Exercices d'économie industrielle

Cours 04 et 05 : la différenciation et la publicité

Marc Bourreau

Exercice 1 (exercice de cours) : Concurrence à la Hotelling

Deux entreprises vendent des produits différenciés horizontalement. Elles sont situées chacune aux extrémités d'une ville linéaire de longueur 1. La firme 0 est située en 0 et la firme 1 est située en 1. M consommateurs sont uniformément répartis entre 0 et 1.

Chaque consommateur obtient un surplus v lorsqu'il achète son bien préféré mais subit un coût de transport λD^2 quand il achète un produit situé à une distance D de sa localisation (D^2 : carré de D). On suppose que v est suffisamment grand, de telle sorte que tous les consommateurs achètent une unité du bien. Les firmes n'ont pas de coûts fixes de production, mais des coûts marginaux égaux c.

Les entreprises se font concurrence en prix.

1. Déterminez la fonction de demande de chaque firme en fonction des prix choisi. Expliquez pourquoi le prix de l'entreprise j, noté $p(j)$, est présent dans la fonction de demande de l'entreprise i. Quel est l'effet du prix choisi par l'entreprise j sur la demande de l'entreprise i ?
2. Trouvez les prix choisis par les firmes à l'équilibre. Comment les prix d'équilibre varient-ils avec λ ?

Correction :

1. Il s'agit d'un exercice de cours. La seule différence est qu'il y a une quantité M de consommateurs ici au lieu d'une quantité fixée à 1 dans le cours.

On procède comme dans le cours. Pour déterminer les fonctions de demande, on commence par calculer la position du consommateur marginal dans la ville. Sa position x est telle qu'il soit indifférent entre acheter à la firme 0 et à la firme 1 :

$$v - p_0 - \lambda x^2 = v - p_1 - \lambda(1-x)^2.$$

Les termes en x^2 s'éliminent, il reste une équation du premier degré en x, et on trouve alors facilement :

$$x = \frac{1}{2} + \frac{p_1 - p_0}{2\lambda}.$$

Les fonctions de demande des deux firmes sont alors égales à :

$$D_0 = x = \frac{1}{2} + \frac{p_1 - p_0}{2\lambda} \qquad D_1 = 1 - x = \frac{1}{2} + \frac{p_0 - p_1}{2\lambda}.$$

De manière générique, on peut écrire la fonction de demande de la firme i comme suit, en considérant que j désigne sa concurrente :

$$D_i = x = \frac{1}{2} + \frac{p_j - p_i}{2\lambda}.$$

Le prix p_j est présent dans la fonction de demande de la firme i car les biens des deux firmes sont *substituts*. On voit que D_i augmente quand p_j augmente.

2. Pour déterminer les prix d'équilibre, on écrit les fonctions de profit. Par exemple, pour la firme 0 :

$$\pi_0 = (p_0 - c)\left(\frac{1}{2} + \frac{p_1 - p_0}{2\lambda}\right).$$

On dérive ce profit par rapport à p_0 pour obtenir le prix qui maximise le profit :

$$\frac{1}{2} + \frac{p_1 - p_0}{2\lambda} - \frac{p_0 - c}{2\lambda} = 0. \tag{1}$$

Les deux entreprises sont symétriques (identiques), donc on recherche un "équilibre symétrique" où les firmes fixent le même prix. Donc, on peut réécrire l'équation (1) avec $p_0 = p_1 = p$:

$$\frac{1}{2} - \frac{p\_c}{2\lambda} = 0,$$

d'où on tire $p = c + \lambda$. Le prix d'équilibre augmente avec λ, ce qu'on interprète comme le fait que la différenciation augmente le pouvoir de marché.

Exercice 2 (exercice de cours) : Le modèle de différenciation verticale

Résoudre le modèle de différenciation verticale du cours.

Exercice 3 ($\star\star$) : Concurrence à la Hotelling avec investissements en qualité

On étudie deux firmes en concurrence dans un cadre de différenciation horizontale à la Hotelling. On considère un segment $[0, 1]$ de différenciation, et on suppose qu'une firme (la firme 1) est positionnée à l'extrémité gauche du segment (en 0) tandis que l'autre firme (la firme 2) est positionnée à l'extrémité droite du segment (en 1). Les positionnements des deux firmes sont fixés.

Une masse 1 de consommateurs est distribuée de façon uniforme sur le segment $[0, 1]$. Les consommateurs supportent un coût de transport linéaire lorsqu'ils n'achètent pas leur variété préférée : si un consommateur achète une variété distante de d de sa variété idéale, son coût de transport est égal à td.

Les firmes 1 et 2 proposent un bien dont la qualité peut varier ; on note v_1 la qualité du bien proposé par la firme 1, et v_2 la qualité du bien proposé par la firme 2. On suppose que v_1 et v_2 ne sont pas trop différents, de telle sorte que chaque firme ait une part de marché positive à l'équilibre. La qualité entre dans la fonction d'utilité de la façon suivante. Par exemple, un consommateur situé à un distance x de la firme 1 et $1-x$ de la firme 2 obtient comme utilité $v_1 - tx - p_1$ s'il achète le bien de la firme 1 au prix p_1 et $v_2 - t(1-x) - p_2$ s'il achète le bien de la firme 2 au prix p_2.

On suppose enfin que les coûts marginaux de production pour les deux firmes sont égaux à 0.

1. On considère pour commencer un jeu à une étape de concurrence en prix (avec choix de prix simultanés). Déterminez les fonctions de réaction $p_1 = R_1(p_2)$ et $p_2 = R_2(p_1)$. A partir de ces fonctions de réaction, déterminez l'équilibre de Nash de la concurrence en prix et donnez l'expression des prix à l'équilibre, $p_i(v_i, v_j)$. Enfin, donnez l'expression des fonctions de profit à l'équilibre sous la forme $\Pi_i(v_i, v_j)$.
2. On modifie maintenant le jeu de la manière suivante. On suppose que dans une première étape, les firmes choisissent simultanément la qualité de leurs biens, et que le choix d'un niveau de qualité v entraîne un coût d'investissement $\phi(v)$ avec $\phi'(v) > 0$ et $\phi''(v) < 0$. Montrez que, comme dans le modèle d'Hotelling avec choix de localisation endogènes, ce jeu d'investissement en coût marginal donne lieu à un effet direct et à un effet stratégique. Expliquez quels sont ces deux effets.

Correction :

1. Il s'agit du modèle de Hotelling mais avec des firmes asymétriques, car il est possible que les qualités de leurs biens soient différentes. On commence

par déterminer les fonctions de demande. Pour cela, on calcule la position x du consommateur marginal :

$$v_1 - p_1 - tx = v_2 - p_2 - t(1-x).$$

On trouve facilement que :

$$x = \frac{1}{2} + \frac{v_1 - v_2}{2t} + \frac{p_2 - p_1}{2t}.$$

Les fonctions de demande des deux firmes sont alors égales à :

$$D_1 = x = \frac{1}{2} + \frac{v_1 - v_2}{2t} + \frac{p_2 - p_1}{2t}$$

$$D_2 = 1 - x = \frac{1}{2} + \frac{v_2 - v_1}{2t} + \frac{p_1 - p_2}{2t}.$$

On peut maintenant écrire les fonctions de profit des deux entreprises :

$$\Pi_1 = (p_1 - c)D_1 = (p_1 - c)\left[\frac{1}{2} + \frac{v_1 - v_2}{2t} + \frac{p_2 - p_1}{2t}\right]$$

$$\Pi_2 = (p_2 - c)D_2 = (p_2 - c)\left[\frac{1}{2} + \frac{v_2 - v_1}{2t} + \frac{p_1 - p_2}{2t}\right].$$

La firme 1 maximise son profit par rapport à p_1, la firme 2 maximisant son profit par rapport à p_2.

Par exemple, pour la firme 1, la condition sur le prix qui donne le profit maximum est la condition du premier ordre, qui est la condition qui dit que la dérivée du profit par rapport au prix est nulle :

$$\frac{d\Pi_1}{dp_1} = 0 = \frac{1}{2} + \frac{v_1 - v_2}{2t} + \frac{p_2 - p_1}{2t} - \frac{p_1 - c}{2t}.$$

En résolvant cette équation du premier degré en p_1, on obtient la fonction de réaction de la firme 1 :

$$p_1 = R_1(p_2) = \frac{1}{2}\left[c + t + p_2 + v_1 - v_2\right].$$

Par symétrie, la fonction de réaction de la firme 2 s'écrit (il suffit d'intervertir les indices 1 et 2) :

$$p_2 = R_1(p_1) = \frac{1}{2}\left[c + t + p_1 + v_2 - v_1\right].$$

A l'équilibre de Nash, les fonctions de réaction se croise, donc on doit avoir $p_1 = R_2(R_1(p_1))$, soit :

$$p_1 = \frac{1}{2}\left[t + c + \frac{1}{2}(t + c + p_1 + v_2 - v_1) + v_1 - v_2\right],$$

ce qui donne

$$p_1(v_1, v_2) = c + t + \frac{v_1 - v_2}{3},$$

et donc

$$p_2(v_1, v_2) = c + t + \frac{v_2 - v_1}{3}.$$

On obtient alors les profits des deux entreprises en insérant ces valeurs des prix d'équilibre dans leurs fonctions de profit :

$$\Pi_1(v_1, v_2) = \frac{1}{2t}\left(\frac{3t + v_1 - v_2}{3}\right)^2 \qquad \Pi_2(v_1, v_2) = \frac{1}{2t}\left(\frac{3t + v_2 - v_1}{3}\right)^2.$$

2. A la première étape, les deux firmes choisissent leurs niveaux de qualité v_1 et v_2. Par exemple, pour la firme 1, on peut écrire la fonction de profit comme suit :

$$\Pi_1(v_1, v_2) = (p_1(v_1, v_2) - c)D_1(v_1, v_2, p_1(v_1, v_2), p_2(v_1, v_2)) - \phi(v_1).$$

La condition du premier ordre de maximisation de ce profit par rapport à v_1 s'écrit :

$$\frac{d\Pi_1}{dv_1} = \frac{\partial \Pi_1}{\partial v_1} + \frac{\partial \Pi_1}{\partial p_2}\frac{\partial p_2(v_1, v_2)}{\partial v_1} - \phi'(v_1). \qquad (2)$$

On peut ignorer le terme $\frac{\partial \Pi_1}{\partial p_1}\frac{\partial p_1(v_1,v_2)}{\partial v_1}$ car il est égal à 0. C'est le "théorème de l'enveloppe" : la dérivée de Π_1 par rapport à p_1 est égale à 0 en $p_1 = p_1(v_1, v_2)$.

Dans l'équation (2), le premier terme représente l'effet direct d'une augmentation de la qualité : en augmentant sa qualité, la firme 1 augmente sa demande et donc son profit. Le second terme représente l'effet indirect ou stratégique : en augmentant sa qualité, la firme 1 entraîne une réaction stratégique de la firme 2 qui baisse son prix p_2. Cette baisse de prix conduit à une baisse de la demande de la firme 1 et donc à une baisse de son profit.

Exercice 4 (exercice de cours) : Investissement en publicité

Un site Internet en monopole sur son marché dépense 20% de son chiffre d'affaires en publicité. A travers des études marketing, le site a évalué que l'élasticité-prix de la demande était de 2. En utilisant la formule de Dorfman-Steiner, déterminez l'élasticité de la demande à la publicité sur ce marché.

Correction :

On utilise la formule de Dorfman-Steiner (DS). D'après l'énoncé, le ratio investissement publicitaire sur chiffre d'affaires est égal à $a/R = 20\% = 0.2$. Par ailleurs, l'élasticité-prix de la demande vaut $\epsilon = 2$. Selon DS, $a/R = \eta/\epsilon$, donc l'élasticité de la demande à la publicité est égale à $\eta = a/R * \epsilon = 0.4$.