parties constituantes »

- Problème avec la théorie darwinienne (donc pb de l'hypothèse)

- mais ce qu'il faut retenir
  - modèle `Daisyworld` [1980]
  - B. Latour affirme « nouvelle façon de définir la relation du vivant avec la Terre »

source : J. Lovelock, "La Terre est un être vivant, l'hypothèse Gaïa", 1979

Modèle général du système-Terre (2/2)

En parallèle, une vision socio-éco-biologique

- Rapport du club de Rome (dit rapport « Meadows ») [1972]
  - J. Forrester construit un modèle `World2` [1971]
  - D. Meadows *et al.* construisent et analysent le modèle `World3`
- Elaboration du *Gosplan* en Union soviétique
  - Modèle linéaire économie/ressources avec 14440 paramètres
- W. Nordhaus construit le modèle « Dynamic Integrated model of Climate and Economy » (DICE) [1991]
  - Calcul du réchauffement optimal pour le bon fonctionnement de l'économie

source : D. Meadows et al., "Limits to Growth", 1972 ; E. Egnell et al., "URSS: entreprise et Etat", 1974 ; W. Nordhaus, "The climate casino", 2013

Modèle World 3 : modèle complet

World3 possède 5 variables d'état, $\sim$ 75 variables intermédiaires

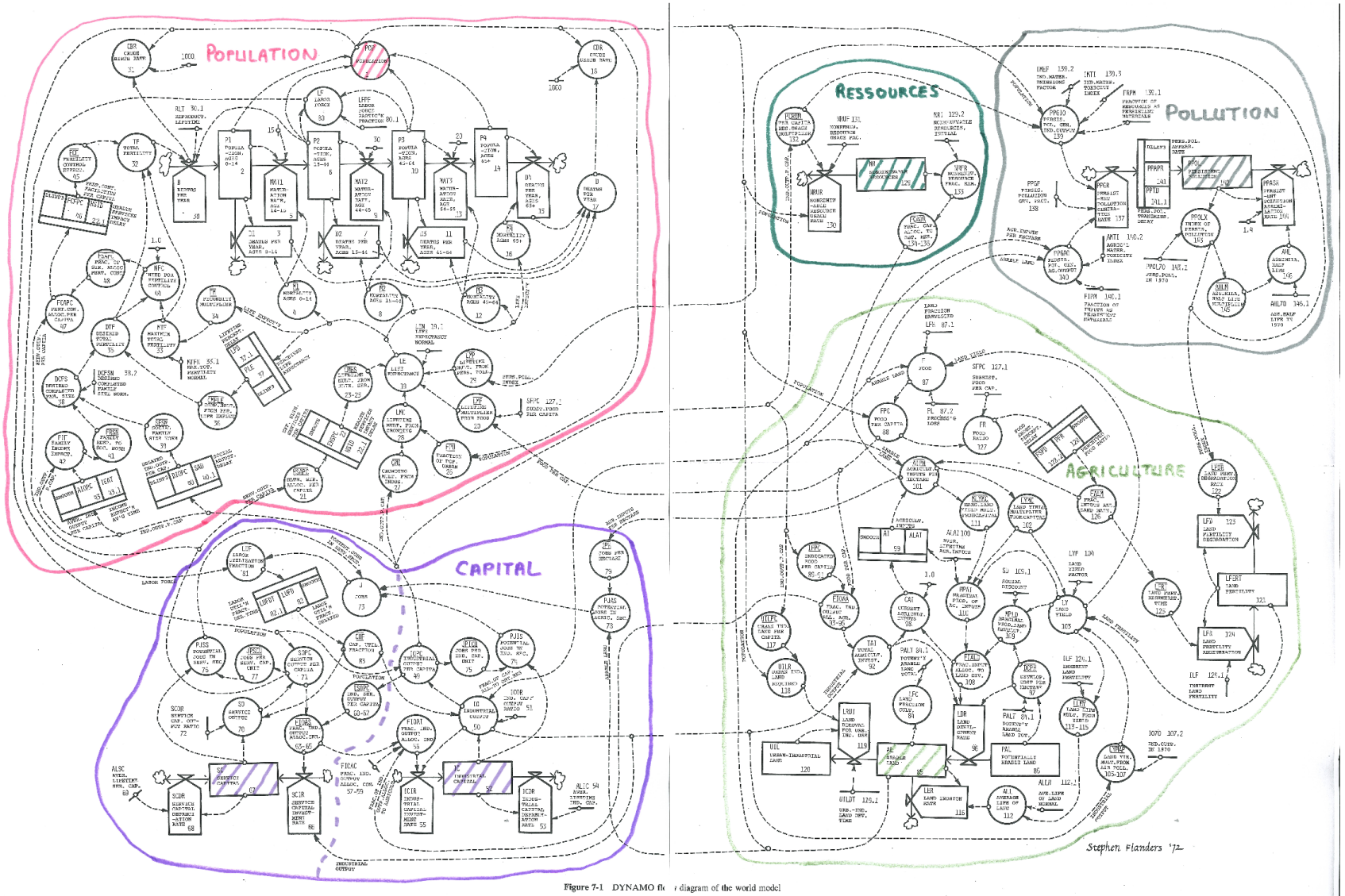
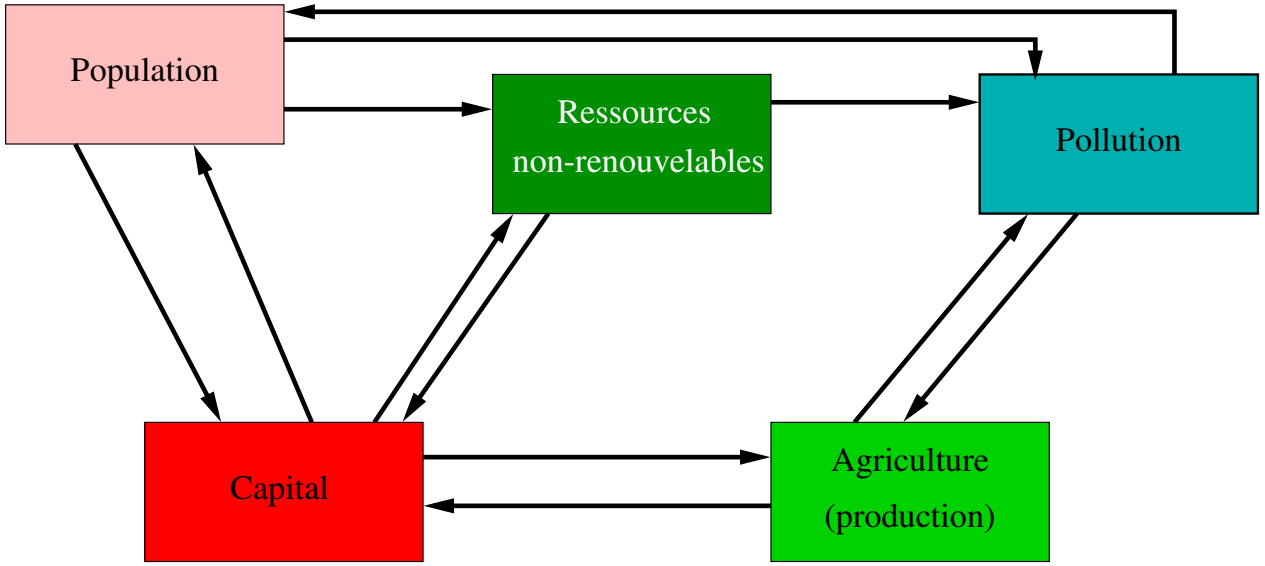


Figure 7-1 DYNAMO flow diagram of the world model

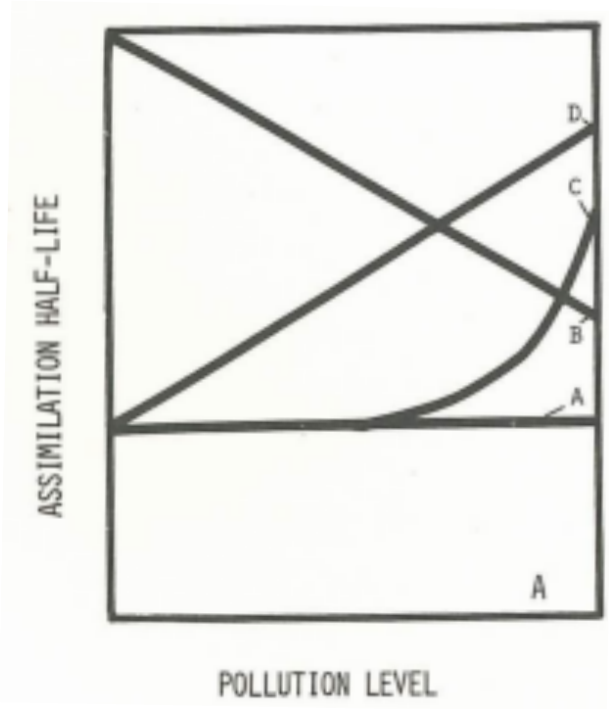
Modèle World 3 : relation entre les cinq grands boîtiers

- agriculture x_1
- capital x_2
- pollution x_3
- population x_4
- ressources non-renouvelables x_5



Modèle World 3 : étude du boîtier « pollution »

- x_3: pollution persistante
- sortie: y (indice de pollution persistante)
- entrées/commandes:
  - u_1 (population x_4)
  - u_2 (ressource par personne)
  - u_3 (terres arables x_1)
  - u_4 (engrais par hectare)

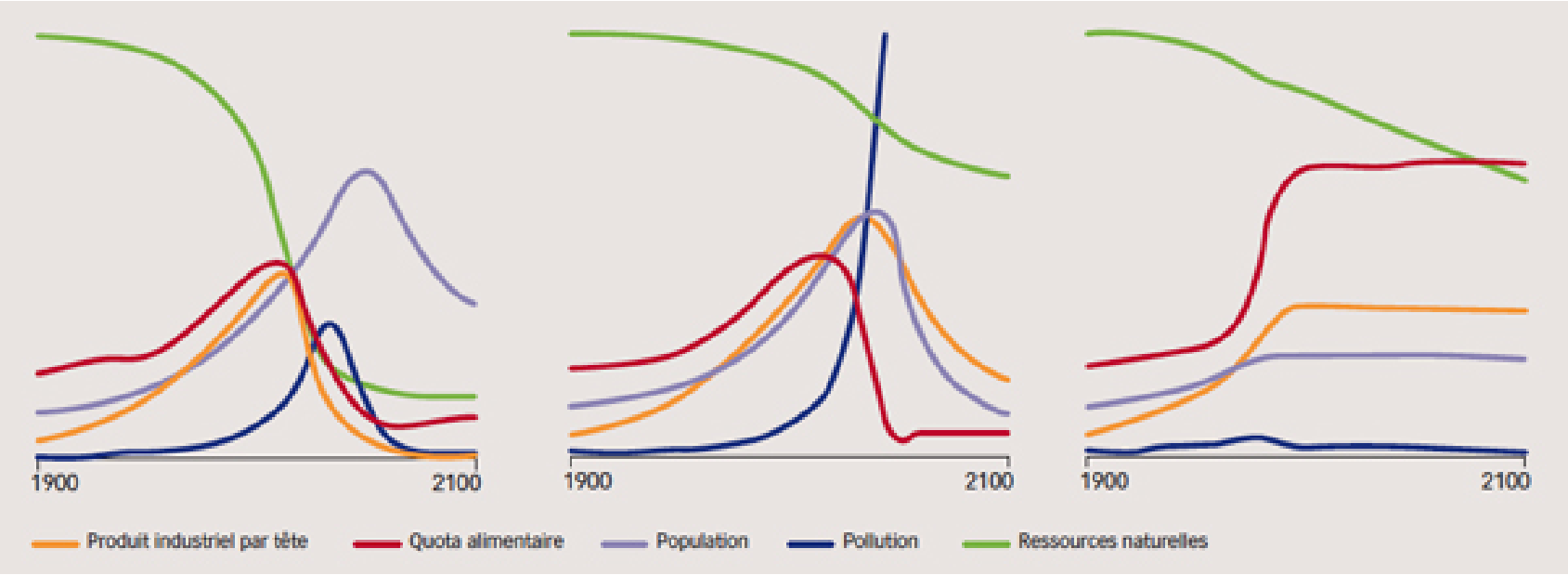


$$\dot{x}_3 = \left(2.10^{-2} u_1 u_2 + 10^{-4} u_3 u_4\right) - \frac{x_3}{f(x_3/\tilde{x})}$$

avec $\tilde{x}$ référence à 1970 et f fonction tabulée de non-assimilation de pollution (demi-vie)

source : D. Meadows et al., "Dynamics of growth in a finite world", 1974

Modèle World 3 : quelques scénarios tendanciels



Scénarios

- Gauche : même croissance qu'en 1970
- Centre : utilisation accrue des ressources non-renouvelables
- Droite : fécondité à 2, pas de croissance, technologies avancées

source : F. Rechenmann, "Limites de la croissance", Interstices, 2014 (image: V. Landrin)

Section 3 : Critères du système-Terre

Critères: vision « sociétés humaines »

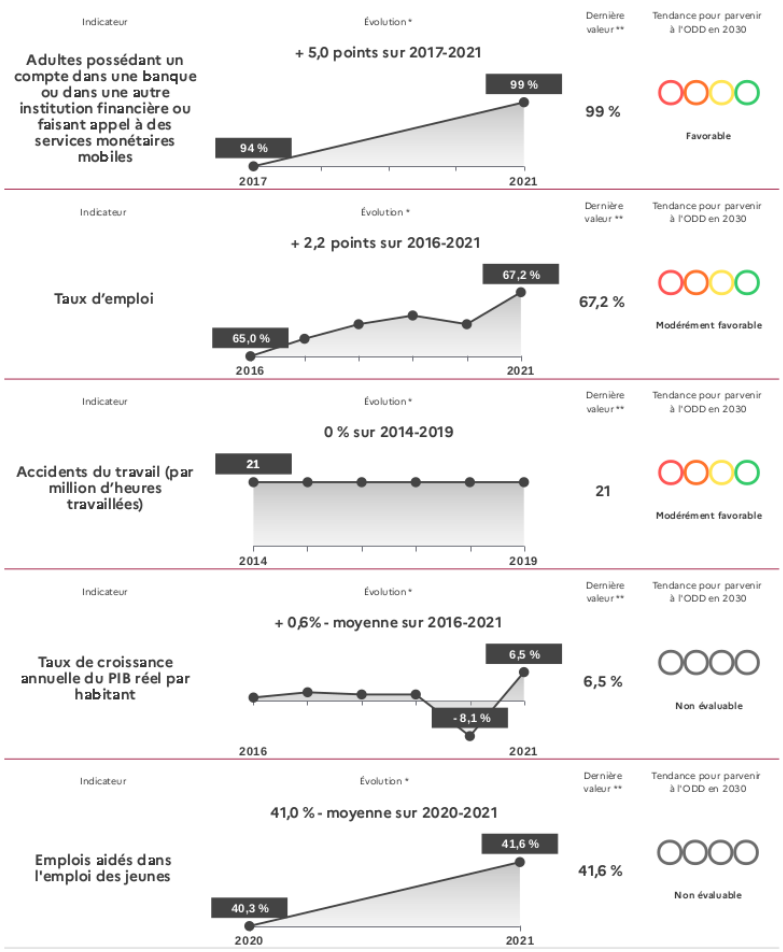
- Objectifs de Développement Durable (ODD) adoptés en 2015
- Objectifs non-contraignants pour 2030 : c'est une boussole
- Chacun ODD est lui-même composé de plusieurs sous-critères
- *Global Sustainability Development Reports* réguliers

source : http://www.agenda-2030.fr

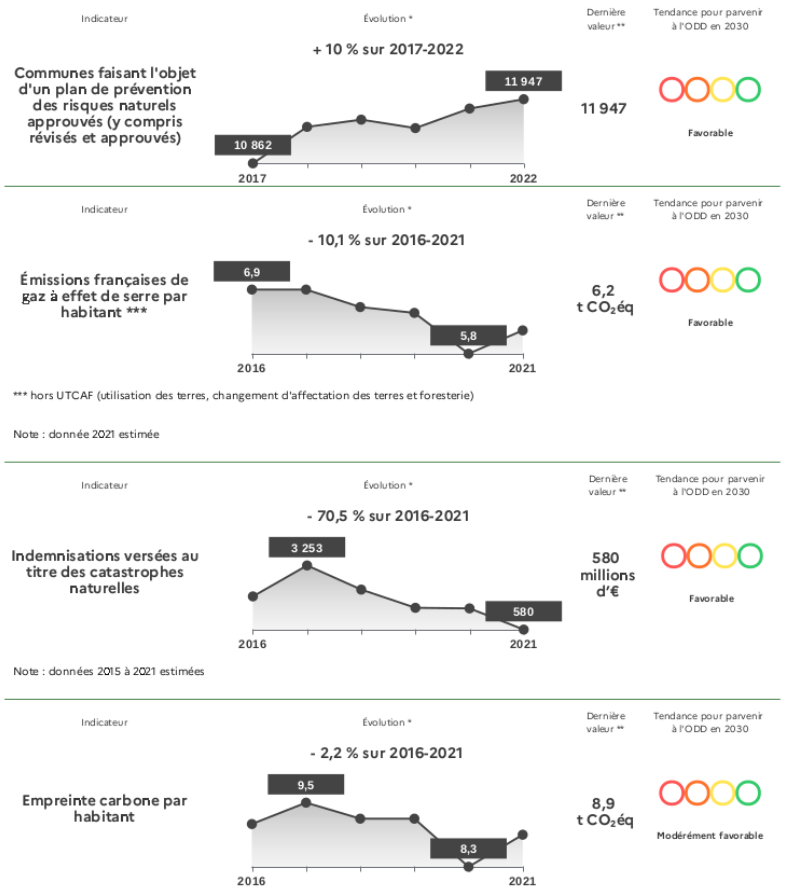
ODD8 (emploi) et ODD13 (climat) en France

En France, suivi par le Conseil National de l'Information Statistique

ODD8



ODD13



Critères: vision « planète biologique »

Limites planétaires, au nombre de 9, développées en 2009 par le *Stockholm Resilience Center* de l'Université

- identifier les phénomènes biologiques perturbés provoquant des changements environnementaux non controlés
- la perturbation provient des activités humaines

  Exemple: modification des sols → déclin de la biodiversité

  ↪ augmentation du risque d'inondations

  ↪ réduction du stockage naturel de carbone
- quantifier les limites de ces phénomènes

Rester à l'intérieur des limites garantit de bonnes conditions de vie pour l'humanité. C'est un « espace de fonctionnement sécurisé pour la vie humaine ». Attention: ces limites ne sont pas des limites de ressources ($\neq$ pic du Guano vers 1890)

source : J. Rockström et al., "A safe operating space for humanity", Nature, 2009

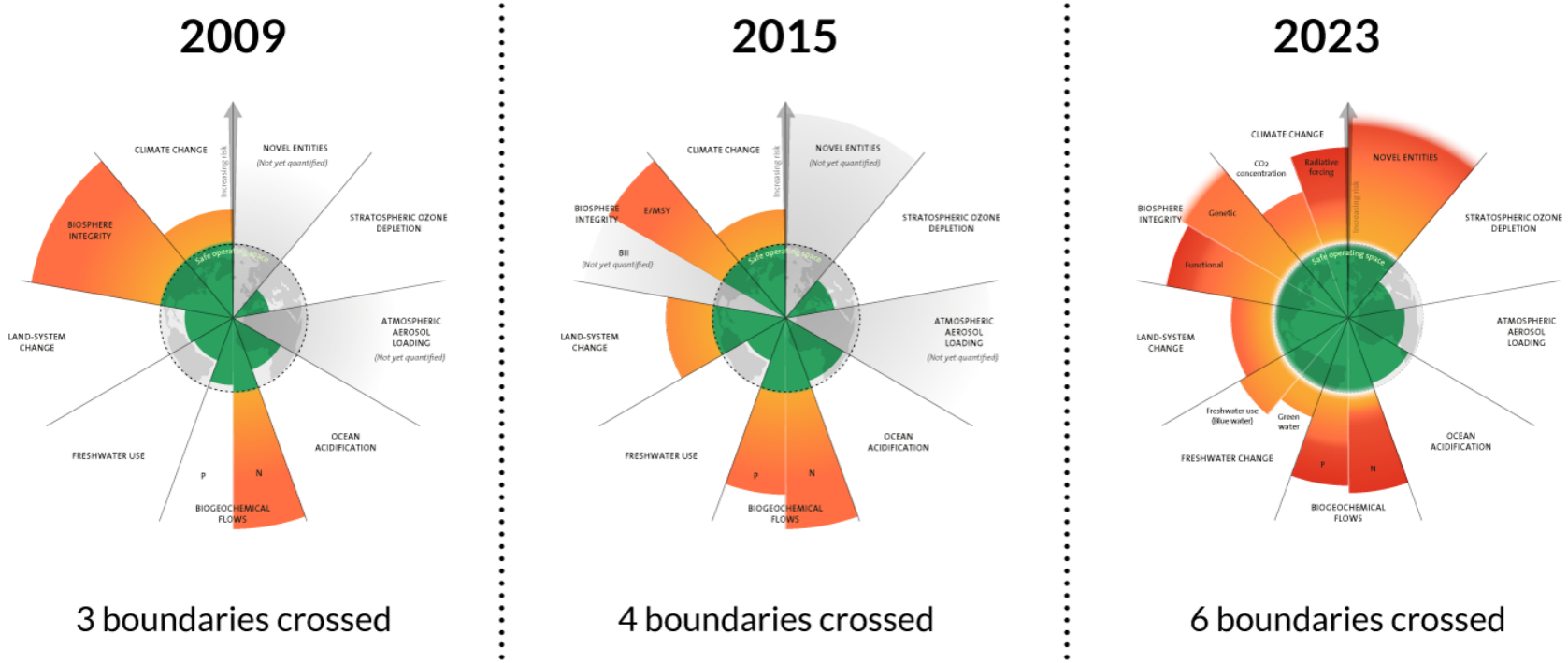
Limites considérées (1/2)

Phénomène	2009/2023	seuil	pré-indus.
Réchauffement planétaire			
(concentration CO_2 en ppm)	380/415	350	280
(rayonnement radiatif $W.m^{-2}$)	1.5/2.9	1	0
Basculement	Fonte définitive des glaces		
Biosphère/biodiversité			
(extinction d'espèces en ppm/an)	100	*10*	1
(production pris par l'Homme en %)	30	*10*	2
Basculement	Un ordre de grandeur		
Cycles biochimiques			
(N: apport en Tg/an^{-1})	190	60	0
(P: rejet dans l'océan en Tg/an^{-1})	18	6	0
Basculement	Problème d'anoxie		
Couche d'ozone			
(O_3 en Dobson=$0.44 mol/m^2$)	283/285	275	275
Basculement	Protection aux ultra-violets		

Limites considérées (2/2)

Phénomène	2009/2023	seuil	pré-indus.
Acidification des océans (aragonite/$CaCO_2$ saturés en %)	2.9/2.8	2.8	3.44
Basculement	Formation des exosquelettes		
Usage de l'eau douce (consommation en km^3/an)	2600/4300	*4000*	415
Basculement	Besoin des écosystèmes		
Modification des usages des sols (forêts originelles en champs en %)	85/60	*75*	99
Basculement	Puits carbone		
Aérosols atmosphériques (profondeur optique interhémisphère)	? /0.076	*0.1*	0.03
Basculement	Précipitations		
Pollution chimique (nouvelles entités non sécurisées)	?/$>$ 1	*0*	0
Basculement	Santé		

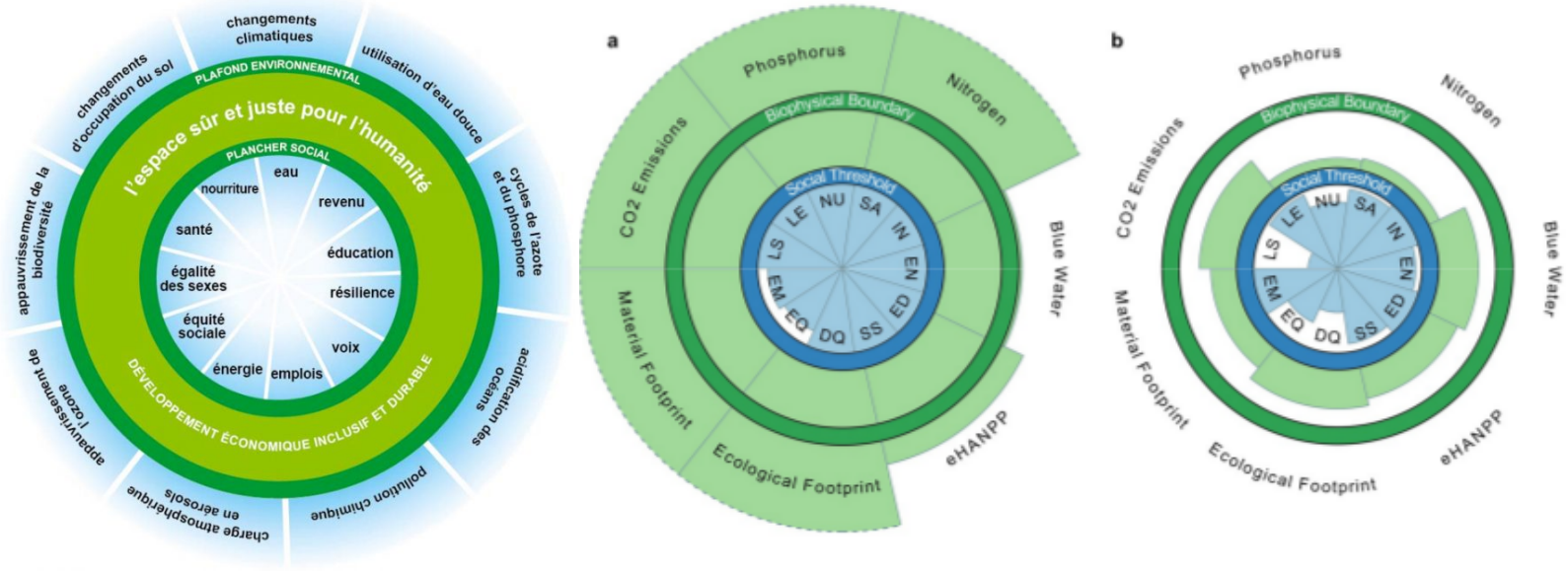
Limites planétaires au cours du temps



- Première évaluation complète en septembre 2023
- Attention critères statiques

source : K. Richardson et al., "Earth beyond six of nine planetary bounds", Science Advances, 2023

Critères: vision « socio-environnementale »



- Théorie du Donut
- Plancher social (11 ODDs) et plafond environnemental (9)

source : K. Raworth, "A safe and just space for humanity : can we live within the doughnut?", 2012 ; D. O'Neil, "A good life for all within planetary boundaries", Nature Sustanaibility, 2018

Lien entre critères

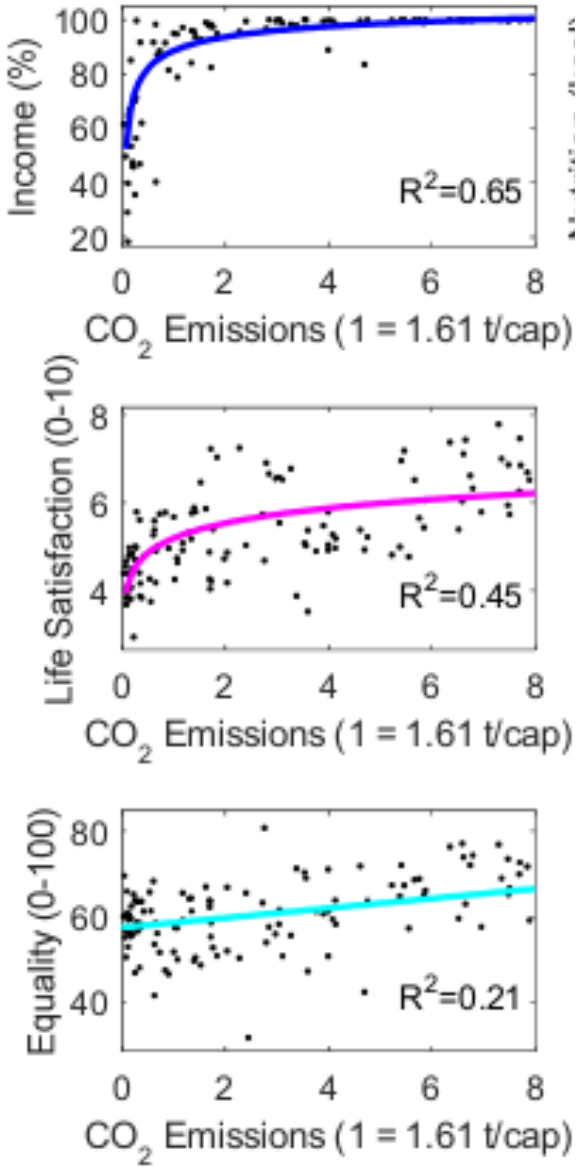
Régression $\hat{f}$:

- $y = \alpha_1 + \beta_1 x$
- $y = \alpha_2 x^{\beta_2}$ (modèle élastique)
- $y = \alpha_3 + \beta_3 \log(x)$
- $y = \alpha_4 e^{\beta_4 x}$

Qualité de l'interpolation:

- Paires $(x_i, y_i)_{i \in \mathcal{I}}$ des données réelles
- $\hat{y}_i = \hat{f}(x_i)$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i \in \mathcal{I}} (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i \in \mathcal{I}} (y_i - \overline{y})^2}$$



Amélioration des critères (1/3)

Optimisation multi-critères

$$\max_{\mathbf{x}\in\mathcal{C}} f_i(\mathbf{x}), \ \forall i$$

1. On ne retient qu'un seul critère i_0 (ex.: le CO_2, le PIB)

$$\max_{\mathbf{x}\in\mathcal{C}} f_{i_0}(\mathbf{x})$$

2. On agrège des critères (ex.: empreinte environnementale)

$$\max_{\mathbf{x}\in\mathcal{C}} \sum_i w_i f_i(\mathbf{x})$$

Remarques

- Des critères contradictoires (ex.: ODD 9 avec 14/15)
- Facile de trouver un i_0 qui convient (autoroute $\Rightarrow$ ODD 9)

Amélioration des critères (2/3)

3. On encadre les fonctions (via la théorie du Donut)

$$\mathbf{x} \in \mathcal{C}, \quad \text{t.q.} \quad f_i(\mathbf{x}) \geq c_i, i \in \mathcal{I}_f \text{ et } f_i(\mathbf{x}) \leq c_i, i \in \mathcal{I}_c$$

$\hookrightarrow$ introduction de fonction barrière (logarithmique)

$$\max_{\mathbf{x} \in \mathcal{C}} \sum_{i \in \mathcal{I}_f} \log(f_i(\mathbf{x}) - c_i) + \sum_{i \in \mathcal{I}_c} \log(c_i - f_i(\mathbf{x}))$$

4. Pareto : points ne permettant pas une amélioration uniforme

$$\mathcal{P} = \{\mathbf{x}' \in \mathcal{C} | \{\mathbf{x} \in \mathcal{C} | f_i(\mathbf{x}') < f_i(\mathbf{x}), \forall i\} = \emptyset\}$$

$f_1(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ et $f_2(x_1, x_2) = \frac{x_1}{x_1 + x_2}$ avec $(x_1, x_2) \in [0, 1]^2$

- Si $i_0 = 1$, $(x_1^\star, x_2^\star) = (1, 1)$
- Si $f = f_1 + 4f_2$, $(x_1^\star, x_2^\star) = (1, 0)$
- Si $f_1 \geq 0.5$, $f_2 \leq 0.25$, $(x_1^\star, x_2^\star) = (0, 1)$
- Pareto : $(x_1^\star, x_2^\star) = (1, 1)$

Amélioration des critères (3/3)

Restriction au cas 1.. Transformation en

$$\max_{\mathbf{x}} \left(f_{i_0}(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x}) \right)$$

- $\mathbf{x} \in \mathcal{C} \rightarrow$ fonction pénalité $g(\mathbf{x})$
- g doit être de même nature que f_{i_0}
  - Passage d'impact autorisé $\mathbf{x} \in \mathcal{C}$ à g une fonction « dommages monétaires »
  - Choix de g : politique (géo-ingénierie ?), idéologique (valeur contre valeur d'usage ?), économique (taux d'actualisation ?, poids du futur ?)
  - Passage d'une approche coût/performances à coût/bénéfices

Exemple : impact CO_2 via le modèle DICE

Dans les premières simulations, on obtient la température optimale $x^\star = +3^{\circ}\mathrm{C}$ et alors $x^\star \notin \mathcal{C}_{\mathrm{GIEC}}$

source : A. Pottier, "Comment les économistes réchauffent le climat", 2016

Conclusion

Savoir :

- Notion de systèmes dynamiques
- Quelques idées de trajectoires de convergence de ces systèmes
- Notion de multi-critères (physiques et sociétaux)

Savoir-faire :

- Analyser un système dynamique (ce qui est pris en compte, ce qui est écarté, etc)
- Simuler un système dynamique
- Construire des systèmes dynamiques (sur des exemples simples)
- Analyser des manipulations de critères