# Propagation de contraintes pour la segmentation et la reconnaissance de structures anatomiques à partir d'un modèle structurel

Olivier Nempont\*, Jamal Atif<sup>†</sup>, Elsa Angelini\*, Isabelle Bloch\*

\* Télécom ParisTech - CNRS UMR 5141 LTCI - Paris {prénom.nom}@telecom-paristech.fr † US ESPACE, IRD-Cayenne, Guyane Française jamal.atif@gmail.com

#### Résumé

L'interprétation de scènes complexes nécessite des connaissances sur les objets constituant la scène et leur organisation spatiale. Dans ce cadre, nous proposons une méthode de segmentation et de reconnaissance simultanées d'objets dans des images, s'appuyant sur une représentation structurelle de la scène et sur une méthode de propagation de contraintes. Les contributions de cet article sont illustrées sur l'exemple de la reconnaissance de structures du cerveau dans des images IRM. Le modèle structurel est un graphe décrivant ces structures, leur apparence et leurs relations spatiales représentées par des modèles flous. La méthode de résolution proposée est une méthode globale originale qui recherche une solution (c'est-à-dire l'affectation de régions de l'espace aux structures anatomiques du modèle) satisfaisant les relations du modèle structurel. Nous proposons de réduire progressivement l'espace de solutions par l'exclusion des affectations incohérentes avec un réseau de contraintes construit à partir du modèle structurel. La segmentation finale de chaque structure est réalisée par l'extraction d'une surface minimale.

**Mots-clés** : Propagation de contraintes, relations spatiales floues, reconnaissance de structures dans les images, imagerie cérébrale.

#### Abstract

Interpreting complex scenes involves knowledge about the objects in the scene and their spatial arrangement. We propose a method for simultaneously segmenting and recognizing objects in images, based

O. Nempont travaille maintenant au laboratoire Medisys, Philips Healthcare. Ce travail a été financé par l'INCA, l'institut Carnot et l'institut Télécom. on a structural representation of the scene and on a constraint propagation method. The contributions of this paper are illustrated on the example of brain structure recognition in MRI images. The structural model is a graph representing the anatomical structures, their appearance and their spatial relations, represented by fuzzy models. The proposed solver is an original global method extracting a solution (i.e. the assignment of regions of space to the anatomical structures of the model) according to the relations of the structural model. We propose to progressively reduce the solution domain by excluding assignments that are inconsistent with a constraint network derived from the structural model. The final segmentation of each structure is performed as a minimal surface extraction.

*Key-words*: Constraint propagation, fuzzy spatial relations, structure recognition in images, brain imaging.

## **1** INTRODUCTION

L'interprétation automatique de scènes complexes telles que le cerveau requiert l'utilisation d'un modèle comportant des connaissances sur les structures composant la scène. Dans le cas d'une scène simple où tous les objets présentent une radiométrie différente, une information *a priori* sur cette propriété peut être suffisante pour réaliser la reconnaissance des objets. Ce n'est pas le cas d'une image du cerveau par résonance magnétique (IRM) car la radiométrie des structures à reconnaître n'est pas toujours discriminante. Nous sommes donc amenés à utiliser d'autres caractéristiques telles que l'agencement spatial des structures.

L'anatomie cérébrale présente une certaine régularité, ce qui a conduit à l'élaboration d'atlas anatomiques et fonctionnels [65] sous forme iconique. Leur utilisation pour guider des tâches de segmentation et de reconnaissance automatiques repose sur leur mise en correspondance avec l'image à reconnaître. Les premières approches proposées [14, 25, 36] utilisent un atlas obtenu à partir d'un cas unique annoté manuellement sous l'hypothèse de l'existence d'une correspondance point à point entre les différentes images. Cependant cette hypothèse n'est pas nécessairement vérifiée en raison de la variabilité anatomique importante notamment au niveau du cortex. Ainsi des atlas « moyens » ou probabilistes sont souvent utilisés [45], réduisant l'amplitude de la transformation à rechercher. Cependant la gestion des variabilités importantes est toujours problématique et l'application directe de ces processus en présence de tumeurs cérébrales reste difficile à cause des déformations induites par la tumeur. Dans ce dernier cas, deux approches ont été proposées pour adapter le processus. La première consiste à introduire manuellement dans l'atlas une graine de la tumeur présentant l'intensité observée de la tumeur [24]. La seconde [71] repose sur une modélisation plus fine de l'anatomie et de la déformation induite par la tumeur, prenant en compte les propriétés biomécaniques des tissus cérébraux ainsi qu'un modèle de croissance de tumeur.

La variabilité de la forme des structures n'étant pas uniforme, il est intéressant d'apprendre et de modéliser les principaux modes de variation de chaque structure, par exemple par analyse en composantes principales sur un ensemble d'exemples représentés sous la forme de vecteurs de points [22, 23] ou implicitement comme le niveau 0 d'une carte de distance signée [41]. Des extensions [66, 70] de [41] permettent de construire des modèles multiformes, intégrant ainsi implicitement l'agencement spatial des structures qui sont apprises simultanément. Cependant de tels modèles peuvent difficilement être adaptés aux cas oncologiques.

L'agencement structurel de l'anatomie cérébrale est connu et stable chez des sujets sains. Il reste même relativement stable en présence de pathologies. Cet agencement structurel peut être décrit sous la forme de relations spatiales entre structures comme cela est généralement fait dans les descriptions anatomiques [34, 69]. L'ensemble de ces relations spatiales forme ainsi une représentation compacte de l'anatomie (même si cette représentation est incomplète) permettant de s'affranchir partiellement de la variabilité anatomique normale. Il possède ainsi de bonnes propriétés de généralisation.

Réaliser la reconnaissance en utilisant un tel modèle consiste à obtenir des régions de l'image satisfaisant les relations portées par ce modèle. Pour cela il est possible de s'appuyer sur une segmentation préliminaire de l'image, de laquelle peut être extraite une représentation sous forme de graphe (les nœuds représentant les régions de la segmentation sont valués par des propriétés telles que le volume de la région et les arcs représentent par exemple des relations spatiales satisfaites par les régions de la segmentation). Le processus de reconnaissance peut alors être exprimé comme la mise en correspondance [15, 21] exacte (isomorphisme de graphes) ou inexacte du graphe représentant la segmentation et du graphe représentant le modèle structurel. L'estimation d'une annotation optimale est un problème combinatoire difficile (dans la plupart des cas NP complet). Une autre approche consistant à supprimer itérativement les annotations incohérentes par un processus de propagation de contraintes a été proposée dans [57, 68]. Cette méthodologie a été illustrée pour l'annotation de figures géométriques simples mais n'extrait pas nécessairement une annotation unique. Dans [37, 64] l'annotation de segmentations d'images naturelles est réalisée suivant cette approche.

Cependant ces approches supposent que la segmentation initiale est correcte. Or celle-ci est en général imparfaite et il n'existe pas d'isomorphisme entre les graphes représentant le modèle et la segmentation. Une mise en correspondance inexacte doit donc être réalisée, par exemple par l'extraction d'un morphisme flou [53, 16] entre ces graphes. Dans [26, 27], les auteurs utilisent une sur-segmentation de l'image, plus facile à obtenir. Ils associent explicitement une structure du modèle à un ensemble de régions de la sursegmentation puis formulent le problème de reconnaissance comme un problème de satisfaction de contraintes à deux niveaux. Les variables sont les structures anatomiques à reconnaître et prennent pour valeur un ensemble de régions de la sur-segmentation initiale. Pour réduire la complexité du processus les auteurs considèrent une version affaiblie des relations du modèle. Une adaptation de l'algorithme de propagation AC-4 [47] permet alors de résoudre le problème.

La correction de la segmentation (ou de la sur-segmentation) initiale n'étant pas assurée, il est préférable de réaliser simultanément la segmentation et la reconnaissance. L'approche proposée dans [9, 20] consiste ainsi à extraire séquentiellement les structures anatomiques en suivant un ordre calculé *a priori* [29]. Ce processus débute par l'extraction des structures les plus simples à segmenter. Les relations spatiales du modèle structurel et ces segmentations permettent alors de contraindre l'espace de solutions des structures anatomiques plus délicates à extraire. Plus le processus progresse, plus le nombre de structures restant à extraire est contraint. Cependant ce processus est sensible aux erreurs de segmentation, notamment lorsqu'elles se produisent lors des premières étapes.

Tout en utilisant ce type de modèle structurel, nous proposons ici une méthode de résolution globale originale, visant à extraire une solution (i.e. l'affectation d'une région de l'espace à chaque structure anatomique à reconnaître) satisfaisant les relations du modèle structurel. Pour résoudre ce problème nous proposons de réduire progressivement l'espace de solutions par l'exclusion des affectations incohérentes avec le modèle structurel. Les réseaux de contraintes fournissent un cadre approprié pour la formulation de ce type de problèmes et de méthodes d'optimisation<sup>3</sup>. Nous construirons donc un réseau de contraintes à partir du modèle structurel. Un algorithme de propagation réduira alors l'espace de recherche, ce qui nous permettra dans un deuxième temps d'extraire une solution approximative. La figure 1 illustre ce processus. Initialement nous ne faisons aucune hypothèse sur les objets à reconnaître qui peuvent être associés à n'importe quelle région de l'image. Les contraintes sont alors utilisées pour réduire itérativement l'espace de solutions des variables. Dans la figure 1 nous montrons par exemple la réduction de l'espace de solutions du noyau caudé gauche CNl obtenue en considérant la contrainte « le noyau caudé gauche CNl est extérieur au ventricule latéral gauche LVl ». Lorsque ce processus s'achève, l'espace de solutions des structures du modèle est en général assez réduit. Pour certaines structures, nous obtenons alors un résultat de segmentation et de reconnaissance final par l'extraction d'une surface minimale relativement aux résultats du processus de propagation.

Dans la section 2, nous présentons brièvement le modèle structurel uti-

<sup>3.</sup> Les réseaux de contraintes ont fait l'objet de nombreuses recherches notamment dans les domaines de l'intelligence artificielle et de la recherche opérationnelle. Ils ont notamment été employés pour des problèmes de planification, d'ordonnancement [3, 17, 40], de reconnaissance d'images segmentées [26, 57, 68] ou de segmentation d'images [33, 42].



FIGURE 1 – Représentation schématique de l'approche proposée.

lisé. Le réseau de contraintes proposé est décrit dans la section 3. Nous détaillons l'expression des différentes contraintes et construisons des propagateurs adaptés à chaque type de contrainte. Ces derniers permettent de mettre en œuvre un algorithme de propagation de contraintes réduisant efficacement les domaines des variables. La segmentation finale de chaque structure est alors facilitée puisqu'elle est réalisée dans un espace très réduit. Ces étapes sont illustrées sur un exemple en imagerie cérébrale dans la section 4.

## 2 MODÈLE STRUCTUREL DE L'ANATOMIE

La description de l'anatomie cérébrale se fait usuellement de manière hiérarchique [11, 43] : chaque partie du cerveau est divisée en sous-parties jusqu'à un niveau considéré comme suffisamment fin. Depuis quelques années, un effort important a été fait concernant la conception d'un modèle générique formel de l'anatomie canonique du corps humain : l'ontologie FMA (Foundational Model of Anatomy) [58]. Si l'agencement spatial des structures anatomiques n'est pas encore représenté finement dans ce modèle, la description de l'organisation spatiale et hiérarchique est une composante principale des descriptions linguistiques de l'anatomie [34, 69] qui peut être encodée sous forme de relations spatiales entre les structures. Outre les relations topologiques associées à la notion de hiérarchie, des relations de distance, de direction ou des relations plus complexes telles que « entoure » ou « entre » peuvent être considérées. Une classification de ces relations spatiales est proposée dans [38, 39] distinguant notamment les relations topologiques et les relations métriques.

Le modèle introduit dans [19] représente ainsi l'anatomie cérébrale, sous la forme d'un graphe hiérarchique attribué. Les nœuds de ce graphe représentent des structures cérébrales et intègrent certaines propriétés intrinsèques. Les arcs du graphe représentent les relations spatiales stables entre les objets. Ce modèle a été enrichi [35] afin d'intégrer des connaissances sur la composition des structures (et donc indirectement sur leur apparence dans les données médicales), des connaissances fonctionnelles et des connaissances pathologiques. Ce modèle, de par sa souplesse, permet de représenter et manipuler des informations de natures différentes (symboliques comme des descriptions médicales expertes ou numériques comme les attributs d'apparence ou de taille). Dans cet article, nous utilisons une déclinaison de ce modèle spécifique aux données traitées. Nous en décrivons brièvement le contenu ci-dessous.

Un nœud du graphe représente une structure anatomique telle que le noyau caudé gauche. Il en donne plusieurs propriétés intrinsèques. Outre les données textuelles, il comporte des informations a priori sur sa connexité et sur son volume, cette dernière étant représentée sous la forme d'un intervalle.

Les relations représentées dans le graphe sont de deux types. Les relations spatiales décrivent l'agencement spatial des structures anatomiques et comportent des relations topologiques (inclusion, partition, adjacence) et des relations de distance ou de direction. Les relations radiométriques caractérisent l'apparence des structures dans les données traitées, des IRM. La radiométrie d'une structure dans ces données dépend de caractéristiques intrinsèques des tissus qui la composent mais aussi de paramètres du système d'acquisition en partie inconnus. La radiométrie des structures est donc variable d'une acquisition à l'autre. Cependant pour un protocole d'acquisition donné, le contraste entre les structures reste relativement stable. Par exemple le ratio entre les niveaux de gris observés dans la matière blanche et ceux observés dans le cortex est presque constant. Nous intégrons donc au modèle un ensemble de relations représentant les contrastes stables.

Ce modèle est appris à partir d'un ensemble d'IRM cérébrales segmentées manuellement [2]. Il forme une représentation compacte de l'anatomie (même si cette représentation est incomplète) permettant de s'affranchir partiellement de la variabilité anatomique normale. En effet, la procédure d'apprentissage ne retient qu'un ensemble de relations satisfaites sur l'ensemble de la base d'apprentissage. De plus les relations obtenues sont légèrement plus permissives que les relations réellement observées afin d'obtenir de bonnes propriétés de généralisation.

## 3 RÉSEAUX DE CONTRAINTES ET SEGMENTA-TION

#### 3.1 Rappels sur les réseaux de contraintes

Nous rappelons ici les définitions et notations relatives aux réseaux de contraintes qui nous sont nécessaires. Une introduction plus complète peut être trouvée dans [1, 4, 59].

#### 3.1.1 Définitions générales

Un réseau de contraintes est caractérisé par un triplet  $N = \langle \chi, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$  où :

- $-\chi = \{x_1, \dots, x_n\}$  est l'ensemble des **variables** du problème,
- $\mathcal{D}$  est l'ensemble des **domaines** de définition de ces variables. Une variable  $x_i \in \chi$  est associée à un domaine  $\mathcal{D}(x_i)$ ,
- C est l'ensemble des **contraintes** du problème. Chaque contrainte C = (vars(C), rel(C)) implique un ensemble de variables  $vars(C) \subseteq \chi$  et est représentée par une relation rel(C) définie sur le produit cartésien des domaines associés aux variables vars(C).

Une instanciation I d'un ensemble de variables  $Y = \{x_1, \ldots, x_k\} \subseteq \chi$ est notée  $I = \{(x_1, v_1), \ldots, (x_k, v_k)\}.$ 

- *I* est valide si  $\forall x_i \in Y, v_i \in \mathcal{D}(x_i)$ , le domaine associé à  $x_i$ ,
- -I[Y'] pour  $Y' \subseteq Y$  désigne la projection de I sur les variables de Y',

- I satisfait une contrainte C telle que  $vars(C) \subseteq Y$  si  $I[vars(C)] \in rel(C)$ ,
- *I* est **localement cohérente** si *I* est valide et que pour toute contrainte  $C \in C$  telle que  $vars(C) \subseteq Y$ , I[vars(C)] satisfait *C*.

Une solution du réseau N est une instanciation I sur  $\chi$  localement cohérente. Nous notons sol(N) l'ensemble des solutions de N. Un réseau de contraintes est dit satisfaisable s'il possède au moins une solution.

#### 3.1.2 Propagation de contraintes

L'obtention d'une (ou des) solution(s) d'un réseau de contraintes peut être réalisée directement notamment par un algorithme de retour sur traces [32]. Même si des algorithmes efficaces ont été proposés [60], de nombreux problèmes présentent une complexité trop élevée pour qu'ils soient utilisables.

Préliminairement un algorithme de propagation de contraintes peut être appliqué afin de simplifier le problème. Celui-ci transforme itérativement un réseau initial N en un réseau N' plus simple présentant les mêmes solutions que N. Pour cela il est possible de : (i) réduire les domaines des variables, (ii) déduire de nouvelles contraintes. Une étude détaillée de ces algorithmes est réalisée dans [4]. Nous nous limitons ici aux algorithmes réduisant les domaines.

Soit  $N = \langle \chi, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$ . L'ensemble  $\mathcal{P}_{ND}$  de toutes les **contractions de domaine** de N est l'ensemble des réseaux  $\{N' = \langle \chi, \mathcal{D}', \mathcal{C} \rangle\}$  vérifiant  $\mathcal{D}' \subseteq \mathcal{D}$ . Il est muni de la relation d'ordre notée  $\leq_N$  associée à l'inclusion des domaines. L'ensemble  $\mathcal{P}_{ND}^{sol}$  est le sous-ensemble de  $\mathcal{P}_{ND}$  préservant l'ensemble des solutions, i.e.  $\forall N' \in \mathcal{P}_{ND}^{sol}$ , sol(N') = sol(N).

 $\mathcal{P}_{ND}^{sol}$  possède un plus petit élément  $G_{ND}$  dans lequel toutes les valeurs des domaines appartiennent à une solution. L'obtention de  $G_{ND}$  est un problème NP-difficile [4] (vérifier la cohérence de N revient à vérifier que les domaines de  $G_{ND}$  ne sont pas vides). La propagation de contraintes par réduction de domaines vise donc à obtenir en temps polynomial un élément de  $\mathcal{P}_{ND}^{sol}$ , aussi petit que possible. Cela peut être réalisé par des applications successives d'opérateurs, les **propagateurs**, supprimant des valeurs ne pouvant pas appartenir à une solution sur des critères de cohérence locale. Un propagateur f est associé à une contrainte  $C \in \mathcal{C}$ . Il réduit les domaines  $(\forall N' \in \mathcal{P}_{ND}, f(N') \in \mathcal{P}_{N'D})$  indépendamment des autres contraintes. Un propagateur f est :

- correct si  $\forall N' \in \mathcal{P}_{ND}^{sol}, f(N') \in \mathcal{P}_{N'D}^{sol},$
- croissant si  $\forall N_1, N_2 \in \mathcal{P}_{ND}, N_1 \leq_N N_2 \Rightarrow f(N_1) \leq_N f(N_2),$
- idempotent si  $\forall N' \in \mathcal{P}_{ND}, f(f(N')) = f(N').$

Un processus de propagation consistant à appliquer itérativement un ensemble de propagateurs s'achève lorsque plus aucun propagateur ne permet de réaliser de réduction. Si les propagateurs sont monotones ce qui est en général le cas, le réseau obtenu à la convergence ne dépend pas de l'ordre d'application des propagateurs et est appelé plus grand point fixe. Les propagateurs sont souvent associés à une notion de cohérence locale telle que la cohérence d'arc [44]. Soit  $N = \langle \chi, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle, C \in \mathcal{C}, x_i \in vars(C)$  et  $v_i \in \mathcal{D}(x_i)$ .

- $v_i$  est **arc-cohérente** relativement à C dans  $\mathcal{D}$  s'il existe une instanciation valide I sur vars(C) satisfaisant C telle que  $v_i = I[x_i]$ . Une telle instanciation est un **support** pour  $(x_i, v_i)$  dans C.
- $\mathcal{D}(x_i)$  est **arc-cohérent** relativement à C dans  $\mathcal{D}$  si toutes les valeurs de  $\mathcal{D}(x_i)$  le sont.
- C est **arc-cohérente** dans  $\mathcal{D}$ , si  $\forall x \in vars(C), \mathcal{D}(x) \neq \emptyset$  et  $\mathcal{D}(x)$  est arc-cohérent relativement à C dans  $\mathcal{D}$ .
- N est arc-cohérent si toutes ses contraintes le sont.

D'autres notions de cohérence locale sont plus contraignantes. C'est le cas de la cohérence de chemin [48]. Certaines notions, telles que les cohérences de bornes [18, 4], sont plus permissives et conduisent à des processus de propagation moins coûteux. Pour des variables prenant des valeurs dans  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathcal{D}$  est par exemple bounds(Z) cohérent pour une contrainte C si pour tout  $x_i$  dans vars(C), les bornes du domaine  $\inf_{v_i \in \mathcal{D}(x_i)}(v_i)$ et  $\sup_{v_i \in \mathcal{D}(x_i)}(v_i)$  possèdent un support dans  $\mathcal{D}^I$  pour C, où  $\mathcal{D}^I$  sont les domaines représentés sous la forme d'intervalles :  $\forall x_i \in \chi, \mathcal{D}^I(x_i) = [\inf_{v_i \in \mathcal{D}(x_i)} v_i \dots \sup_{v_i \in \mathcal{D}(x_i)} v_i]$ .

Notons  $\phi$  une notion de cohérence locale quelconque.  $\phi$  est dite stable par réunion si pour tous réseaux  $\phi$ -cohérents  $N_1 = \langle \chi, \mathcal{D}_1, \mathcal{C} \rangle$  et  $N_2 = \langle \chi, \mathcal{D}_2, \mathcal{C} \rangle$ , le réseau  $N' = \langle \chi, \mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_2, \mathcal{C} \rangle$  est  $\phi$ -cohérent. Notons  $N = \langle \chi, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$  et  $\phi(N) = \langle \chi, \mathcal{D}_{\phi}, \mathcal{C} \rangle$  avec  $\mathcal{D}_{\phi} = \cup \{ \mathcal{D}' \subseteq \mathcal{D} \mid \langle \chi, \mathcal{D}', \mathcal{C} \rangle$  est  $\phi$ -cohérent}. Si  $\phi$  est stable par réunion alors  $\phi(N)$  est  $\phi$ -cohérent et est appelée la  $\phi$ -fermeture de N.

La fermeture  $\phi(N)$  préserve les solutions et peut être obtenue en supprimant itérativement les valeurs ne satisfaisant pas  $\phi$ . Pour la cohérence d'arc par exemple, nous pouvons définir pour chaque contrainte C un propagateur réduisant les domaines initiaux  $\mathcal{D}$  en  $\mathcal{D}'$  suivant :  $\forall x_i \in vars(C), \forall v \in$  $\mathcal{D}(x_i), v \in \mathcal{D}'(x_i)$  si v possède un support dans C.

#### 3.1.3 Réseau de contraintes portant sur des ensembles

Lorsque les variables prennent pour valeurs des sous-ensembles d'un ensemble de base  $\mathcal{U}$ , leur domaine est un sous-ensemble de  $\mathcal{P}(\mathcal{U})$  dont le cardinal vaut  $2^{|\mathcal{U}|}$ . Leur manipulation n'étant en général pas calculable, des représentations compactes ont été proposées. De tels domaines peuvent ainsi être représentés sous la forme d'intervalles d'ensembles [31, 54] ( $\mathcal{D}(x) = [A, B] = \{E \in \mathcal{P}(\mathcal{U}) \mid A \subseteq E \subseteq B\}$  avec  $A, B \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$ ). Une contrainte C est alors cohérente de borne si  $\forall x_i \in vars(C)$ ,

 $\int \cap \{v_i \in \mathcal{D}(x_i)\} = \cap \{v_i \in \mathcal{D}(x_i) \mid (x_i, v_i) \text{ possède un support dans } \mathcal{D}\},\$ 

 $\bigcup \cup \{v_i \in \mathcal{D}(x_i)\} = \cup \{v_i \in \mathcal{D}(x_i) \mid (x_i, v_i) \text{ possède un support dans } \mathcal{D}\}.$ 

Cette représentation est simple et compacte mais a une capacité de représentation limitée. D'autres représentations approximatives [30, 61] ou exactes [67] ont été proposées.

## 3.2 Représentation du problème de segmentation et de reconnaissance

Soit  $\mathcal{I} : X \to \mathbb{N}^*$  une image dont le domaine spatial X est un sousensemble de  $\mathbb{Z}^n$  (où n vaut typiquement 2 ou 3). Nous voulons obtenir pour un ensemble de n objets donnés (présents dans cette image) les régions de X associées. Ces régions sont donc les variables de notre problème que nous notons  $\chi = \{O_i | i \in [1..n]\}.$ 

La représentation de ces régions comme des sous-ensembles de X n'est pas pleinement satisfaisante. En effet l'image  $\mathcal{I}$ est une observation discrète d'une scène réelle continue. La discrétisation ainsi que d'autres artefacts liés au processus d'acquisition introduisent une imprécision dans l'image au niveau des frontières de l'objet. La figure ci-contre (a) illustre l'effet de volume partiel induit par la discrétisation de l'espace. La frontière pointée en rouge entre le ventricule latéral (la structure sombre) et la matière blanche (le tissu le plus clair) est diffuse puisque certains



FIGURE 2 - (a) Zoom sur le ventricule latéral gauche. (b) Représentation du ventricule latéral sous la forme d'un ensemble flou.

voxels contiennent les deux types de tissu. Nous choisissons donc de représenter les objets de l'image sous la forme d'ensembles flous afin de prendre en compte cette imprécision. Les régions  $O_i$ , variables de notre problème, sont donc représentées par des ensembles flous  $\mu_i$  de X (i.e.  $\mu_i: X \to [0, 1]$ ).  $\mathcal{F}$  désigne l'ensemble des sous-ensembles flous de X.

Les domaines  $\mathcal{D} = \{\mathcal{D}(A) | A \in \chi\}$  associés à l'ensemble de variables  $\chi$ sont donc des sous-ensembles de  $\mathcal{F}$  ( $\mathcal{D}(A) \subseteq \mathcal{F}$ ) parmi lesquels se trouvent (si le problème est satisfaisable) la ou les solutions recherchées. Un exemple de domaine pour la corne frontale du ventricule latéral gauche est présenté par la figure 3. Ce domaine de taille réduite comporte six ensembles flous, le troisième étant la solution recherchée. Cependant ce domaine n'est pas représentatif des domaines que nous manipulerons.  $\mathcal{F}$  présente en effet une taille exponentielle relativement au cardinal de X ( $k^{|X|}$  où k correspond au nombre de niveaux discrets utilisés pour représenter les degrés d'appartenance) et les domaines en sont des sous-ensembles quelconques. Nous représentons donc approximativement un domaine par deux bornes comme nous le décrirons dans la section 3.2.1.

Des contraintes sont par ailleurs déduites du modèle structurel de l'anatomie (cf section 2). Par exemple si le modèle contient la relation « A est à droite de B », alors le processus de reconnaissance doit obtenir une affectation  $\mu_1$  et  $\mu_2$  pour les variables A et B (qui représentent des structures anatomiques) satisfaisant la contrainte  $C_{A,B}^{dir}$  (i.e.  $(\mu_1, \mu_2) \in rel(C_{A,B}^{dir})$ ). Nous notons C l'ensemble de ces contraintes, dont l'expression sera donnée dans la section 3.2.2.

Ainsi nous représentons notre problème de segmentation et de reconnaissance par un réseau de contraintes  $N = \langle \chi, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$  et nous voulons en extraire une solution, c'est-à-dire une instanciation cohérente de l'ensemble des variables de  $\chi$  (i.e. satisfaisant à l'ensemble des contraintes). Nous supposons ici que le problème est satisfaisable, c'est-à-dire qu'une telle solution existe, le modèle étant générique.

L'espace de recherche est de taille  $k^{|X| \times |\chi|}$ , où |X| prend des valeurs de l'ordre de 10<sup>7</sup> pour une IRM et  $|\chi|$  est le nombre de structures anatomiques considérées. Pour des raisons de complexité, un algorithme de retour sur trace ne peut pas être utilisé. Afin d'obtenir une solution, nous simplifions dans un premier temps ce problème par un algorithme de propagation de contraintes excluant des domaines le plus grand nombre possible de valeurs qui ne satisfont pas les contraintes. Celui-ci obtient en un temps de calcul polynomial un élément aussi petit que possible de  $\mathcal{P}_{ND}^{sol}$ . Nous proposons pour cela dans la section 3.2.2 un propagateur pour chaque contrainte réalisant une réduction des domaines. La propagation consiste alors à appliquer itérativement ces propagateurs comme nous le décrirons dans la section 3.3.

#### 3.2.1 Représentation des domaines

Puisque les domaines peuvent présenter une taille exponentielle relativement au nombre de pixels |X|, nous devons choisir une représentation compacte. Dans [52], ces derniers sont représentés par leur boîte englobante minimale (MBR) (i.e. le plus petit rectangle en 2D aligné avec les axes du repère et qui inclut tous les éléments du domaine). Cependant cette représentation très compacte ne permet pas de représenter finement la géométrie des objets ce qui limite l'efficacité d'un processus de propagation de contraintes.

Comme nous l'avons mentionné dans la section 3.1, les domaines peuvent parfois être représentés efficacement par leurs bornes (définies relativement à une relation d'ordre sur le domaine). C'est le cas lorsque les domaines sont des sous-ensembles de  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{Z}$  ou  $\mathcal{P}(\mathcal{U})$  (muni de la relation d'ordre partiel  $\subseteq$ ). Muni de la relation d'ordre partiel usuelle sur les ensembles flous<sup>4</sup>, ( $\mathcal{F}, \leq$ ) est un treillis complet. Tout sous-ensemble de  $\mathcal{F}$  possède donc une borne supérieure et une borne inférieure appartenant à  $\mathcal{F}$ . La borne supérieure  $\overline{A}$ d'un domaine  $\mathcal{D}(A)$  peut ainsi être définie suivant :

$$\overline{A} = \lor \{ \nu \in \mathcal{D}(A) \},\$$

où  $\forall x \in X, \overline{A}(x) = \sup_{\nu \in \mathcal{D}(A)} \nu(x)$ . Cette borne est une surestimation de l'ensemble flou recherché  $\mu_A$ . Similairement nous définissons la borne inférieure <u>A</u> suivant :

<sup>4.</sup> Soient  $\mu, \nu \in \mathcal{F}, \mu \leq \nu$  si  $\forall x \in X, \mu(x) \leq \nu(x)$ .

$$\underline{A} = \wedge \{ \nu \in \mathcal{D}(A) \},\$$

où  $\forall x \in X, \underline{A}(x) = \inf_{\nu \in \mathcal{D}(A)} \nu(x)$ . Elle est une sous-estimation de  $\mu_A$ .

#### **Définition 1**

Un intervalle d'ensembles flous  $(\underline{A}, \overline{A})$  défini par une borne inférieure  $\underline{A}$  et par une borne supérieure  $\overline{A}$  est l'ensemble des éléments de  $\mathcal{F}$  compris entre ces bornes :  $(\underline{A}, \overline{A}) = \{\mu \in \mathcal{F} \mid \underline{A} \leq \mu \leq \overline{A}\}.$ 

Si  $\underline{A}$  et  $\overline{A}$  sont les bornes d'un domaine quelconque  $\mathcal{D}(A)$  alors l'intervalle  $(\underline{A}, \overline{A})$  inclut  $\mathcal{D}(A)$ .

Une représentation directe des domaines n'étant pas possible, nous représentons les domaines de notre réseau sous la forme d'intervalles et nous notons maintenant :

$$N = \langle \chi, \mathcal{D}^I, \mathcal{C} \rangle$$

où  $\mathcal{D}^I$  sont des domaines représentés sous la forme d'intervalles.



FIGURE 3 – (a) Coupe axiale d'une IRM cérébrale et contour de la corne frontale du ventricule latéral gauche (LVI). (b) Un domaine pour LVl qui contient six ensembles flous. (c) Borne inférieure  $\underline{LVl}$  et borne supérieure  $\overline{LVl}$ .

La figure 3 illustre ces définitions pour la corne frontale du ventricule latéral gauche LVl (a). Un domaine très réduit  $\mathcal{D}(LVl)$  pour LVl comprenant six éléments est montré en (b). Les bornes inférieure et supérieure de ce domaine sont montrées en (c) et nous avons  $\mathcal{D}(LVl) \subseteq (\underline{LVl}, \overline{LVl})$ . La représentation d'un domaine par deux bornes est beaucoup moins précise qu'une représentation comme un sous-ensemble de  $\mathcal{F}$ . Cependant elle représente un bon compromis entre la complexité de la représentation et sa finesse.

La propagation de contraintes consistera à réduire itérativement les domaines en obtenant une borne supérieure de plus en plus réduite et une borne inférieure de plus en plus grande. Si au cours du processus un domaine  $(\underline{A}, \overline{A})$  est tel que  $\underline{A} \nleq \overline{A}$ , alors il est vide et nous pouvons conclure à l'insatisfaisabilité du problème. Par convention tout intervalle vide est égal à  $(1_{\mathcal{F}}, 0_{\mathcal{F}})$ , où  $0_{\mathcal{F}}$  est le plus petit élément de  $\mathcal{F}$  (un ensemble flou valant 0 sur tout l'espace) et  $1_{\mathcal{F}}$  est l'élément le plus grand (valant 1 sur tout l'espace).

#### 3.2.2 Définition des contraintes

Les contraintes sont déduites du modèle structurel de l'anatomie. Nous associons à chaque contrainte C un propagateur correct (une fonction  $f_C$ :  $\mathcal{P}_{ND}^{sol} \rightarrow \mathcal{P}_{ND}^{sol}$ ) qui réduit les domaines pour en supprimer des valeurs incohérentes relativement à C. Puisque les domaines sont représentés sous la forme d'intervalles, nous considérons une notion de cohérence locale plus faible que la cohérence d'arc, analogue à la cohérence de bornes d'ensembles ou à la bounds(Z)-cohérence.

#### Définition 2

Une contrainte C est  $\mathcal{BS}_{\mathcal{F}}$ -cohérente (resp.  $\mathcal{BI}_{\mathcal{F}}$ -cohérente) dans  $\mathcal{D}^{I}$  si la borne supérieure (resp. inférieure) du domaine de chaque variable impliquée dans la contrainte peut être obtenue comme la réunion (resp. l'intersection) des éléments du domaine qui possèdent un support (une instanciation valide satisfaisant C) dans  $\mathcal{D}^{I}$  pour la contrainte  $C : \forall A_{i} \in vars(C), \overline{A_{i}} =$  $\bigvee \{ \mu \in (\underline{A_{i}}, \overline{A_{i}}) \mid (A_{i}, \mu) \text{ possède un support pour } C \text{ dans } \mathcal{D}^{I} \}$  (resp.  $\forall A_{i} \in vars(C), \underline{A_{i}} = \bigwedge \{ \mu \in (\underline{A_{i}}, \overline{A_{i}}) \mid (A_{i}, \mu) \text{ possède un support} pour <math>C$  dans  $\mathcal{D}^{I} \}$ ). Une contrainte C est  $\mathcal{B}_{\mathcal{F}}$ -cohérente dans  $\mathcal{D}^{I}$  si elle est  $\mathcal{BI}_{\mathcal{F}}$ -cohérente et  $\mathcal{BS}_{\mathcal{F}}$ -cohérente. Un réseau de contraintes est  $\mathcal{B}_{\mathcal{F}}$  (resp.  $\mathcal{BS}_{\mathcal{F}}, \mathcal{BI}_{\mathcal{F}}$ )-cohérent si toutes les contraintes sont  $\mathcal{B}_{\mathcal{F}}$  (resp.  $\mathcal{BS}_{\mathcal{F}}, \mathcal{BI}_{\mathcal{F}}$ )cohérentes.

L'obtention de la  $\mathcal{B}_{\mathcal{F}}$ -fermeture du réseau initial  $N = \langle \chi, \mathcal{D}^I, \mathcal{C} \rangle$  est réalisée par l'application séquentielle de propagateurs associés aux contraintes de N. Pour cela à chaque contrainte C, nous associons un propagateur correct  $f_C$  tel que  $\forall N' \in \mathcal{P}_{ND}^{sol}$ , la contrainte C soit  $\mathcal{B}_{\mathcal{F}}$ -cohérente dans le réseau  $f_C(N')$ . Le propagateur  $f_C$  est dit  $\mathcal{B}_{\mathcal{F}}$ -cohérent.

Pour une contrainte C quelconque, nous pouvons définir le propagateur  $\mathcal{B}_{\mathcal{F}}$ -cohérent générique  $f_C^{gen}$ :

$$\begin{aligned} f_C^{gen} &: \quad \mathcal{P}_{ND}^{sol} \quad \to \mathcal{P}_{ND}^{sol} \\ & \langle \chi, \mathcal{D}^I, \mathcal{C} \rangle \quad \mapsto \langle \chi, \mathcal{D}^{I'}, \mathcal{C} \rangle, \end{aligned}$$

tel que  $\forall A_i \in vars(C), \mathcal{D}^{I'}(A_i) = (\underline{A_i}', \overline{A_i}')$  avec :

 $\underline{A_i}' = \bigwedge \{ \mu \in (\underline{A_i}, \overline{A_i}) \mid (A_i, \mu) \text{ possède un support pour } C \text{ dans } \mathcal{D}^I \}, \\ \overline{A_i}' = \bigvee \{ \mu \in (\underline{A_i}, \overline{A_i}) \mid (A_i, \mu) \text{ possède un support pour } C \text{ dans } \mathcal{D}^I \}.$ 

Un tel propagateur ne peut pas être calculé mais pour les contraintes considérées une expression plus simple de cette mise à jour peut être obtenue. Les propagateurs  $f_C$  spécifiques à chaque contrainte C seront décrits sous la forme suivante :

$$\frac{\langle vars(C); \mathcal{D}^I; C \rangle}{\langle vars(C); \mathcal{D}^{I'}; C \rangle},$$

où  $\mathcal{D}^{I}$  et  $\mathcal{D}^{I'}$  sont les domaines associés à l'ensemble de variables vars(C) et  $\mathcal{D}^{I'} \subseteq \mathcal{D}^{I}$ . Avant de détailler les contraintes, nous décrivons brièvement le processus de propagation de contraintes et nous en donnons une première illustration.

### 3.3 Propagation

Le réseau initial  $N_0 = \langle \chi, \mathcal{D}^I, \mathcal{C} \rangle$  est créé à partir du modèle structurel. Les domaines sont initialisés à  $(0_{\mathcal{F}}, 1_{\mathcal{F}})$ . Si certaines structures ont été préalablement extraites, leurs domaines sont réduits à des singletons. Leurs bornes supérieures et inférieures sont donc égales.

Nous calculons la  $\mathcal{B}_{\mathcal{F}}$ -fermeture de  $N_0$ , qui peut être obtenue itérativement par l'application de propagateurs  $\mathcal{B}_{\mathcal{F}}$ -cohérents associés aux contraintes. Cet ensemble de propagateurs est noté  $F = \{f_C \mid f_C \ \mathcal{B}_{\mathcal{F}} - \text{cohérent et } C \in \mathcal{C}\},$  $f_C$  calculant la  $\mathcal{B}_{\mathcal{F}}$ -fermeture du réseau  $\langle \chi; \mathcal{D}^I; C \rangle$ .

Puisque les propagateurs  $f_i$  ne commutent pas nécessairement, la propagation n'est pas réalisée par l'application unique de chaque propagateur mais itérativement jusqu'à convergence. Puisque les propagateurs sont monotones, le réseau obtenu à la convergence est unique et ne dépend pas de l'ordre d'application des propagateurs. Un algorithme générique classique (de type AC - 3) est présenté dans la figure 4.

**Données** :  $\langle \chi, \mathcal{D}^I, \mathcal{C} \rangle$  un réseau de contraintes.  $F = \{f_1, \ldots, f_k\}$  un ensemble de propagateurs **Résultat** :  $\langle \chi, \mathcal{D}^{I'}, \mathcal{C} \rangle \mathcal{B}_{\mathcal{F}}$ -cohérent avec  $\mathcal{D}^{I} \leq_{N} \mathcal{D}^{I'}$ 1 début  $G \leftarrow F$ 2 tant que  $G \neq \emptyset$  faire 3 sélectionner et supprimer un propagateur q de G4 si  $N \neq g(N)$  alors 5  $\begin{array}{l} G \leftarrow G \cup \{f_i \in F \setminus G \mid vars(f) \cap vars(g) \neq \emptyset \} \\ N \leftarrow g(N) \end{array}$ 6 7 fin 8 9 fin 10 fin

FIGURE 4 - Algorithme de propagation générique

La figure 5 illustre cet algorithme pour quatre variables : le cerveau Cerv, le ventricule latéral gauche LVl, le noyau caudé gauche CNl et la capsule interne gauche ICl. Initialement aucune hypothèse n'est faite sur les objets à reconnaître. Les domaines associés valent donc  $\mathcal{F}$  et sont représentés par les bornes  $(0_{\mathcal{F}}, 1_{\mathcal{F}})$  (a). Nous disposons par ailleurs d'une segmentation externe pour le cerveau  $\mu_{Cerv}$ , son domaine est initialisé par un singleton et représenté par les bornes ( $\mu_{Cerv}, \mu_{Cerv}$ ) (b). Le réseau présente sept contraintes. Nous appliquons alors itérativement les propagateurs associés à ces contraintes (c-j), ce qui permet de mettre progressivement à jour les domaines. Chaque propagateur peut être appliqué à plusieurs reprises (à chaque fois que le domaine d'une des variables du propagateur est modifié, le propagateur est ajouté à la liste *G* des propagateurs à mettre à jour). Le processus s'achève lorsque le réseau est stable pour l'ensemble des propagateurs.

Cependant pour converger, il faut en général un grand nombre d'itérations. Le calcul des propagateurs étant coûteux (leur complexité est au moins en O(|X|)), un ordonnancement approprié de l'application des propagateurs est indispensable et peut être mis en œuvre dans la fonction « sélectionne » de l'algorithme 4.

#### 3.4 Définition des contraintes et des propagateurs

Nous décrivons dans cette section l'ensemble des contraintes. Pour chaque contrainte nous précisons le modèle mathématique choisi et nous construisons un propagateur spécifique. Notons que les modèles choisis portent sur des ensembles flous, mais que les contraintes sont strictes. Les preuves des propriétés de correction, idempotence et cohérence peuvent être trouvées dans [49].

#### 3.4.1 Inclusion

Une relation d'inclusion entre deux structures A et B est satisfaite si la région associée à A est incluse dans la région associée à B. Si le modèle comporte cette relation, nous ajoutons la contrainte suivante au réseau.

#### Définition 3 (Contrainte d'inclusion)

La contrainte  $C^{dans}_{A,B}$  est associée à une relation d'inclusion de A dans B. Elle vérifie  $vars(C^{dans}_{A,B}) = \{A, B\}$  et :

$$\begin{aligned} rel(C^{dans}_{A,B}): \quad \mathcal{D}^{I}(A) \times \mathcal{D}^{I}(B) & \to \{0,1\} \\ (\mu_{1},\mu_{2}) & \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } \mu_{1} \leq \mu_{2} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \end{aligned}$$

Une instanciation  $I = \{(A, \mu), (B, \nu)\}$  valide est cohérente relativement à  $C_{A,B}^{dans}$  si  $\mu \leq \nu$ . Inversement une instanciation ne satisfaisant pas cette condition est dite incohérente et ne peut pas être étendue à une solution. Toute valeur de  $\mathcal{D}^{I}(A)$  (ou  $\mathcal{D}^{I}(B)$ ) appartenant uniquement à des instanciations incohérentes ne peut dès lors pas appartenir à une solution. Ainsi un propagateur associé à  $C_{A,B}^{dans}$  transforme le réseau de contraintes en supprimant pour un coût calculatoire réduit autant de valeurs incohérentes que possible de  $\mathcal{D}^{I}(A)$  et  $\mathcal{D}^{I}(B)$ . Notons  $\underline{A}_{c}$  et  $\overline{A}_{c}$  les bornes de l'ensemble des valeurs de  $\mathcal{D}^{I}(A)$  qui sont cohérentes relativement à  $C_{A,B}^{dans}$  :  $\{\mu \in$ 



FIGURE 5 – Premières itérations de l'algorithme de propagation.

 $(\underline{A},\overline{A}) \mid \exists \nu \in (\underline{B},\overline{B}), rel(C_{A,B}^{dans})(\mu,\nu) = 1\}.$  Le propagateur associé à cette contrainte doit donner, pour A, un domaine  $(\underline{A}',\overline{A}')$  tel que  $\underline{A} \leq \underline{A}' \leq \underline{A}_c$  et  $\overline{A}_c \leq \overline{A}' \leq \overline{A}, \underline{A}'$  et  $\overline{A}'$  étant aussi proches que possible de  $\underline{A}_c$  et  $\overline{A}_c$ . Or :

$$\begin{split} \overline{A}_c &= \bigvee \{ \mu \in (\underline{A}, \overline{A}) \mid \exists \nu \in (\underline{B}, \overline{B}), \mu \leq \nu \} \\ &= \bigvee \{ \mu \in (\underline{A}, \overline{A}) \mid \mu \leq \overline{B} \} = \bigvee \{ \mu \in \mathcal{F} \mid \underline{A} \leq \mu \leq \overline{A} \land \overline{B} \} \\ &= \begin{cases} \overline{A} \land \overline{B} & \text{si } \underline{A} \leq \overline{A} \land \overline{B}, \\ 0_{\mathcal{F}} & \text{sinon.} \end{cases} \end{split}$$

 $\overline{A}_c$  pouvant être obtenu pour un coût calculatoire faible, le propagateur utilisé vérifiera  $\overline{A}' = \overline{A}_c$ . Une mise à jour similaire de <u>B</u> peut être réalisée. Des considérations similaires seront utilisées dans la suite pour définir les propagateurs associés aux autres contraintes.

#### Définition 4 (Propagateur pour la contrainte d'inclusion)

Le propagateur  $f_{C_{A,B}^{dans}}$  associé à la contrainte d'inclusion de A dans B est défini suivant :

$$\frac{\langle A, B; (\underline{A}, \overline{A}), (\underline{B}, \overline{B}); C_{A,B}^{dans} \rangle}{\langle A, B; (\underline{A}, \overline{A} \land \overline{B}), (\underline{B} \lor \underline{A}, \overline{B}); C_{A,B}^{dans} \rangle}$$

#### **Proposition 1**

Le propagateur  $f_{C_{A,B}^{dans}}$  est correct, idempotent et  $\mathcal{B}_{\mathcal{F}}$ -cohérent.

La preuve de cette proposition est donnée en annexe à titre d'exemple. Celles des autres résultats suivent le même schéma.



FIGURE 6 – Illustration du propagateur  $f_{C_{LVl,Cerv}^{dans}}$ . Les domaines  $(\underline{LVl}, \overline{LVl})$  et  $(\underline{Cerv}, \overline{Cerv})$  deviennent  $(\underline{LVl}', \overline{LVl}')$  et  $(\underline{Cerv}', \overline{Cerv}')$ .

Le propagateur associé à la contrainte d'inclusion  $C_{LVl,Cerv}^{dans}$  du ventricule latéral gauche LVl dans le cerveau Cerv est illustré dans la figure 6. Initialement  $\overline{LVl}$  et  $\underline{Cerv}$  valent respectivement  $1_{\mathcal{F}}$  et  $0_{\mathcal{F}}$ . L'application du propagateur  $f_{C_{LVl,Cerv}^{dans}}$  met à jour ces deux bornes :  $\overline{LVl} = 1_{\mathcal{F}} \wedge \overline{Cerv} = \overline{Cerv}$  et  $\underline{Cerv} = 0_{\mathcal{F}} \vee \underline{LVl} = \underline{LVl}$ .

#### 3.4.2 Position relative directionnelle

Afin de modéliser une relation directionnelle telle que « le noyau caudé CNl est extérieur au ventricule latéral LVl» (à droite dans la figure 7(b) et à gauche anatomiquement), nous utilisons l'approche fondée sur la morphologie mathématique floue proposée dans [5, 6]. Dans ce cadre une relation est caractérisée par une direction  $\overrightarrow{u_d}$  et deux angles d'ouverture  $k_1$  et  $k_2$  représentant une tolérance autour de  $\overrightarrow{u_d}$ . Relativement à l'origine de l'espace, un point x se trouve dans la direction spécifiée avec un degré de satisfaction

valant :  $\nu(\mathbf{x}) = \max(0, \min(1, \frac{k_2 - \arccos \frac{\mathbf{x} \cdot \vec{u_d}}{\|\mathbf{x}\|}}{k_2 - k_1})),$ où  $\|\mathbf{x}\|$  désigne la norme de  $\mathbf{x}$ . La figure 7 (a) présente l'ensemble  $\nu$  pour  $\vec{u_d} = \vec{i}, k_1 = 0$  et  $k_2 = \frac{\pi}{2}$ . La dilatation  $\delta_{\nu}(\mu)(x)$  par l'élément structurant  $\nu$  représente alors l'ensemble flou des points dans la direction spécifiée relativement à un ensemble flou de référence  $\mu$ . L'ensemble flou en (c) représente ainsi l'ensemble des points à droite du ventricule latéral. Nous considérons finalement que deux ensembles flous  $\mu_1$  et  $\mu_2$  satisfont la relation directionnelle si  $\mu_2 \leq \delta_{\nu}(\mu_1)$ .



FIGURE 7 – Illustration de la relation directionnelle « le noyau caudé gauche CNl est à droite du ventricule latéral gauche LVl » sur une coupe axiale (b). (a) Élément structurant  $\nu$  associé à cette direction. (c) Ensemble flou représentant les points à droite de LVl.

#### **Définition 5 (Contrainte directionnelle)**

Soient deux objets A et B suivant une position relative directionnelle stable caractérisée par un élément structurant  $\nu$ . La contrainte  $C_{A,B}^{dir,\nu}$  est définie

suivant :

$$\begin{aligned} \operatorname{rel}(C_{A,B}^{\operatorname{dir}\nu}): \quad \mathcal{D}^{I}(A) \times \mathcal{D}^{I}(B) &\to \{0,1\} \\ (\mu_{1},\mu_{2}) & \mapsto \begin{cases} 1 & \operatorname{si} \mu_{2} \leq \delta_{\nu}(\mu_{1}), \\ 0 & \operatorname{sinon.} \end{cases} \end{aligned}$$

#### Définition 6 (Propagateur pour la contrainte directionnelle)

Le propagateur  $f_{C_{A,B}^{dir\nu}}$  associé à la contrainte de position relative directionnelle entre deux structures A et B est défini suivant :

$$\frac{\langle A, B; (\underline{A}, A), (\underline{B}, B); C_{A,B}^{dir \ \nu} \rangle}{\langle A, B; (\underline{A}, \overline{A}), (\underline{B}, \overline{B} \land \delta_{\nu}(\overline{A})); C_{A,B}^{dir \ \nu} \rangle}$$

#### **Proposition 2**

Le propagateur  $f_{C_{A,B}^{dir \nu}}$  est correct, idempotent et  $\mathcal{BS}_{\mathcal{F}}$ -cohérent.

Notons que le propagateur est uniquement  $\mathcal{BS}_{\mathcal{F}}$ -cohérent puisque la borne inférieure de A pourrait être mise à jour dans certains cas très particuliers qui ne justifient pas de réaliser un calcul coûteux.

La figure 8 illustre le propagateur associé à la relation « CNl est à droite de LVl ». Le domaine du noyau caudé ( $\underline{CNl}, \overline{CNl}$ ) est réduit en supprimant des éléments ne pouvant pas satisfaire la relation directionnelle.



FIGURE 8 – Illustration du propagateur  $f_{C_{LVl,CNl}^{dir \nu_d}}$ . La borne supérieure du domaine du noyau caudé  $\overline{CNl}$  est restreinte au sous-ensemble de l'espace à droite des éléments du domaine  $\mathcal{D}^I(LVl)$  obtenu par la dilatation  $\delta_{\nu_d}(\overline{LVl})$ . La borne supérieure résultante est notée  $\overline{CNl}'$ .

#### 3.4.3 Distance

Nous modélisons une relation de distance entre deux structures A et B asymétriquement : la distance des points de la région  $\mu_B$  à la région  $\mu_A$  doit appartenir à un intervalle donné. Nous représentons cet intervalle par une fonction trapézoïdale de paramètres  $d_a$ ,  $d_b$ ,  $d_c$ ,  $d_d$ , définie sur  $\mathbb{R}^+$  par :

$$t(d) = \begin{cases} 0 & \text{si } d \le d_a \text{ ou } d \ge d_d, \\ \frac{d-d_a}{d_b-d_a} & \text{si } d_a \le d \le d_b, \\ 1 & \text{si } d_b \le d \le d_c, \\ \frac{d_d-d}{d_d-d_c} & \text{si } d_c \le d \le d_d. \end{cases}$$

Une telle fonction représente une connaissance imprécise sur la distance, sous forme d'intervalle flou dont la borne inférieure est caractérisée par les paramètres  $d_a$  et  $d_b$  et la borne supérieure par  $d_c$  et  $d_d$ . Nous en déduisons deux éléments structurants flous  $\nu_1(x) = 1 - \max(0, \min(1, \frac{d_a - ||x||}{d_a - d_b}))$  et  $\nu_2(x) = \max(0, \min(1, \frac{d_d - ||x||}{d_d - d_c}))$  définissant respectivement la sémantique des concepts flous à une distance inférieure à la borne inférieure de l'intervalle et à une distance inférieure ou égale à la borne supérieure de l'in*tervalle*. Un point de B satisfait la contrainte de distance relativement à  $\mu_A$ (dans l'intervalle de distances) s'il est dans le dilaté flou de  $\mu_A$  par  $\nu_2$  (sa distance relativement à  $\mu_A$  est plus petite que la borne supérieure de l'intervalle) et s'il est dans le complémentaire du dilaté de  $\mu_A$  par  $\nu_1$  (sa distance relativement à  $\mu_A$  n'est pas inférieure à la borne inférieure de l'intervalle). L'ensemble des points satisfaisant la relation par rapport à  $\mu_A$  s'exprime alors par [7]:  $\mu_{Dist}(\mu_A) = c(\delta_{\nu_1}(\mu_A)) \wedge \delta_{\nu_2}(\mu_A)$ , où c désigne une complémentation floue. Finalement nous considérons que la relation entre A et Best satisfaite si l'ensemble des points de B satisfont la relation de distance :  $\mu_B \le c(\delta_{\nu_1}(\mu_A)) \land \delta_{\nu_2}(\mu_A).$ 

#### Définition 7 (Contrainte de distance)

Soient deux objets A et B suivant une relation de distance stable caractérisée par les éléments structurants  $\nu_1$  et  $\nu_2$ . La contrainte  $C_{A,B}^{dist \nu_1 \nu_2}$  est exprimée suivant :

$$\begin{aligned} rel(C_{A,B}^{dist\ \nu_{1}\ \nu_{2}}) : & \mathcal{D}^{I}(A) \times \mathcal{D}^{I}(B) & \to \{0,1\} \\ & \\ (\mu_{1},\mu_{2}) & \mapsto \begin{cases} 1 & si\ \mu_{2} \leq & c(\delta_{\nu_{1}}(\mu_{1})) \\ & & \wedge \delta_{\nu_{2}}(\mu_{1}), \\ 0 & sinon. \end{cases} \end{aligned}$$

#### Définition 8 (Propagateur pour la contrainte de distance)

Le propagateur  $f_{C_{A,B}^{dist \nu_1 \nu_2}}$  associé à la contrainte de distance entre deux structures A et B est défini suivant :

$$\frac{\langle A, B; (\underline{A}, \overline{A}), (\underline{B}, \overline{B}); C_{A,B}^{dist \ \nu_1 \ \nu_2} \rangle}{\langle A, B; (\underline{A}, \overline{A} \land c(\delta_{\nu_1}(\underline{B}))), (\underline{B}, \overline{B} \land c(\delta_{\nu_1}(\underline{A})) \land \delta_{\nu_2}(\overline{A})); C_{A,B}^{dist \ \nu_1 \ \nu_2} \rangle}$$

Le propagateur  $f_{C_{A,B}^{dist \nu_1 \nu_2}}$  est correct mais il n'est pas idempotent ni  $\mathcal{BS}_{\mathcal{F}}$ cohérent. En considérant indépendamment les contraintes de distance minimale et de distance maximale ces propriétés sont satisfaites. Nous notons  $f_{C_{A,B}^{dist min \nu}}$  et  $f_{C_{A,B}^{dist max \nu}}$  les propagateurs associés à ces contraintes.

#### **Proposition 3**

Les propagateurs  $f_{C_{A,B}^{dist \min \nu}}$  et  $f_{C_{A,B}^{dist \max \nu}}$  sont corrects, idempotents et  $\mathcal{BS}_{\mathcal{F}}$ -cohérents.

Comme dans le cas de la contrainte de direction ces propagateurs sont seulement  $\mathcal{BS}_{\mathcal{F}}$ -cohérents puisque la borne <u>A</u> pourrait être mise à jour dans certains cas très particuliers, ce qui n'est pas fait par le propagateur proposé.

#### 3.4.4 Partition

\_

L'anatomie cérébrale est représentée de manière hiérarchique (section 2) par un ensemble de relations de partition entre structures anatomiques.

#### **Définition 9 (Contrainte de partition)**

Soient un ensemble de k structures  $\{A_i\}$  et une structure B tels que l'ensemble  $\{A_i\}$  forme une partition de B. La contrainte associée est définie suivant :

$$rel(C^{part}_{\{A_i\},B}): \quad \mathcal{D}^I(A_1) \times \ldots \times \mathcal{D}^I(B) \quad \to \{0,1\}$$
$$(\mu_1, \ldots, \mu_k, \mu) \qquad \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } \mu = \bot_{i \in [1..k]} \mu_i \\ \text{et} & \forall i \neq j, \ \mu_i \leq c(\mu_j), \\ 0 & \text{sinon}, \end{cases}$$

où  $\perp$  est la t-conorme de Lukasiewicz ( $\perp(a, b) = \min(1, a + b)$ ).

#### Définition 10 (Propagateur pour la contrainte de partition)

Le propagateur  $f_{C^{partition}_{\{A_i\},B}}$  associé à la contrainte de partition entre l'ensemble de structures  $\{A_i\}$  et B est défini suivant :

$$\frac{\langle A, B; \dots, (\underline{A}_i, \overline{A}_i), \dots, (\underline{B}, \overline{B}); C^{partition}_{\{\underline{A}_i\}, B} \rangle}{\langle A, B; \dots, (\underline{A}_i \lor \top (\underline{B}, c(\bot_{j \neq i} \overline{A}_j)), \overline{A}_i \land \overline{B} \land \bigwedge_{j \neq i} c(\underline{A}_j)), \dots, }$$
$$(\underline{B} \lor \bot_{i \in [1..k]} \underline{A}_i, \overline{B} \land \bot_{i \in [1..k]} \overline{A}_i); C^{partition}_{\{\underline{A}_i\}, B} \rangle$$

Ce propagateur est correct, mais il n'est ni idempotent, ni  $\mathcal{B}_{\mathcal{F}}$ -cohérent. Un meilleur propagateur pourrait donc être obtenu.

Notons que ce propagateur met à jour les bornes inférieures de l'ensemble des structures impliquées. Il occupe donc une place particulière dans le processus de propagation puisqu'il est le seul à réaliser cette opération (avec la contrainte d'inclusion dans une moindre mesure). Cela justifie donc de le garder dans notre système, malgré ses propriétés plus faibles.

#### 3.4.5 Connexité

La plupart des objets considérés sont connexes. Nous définissons donc pour ces structures une contrainte satisfaite par les valeurs connexes. Différentes définitions de la connexité des ensembles flous ont été proposées notamment dans [13, 51, 55, 56]. Nous notons ici  $\mathcal{H}$  ( $\mathcal{H} \subseteq \mathcal{F}$ ) l'ensemble des ensembles flous connexes selon une de ces définitions.

#### Définition 11 (Contrainte de connexité)

Soit un objet A connexe. La contrainte  $C_A^{conn}$  est définie suivant :

$$rel(C_A^{conn}): \mathcal{D}^I(A) \to \{0,1\}$$
$$\mu \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } \mu \in \mathcal{H}, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Définition 12 (Propagateur pour la contrainte de connexité)

Le propagateur  $f_{C_A^{conn}}$  associé à  $C_A^{conn}$  est défini suivant :

$$\frac{\langle A; (\underline{A}, \overline{A}); C_A^{conn} \rangle}{\langle A; (\underline{A}, \xi_A(\overline{A}))); C_A^{conn} \rangle}$$

 $\operatorname{où} \xi_{\underline{A}}(\overline{A}) = \bigvee \{ \nu \in \mathcal{H} | \underline{A} \leq \nu \leq \overline{A} \}.$ 

Ce propagateur est calculé efficacement en ne manipulant que les composantes connexes de  $\overline{A}$  selon  $\mathcal{H}$ . Seules les composantes connexes incluant la borne inférieure sont conservées.

#### **Proposition 4**

Le propagateur  $f_{C_{A}^{conn}}$  est correct, idempotent et  $\mathcal{BS}_{\mathcal{F}}$ -cohérent.

#### 3.4.6 Contrainte de volume

Le volume (ou la surface) d'un ensemble flou peut être défini par la mesure floue [28] :  $f_V(\mu)(v) = \sup_{V(\mu_\alpha) \ge v} \alpha$ . Une information *a priori* sur le volume peut alors être représentée comme un intervalle  $[f_{V_{\min}}, f_{V_{\max}}]$  où  $f_{V_{\min}} : \mathbb{R}^+ \to [0, 1]$  et  $f_{V_{\max}} : \mathbb{R}^+ \to [0, 1]$  représentent un volume minimal et un volume maximal.

#### Définition 13 (Contrainte de volume)

. .

Soit un objet A dont le volume appartient à une plage de valeurs représentée par l'intervalle  $[f_{V_{\min}}, f_{V_{\max}}]$ . La contrainte  $C_A^{vol \ [f_{V_{\min}}, f_{V_{\max}}]}$  est définie suivant :

$$rel(C_A^{vol \ [f_{V_{\min}}, f_{V_{\max}}]}): \mathcal{D}^I(A) \to \{0, 1\}$$
$$\mu \mapsto \begin{cases} 1 & si \ f_{V_{\min}} \leq f_V(\mu) \leq f_{V_{\max}}, \\ 0 & sinon. \end{cases}$$

Considérée seule, cette contrainte ne permet pas d'obtenir un propagateur intéressant compte tenu de la représentation choisie des domaines. Mais lorsqu'elle est combinée à une contrainte de connexité  $C_A^{conn}$  elle peut conduire à des réductions de domaine efficaces.

**Définition 14 (Propagateur pour**  $C_A^{vol \ [f_{V_{\min}}, f_{V_{\max}}]} \land C_A^{conn}$ ) Le propagateur  $f_{C_A^{vol \ [f_{V_{\min}}, f_{V_{\max}}]} \land C_A^{conn}}$  est associé à la conjonction d'une contrainte de volume et d'une contrainte de connexité portant sur A. Il est défini suivant :

$$\frac{\langle A; (\underline{A}, \overline{A}); C_A^{vol} [f_{V_{\min}}, f_{V_{\max}}] \wedge C_A^{conn} \rangle}{\langle A; (\underline{A}, \overline{A}'); C_A^{vol} [f_{V_{\min}}, f_{V_{\max}}] \wedge C_A^{conn} \rangle}$$

où  $\overline{A}' = \bigvee \{ \mu \in \mathcal{H} \mid \underline{A} \leq \mu \leq \overline{A} \text{ et } f_{V_{\min}} \leq f_V(\mu) \}.$ 

#### **Proposition 5**

Le propagateur  $f_{C_A^{vol [f_{V_{\min}}, f_{V_{\max}}]} \wedge C_A^{conn}}$  est correct, idempotent et  $\mathcal{BS}_{\mathcal{F}}$ cohérent.

#### 3.4.7 Contrainte d'adjacence

Une mesure de l'adjacence de deux ensembles flous, notée  $\mu_{adj}(\mu_1, \mu_2)$  a été proposée dans [8, 10] et nous permet de définir la contrainte suivante.

#### Définition 15 (Contrainte d'adjacence)

Soient deux objets A et B adjacents. Nous définissons la contrainte  $C_{A,B}^{adj}$ suivant :

$$\begin{aligned} rel(C_{A,B}^{adg}): \quad \mathcal{D}^{I}(A) \times \mathcal{D}^{I}(B) &\to \{0,1\} \\ (\mu_{1},\mu_{2}) &\mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } \mu_{adj}(\mu_{1},\mu_{2}) = 1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \end{aligned}$$

Comme pour la contrainte de volume, nous n'obtenons pas de propagateur intéressant pour cette contrainte seule. Nous la combinons aussi à une contrainte de connexité  $C_B^{conn}$ .

## Définition 16 (Propagateur pour $C_{A,B}^{adj} \wedge C_B^{conn}$ )

Le propagateur associé à la conjonction d'une contrainte d'adjacence entre deux structures A et B et d'une contrainte de connexité portant sur B, noté  $f_{C_{AB}^{adj} \wedge C_{B}^{conn}}$ , est défini suivant :

$$\frac{\langle A, B; (\underline{A}, \overline{A}), (\underline{B}, \overline{B}); C_{A,B}^{adj} \wedge C_B^{conn} \rangle}{\langle A, B; (\underline{A}, \overline{A}), (\underline{B}, \overline{B}'); C_{A,B}^{adj} \wedge C_B^{conn} \rangle}$$

$$ou \ \overline{B}' = \bigvee \{ \mu \in \mathcal{H} \mid \underline{B} \le \mu \le \overline{B} \ et \ \exists \nu \in (\underline{A}, \overline{A}), \ \mu_{adj}(\mu, \nu) = 1 \}.$$

#### **Proposition 6**

Le propagateur  $f_{C^{adj}_{A} \atop R} \land C^{conn}_{R}$  est correct, idempotent et  $\mathcal{BS}_{\mathcal{F}}$ -cohérent.

#### 3.4.8 Contrainte de contraste

Toutes les contraintes précédentes concernent la structure de la scène, représentée par les relations spatiales. Afin de faire le lien avec l'image analysée et de garantir la fidélité aux données dans chaque région obtenue, nous proposons une contrainte supplémentaire, relative à la radiométrie des structures dans les données. Le signal en IRM n'étant pas normalisé, un tissu peut présenter des intensités différentes d'une acquisition à l'autre. Cependant pour un protocole d'acquisition donné les contrastes restent relativement stables. Les ventricules latéraux présentent par exemple des niveaux d'intensité beaucoup plus faibles que la matière blanche. Le modèle structurel comprend ainsi un ensemble de relations de contraste stables desquelles sont déduites des contraintes.

Pour modéliser ce type de contrainte, nous associons à un ensemble flou  $\mu \in \mathcal{F}$  la fonction d'appartenance  $\mu^{\mathcal{I}} : \mathbb{N}^* \to [0,1]$  représentant le degré d'appartenance des niveaux de gris des voxels de  $\mu$  dans l'image  $\mathcal{I} : \forall v \in \mathbb{N}^*, \ \mu^{\mathcal{I}}(v) = \sup_{x \in X, \mathcal{I}(x) = v} \mu(x)$ . Réciproquement un ensemble flou  $\mu'$  est associé à une fonction d'appartenance en niveaux de gris  ${\mu'}^{\mathcal{I}}$  suivant :  ${\mu'}(x) = {\mu'}^{\mathcal{I}} \circ \mathcal{I}(x) = {\mu'}^{\mathcal{I}}(\mathcal{I}(x))$ .

Nous proposons alors d'étendre la définition de Michelson [46] pour caractériser le contraste c entre deux niveaux de gris  $v_1$  et  $v_2$  ( $c = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}$ ) au contraste entre deux fonctions d'appartenance  $\mu_1^{\mathcal{I}}$  et  $\mu_2^{\mathcal{I}}$ . Nous représentons celui-ci comme une fonction d'appartenance  $f_{\mu_1,\mu_2}^c$  :  $[-1,1] \rightarrow [0,1]$ suivant :  $\forall c \in \mathbb{R}, f_{\mu_1,\mu_2}^c(c) = \sup_{\substack{(v_1,v_2) \in \mathbb{N}^{*2} \\ v_1 + v_2}} \min(\mu_1^{\mathcal{I}}(v_1), \mu_2^{\mathcal{I}}(v_2))$ . Main $c = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}$ 

tenant si  $f^c$  représente une information *a priori* sur le contraste entre  $\mu_1$  et  $\mu_2$ , nous pouvons obtenir une fonction d'appartenance  ${\mu'_2}^{\mathcal{I}}$  représentant les niveaux de gris présentant un contraste en accord avec  $f^c$  et  $\mu_1$  suivant :  ${\mu'_2}^{\mathcal{I}} = {\mu_1}^{\mathcal{I}} \times_{\mathcal{N}} f_{\mu_1,\mu_2}^{k^{-1}}$  où :

$$\begin{cases} \forall v \in \mathbb{N}^*, \ \mu_1^{\mathcal{I}} \times_{\mathcal{N}} f_{\mu_1,\mu_2}^{k^{-1}}(v) = \sup_{\substack{(v_1,v_2) \in \mathbb{N}^{*2} \\ v = v_1 \times v_2}} \min(\mu_1^{\mathcal{I}}(v_1), f_{\mu_1,\mu_2}^{k^{-1}}(v_2)), \\ \forall v \in \mathbb{N}^*, \ f_{\mu_1,\mu_2}^{k^{-1}}(v) = \sup_{\substack{c \in \mathbb{R}^{+*} \\ v = \frac{1-c}{1+c}}} f_{\mu_1,\mu_2}^c(c). \end{cases}$$

Notons que l'ensemble flou associé  $({\mu'_2}^{\mathcal{I}} \circ \mathcal{I})$  vérifie  $\mu_2 \leq {\mu'_2}^{\mathcal{I}} \circ \mathcal{I}$ . Similairement nous pouvons obtenir  ${\mu'_1}^{\mathcal{I}}$  suivant :  ${\mu'_1}^{\mathcal{I}} = {\mu_2}^{\mathcal{I}} \times_{\mathcal{N}} f_{\mu_1,\mu_2}^k$ , avec  $f_{\mu_1,\mu_2}^k(v) = \sup_{\substack{c \in \mathbb{R}^{+*} \\ v = \frac{1+c}{1-c}}} f_{\mu_1,\mu_2}^c(c)$ . Nous avons aussi  $\mu_1 \leq {\mu'_1}^{\mathcal{I}} \circ \mathcal{I}$ .

Ainsi nous représentons une information *a priori* sur le contraste entre deux structures A et B par une fonction trapézoïdale  $f_{A,B}^c$  et nous définissons la contrainte suivante.

#### Définition 17 (Contrainte de contraste)

Soient deux structures A et B entre lesquelles le contraste est stable et représenté par une fonction d'appartenance  $f_{A,B}^c$ . La contrainte  $C_{A,B}^{cont}$  est définie suivant :

$$\begin{aligned} \operatorname{rel}(C_{A,B}^{\operatorname{cont}}): \quad \mathcal{D}^{I}(A) \times \mathcal{D}^{I}(B) & \to \{0,1\} \\ (\mu_{1},\mu_{2}) & \mapsto \begin{cases} 1 & \operatorname{si} \mu_{1}^{I} \leq \mu_{2}^{I} \times_{\mathcal{N}} f_{A,B}^{k} \\ & \operatorname{et} \mu_{2}^{I} \leq \mu_{1}^{I} \times_{\mathcal{N}} f_{A,B}^{k^{-1}} \\ 0 & \operatorname{sinon}, \end{cases} \end{aligned}$$

#### Définition 18 (Propagateur pour la contrainte de contraste)

Le propagateur  $f_{C_{A,B}^{cont}}$  associé à la contrainte de contraste entre deux structures A et B est défini suivant :

$$\frac{\langle A, B; (\underline{A}, \overline{A}), (\underline{B}, \overline{B}); C_{A,B}^{cont} \rangle}{\langle A, B; (\underline{A}, \overline{A} \land (\mu_{\overline{B}}^{I} \times_{\mathcal{N}} f_{A,B}^{k} \circ I)), (\underline{B}, \overline{B} \land (\mu_{\overline{A}}^{I} \times_{\mathcal{N}} f_{A,B}^{k^{-1}} \circ I)); C_{A,B}^{cont} \rangle}$$

Ce propagateur réduit les bornes supérieures des deux domaines en supprimant tous les voxels qui ne peuvent pas satisfaire la relation de contraste. Il permet d'obtenir des réductions de domaine importantes même lorsque ces domaines sont très grands. En effet la fonction d'appartenance radiométrique d'un domaine est limitée aux niveaux de gris présents dans l'image.

#### **Proposition 7**

Le propagateur  $f_{C_{A,P}^{cont}}$  est correct, idempotent et  $\mathcal{BS}_{\mathcal{F}}$ -cohérent.

La figure 9 illustre ces définitions pour une contrainte de contraste entre le ventricule latéral LVl et le noyau caudé CNl (b). Les fonctions d'appartenance associées  $\mu_{LVl}^{\mathcal{I}}$  et  $\mu_{CNl}^{\mathcal{I}}$  sont montrées en (c). La fonction d'appartenance  $f_{LVl,CNl}^c$  représentant l'information *a priori* sur le contraste est présentée en (d). Nous obtenons alors la fonction d'appartenance (e) représentant les intensités satisfaisant la relation de contraste relativement à  $\mu_{LVl}$  ( $\mu_{LVl}^{\mathcal{I}} \times_{\mathcal{N}} f_{LVl,CNl}^k$ ). Si nous combinons celle-ci à l'image (f) nous vérifions que  $\mu_{CNl} \leq (\mu_{LVl}^{\mathcal{I}} \times_{\mathcal{N}} f_{LVl,CNl}^k) \circ \mathcal{I}$ .

La figure 10 illustre le propagateur associé. Le domaine initial du ventricule latéral ( $\underline{LVl}, \overline{LVl}$ ) a été préalablement réduit et ( $\underline{CNl}, \overline{CNl}$ ) vaut ( $0_{\mathcal{F}}, 1_{\mathcal{F}}$ ). Nous obtenons alors l'ensemble des niveaux de gris susceptibles de satisfaire la relation de contraste avec  $\mu_{\overline{LVl}}^{I}$  suivant  $\mu_{\overline{LVl}}^{I} \times_{\mathcal{N}} f_{LVl,CNl}^{k^{-1}}$ . Nous en déduisons le domaine réduit ( $\underline{CNl}', \overline{CNl}'$ ).



FIGURE 9 – (a) Une coupe axiale. (b)  $\mu_{LVl}$  en bleu et  $\mu_{CNl}$  en rouge. (c)  $\mu_{LVl}^{\mathcal{I}}$  en bleu et  $\mu_{CNl}^{\mathcal{I}}$  en rouge. (d) Information *a priori* sur le contraste entre LVl et CNl :  $f_{LVl,CNl}^{c}$ . (e)  $\mu_{CNl}^{\mathcal{I}}$  en rouge et  $\mu_{LVl}^{\mathcal{I}} \times_{\mathcal{N}} f_{LVl,CNl}^{k}$  en bleu. (f)  $(\mu_{LVl}^{\mathcal{I}} \times_{\mathcal{N}} f_{LVl,CNl}^{k}) \circ \mathcal{I}$ .



FIGURE 10 – Illustration du propagateur associé à la contrainte de contraste entre le ventricule latéral LVl et le noyau caudé CNl.

## 4 **EXEMPLE D'APPLICATION**

Nous appliquons la méthode proposée à la reconnaissance de structures cérébrales dans des données IRM de sujets sains. Nous proposons dans un premier temps une illustration sur une coupe axiale comme celle de la figure 11 (a). Nous illustrons ensuite le processus sur le volume complet et proposons enfin une extension aux cas pathologiques.

#### 4.1 Reconnaissance dans une coupe axiale

#### 4.1.1 Données et modèle utilisés

Nous choisissons une coupe axiale spécifique dans laquelle nous nous intéressons à un ensemble de 49 structures anatomiques qui forment une représentation hiérarchique du cerveau. Nous disposons pour cette coupe spécifique d'une base de cas dans laquelle ces 49 structures ont été annotées manuellement. La figure 11 en présente un élément. Nous apprenons sur cette base le modèle structurel qui sera utilisé pour réaliser la reconnaissance. Celui-ci comprend l'ensemble des relations (pour les types décrits dans la section précédente) satisfaites sur tous les cas de la base d'apprentissage. Le modèle ainsi obtenu comprend environ 5000 relations.



FIGURE 11 – Elément de la base d'apprentissage. (a) Coupe axiale d'une IRM cérébrale. (b) Annotation manuelle associée.

Pour réaliser la reconnaissance d'un nouveau cas, nous initialisons le processus par une segmentation préliminaire du cerveau (cette extraction peut par exemple être réalisée en utilisant les outils BET [63] ou BSE [62]). Le domaine associé à la variable représentant le cerveau est alors réduit à un singleton (cette segmentation).

#### 4.1.2 Propagation

Nous appliquons alors l'algorithme de propagation de contraintes décrit dans la section 3.3 qui converge après approximativement 10000 à 50000 itérations. L'évolution des domaines de quelques variables est illustrée dans la figure 12. La borne supérieure de ces domaines décroît et pour la plupart des structures converge vers une valeur assez proche de la solution recherchée. Leur borne inférieure ne croît quant à elle que dans un deuxième temps. Même si la valeur obtenue à la convergence du processus n'est généralement pas très proche de la solution recherchée, il est important d'obtenir une valeur non nulle puisque l'extraction du résultat final en dépend. Notons qu'une illustration plus complète du processus de propagation est réalisée dans [49].

#### 4.1.3 Extraction d'une solution finale

Lorsque le processus de propagation s'achève, les domaines ne sont en général pas des singletons. Même s'ils ont été considérablement réduits, nous ne pouvons pas pour des raisons de complexité extraire de solution exacte. Nous réalisons donc pour certaines structures d'intérêt l'extraction d'un résultat binaire cohérent avec les résultats obtenus par l'algorithme de propagation et présentant une surface régulière. Nous obtenons tout d'abord l'ensemble  $\overline{\partial A}$  incluant la frontière de la région recherchée  $\mu_A$  pour une structure A à partir des domaines obtenus pour cette structure et pour les structures adjacentes. Nous réalisons alors l'extraction d'une surface minimale  $\partial S$  incluant une région S qui soit elle-même incluse dans  $\overline{A}$  et inclue <u>A</u> par la maximisation de la fonctionnelle suivante :

$$E(S) = \int_{\partial S} \log(\overline{\partial A}(\partial S(s))) ds + \int_{S} \log(\overline{A}(x)) dx + \int_{X \setminus S} \log(c(\underline{A})(x)) dx,$$

où  $c(\underline{A})$  désigne le complémentaire de  $\underline{A}$ . Le premier terme pénalise les valeurs S dont la frontière  $\partial S$  ne correspond pas à la frontière de  $\mu_A$  représentée par  $\overline{\partial A}$ . Le deuxième terme pénalise les valeurs S qui ne sont pas incluses dans  $\overline{A}$ , et le troisième terme pénalise les valeurs n'incluant pas  $\underline{A}$ .

Cette maximisation est réalisée efficacement par coupure de graphe [12]. L'ensemble de ce processus est décrit plus en détails dans [50].

Dans la figure 13, nous montrons les résultats d'extraction obtenus pour les noyaux caudés, les ventricules latéraux, les thalami, les putamens et les lobes insulaires.

#### 4.2 Application au volume complet

Ce processus peut être appliqué à la reconnaissance de structures dans l'ensemble du volume IRM. Cependant le processus de propagation devient trop coûteux puisque le coût calculatoire des propagateurs dépend de la taille des données et que l'ordonnancement de l'application des propagateurs est peu efficace.

Afin de limiter le coût des propagateurs, nous réalisons leur calcul à des niveaux de résolution plus faibles lorsque c'est nécessaire. Certaines relations telles que les relations directionnelles présentent en effet un niveau de



FIGURE 12 – Évolution des domaines du noyau caudé gauche (CNl), de la corne frontale du ventricule latéral gauche (FLVl), du thalamus gauche THl et de la matière blanche de l'hémisphère gauche (CWMl) lors du processus du propagation.



FIGURE 13 – Résultats de reconnaissance finals des noyaux caudés, des ventricules latéraux, des thalami, des putamens, des lobes insulaires et de la fissure choroïde.

granularité élevé et le calcul des propagateurs sur une grille sous-résolue ne conduit en général pas à des réductions de domaine beaucoup plus faibles.

De plus, l'ordonnancement du calcul des propagateurs dans l'algorithme 4 est élémentaire et conduit à de nombreux calculs inutiles. Le résultat obtenu ne dépendant pas de l'ordonnancement, nous réalisons à chaque itération de l'algorithme un choix fin du propagateur à calculer en tenant compte :

- du changement des domaines depuis le dernier calcul des propagateurs,
- du coût calculatoire des propagateurs,
- d'une estimation fine de la réduction de domaine que peut potentiellement réaliser le propagateur.

Nous avons appliqué ce processus à la reconnaissance d'un cas unique (qui nous a aussi servi dans ce cas à réaliser l'apprentissage car nous ne disposons pas de base annotée manuellement). En procédant ainsi le temps de calcul de l'algorithme de propagation est réduit à environ 37 heures (d'importantes optimisations étant encore réalisables). Nous réalisons alors l'extraction d'une solution finale. Nous montrons dans la figure 14 les résultats obtenus pour les structures internes cérébrales.



FIGURE 14 – Reconstructions 3D des résultats de reconnaissance pour les noyaux caudés, les putamens, les ventricules latéraux, les thalami, le troisième ventricule, les noyaux accumbens et les sous-thalami.

## 4.3 Cas pathologiques

La présence de pathologies telles que les tumeurs cérébrales peut induire une déviation importante de l'anatomie normale. Le modèle générique ne correspond plus dans ce cas aux données à reconnaître. Nous avons donc proposé une adaptation du processus prenant explicitement en compte la présence de tumeurs.

Celle-ci consiste à simultanément réaliser la reconnaissance des structures et obtenir un modèle spécifique comprenant la tumeur. Ce modèle spécifique est dérivé du modèle générique et peut présenter un nombre fini de valeurs. Le processus de propagation réduit alors simultanément les domaines des structures anatomiques et celui du modèle spécifique.

Une description détaillée de cette approche peut être trouvée dans [49] et fera l'objet d'une future publication. La figure 15 présente un des résultats préliminaires obtenus. Malgré la déformation induite par la tumeur, nous obtenons de bons résultats de reconnaissance pour les structures internes.

## 5 CONCLUSION

Dans le contexte de l'interprétation de scènes complexes à partir de modèles, nous avons proposé dans cet article une méthode originale par propagation de contraintes ainsi qu'une application en imagerie cérébrale. Le problème de segmentation et de reconnaissance de structures dans des images a été exprimé comme un problème de satisfaction de contraintes. Nous avons proposé de construire le réseau de contraintes à partir d'un modèle générique de la scène (représentant l'anatomie standard pour l'application considérée), structurel, comportant des relations spatiales et des relations de contraste radiométrique. Les régions associées aux structures sont représentées sous la



FIGURE 15 – (a) Coupe axiale d'une IRM d'un patient présentant une tumeur cérébrale. (b) Résultats de reconnaissance des structures internes.

forme d'ensembles flous. Ce sont les variables du problème. Les contraintes sont déduites du modèle en s'appuyant sur des modélisations adaptées aux ensembles flous. Une autre contribution a porté sur l'algorithme de propagation des contraintes, avec la définition de propagateurs spécifiques pour chacune des relations du modèle et ayant de bonnes propriétés (correction, idempotence, cohérence).

Pour l'application aux structures cérébrales, nous avons proposé une chaîne complète de segmentation et de reconnaissance dans des images IRM, allant de l'apprentissage du modèle à l'extraction finale d'une solution. Les résultats obtenus en 2D semblent prometteurs. La distance moyenne aux annotations manuelles est de l'ordre de la taille du voxel et le taux d'échec reste faible même si le modèle est appris sur un nombre réduit de cas [49]. Enfin, une première extension aux cas pathologiques a été suggérée. Le développement de cette partie fera l'objet de nos travaux futurs.

## **A EXEMPLE DE PREUVE**

Nous donnons ci-dessous la preuve de la proposition 1. Les preuves des autres propositions sont obtenues selon le même schéma et peuvent être trouvées dans [49].

Le propagateur  $f_{C^{dans}_{A,B}}$  associé à la contrainte d'inclusion de A dans B est défini suivant :

$$\begin{array}{c} \langle A,B;(\underline{A},\overline{A}),(\underline{B},\overline{B});C^{dans}_{A,B}\rangle \\ \hline \langle A,B;(\underline{A},\overline{A}\wedge\overline{B}),(\underline{B}\vee\underline{A},\overline{B});C^{dans}_{A,B}\rangle \end{array}$$

Nous voulons prouver que ce propagateur est correct, idempotent et  $B_{\mathcal{F}}$ -cohérent.

#### Correction

Soit  $N = \langle \chi, \mathcal{D}, \mathcal{C} \rangle$  avec  $\{A, B\} \subseteq \chi$  et  $C_{A,B}^{dans} \in \mathcal{C}$ . Le propagateur  $f_{C_{A,B}^{dans}}$  est correct si  $\forall N' \in \mathcal{P}_{ND}^{sol}$ ,  $f_{C_{A,B}^{dans}}(N') \in \mathcal{P}_{N'D}^{sol}$  (cf section 3.1). Nous avons de toute évidence  $f_{C_{A,B}^{dans}}(N') \in \mathcal{P}_{N'D}$  puisque  $f_{C_{A,B}^{dans}}(N')$  est obtenu uniquement par la réduction de domaines de N'. Reste à prouver que ce propagateur préserve les solutions, i.e.  $I \in sol(N') \Leftrightarrow I \in sol(f_{C_{A,B}^{dans}}(N'))$ . Pour cela notons  $(\underline{A}', \overline{A}'), (\underline{B}', \overline{B}')$  et  $(\underline{A}'', \overline{A}''), (\underline{B}'', \overline{B}'')$  les domaines associés à A et B respectivement dans N' et  $f_{C_{A,B}^{dans}}(N')$ . Si I est une solution dans  $f_{C_{A,B}^{dans}}(N')$ , I est aussi une solution dans N' puisque les contraintes des deux réseaux sont identiques et que toute instanciation valide dans  $f_{C_{A,B}^{dans}}(N')$  l'est aussi dans N'. Réciproquement si  $I \in sol(N')$ , nous avons  $\underline{A}' \leq I(A) \leq \overline{A}', \underline{B}' \leq I(B) \leq \overline{B}'$  et  $I(A) \leq I(B)$ . Nous obtenons donc :

 $\begin{array}{ll} \underline{A}' \leq I(A) \leq \overline{A}' \wedge I(B) & I(A) \vee \underline{B}' \leq I(B) \leq \overline{B}' \\ \Rightarrow & \underline{A}' \leq I(A) \leq \overline{A}' \wedge \overline{B}' \Rightarrow & \underline{A}' \vee \underline{B}' \leq I(B) \leq \overline{B}' \\ \text{Comme } \underline{A}'' = \underline{A}', \overline{A}' \wedge \overline{B}' = \overline{A}'', \underline{B}'' = \underline{A}' \vee \underline{B}' \text{ et } \overline{B}' = \overline{B}'', \text{ nous avons } \\ \underline{A}'' \leq I(A) \leq \overline{A}'' \text{ et } \underline{B}'' \leq I(B) \leq \overline{B}''. I \text{ est donc valide dans } f_{C^{dans}_{A,B}}(N') \\ \text{et est aussi une solution. Le propagateur } f_{C^{dans}_{AB}} \text{ est donc correct.} \end{array}$ 

#### Idempotence

Nous pouvons vérifier que  $f_{C_{A,B}^{dans}}(f_{C_{A,B}^{dans}}(N)) = f_{C_{A,B}^{dans}}(N)$ . Pour cela nous notons  $(\underline{A}'', \overline{A}'')$ ,  $(\underline{A}', \overline{A}')$ ,  $(\underline{A}, \overline{A})$  et  $(\underline{B}'', \overline{B}'')$ ,  $(\underline{B}', \overline{B}')$ ,  $(\underline{B}, \overline{B})$  les domaines associés à A et B dans  $f_{C_{A,B}^{dans}}(f_{C_{A,B}^{dans}}(N))$ ,  $f_{C_{A,B}^{dans}}(N)$  et N. Nous avons alors :

$$\underline{A}'' = \underline{A}' = \underline{A}, 
\overline{A}'' = \overline{A}' \land \overline{B}' = \overline{A} \land \overline{B} \land \overline{B} = \overline{A}', 
\underline{B}'' = \underline{B}' \lor \underline{A}' = \underline{B} \lor \underline{A} \lor \underline{A} = \underline{B}', 
\overline{B}'' = \overline{B}' = \overline{B}.$$

 $\operatorname{car} \underline{A}'' = \underline{A}', \overline{A}'' = \overline{A}' \wedge \overline{B}', \underline{B}'' = \underline{B}' \vee \underline{A}', \overline{B}'' = \overline{B}', \underline{A}' = \underline{A}, \overline{A}' = \overline{A} \wedge \overline{B}, \\ \underline{B}' = \underline{B} \vee \underline{A} \text{ et } \overline{B}' = \overline{B}.$ 

#### $B_{\mathcal{F}}$ -cohérence

Il reste à prouver que la contrainte  $C_{A,B}^{dans}$  est  $B_{\mathcal{F}}$ -cohérente dans  $N' = f_{C_{A,B}^{dans}}(N)$ . Nous notons  $(\underline{A}, \overline{A})$  et  $(\underline{A}', \overline{A}')$  les domaines associés à A et B dans N et N'. Pour montrer la  $B_{\mathcal{F}}$ -cohérence, nous devons montrer que  $\forall O \in vars(C_{A,B}^{dans})$ :

 $\begin{array}{l} \underline{O}' = \bigwedge \{ \mu \in (\underline{O}', \overline{O}') \mid (O, \mu) \text{ possède un support pour } C^{dans}_{A,B} \text{ dans } \mathcal{D}'^I \}, \\ \overline{O}' = \bigvee \{ \mu \in (\underline{O}', \overline{O}') \mid (O, \mu) \text{ possède un support pour } C^{dans}_{A,B} \text{ dans } \mathcal{D}'^I \}. \end{array}$ 

Nous avons  $vars(C_{A,B}^{dans}) = \{A, B\}$ . Montrons tout d'abord que ces égalités sont vérifiées pour A:

$$\bigwedge \{ \mu \in (\underline{A}', \overline{A}') \mid (A, \mu) \text{ possède un support pour } C_{A,B}^{dans} \text{ dans } \mathcal{D}'^{I} \}$$

$$= \bigwedge \{ \mu \in (\underline{A}', \overline{A}') \mid \exists \nu \in (\underline{B}', \overline{B}'), \mu \leq \nu \}$$

$$= \bigwedge \{ \mu \in (\underline{A}, \overline{A} \land \overline{B}) \mid \exists \nu \in (\underline{B} \lor \underline{A}, \overline{B}), \mu \leq \nu \}$$

$$= \bigwedge \{ \mu \in (\underline{A}, \overline{A} \land \overline{B}) \} (\operatorname{car} \underline{A} \leq \underline{B} \lor \underline{A} \text{ et } \overline{A} \land \overline{B} \leq \overline{B} )$$

$$= \underline{A}$$

$$= A'.$$

Notons que même si le domaine résultant est vide, cette dernière égalité reste correcte en raison de la convention établie dans la section 3.2.1 pour les domaines vides. Selon cette convention tout intervalle vide est égal à  $(1_{\mathcal{F}}, 0_{\mathcal{F}})$ . Ainsi dans l'expression précédente si le domaine  $(\underline{A}', \overline{A}') = (\underline{A}, \overline{A} \wedge \overline{B})$  est vide nous avons alors  $\underline{A}' = 1_{\mathcal{F}}$  et donc  $\bigwedge \{ \mu \in (\underline{A}, \overline{A} \wedge \overline{B}) \} = \underline{A}'$ .

Montrons maintenant cette égalité pour la borne supérieure du domaine de  ${\cal A}$  :

$$\bigvee \{ \mu \in (\underline{A}', \overline{A}') \mid (A, \mu) \text{ possède un support pour } C_{A,B}^{dans} \text{ dans } \mathcal{D}'^{I} \}$$

$$= \bigvee \{ \mu \in (\underline{A}', \overline{A}') \mid \exists \nu \in (\underline{B}', \overline{B}'), \mu \leq \nu \}$$

$$= \bigvee \{ \mu \in (\underline{A}, \overline{A} \land \overline{B}) \mid \exists \nu \in (\underline{B} \lor \underline{A}, \overline{B}), \mu \leq \nu \}$$

$$= \bigvee \{ \mu \in (\underline{A}, \overline{A} \land \overline{B}) \}$$

$$= \overline{A} \land \overline{B}$$

$$= \overline{A}'.$$

Similairement nous devons maintenant vérifier les égalités pour B:

$$\bigwedge \{ \mu \in (\underline{B}', \overline{B}') \mid (B, \mu) \text{ possède un support pour } C_{A,B}^{dans} \text{ dans } \mathcal{D}'^{I} \}$$

$$= \bigwedge \{ \mu \in (\underline{B}', \overline{B}') \mid \exists \nu \in (\underline{A}', \overline{A}'), \nu \leq \mu \}$$

$$= \bigwedge \{ \mu \in (\underline{B} \lor \underline{A}, \overline{B}) \mid \exists \nu \in (\underline{A}, \overline{A} \land \overline{B}), \nu \leq \mu \}$$

$$= \bigwedge \{ \mu \in (\underline{B} \lor \underline{A}, \overline{B}) \}$$

$$= \underbrace{B} \lor \underline{A}$$

$$= \underbrace{B}'.$$

 $\bigvee \{ \mu \in (\underline{B}', \overline{B}') \mid (B, \mu) \text{ possède un support pour } C_{A,B}^{dans} \text{ dans } \mathcal{D}'^{I} \}$   $= \bigvee \{ \mu \in (\underline{B}', \overline{B}') \mid \exists \nu \in (\underline{A}', \overline{A}'), \nu \leq \mu \}$   $= \bigvee \{ \mu \in (\underline{B} \lor \underline{A}, \overline{B}) \mid \exists \nu \in (\underline{A}, \overline{A} \land \overline{B}), \nu \leq \mu \}$   $= \bigvee \{ \mu \in (\underline{B} \lor \underline{A}, \overline{B}) \}$   $= \overline{B}$   $= \overline{B}'.$ 

## Références

- K.R. Apt. Principles of Constraint Programming. Cambridge Univ Pr, New York, NY, USA, 2003.
- [2] J. Atif, C. Hudelot, G. Fouquier, I. Bloch et E. Angelini. From Generic Knowledge to Specific Reasoning for Medical Image Interpretation using Graph-based Representations. In *International Joint Conference* on Artificial Intelligence, IJCAI, pages 224–229, Hyderabad, India, jan 2007.
- [3] P. Baptiste, C. Le Pape et W. Nuijten. *Constraint-Based Scheduling : Applying Constraint Programming to Scheduling Problems*. Kluwer Academics, Dordrecht, Netherlands, 2001.
- [4] C. Bessière. Constraint Propagation. Technical report, LIRMM, UMR 5506 CNRS, University of Montpellier, 2006.
- [5] I. Bloch. Fuzzy Relative Position between Objects in Images : a Morphological Approach. In *International Conference on Image Processing, ICIP*, volume II, pages 987–990, Lausanne, sep 1996.
- [6] I. Bloch. Fuzzy Relative Position between Objects in Image Processing : a Morphological Approach. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(7):657–664, jul 1999.
- [7] I. Bloch. On Fuzzy Spatial Distances. In P. Hawkes, éditeur, Advances in Imaging and Electron Physics, volume 128, pages 51–122. Academic press, Amsterdam, nov 2003.
- [8] I. Bloch. Fuzzy Spatial Relationships for Image Processing and Interpretation : A Review. *Image and Vision Computing*, 23(2):89–110, feb 2005.
- [9] I. Bloch, T. Géraud et H. Maître. Representation and Fusion of Heterogeneous Fuzzy Information in the 3D Space for Model-Based Structural Recognition - Application to 3D Brain Imaging. *Artificial Intelligence*, 148(1-2):141–175, aug 2003.
- [10] I. Bloch, H. Maître et M. Anvari. Fuzzy Adjacency between Image Objects. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 5(6):615–653, dec 1997.

- [11] D.M. Bowden et R.F. Martin. Neuronames Brain Hierarchy. Neuroimage, 2(1):63–83, mar 1995.
- [12] Y. Boykov et V. Kolmogorov. Computing Geodesics and Minimal Surfaces via Graph Cuts. In *International Conference on Computer Vision*, *ICCV*, volume 1, pages 26–33, Nice, France, oct 2003.
- [13] U. Braga-Neto et J. Goutsias. A Theoretical Tour of Connectivity in Image Processing and Analysis. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 19(1):5–31, jul 2003.
- [14] C. Broit. *Optimal registration of deformed images*. PhD thesis, University of Pennsylvania, Philadelphia, aug 1981.
- [15] H. Bunke. Recent Developments in Graph Matching. In *International Conference on Pattern Recognition*, *ICPR*, volume 2, pages 117–124, Barcelona, Spain, sep 2000.
- [16] R. Cesar, E. Bengoetxea, I. Bloch et P. Larranaga. Inexact Graph Matching for Model-Based Recognition : Evaluation and Comparison of Optimization Algorithms. *Pattern Recognition*, 38(11) :2099–2113, nov 2005.
- [17] A. Cesta, A. Oddi et S.F. Smith. A Constraint-Based Method for Project Scheduling with Time Windows. *Journal of Heuristics*, 8(1):109–136, jan 2002.
- [18] C.W. Choi, W. Harvey, J.H.M. Lee et P.J. Stuckey. Finite Domain Bounds Consistency Revisited. In *Australian Joint Conference on Artificial Intelligence*, volume LNCS 4304, pages 49–58, Hobart, Australia, dec 2006. Springer.
- [19] O. Colliot. Représentation, évaluation et utilisation de relations spatiales pour l'interprétation d'images. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, ENST, sep 2003.
- [20] O. Colliot, O. Camara et I. Bloch. Integration of Fuzzy Spatial Relations in Deformable Models - Application to Brain MRI Segmentation. *Pattern Recognition*, 39(8):1401–1414, aug 2006.
- [21] D. Conte, P. Foggia, C. Sansone et M. Vento. Thirty Years of Graph Matching in Pattern Recognition. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 18(3):265–298, may 2004.
- [22] T.F. Cootes, G.J. Edwards et C.J. Taylor. Active Appearance Models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 23(6):681–685, jun 2001.
- [23] T.F. Cootes, C.J. Taylor, D.H. Cooper et J. Graham. Active Shape Models-Their Training and Application. *Computer Vision and Image Understanding*, 61(1):38–59, jan 1995.
- [24] B.M. Dawant, S.L. Hartmann, S. Pan et S. Gadamsetty. Brain Atlas Deformation in the Presence of Small and Large Space-Occupying Tumors. *Computer Aided Surgery*, 7(1):1–10, may 2002.

- [25] B.M. Dawant, S.L. Hartmann, J.P. Thirion, F. Maes, D. Vandermeulen et P. Demaerel. Automatic 3-D Segmentation of Internal Structures of the Head in MR Images Using a Combination of Similarity and Free-Form Transformations. I. Methodology and Validation on Normal Subjects. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(10) :909–916, oct 1999.
- [26] A. Deruyver et Y. Hodé. Constraint satisfaction problem with bilevel constraint : application to interpretation of over-segmented images. *Artificial Intelligence*, 93(1-2) :321–335, jun 1997.
- [27] A. Deruyver et Y. Hodé. Qualitative spatial relationships for image interpretation by using a conceptual graph. *Image and Vision Computing*, 27(7):876–886, jun 2009.
- [28] D. Dubois et H. Prade. Fuzzy Sets and Systems : Theory and Applications. Academic Press, New York, NY, USA, 1980.
- [29] G. Fouquier, J. Atif et I. Bloch. Sequential Spatial Reasoning in Images based on Pre-Attention Mechanisms and Fuzzy Attribute Graphs. In *European Conference on Artificial Intelligence, ECAI*, volume 178, pages 611–615, Patras, Greece, jul 2008.
- [30] G. Gange, P. Stuckey et Lagoon V. Fast Set Bounds Propagation using BDDs. In *European Conference on Artificial Intelligence, ECAI*, volume 178, pages 505–509, Patras, Greece, jul 2008.
- [31] C. Gervet. Interval Propagation to Reason about Sets : Definition and Implementation of a Practical Language. *Constraints*, 1(3) :191–244, 1997.
- [32] S.W. Golomb et L.D. Baumert. Backtrack Programming. *Journal of the ACM*, 12(4):516–524, oct 1965.
- [33] L. Gupta, U.G. Mangai et S. Das. Integrating region and edge information for texture segmentation using a modified constraint satisfaction neural network. *Image and Vision Computing*, 26(8) :1106–1117, aug 2008.
- [34] D. Hasboun. Neuranat.
- http://www.chups.jussieu.fr/ext/neuranat/index.html, 2005.
- [35] C. Hudelot, J. Atif, O. Nempont, B. Batrancourt, E. Angelini et I. Bloch. GRAFIP : a Framework for the Representation of Healthy and Pathological Anatomical and Functional Cerebral Information. In *Human Brain Mapping, HBM*, Florence, Italy, jun 2006.
- [36] D.V. Iosifescu, M.E. Shenton, S.K. Warfield, R. Kikinis, J. Dengler, F.A. Jolesz et R.W. McCarley. An Automated Registration Algorithm for Measuring MRI Subcortical Brain Structures. *Neuroimage*, 6(1):13–25, july 1997.
- [37] L. Kitchen. Discrete Relaxation for Matching Relational Structures. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 9(12):869–874, jun 1978.

- [38] B. Kuipers. Modeling Spatial Knowledge. *Cognitive Science*, 2(2):129–153, jun 1978.
- [39] B.J. Kuipers et T.S. Levitt. Navigation and Mapping in Large-Scale Space. *AI Magazine*, 9(2):25–43, jun 1988.
- [40] P. Laborie. Algorithms for propagating resource constraints in AI planning and scheduling : Existing approaches and new results. *Artificial Intelligence*, 143(2):151–188, feb 2003.
- [41] M.E. Leventon, W.E.L. Grimson et O. Faugeras. Statistical Shape Influence in Geodesic Active Contours. In *Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR*, volume 1, pages 316–323, Hilton Head, SC, USA, jun 2000.
- [42] W.C. Lin, E.C.K. Tsao et C.T. Chen. Constraint satisfaction neural networks for image segmentation. *Pattern Recognition*, 25(7):679– 693, jul 1992.
- [43] C.E. Lipscomb. Medical Subject Headings (MeSH). Bulletin of the Medical Library Association, 88(3) :265, jul 2000.
- [44] A.K. Mackworth. Consistency in Networks of Relations. *Artificial Intelligence*, 8(1):99–118, feb 1977.
- [45] J.C. Mazziotta, A.W. Toga, A. Evans, P. Fox et J. Lancaster. A Probabilistic Atlas of the Human Brain : Theory and Rationale for Its Development the International Consortium for Brain Mapping (ICBM). *Neuroimage*, 2(2-1) :89–101, jun 1995.
- [46] A. Michelson. *Studies in Optics*. Chicago University Press, Chicago, IL, USA, 1927.
- [47] R. Mohr et T.C. Henderson. Arc and Path Consistency Revisited. *Artificial Intelligence*, 28(2):225–233, mar 1986.
- [48] U. Montanari. Networks of Constraints : Fundamental Properties and Applications to Picture Processing. *Information Sciences*, 7 :95–132, 1974.
- [49] O. Nempont. Modèles structurels flous et propagation de contraintes pour la segmentation et la reconnaissance d'objets dans les images. Application aux structures normales et pathologiques du cerveau en IRM. PhD thesis, Télécom ParisTech, ENST, mar 2009.
- [50] O. Nempont, J. Atif, E. Angelini et I. Bloch. Combining Radiometric and Spatial Structural Information in a New Metric for Minimal Surface Segmentation. In *Information Processing in Medical Imaging, IPMI*, volume LNCS 4584, pages 283–295, Kerkrade, The Netherlands, jul 2007. Springer.
- [51] O. Nempont, J. Atif, E. Angelini et I. Bloch. A New Fuzzy Connectivity Measure for Fuzzy Sets and Associated Fuzzy Attribute Openings. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2009.

- [52] D. Papadias, T. Sellis, Y. Theodoridis et M.J. Egenhofer. Topological Relations in the World of Minimum Bounding Rectangles : A Study With r-Trees. In SIGMOD International Conference on Management of Data, pages 92–103, San Jose, CA, USA, may 1995. ACM Press.
- [53] A. Perchant et I. Bloch. Fuzzy Morphisms between Graphs. *Fuzzy Sets and Systems*, 128(2) :149–168, jun 2002.
- [54] J.F. Puget. PECOS : a high level constraint programming language. In Singapore International Conference on Intelligent Systems, SPICIS, volume 92, pages 137–142, Singapore, sep 1992.
- [55] A. Rosenfeld. Fuzzy Digital Topology. *Information and Control*, 40(1):76–87, jan 1979.
- [56] A. Rosenfeld. The Fuzzy Geometry of Image Subsets. *Pattern Recognition Letters*, 2(5) :311–317, sep 1984.
- [57] A. Rosenfeld, R.A. Hummel et S.W. Zucker. Scene Labeling by Relaxation Operations. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 6(6):420–433, jun 1976.
- [58] C. Rosse et J.L. Mejino. A Reference Ontology for Bioinformatics : The Foundational Model of Anatomy. *Journal of Biomedical Informatics*, 36(6) :478–500, dec 2003.
- [59] F. Rossi, P. Van Beek et T. Walsh, éditeurs. Handbook of Constraint Programming. Elsevier, New York, NY, USA, 2006.
- [60] F. Rossi, P. Van Beek et T. Walsh. *Handbook of Constraint Programming*, chapitre 4, Backtracking search algorithms. Elsevier, 2006.
- [61] A. Sadler et C. Gervet. Enhancing set constraint solvers with lexicographic bounds. *Journal of Heuristics*, 14(1):23–67, 2008.
- [62] D.W. Shattuck, S.R. Sandor-Leahy, K.A. Schaper, D.A. Rottenberg et R.M. Leahy. Magnetic Resonance Image Tissue Classification Using a Partial Volume Model. *Neuroimage*, 13(5):856–876, may 2001.
- [63] S.M. Smith. Fast Robust Automated Brain Extraction. Human Brain Mapping, 17(3):143–155, nov 2002.
- [64] R.K. Srihari et Z. Zhang. Show&tell : A Semi-Automated Image Annotation System. *IEEE Multimedia*, 7(3) :61–71, jul 2000.
- [65] J. Talairach et P. Tournoux. *Co-Planar Stereotaxic Atlas of the Human Brain : 3-Dimensional Proportional System : An Approach to Cerebral Imaging.* Thieme, Stuttgart, Germany, 1988.
- [66] A. Tsai, W. Wells, C. Tempany, E. Grimson et A. Willsky. Mutual information in coupled multi-shape model for medical image segmentation. *Medical Image Analysis*, 8(4) :429–445, dec 2004.
- [67] Lagoon V. et Stuckey P.J. Set Domain Propagation Using ROBDDs. In *Principles and Practice of Constraint Programming, CP*, volume LNCS 3258, pages 347–361, Toronto, Canada, sep 2004. Springer.

- [68] D. Waltz. Understanding Line Drawings of Scenes with Shadows. *The Psychology of Computer Vision*, pages 19–91, 1975.
- [69] S.G. Waxman. *Correlative Neuroanatomy*. McGraw-Hill, New York, NY, USA, 24 edition, 2000.
- [70] J. Yang et J.S. Duncan. 3D image segmentation of deformable objects with joint shape-intensity prior models using level sets. *Medical Image Analysis*, 8(3):285–294, sep 2004.
- [71] E.I. Zacharaki, D. Shen, S.K. Lee et C. Davatzikos. ORBIT : A Multiresolution Framework for Deformable Registration of Brain Tumor Images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 27(8) :1003–1017, aug 2008.