

Raisonnement spatial

Isabelle Bloch

Isabelle.Bloch@enst.fr

<http://www.tsi.enst.fr/~bloch>

Télécom ParisTech (ENST) - CNRS LTCI



Raisonnement spatial

Représentation de connaissances et raisonnement sur des entités spatiales et sur des relations spatiales

- Largement développé en IA
 - relations topologiques surtout
 - logiques formelles (ex : méréotopologie)
 - inférence
- Moins développé en interprétation d'images
 - besoin de représentation de connaissances imprécises
 - cadre (semi-)quantitatif (\Rightarrow évaluation numérique)
 - exemples : reconnaissance structurelle dans les images sous imprécision
- Ingrédients :
 - représentation de connaissances
 - représentation de l'imprécision
 - fusion d'information hétérogènes
 - raisonnement et décision

Sources d'inspiration

- Philosophie
- Perception
- Cognition

Formalismes

- Quantitatifs
- Qualitatifs (QSR)
- Représentations et raisonnement flous : approches semi-quantitatives / semi-qualitatives

Raisonnement spatial quantitatif

- Objets définis de manière précise.
- Calcul de relations bien définies.
- Nombreuses limites...
 - sur les objets
 - sur les relations
 - sur le type de représentations
 - pour le raisonnement

Représentations symboliques

- ensemble de conventions syntaxiques et sémantiques pour décrire un élément de connaissance
- représentations logiques (expressivité dépend de la logique)
- compactes (seulement les propriétés et caractéristiques pertinentes)
- ce qui est important est explicite

Exigences :

- niveau ontologique : tous les concepts importants doivent être pris en compte
- niveau épistémique : on ne doit pas être obligé d'exprimer ce qui n'est pas connu
- niveau computationnel : doit permettre un calcul efficace des propriétés exprimées

Exemple :

- Concept : *à droite de*
- Propriété : *l'objet A est à droite de l'objet B*

Systemes à base de connaissances

Extension des systèmes experts en permettant des modes différents de représentation des connaissances et de raisonnement

3 rôles distincts :

- utilisateur : remplit la base de faits avec les données à traiter
- expert : construit la base de connaissances
- développeur : construit le moteur d'inférence et la stratégie de raisonnement

Connaissances

- déclaratives (comment sont les choses)
- procédurales (comment on fait)
- épisodiques (expérience précédente)
- méta (connaissances sur la connaissance)

Systemes à base de connaissances

Inférence

- déduction : conséquences à partir de faits

$$\frac{A \rightarrow B, A}{B}$$

- contraposition : non-observations

$$\frac{A \rightarrow B, \neg B}{\neg A}$$

- abduction : causes expliquant les observations

$$A \rightarrow B, B \text{ on infère } A$$

- induction : règles à partir d'observations régulières

$$\frac{B \text{ à chaque fois que } A}{A \rightarrow B}$$

- projection : conséquences à partir d'actions

$$\frac{A \rightarrow B, \text{ faire } A}{\text{on attend } B}$$

- planification : actions à partir des buts

$$\frac{A \rightarrow B, \text{ on veut } B}{\text{faire } A}$$

Systemes à base de connaissances

Contrôle

- recherche de chemins entre les connaissances initiales et les buts
- chaînage avant
- chaînage arrière

Exemples de KBS :

- règles de production,
- frames,
- réseaux sémantiques,
- avec incertitude : Mycin, etc.

Exemples d'utilisation en vision :

- supervision de programmes
- interprétation d'images

Modes de raisonnement

Monotone : plus d'informations \Rightarrow plus de conclusions (exemples : logique standard, propositionnelle, du premier ordre)

Non-monotone : une nouvelle information peut invalider des conclusions précédentes

Sources de non-monotonie : hypothèses

- propriétés typiques
- exceptions
- monde fermé

Logiques modales (nécessaire/possible)

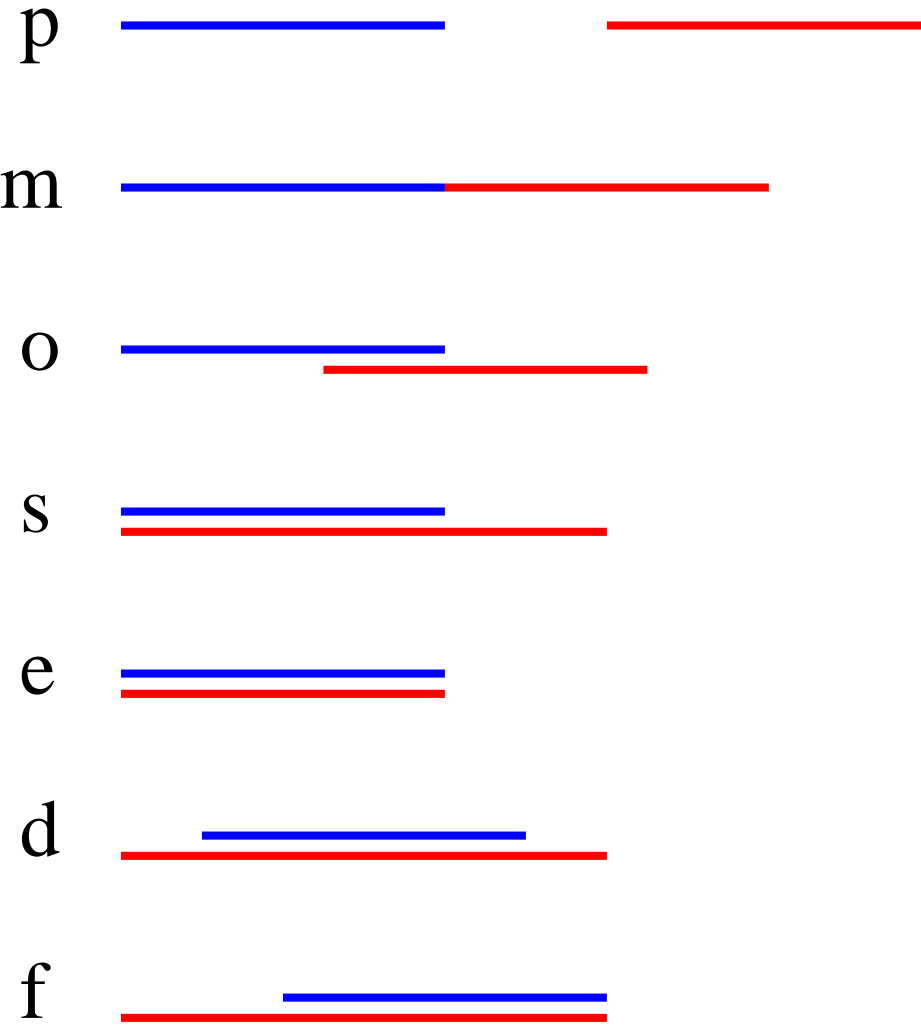
Imprécision et incertitude : logiques floues et possibilistes

Raisonnement spatial qualitatif

- Reasonner sur l'espace
- Cadre de la logique formelle :
 - abstraction
 - uniquement les distinctions nécessaires
 - différentes granularités
 - cohérence (existe-t-il un modèle ?)
- Point clé : équilibre entre
 - puissance d'expression
 - complétude par rapport à une classe de phénomènes
 - complexité
- Représentation de l'espace :
 - cadre de référence
 - type d'objets (propriétés, objets étendus)
 - types de relations (alignement, topologie, orientation, forme, distance)
- Exemples de formalismes :
 - directions cardinales : 9 positions
 - intervalles d'Allen (temporel) : 13 relations
 - calcul des rectangles : 169 relations
 - calcul des cubes
 - RCC8, méréotopologie (prédicats de connexion et de partie)

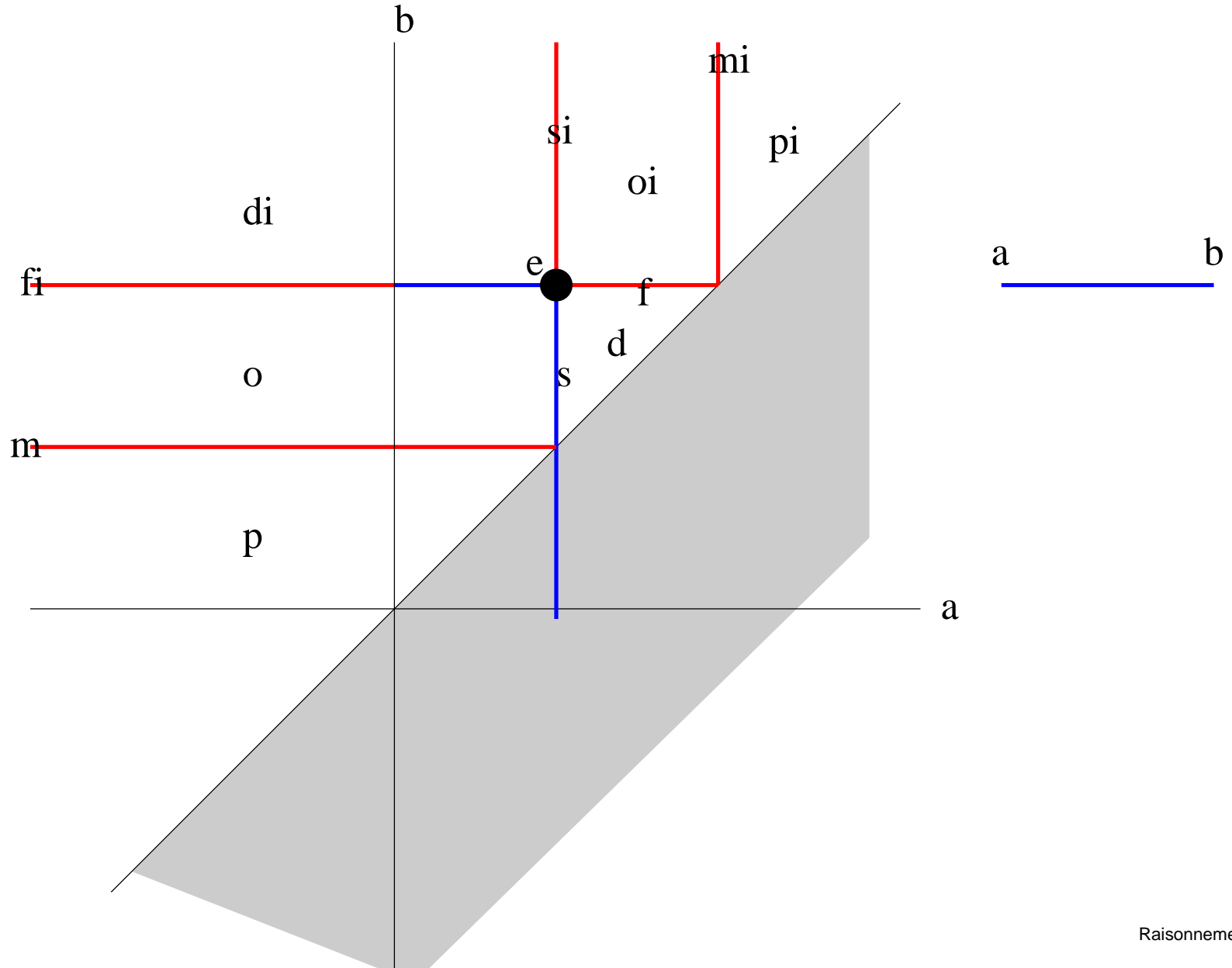
Intervalles d'Allen

13 relations de base



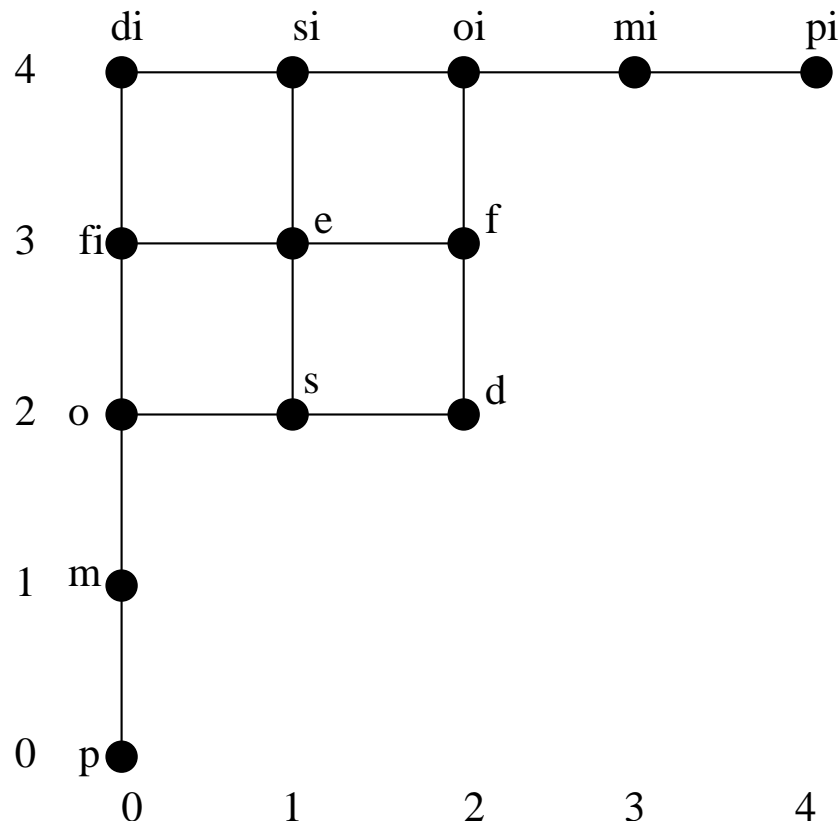
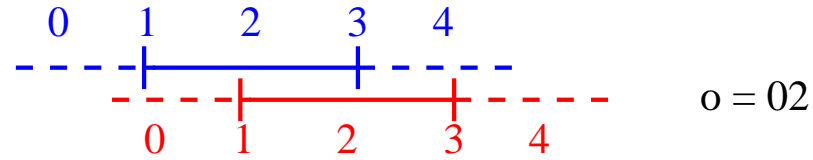
Intervalles d'Allen

Représentation géométrique / quantitative



Intervalles d'Allen

Représentation qualitative : treillis

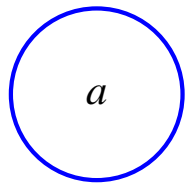


- plus petit élément = p
- plus grand élément = pi

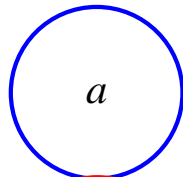
RCC-8 : Region Connection Calculus (Randell, Cui, Cohn)

- entités spatiales, définies de manière qualitative
- pas de référence aux points
- prédicat de connexion (intersection) C
- prédicat de partie P :

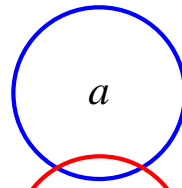
$$P(x, y) : \forall z, C(z, x) \rightarrow C(z, y)$$



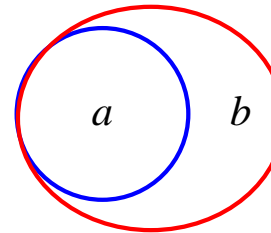
$DC(a.b)$



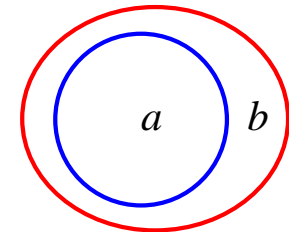
$EC(a.b)$



$PO(a.b)$



$TPP(a.b)$

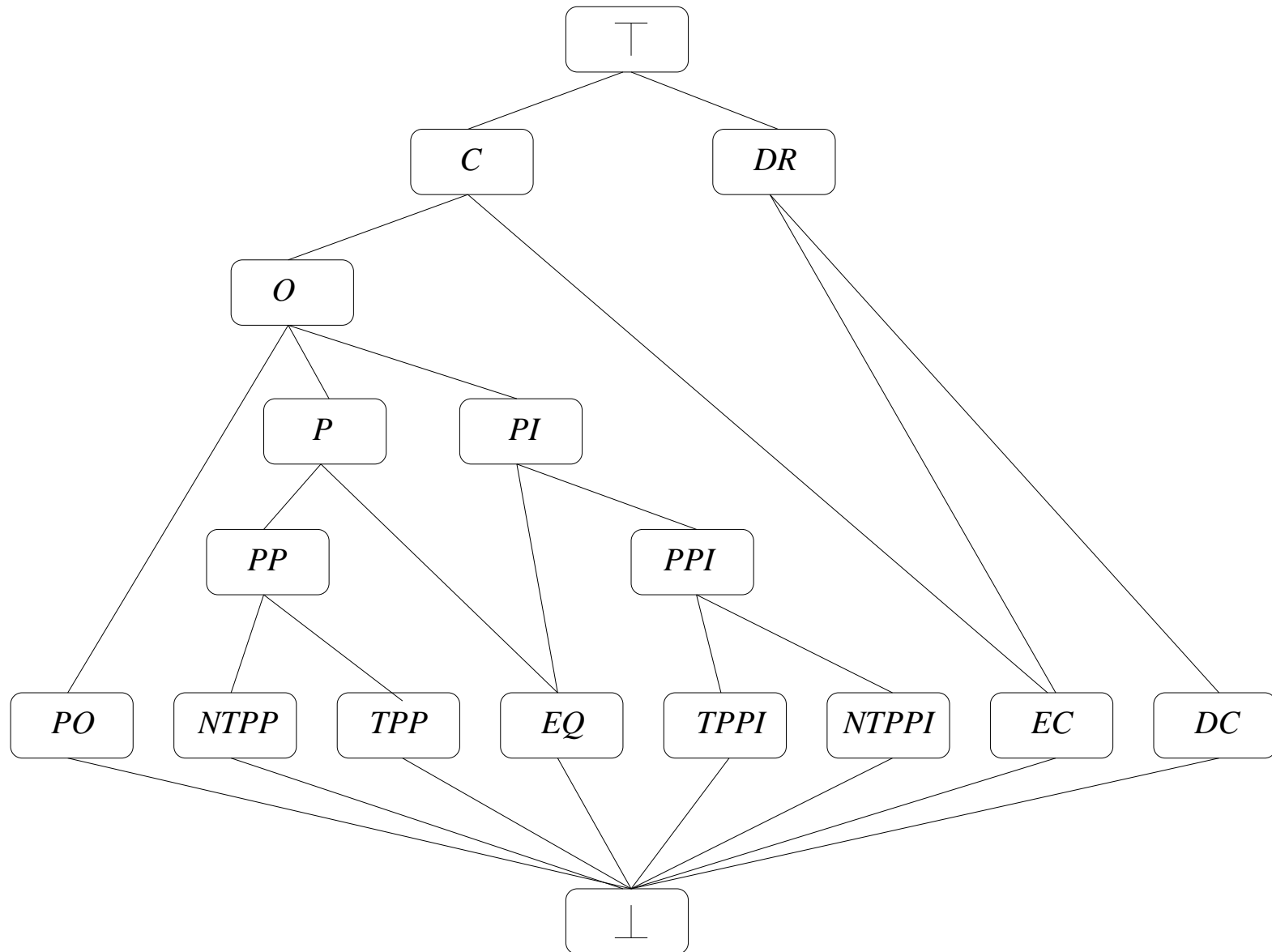


$NTPP(a.b)$

RCC-8 : Region Connection Calculus (Randell, Cui, Cohn)

$DC(x, y)$	x is disconnected from y	$\neg C(x, y)$
$P(x, y)$	x is a part of y	$\forall z, C(z, x) \rightarrow C(z, y)$
$PP(x, y)$	x is a proper part of y	$P(x, y) \wedge \neg P(y, x)$
$EQ(x, y)$	x is identical with y	$P(x, y) \wedge P(y, x)$
$O(x, y)$	x overlaps y	$\exists z, P(z, x) \wedge P(z, y)$
$DR(x, y)$	x is discrete from y	$\neg O(x, y)$
$PO(x, y)$	x partially overlaps y	$O(x, y) \wedge \neg P(x, y) \wedge \neg P(y, x)$
$EC(x, y)$	x is externally connected to y	$C(x, y) \wedge \neg O(x, y)$
$TPP(x, y)$	x is a tangential proper part of y	$PP(x, y) \wedge \exists z [EC(z, x) \wedge EC(z, y)]$
$NTPP(x, y)$	x is a non tangential proper part of y	$PP(x, y) \wedge \neg \exists z [EC(z, x) \wedge EC(z, y)]$

RCC-8 : Region Connection Calculus (Randell, Cui, Cohn)



Logiques modales de l'espace

Topologie :

- $\Box A$: A est localement vrai (A est vrai au point x ssi A est vrai dans un voisinage de x).
- $\Diamond A = \neg\Box\neg A$: A est vrai en x ssi A est vrai en au moins un point du voisinage de x .
- Axiomes de raisonnement et règles d'inférence de la logique S4 :
 - $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
 - $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
 - $(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A)$
 - $\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)$
 - $\Box A \rightarrow A$
 - $\Box A \rightarrow \Box\Box A$

Logiques modales de l'espace

Autre exemples :

- Transposition de RCC en logique modale.
- Logique des places (\Box = partout, \Diamond = quelque part).
- Logique de proximité ($\Box A$ = partout proche de A).
- Logique de distance ($\Box^{\leq a}$ = partout dans un voisinage de rayon a).
- Logique d'inclusion et de contact (inférence dans les SIG).
- Logique de géométrie (affine, projective, parallélisme...).

Les questions importantes

- Contexte
- Représentations
- Raisonnement (inférence, satisfiabilité, décidabilité, CSP...)
- Complexité
- Applications

Etat de l'art :

- Beaucoup de travaux sur les questions de [représentations](#)
- Très peu d'applications réelles
- Surtout des relations topologiques
- Presque rien sur les relations métriques
- Presque rien sur l'incertain

Exemple : tables de composition

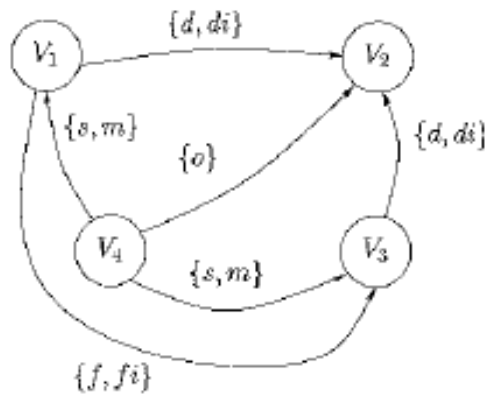


Figure 7.14. Un réseau d'intervalles chemin-cohérent et cohérent

o	eq	b	a	d	di	o	oi	m	mi	s	si	f	fi
eq	eq	b	a	d	di	o	oi	m	mi	s	si	f	fi
b	b	b	eq b a d di o oi m mi s si f fi	b o m d s	b	b	b o m d s	b	b o m d s	b	b	b o m d s	b
a	a	eq b a d di o oi m mi s si f fi	a	a oi mi d f	a	a oi mi d f	a	a oi mi d f	a	a oi mi d f	a	a	a
d	d	b	a	d	eq b a d di o oi mi s si f fi m	b o m d s	a oi mi d f	b	a	d	a oi mi d f	d	b o m d s
di	di	b o m di fi	a oi di mi si	o oi d s f di si fi eq	di	o di fi	oi di si	o di fi	oi di si	di fi o	di oi	di oi	di
o	o	b	a oi di mi si	o d s	b o m di fi	b o m	o oi d s f di si fi eq	b	oi di si	oi o	di o	d o	b o m
oi	oi	b o m di fi	a	oi d f	a oi mi di si	o oi d s f di si fi eq	a oi mi	o di fi	a	oi d f	oi a mi	oi di si	oi di si
m	m	b	a oi mi di si	o d s	b	b	o d s	b	f fi eq	m	m	s o d	b
mi	mi	b o m di fi	a	oi d f	a	oi d f	a	s si eq	a	d f oi	a	mi	mi
s	s	b	a	d	b o m di fi	b o m	oi d f	b	mi	s	s si eq	d	b m o
si	si	b o m di fi	a	oi d f	di	o di fi	oi	o di fi	mi	s si eq	si	oi	di
f	f	b	a	d	a oi mi di si	o d s	a oi mi	m	a	d	a oi mi	f	f fi eq
fi	fi	b	a oi mi di si	o d s	di	o	oi di si	m	si oi di	o	di	fi f eq	fi

Tableau 7.3. La table de composition des relations atomiques d'Allen

Exemple : tables de composition

$R_1(x,y)$	$R_2(y,z)$						
	NTPP	TPP	NTPP ⁻¹	TPP ⁻¹	PO	EC	DC
NTPP	NTPP	NTPP	⊤	DC EC PO TPP NTPP	DC EC PO TPP NTPP	DC	DC
TPP	NTPP	TPP NTPP	DC EC PO TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹	DC EC PO TPP TPP ⁻¹ EQ	DC EC PO TPP NTPP	DC EC	DC
NTPP ⁻¹	PO TPP NTPP TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹ EQ	PO TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹	NTPP ⁻¹	NTPP ⁻¹	PO TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹	PO TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹	DC EC PO TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹
TPP ⁻¹	PO TPP NTPP	PO TPP TPP ⁻¹ EQ	NTPP ⁻¹	TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹	PO TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹	EC PO TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹	DC EC PO TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹
PO	PO TPP NTPP	PO TPP NTPP	DC EC PO TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹	DC EC PO TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹	⊤	DC EC PO TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹	DC EC PO TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹
EC	PO TPP NTPP	EC PO TPP NTPP	DC	DC EC	DC EC PO TPP NTPP	DC EC PO TPP TPP ⁻¹ EQ	DC EC PO TPP ⁻¹ NTPP ⁻¹
DC	DC EC PO TPP NTPP	DC EC PO TPP NTPP	DC	DC	DC EC PO TPP NTPP	DC EC PO TPP NTPP	⊤

Tableau 8.1. La table de composition des relations de base RCC-8 : en ligne, la relation entre x et y ; en colonne, la relation entre y et z ; dans la cellule, la relation résultante entre x et z (le signe \top correspond au cas où toutes les relations sont possibles entre x et z)

Raisonnement imprécis

- Différence entre données et connaissances
- Logique classique :
 - langage
 - sémantique (interprétations, valeurs de vérité)
 - syntaxe (axiomes et règles d'inférence)
- Raisonnement humain : plus souple (tolère l'imprécision)
- Existence de prédicats graduels :
 - référentiels continus
 - typicalité

Incertitude

= incapacité à dire si une proposition est vraie ou fausse

- parce que l'information est incomplète, vague, imprécise
⇒ possibilité
- parce que l'information est contradictoire ou fluctuante
⇒ probabilité

Degré de certitude \neq degré de vérité

"Il est probable qu'il
soit loin du but"

"Il est très loin
du but"

- Logique floue : propositions affectées de degrés de vérité
- Logique possibiliste : propositions affectées de degrés d'incertitude

Logique floue

- Propositions floues élémentaires : $X \text{ est } P$

X = variable prenant ses valeurs dans \mathcal{U}

P = sous-ensemble flou de \mathcal{U}

Degrés de vérités dans $[0, 1]$ définis à partir de μ_P

- Conjonction

$X \text{ est } A \text{ et } Y \text{ est } B$

$$\mu_{A \wedge B}(x, y) = t[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

- Disjonction

$X \text{ est } A \text{ ou } Y \text{ est } B$

$$\mu_{A \vee B}(x, y) = T[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

- Négation

$$\mu_{\neg A}(x) = c[\mu_A(x)]$$

- Variables à valeurs dans un espace produit : X à valeurs dans \mathcal{U} , Y à valeurs dans $\mathcal{V} \Rightarrow$ conjonction = produit cartésien

$X \text{ est } A \text{ et } Y \text{ est } B$

$$\mu_{A \times B}(x, y) = t[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

Implications floues

- Logique classique :

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (B \text{ ou } \text{non}A)$$

- Logique floue :

- A et B non flous :

$$\text{Imp}(A, B) = T[c(A), B]$$

- A et B flous :

$$\text{Imp}(A, B) = \inf_x T[c(\mu_A(x)), \mu_B(x)]$$

- Exemples ($c(x) = 1 - x$) :

$u(x, y) = \max(x, y)$	$\max(1 - a, b)$	Kleene-Diene
$u(x, y) = \min(1, x + y)$	$\min(1, 1 - a + b)$	Lukasiewicz
$u(x, y) = x + y - xy$	$1 - a + ab$	Reichenbach

Raisonnement flou

- Logique classique

- Modus ponens :

$$(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$$

- Modus tollens :

$$((A \Rightarrow B) \wedge \neg B) \Rightarrow \neg A$$

- Syllogisme :

$$((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

- Contraposition :

$$(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

- Modus ponens flou

- Règle :

si X est A alors Y est B

- Connaissance :

X est A'

- Conclusion :

Y est B'

$$\mu_{B'}(y) = \sup_x t[\mu_{A \Rightarrow B}(x, y), \mu_{A'}(x)]$$

Règles floues

SI (*x est A ET y est B*) ALORS *z est C*

SI (*x est A OU y est B*) ALORS *z est C*

...

α : degré de vérité de *x est A*

β : degré de vérité de *y est B*

γ : degré de vérité de *z est C*

Degré de satisfaction de la règle :

$$\text{Imp}(t(\alpha, \beta), \gamma) = T[c(t(\alpha, \beta)), \gamma]$$

$$\text{Imp}(T(\alpha, \beta), \gamma) = T[c(T(\alpha, \beta)), \gamma]$$

...

Logique possibiliste

- **Mesure de possibilité** sur une algèbre de Boole de formules : $\Pi : B \rightarrow [0, 1]$ telle que :
 - $\Pi(\perp) = 0$
 - $\Pi(\top) = 1$
 - $\forall \varphi, \psi, \Pi(\varphi \vee \psi) = \max(\Pi(\varphi), \Pi(\psi))$
 - $\forall \varphi, \Pi(\exists x \varphi) = \sup\{\Pi(\varphi[a|x]), a \in D(x)\}$ (avec $D(x)$ = domaine de la variable x , et $\varphi[a|x]$ obtenue en remplaçant les occurrences de x dans φ par a)
- **Distribution de possibilité normalisée** : $\pi : \Omega \rightarrow [0, 1]$ telle que $\exists \omega \in \Omega, \pi(\omega) = 1$ (Ω = ensemble des interprétations)

$$\Pi(\varphi) = \sup\{\pi(\omega), \omega \models \varphi\}$$

- **Mesure de nécessité** :

$$N(\varphi) = 1 - \Pi(\neg\varphi)$$

$$\forall \varphi, \psi, N(\varphi \wedge \psi) = \min(N(\varphi), N(\psi))$$

- Exemple : **règle par défaut** "si A alors B "

$$\Pi(A \wedge B) \geq \Pi(A \wedge \neg B)$$

Modus ponens possibiliste

- Règle :

$$N(A \Rightarrow B) = \alpha$$

- Connaissance :

$$N(A) = \beta$$

- Conclusion :

$$\min(\alpha, \beta) \leq N(B) \leq \alpha$$

Bases de connaissances ordonnées

$$KB = \{(\varphi_i, \alpha_i), i = 1 \dots n\}$$

α_i : degré de certitude ou de priorité

- Représentation par une distribution de possibilité :
 - si une seule formule (φ, α) :

$$\pi_{(\varphi, \alpha)}(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{si } \omega \models \varphi \\ 1 - \alpha & \text{sinon} \end{cases}$$

- plus généralement :

$$\pi_{KB}(\omega) = \min_{i=1 \dots n} \{1 - \alpha_i, \omega \models \neg \varphi_i\} = \min_{i=1 \dots n} \max(1 - \alpha_i, \varphi_i(\omega))$$

- Degré d'inconsistance de KB : $1 - \max_{\omega} \pi_{KB}(\omega)$
- Base complète : soit $KB \vdash \varphi$, soit $KB \vdash \neg \varphi$
- Ignorance sur φ : $KB \not\vdash \varphi$ et $KB \not\vdash \neg \varphi$
 \Rightarrow modèle possibiliste le plus simple :

$$\Pi(\varphi) = \Pi(\neg \varphi) = 1$$

Raisonnement spatial semi-quantitatif : ap- proches floues

- Limites du raisonnement purement qualitatif.
- Définitions semi-quantitative de valeurs (linguistiques par exemple) pour pouvoir calculer et tirer des conclusions pratiques et utiles.
- Limites des représentations purement quantitatives dans le cas d'énoncés, de connaissances ou de données imprécis.
- Intégration de connaissances quantitatives et qualitatives grâce aux représentations floues (semi-quantitatives ou semi-qualitatives).
- Freeman (1975) : intérêt du flou pour les contraintes spatiales.
- Granularité :
 - des objets ou entités spatiales et de leurs descriptions,
 - des types et expressions des relations spatiales et des requêtes,
 - des types de résultats.

Exemple : reconnaissance de structures à partir d'un modèle

- représentation de l'imprécision
- information structurelle : relations spatiales
 - relations topologiques (ensemblistes, adjacence)
 - distances
 - direction relative
 - relations complexes (entre, le long de, entoure, parallèle...)
- deux classes de relations
 - bien définies dans le cas non flou (adjacence, distances...)
 - vagues même dans le cas binaire (relations directionnelles...)
- fusion de connaissances et d'informations imprécises et hétérogènes

Exemple : reconnaissance de structures à partir d'un modèle

- représentation de l'imprécision
- information structurelle : relations spatiales
 - relations topologiques (ensemblistes, adjacence)
 - distances
 - direction relative
 - relations complexes (entre, le long de, entoure, parallèle...)
- deux classes de relations
 - bien définies dans le cas non flou (adjacence, distances...)
 - vagues même dans le cas binaire (relations directionnelles...)
- fusion de connaissances et d'informations imprécises et hétérogènes

⇒ **Théorie des ensembles flous, morphologie mathématique**

Imprécision et flou

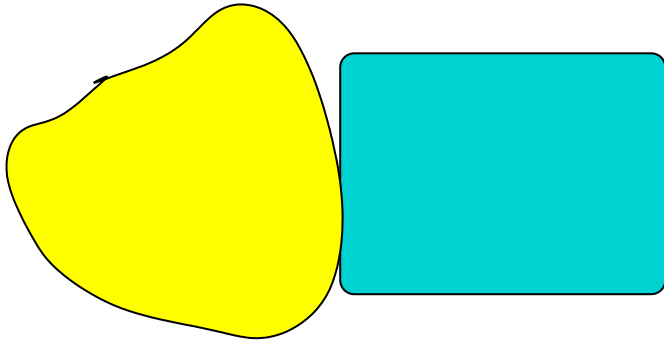
- Objets (absence de contours nets, segmentation grossière...)
- Relations (ex : *à gauche de, assez proche de*)
- Type de connaissance disponible (ex : *le noyau caudé est proche du ventricule latéral*)
- Question posée (ex : *aller vers cet objet en restant à une certaine distance de sécurité*)

Types de représentations : exemple des distances

- nombre dans \mathbb{R}^+ (ou dans $[0, 1]$)
- intervalle
- nombre flou, intervalle flou
- Rosenfeld :
 - densité de distance : degré avec lequel la distance est égale à n
 - distribution de distance : degré avec lequel la distance est inférieure à n
- valeur linguistique
- formule logique

⇒ cadre unifié des ensembles flous

Adjacence : peu robuste



Model: adjacent objects

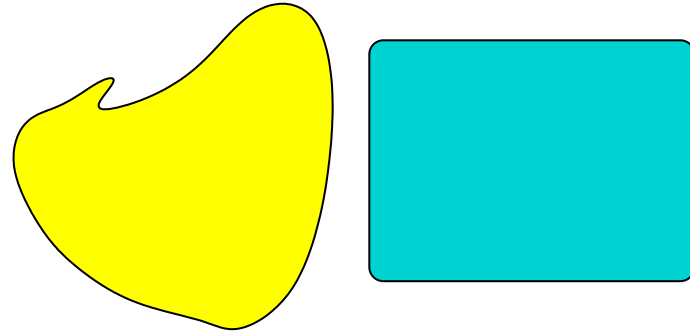
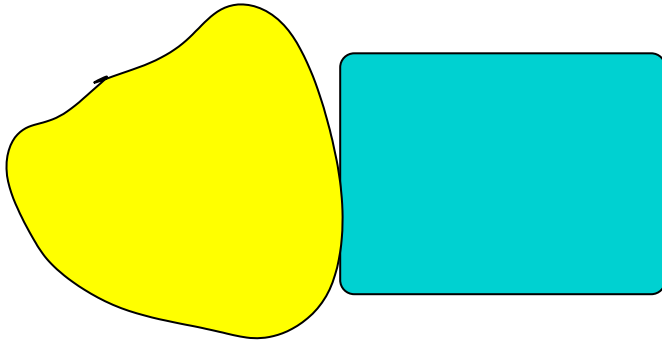


Image (segmentation errors)

Adjacence : peu robuste



Model: adjacent objects

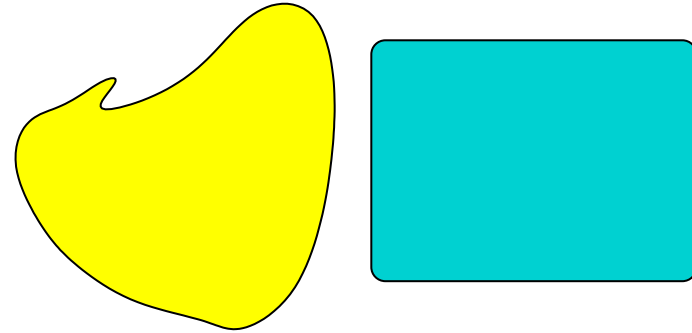


Image (segmentation errors)

⇒ deux options :

- adjacence graduelle (fonction de la distance)
- adjacence entre objets flous

Adjacence entre ensembles flous

Contrainte de connexité :

$$\mu_{adj}(\mu, \nu) = t[c(\mu_{int})(\mu, \nu), \sup_{x \in \mathcal{S}} \sup_{y \in \mathcal{S}} t[\mu(x), \nu(y), n_{xy}]]$$

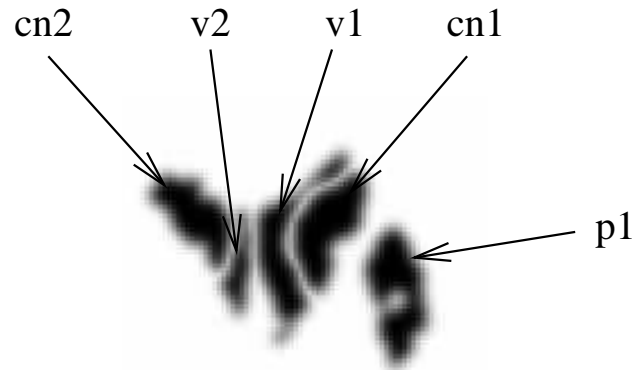
Expression morphologique

$$\mu_{adj}(\mu, \nu) = t[\mu_{\neg int}(\mu, \nu), \mu_{int}[D_B(\mu), \nu], \mu_{int}[D_B(\nu), \mu]]$$

Propriétés :

- symétrique
- cohérent avec la définition classique si μ , ν et B sont binaires
- diminue lorsque la distance entre μ et ν augmente
- invariant par transformations géométriques

Adjacence floue : exemple



Fuzzy object 1	Fuzzy object 2	degree of adjacency	adjacency in the model (crisp)
v1	v2	0.368	1
v1	cn1	0.463	1
v1	p1	0.000	0
v1	cn2	0.035	0
v2	cn2	0.427	1
cn1	p1	0.035	0

Distances entre ensembles flous

Comparaison entre fonctions d'appartenance

- approche fonctionnelle : distance à partir d'une norme L_p

$$d_p(\mu, \nu) = \left[\sum_{x \in \mathcal{S}} |\mu(x) - \nu(x)|^p \right]^{1/p}$$

$$d_\infty(\mu, \nu) = \max_{x \in \mathcal{S}} |\mu(x) - \nu(x)|$$

- approche ensembliste

$$d(\mu, \nu) = 1 - \frac{\sum_{x \in \mathcal{S}} \min[\mu(x), \nu(x)]}{\sum_{x \in \mathcal{S}} \max[\mu(x), \nu(x)]}$$

- ...
- adaptées aux cas où les ensembles flous à comparer représentent la même structure, ou une structure et un modèle de celle-ci
 - reconnaissance d'objets à partir de modèles
 - raisonnement à partir de cas

Distances entre ensembles flous

Prise en compte de la distance spatiale d_E

- approche géométrique
 - espace de dimension $n + 1$
 - fuzzification : $d(\mu, \nu) = \int_0^1 D(\mu_\alpha, \nu_\alpha) d\alpha$
 - pondération

$$d(\mu, \nu) = \frac{\sum_{x \in \mathcal{S}} \sum_{y \in \mathcal{S}} d_E(x, y) \min[\mu(x), \nu(y)]}{\sum_{x \in \mathcal{S}} \sum_{y \in \mathcal{S}} \min[\mu(x), \nu(y)]}$$

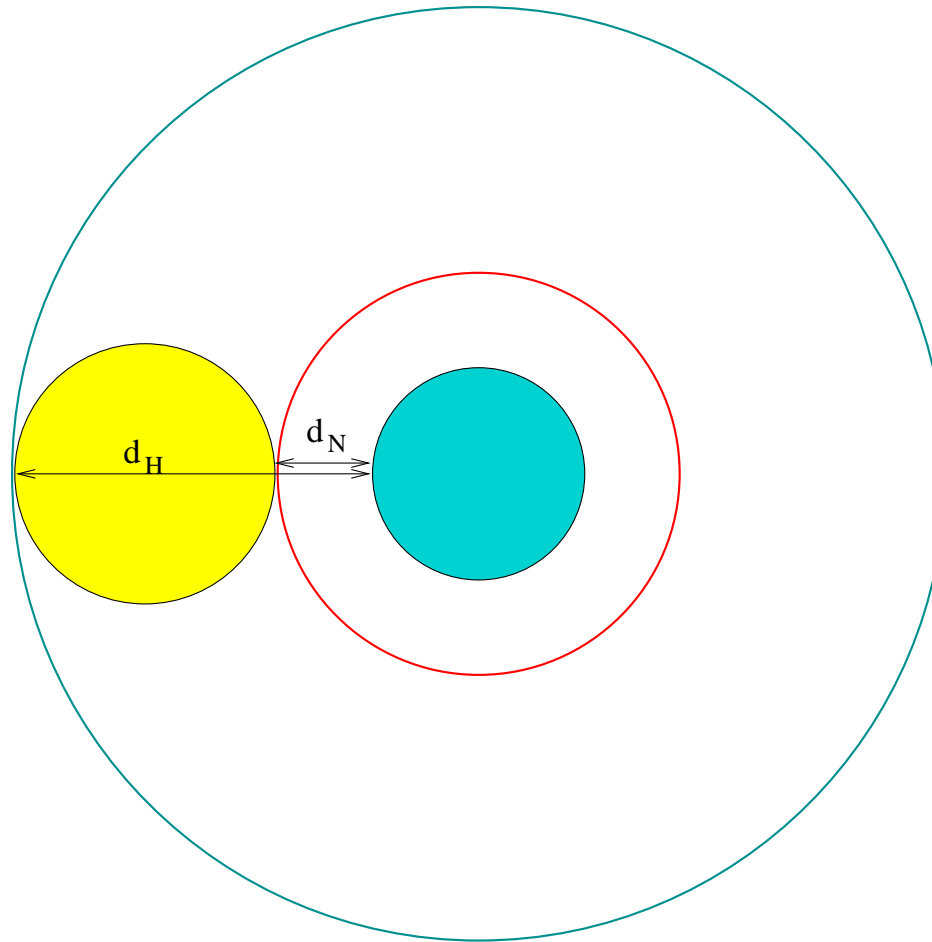
- nombre flou

$$d(\mu, \nu)(r) = \sup_{x, y, d_E(x, y) \leq r} \min[\mu(x), \nu(y)]$$

- approche morphologique

Distances entre ensembles flous

Expression de distances (minimum, Hausdorff...) en termes morphologiques (i.e. algébriques) \Rightarrow traduction aisée vers le cas flou



Distribution de distance minimum (point le plus proche)

$$d_N(X, Y) = \inf\{n \in \mathbb{N}, X \cap D^n(Y) \neq \emptyset\} = \inf\{n \in \mathbb{N}, Y \cap D^n(X) \neq \emptyset\}$$

Degré avec lequel la distance entre μ et μ' est inférieure à n (distribution de distance) :

$$\Delta_N(\mu, \mu')(n) = \sup_{x \in \mathcal{S}} \top[\mu(x), D_\nu^n(\mu')(x)]$$

Distance de Hausdorff : équations similaires

Densité de distance minimum (point le plus proche)

$$d_N(X, Y) = n \Leftrightarrow D^n(X) \cap Y \neq \emptyset \text{ et } D^{n-1}(X) \cap Y = \emptyset$$

$$d_N(X, Y) = 0 \Leftrightarrow X \cap Y \neq \emptyset$$

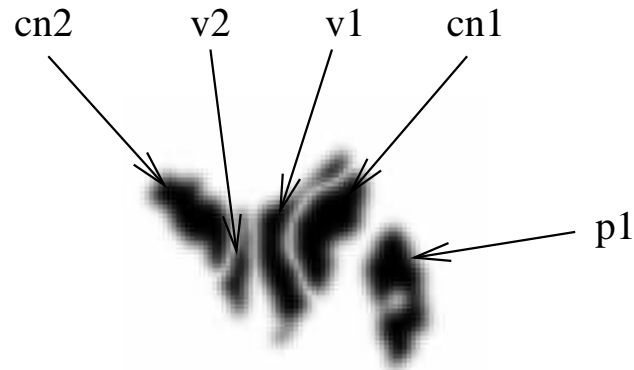
Degré avec lequel la distance entre μ et μ' est égale à n (densité de distance) :

$$\delta_N(\mu, \mu')(n) = \top[\sup_{x \in \mathcal{S}} \top[\mu'(x), D_\nu^n(\mu)(x)], c[\sup_{x \in \mathcal{S}} \top[\mu'(x), D_\nu^{n-1}(\mu)(x)]]]$$

$$\delta_N(\mu, \mu')(0) = \sup_{x \in \mathcal{S}} \top[\mu(x), \mu'(x)]$$

Distance de Hausdorff : équations similaires

Distance floue : exemple



Distance between a model of v2 and:

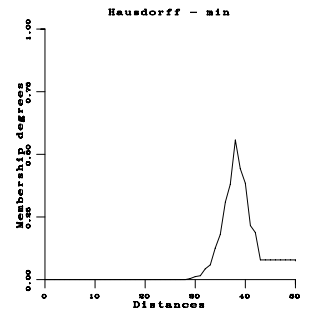
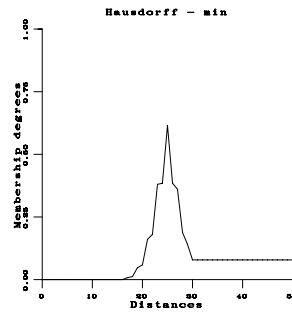
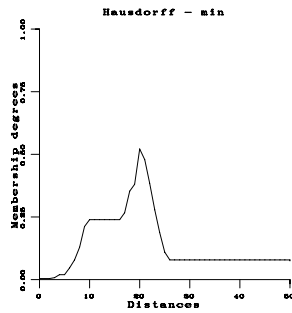
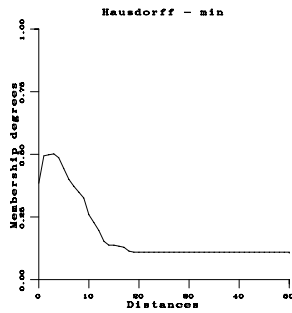
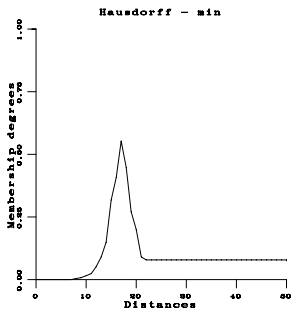
cn2

v2

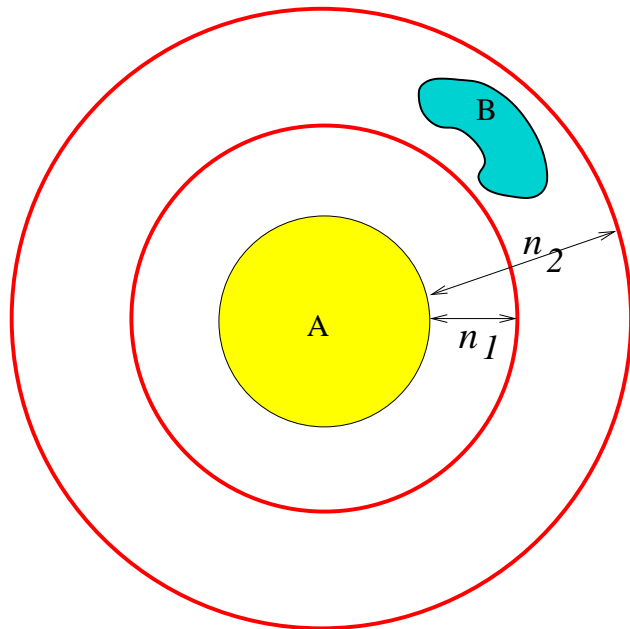
v1

cn1

p1



Représentation spatiale de connaissances sur la distance



- Cas binaire : B doit à une distance comprise entre n_1 et n_2 de $A \Rightarrow$ région d'intérêt pour B : $D^{n_2}(A) \setminus D^{n_1-1}(A)$

- Cas flou : distance approximative donnée par un intervalle flou \Rightarrow deux éléments structurants :

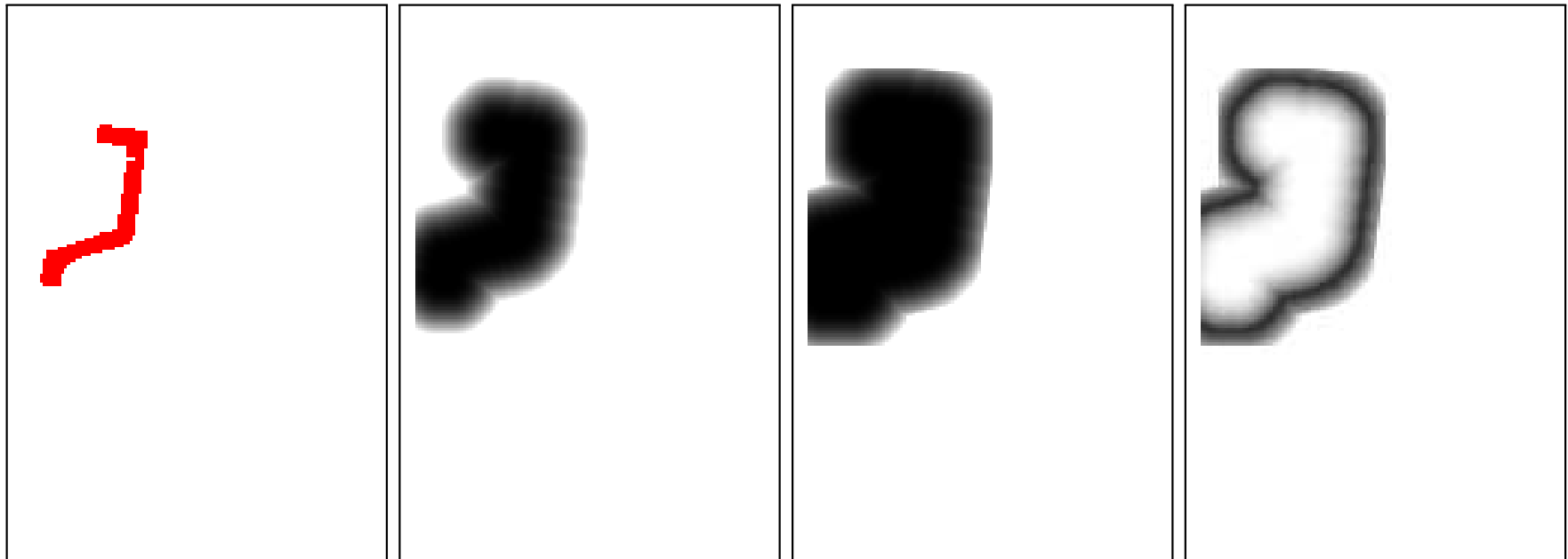
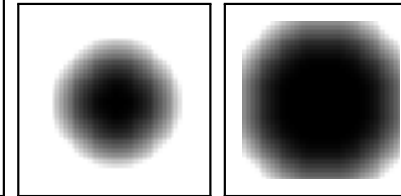
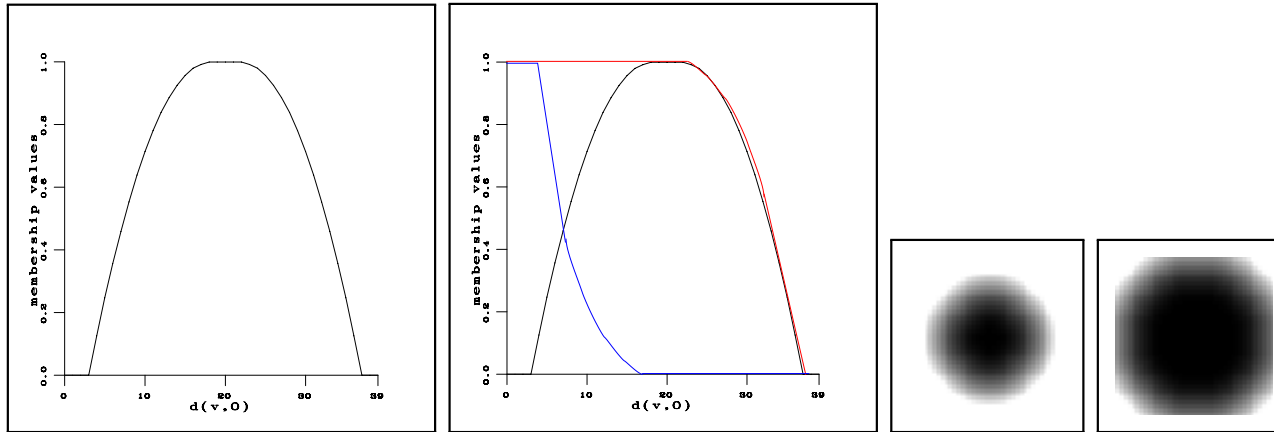
$$\nu_1(x) = 1 - \mu_n(d_E(x, 0)) \text{ si } d_E(x, 0) \leq n_1, \quad 0 \text{ sinon}$$

$$\nu_2(x) = 1 \text{ si } d_E(x, 0) \leq n_2, \quad \mu_n(d_E(x, 0)) \text{ sinon}$$

Région d'intérêt floue :

$$\mu_{distance} = t[D_{\nu_2}(\mu), 1 - D_{\nu_1}(\mu)]$$

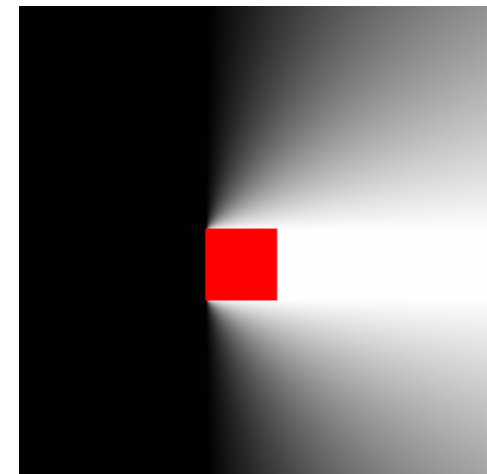
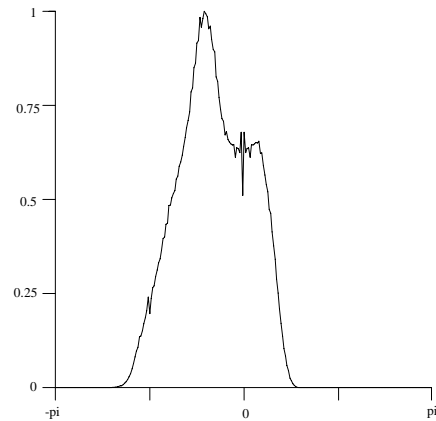
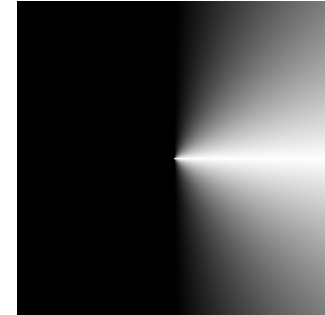
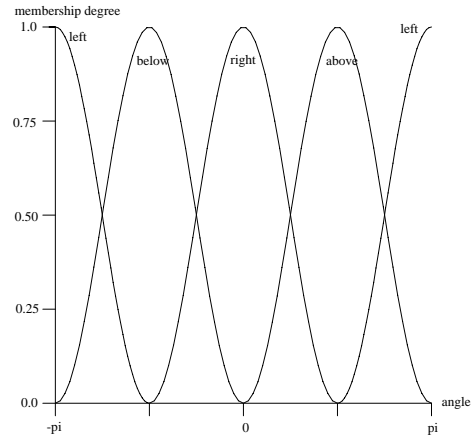
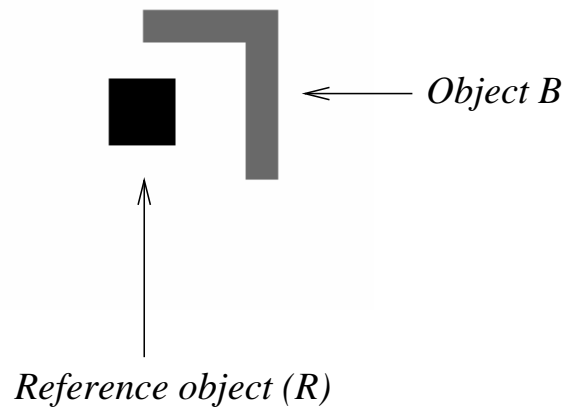
Représentation spatiale de connaissances sur la distance : exemple



Autres relations spatiales

- direction relative
 - histogramme d'angles
 - projection
 - dilation directionnelle
- entre
- le long de
- entoure
- parmi
- parallèle
- ...

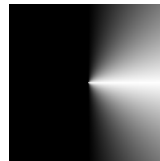
Direction relative



Position relative directionnelle

- Région floue autour de R définie comme un ensemble flou tel que la valeur en chaque point corresponde au degré de satisfaction de la relation spatiale : dilatation par un élément structurant flou

$$\mu_\alpha(R) = D_\nu(\mu_R)$$

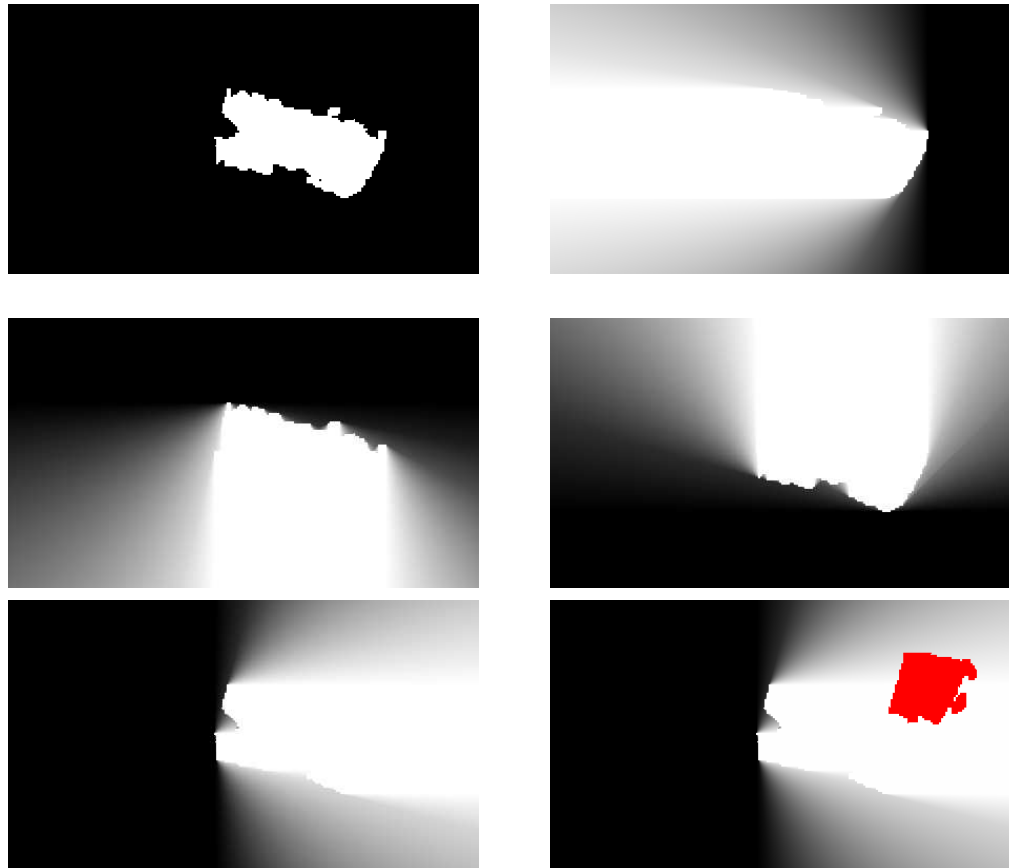


"à droite de"

- Evaluation de la relation de A à R par "pattern matching" flou (ou une valeur moyenne) :

$$\Pi_\alpha^R(A) = \sup_{x \in \mathcal{S}} t[\mu_\alpha(R)(x), \mu_A(x)] \quad N_\alpha^R(A) = \inf_{x \in \mathcal{S}} T[\mu_\alpha(R)(x), 1 - \mu_A(x)]$$

Position relative directionnelle : exemple

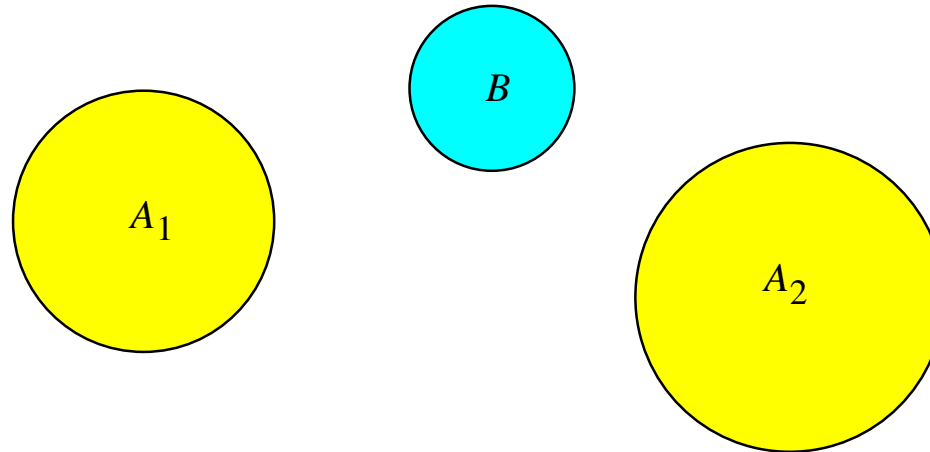


Un exemple de relation complexe : la relation "entre"

- Plusieurs acceptions
- Dépend du context et de la forme des objets (problème des concavités...)
- Intrinsèquement floue

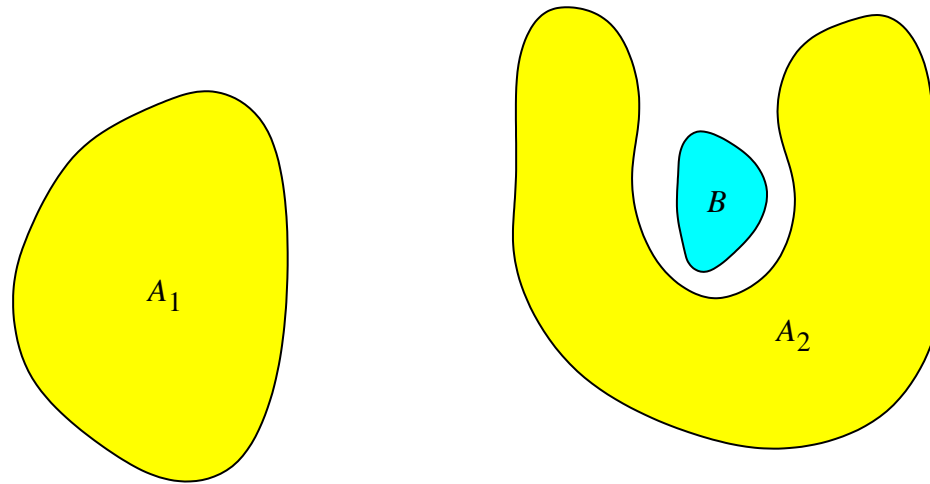
Un exemple de relation complexe : la relation "entre"

- Plusieurs acceptions
- Dépend du context et de la forme des objets (problème des concavités...)
- Intrinsèquement floue



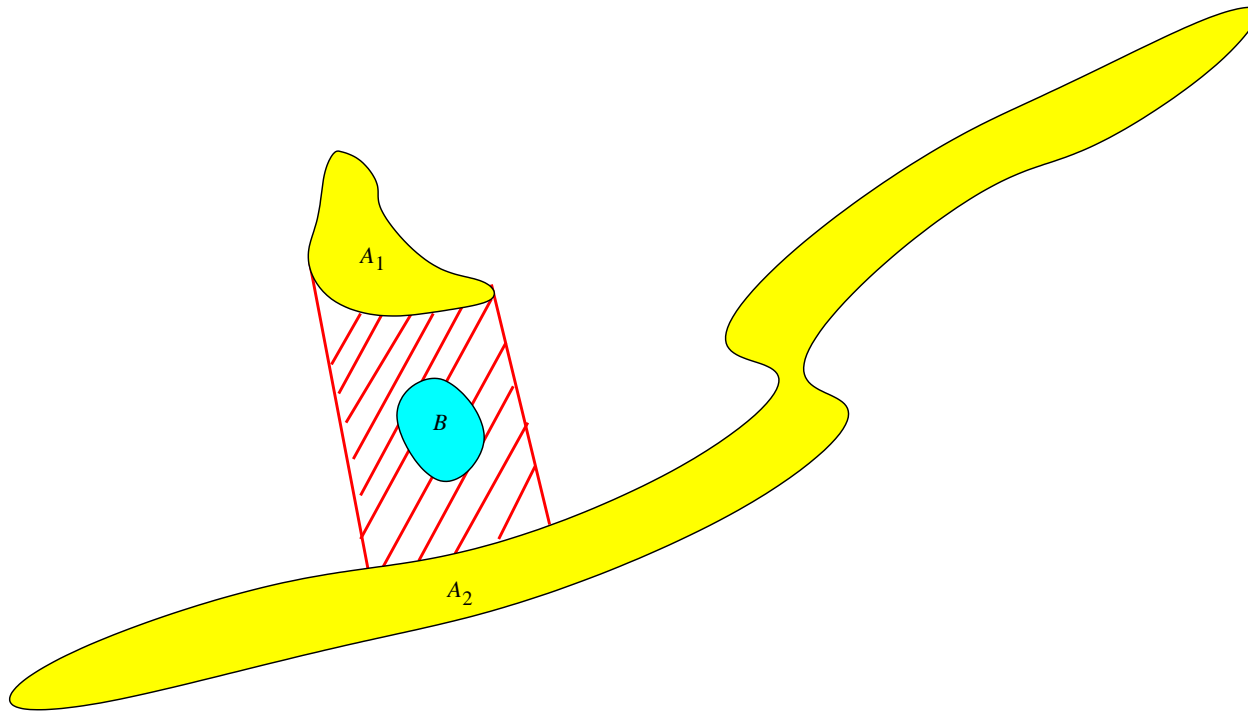
Un exemple de relation complexe : la relation "entre"

- Plusieurs acceptions
- Dépend du context et de la forme des objets (problème des concavités...)
- Intrinsèquement floue



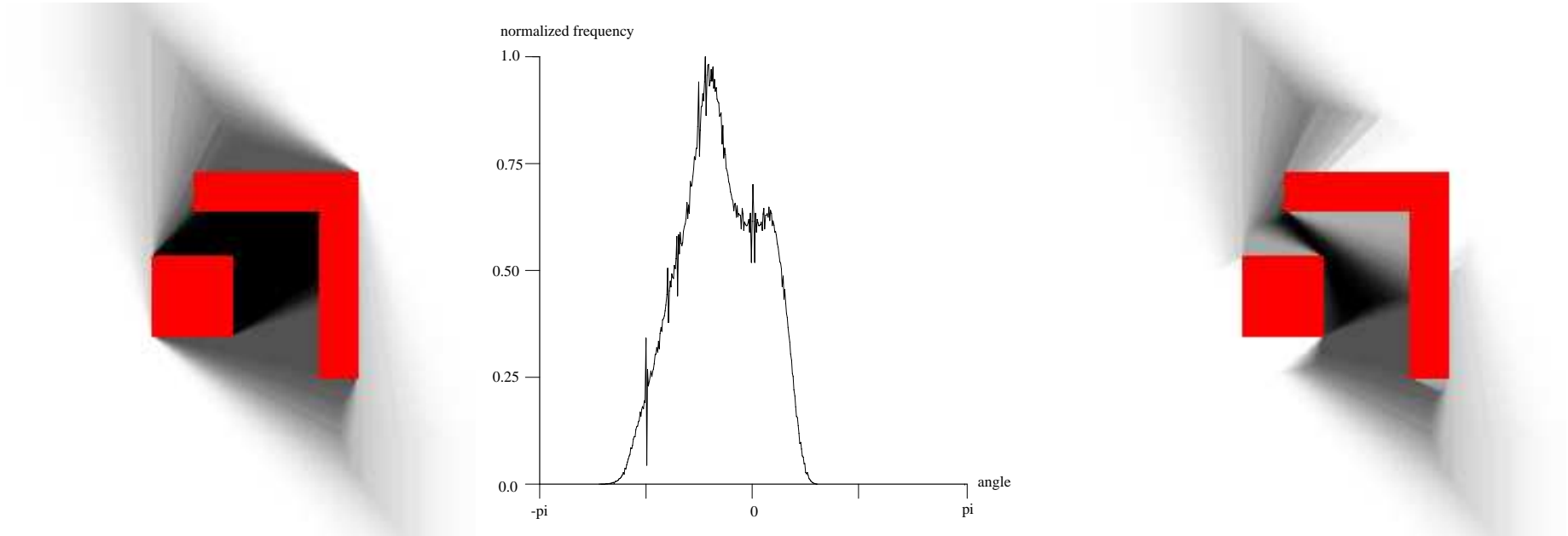
Un exemple de relation complexe : la relation "entre"

- Plusieurs acceptions
- Dépend du context et de la forme des objets (problème des concavités...)
- Intrinsèquement floue



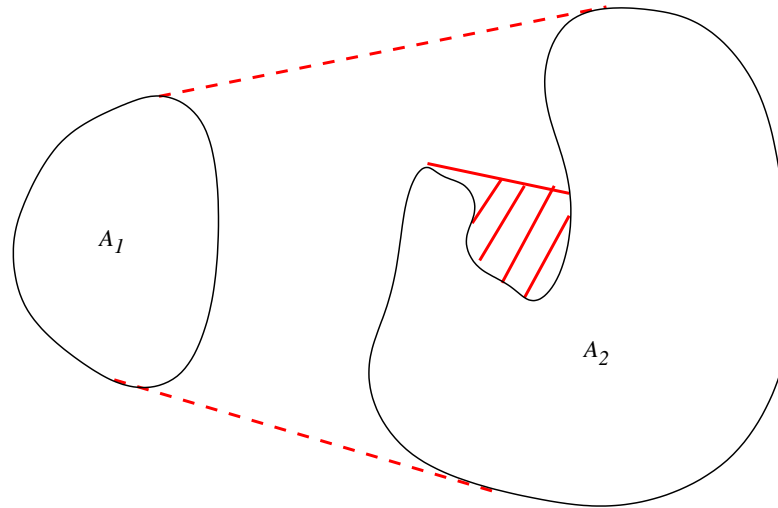
Approches proposées

Dilatation floue à partir de l'histogramme d'angles



Approches proposées

Visibilité et segments admissibles



$]x_1, x_2[$ ($x_1 \in A_1$ et $x_2 \in A_2$) **admissible** : inclus dans $A_1^C \cap A_2^C$

Région entre A_1 et A_2 = réunion des segments admissibles

Approches proposées

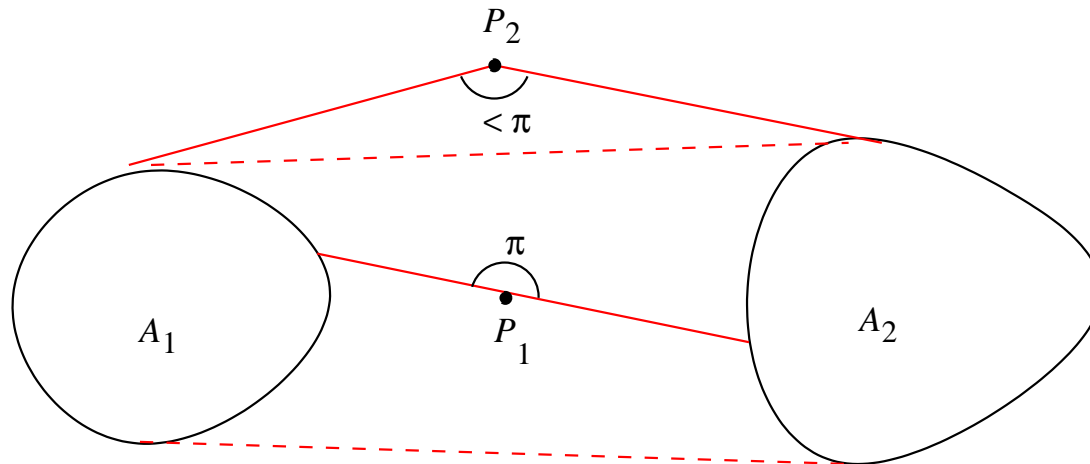
Visibilité floue et segments semi-admissibles

$]a_1, P]$ avec $a_1 \in A_1$ (respectivement $[P, a_2[$ avec $a_2 \in A_2$) **semi-admissible** : inclus dans $A_1^C \cap A_2^C$

$\theta_{min}(P) = \min\{|\pi - \theta|, \theta = \angle([a_1, P], [P, a_2])\}, a_1 \in A_1, a_2 \in A_2,]a_1, P]$ et $[P, a_2[$ semi-admissible}

$$\beta_{FVisib}(P) = f(\theta_{min}(P))$$

avec $f : [0, \pi] \rightarrow [0, 1]$, $f(0) = 1$, décroissante, égale à 0 à partir du plus grand écart acceptable à π

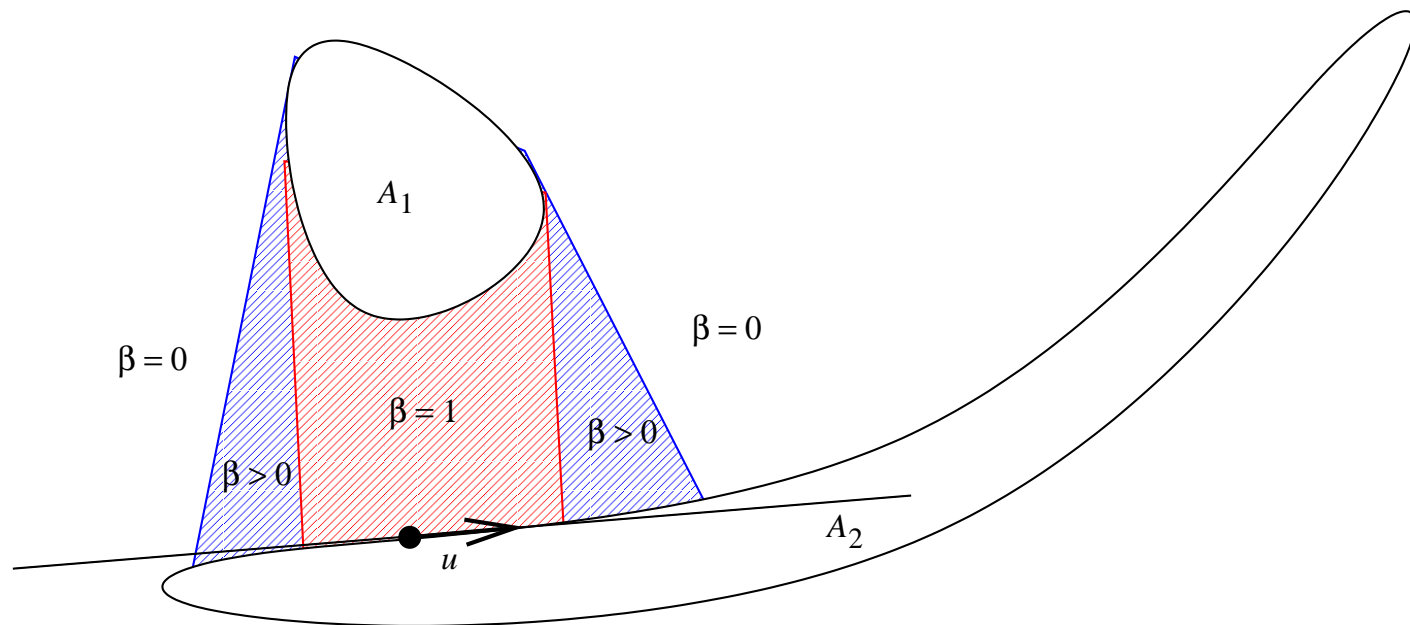


Approches proposées

Objets d'extensions spatiales différentes : vision myope

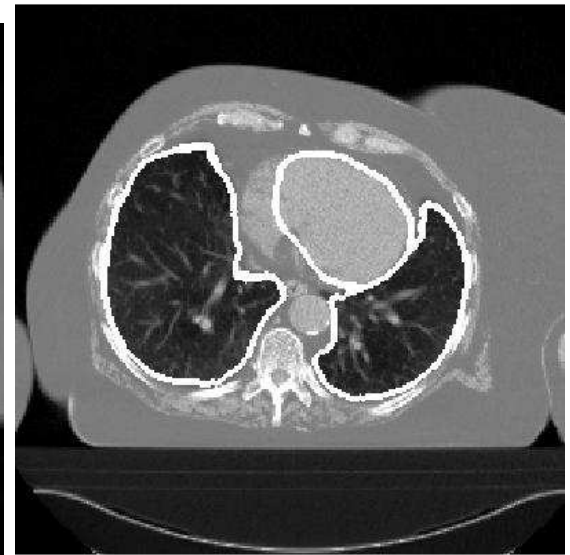
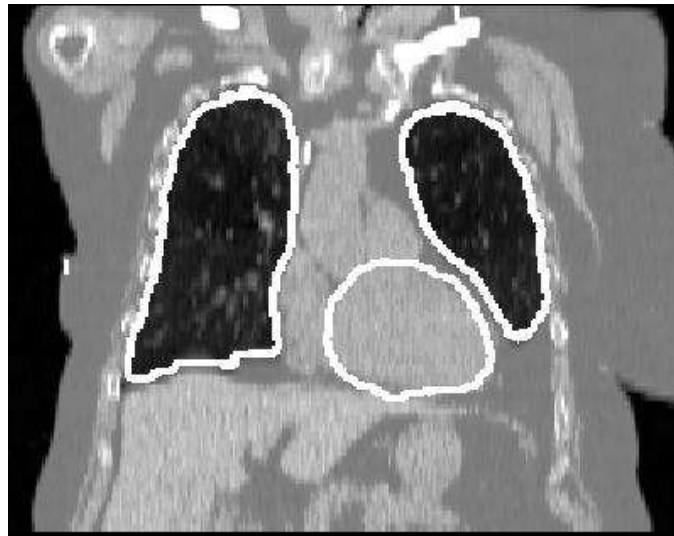
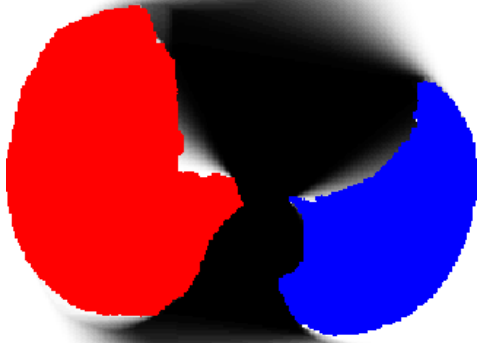
Exemple : *la fontaine est entre la maison et la route*

Contextualisation par projection : dilatation directionnelle floue



Approches proposées

Exemple : segmentation du cœur dans des images CT 3D à partir de sa position entre les poumons



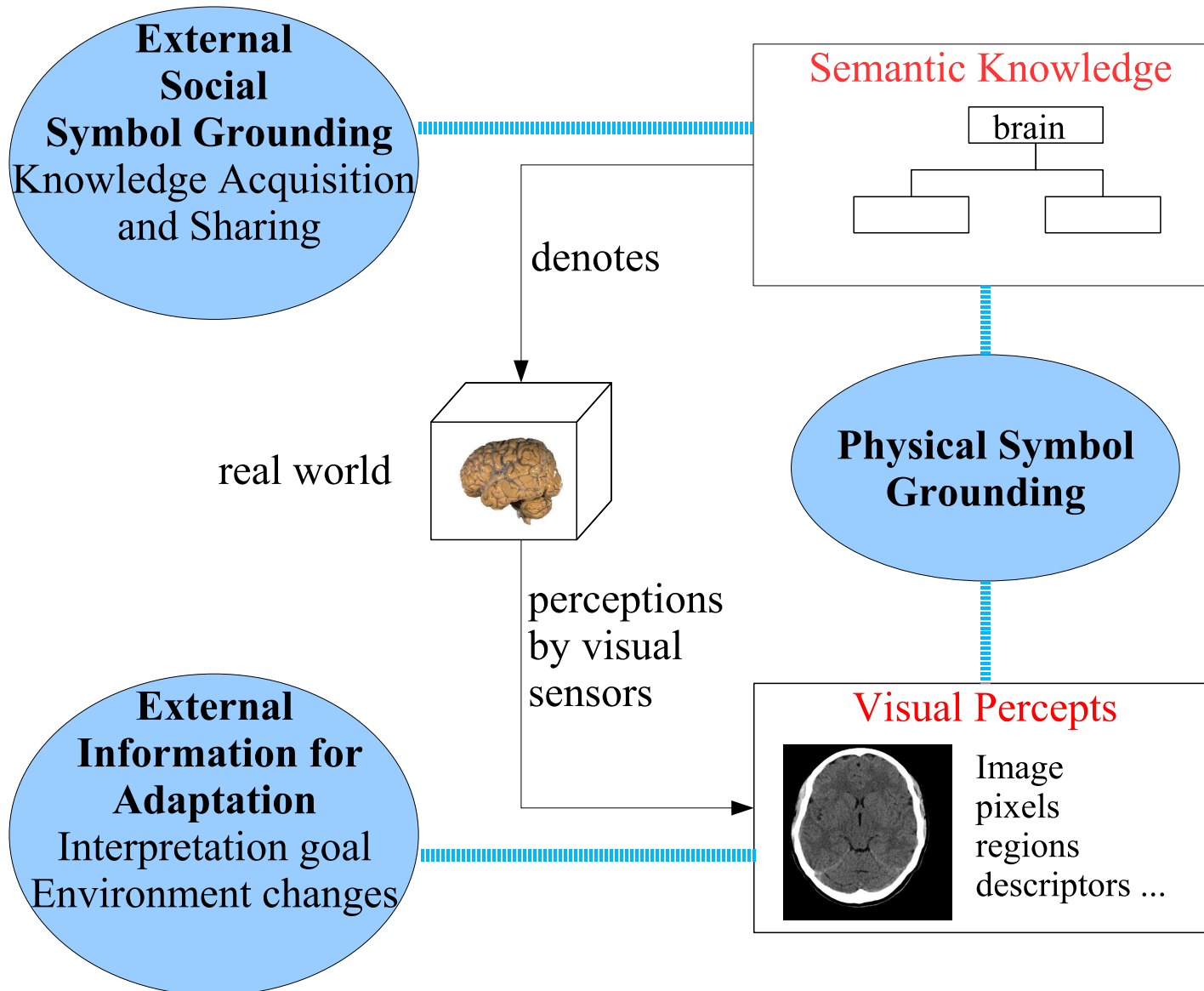
Reasoning with mathematical morphology

- Chaining operations (image interpretation, recognition)
- Fusion of spatial relations (ex: structural recognition)
- Links with logics
 - propositional logics:
 - elegant tools for revision, fusion, abduction
 - links with mereotology, "egg-yolk" structures, logics of distances, nearness logics, linear logics, logics of convexity...
 - modal logics:
 - $(\diamond, \square) = (\delta, \varepsilon)$
 - symbolic and qualitative representations of spatial relations
 - fuzzy logic

Semantic gap and symbol grounding

- **Symbol grounding** = How is symbol meaning to be grounded in something other than just more meaningless symbols? (Harnad)
- **Anchoring** = creating and maintaining the correspondence between symbols and sensor data that refer to the same physical object (Saffiotti & Coradeschi)
- **Semantic gap** = lack of coincidence between the information that one can extract from the visual data and the interpretation of these data by a user in a given situation (Smeulders)

Semantic gap and symbol grounding

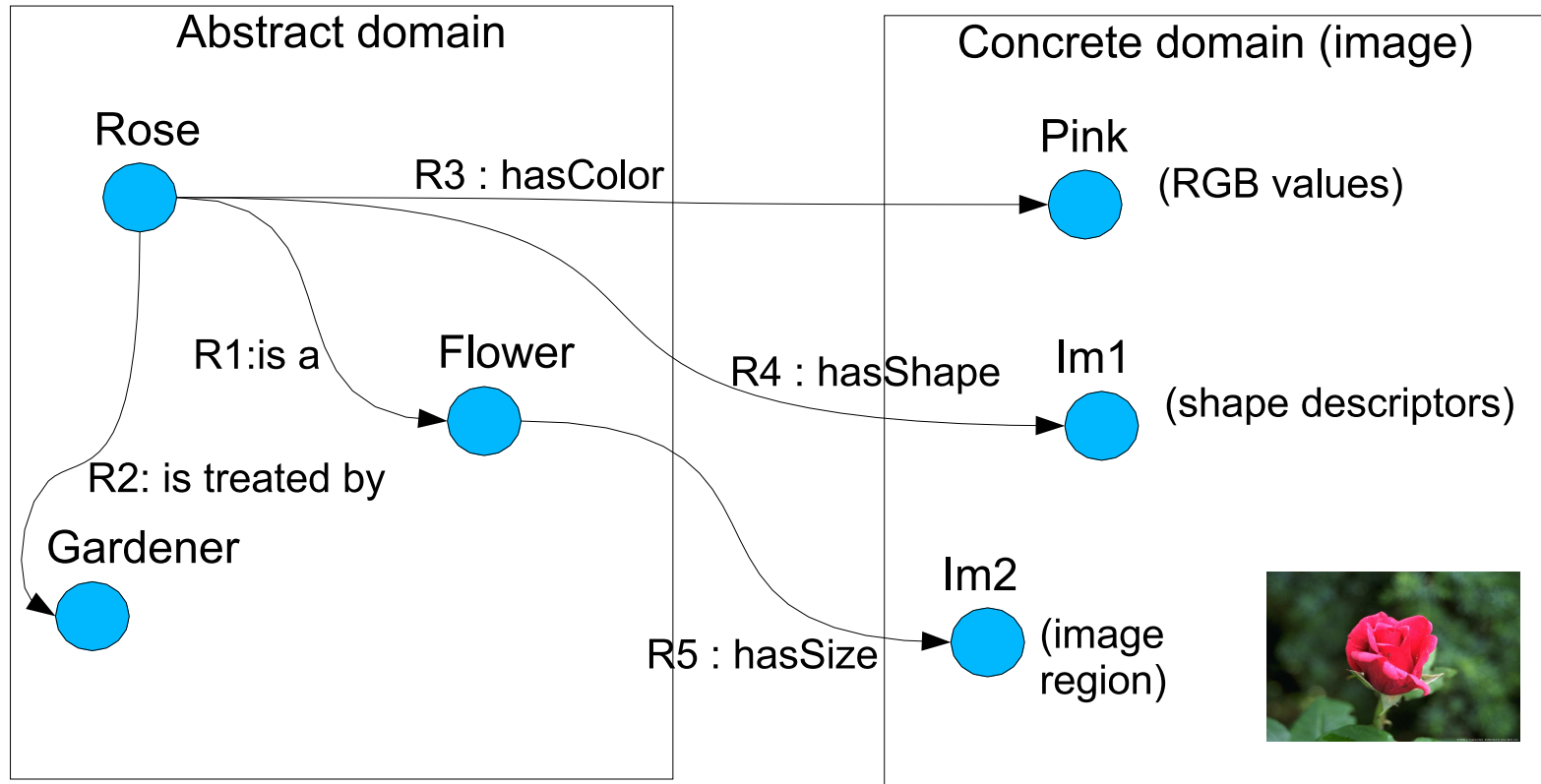


Ontologies for image interpretation

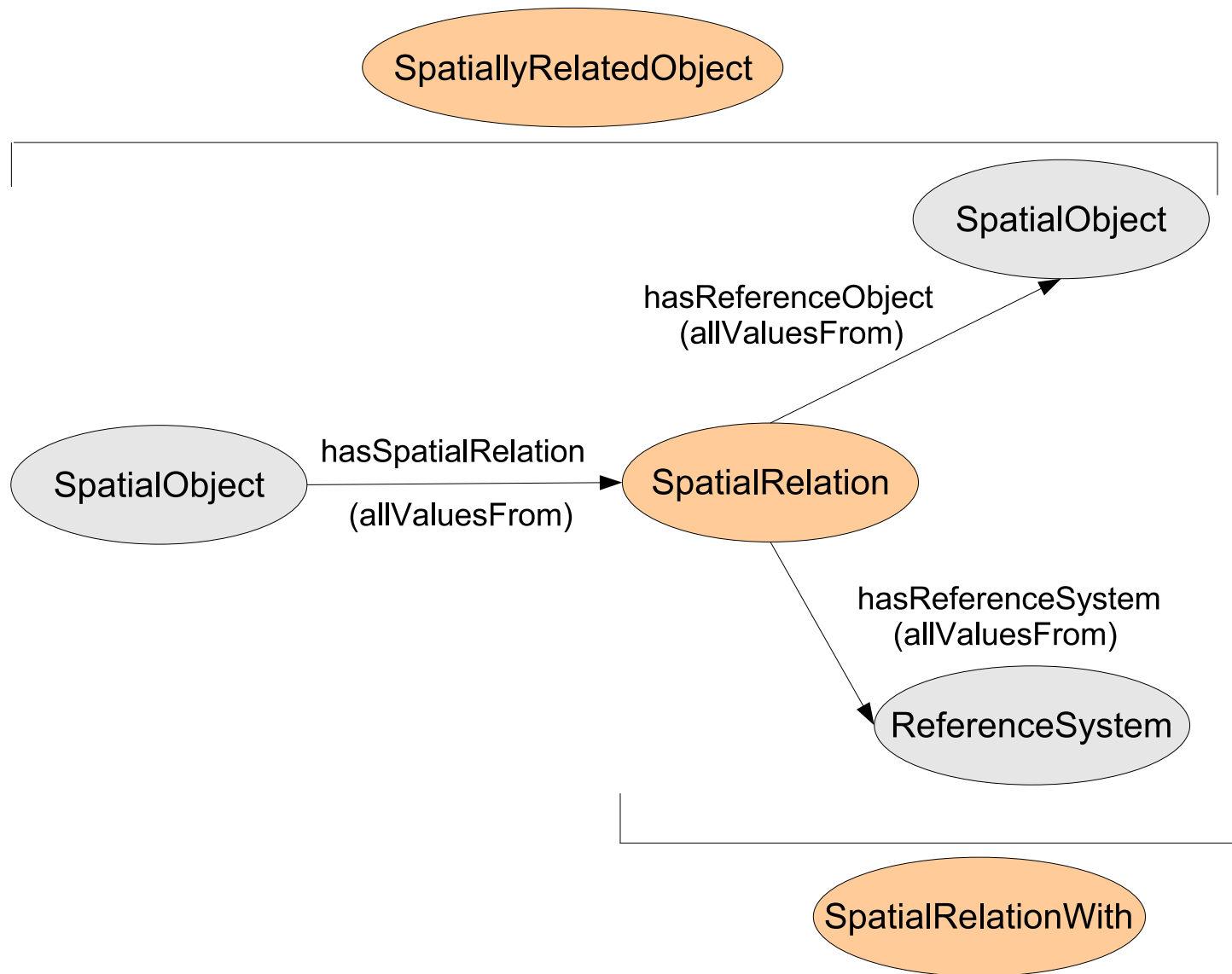
Ontology = Formal, explicit specification of a shared conceptualization (Gruber)

- information and knowledge description
- managing the semantic heterogeneity
- reusability
- sharing and communicating knowledge
- tools for interpretation, clustering, comparison, inference
- most used language: OWL, based on description logics
- applications:
 - image annotation
 - Geographic Information Systems
 - object recognition in images and videos
 - robot vision
 - very little on image interpretation

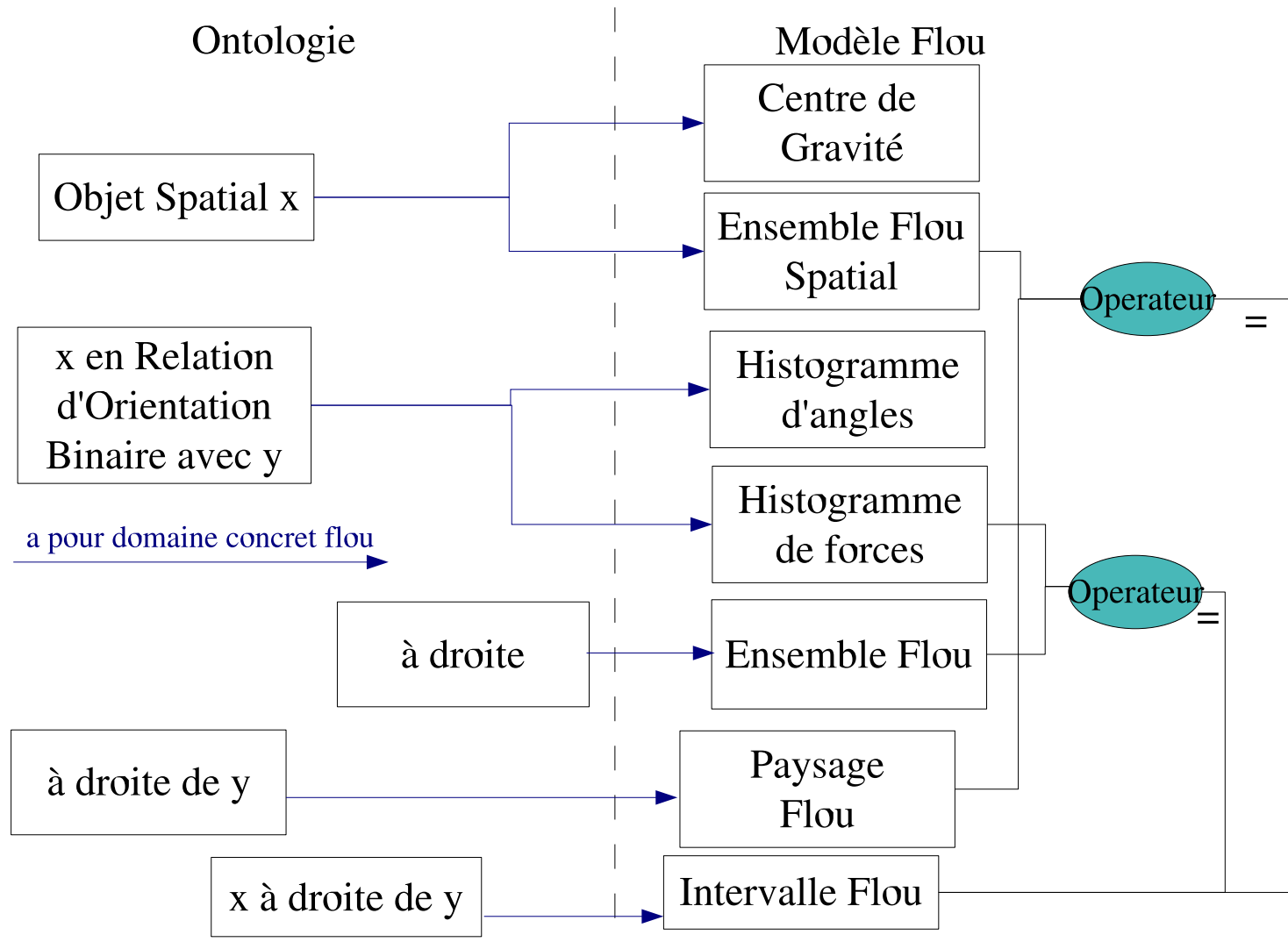
Domaines concrets



Hiérarchie de relations spatiales dans une ontologie



Hiérarchie de relations spatiales dans une ontologie



Exemple de description anatomique (cerveau)

[morphologie]

morphologie fonctionnel atlas animations vidéo reconstruction 3D liens

Noyau caudé

embryologie
histologie
crâne
méninges

moelle épinière
tronc cérébral

nerfs crâniens
cervelet
cortex cérébral

noyaux gris
substance blanche

v3
v4
ventricules latéraux

auteur : D Hasboun
illustrateurs : H Fournié



Le noyau caudé est un noyaux gris central, en forme de **fer à cheval** ouvert en avant. Il s'enroule **autour du thalamus**, repose sur sa face supérieure, puis descend en arrière du thalamus.

Il se continue en avant dans le lobe temporal. Il présente d'avant en arrière :

- une **tête** volumineuse située en dehors de la come frontale du ventricule latéral
- un **corps** dont le volume diminue d'avant en arrière. Il repose sur le thalamus puis descend en arrière du pulvinar.
- la **queue** du noyau cadé chemine dans le lobe temporal, au-dessus de la come temporale du ventricule latéral, dans la région sous lenticulaire.

Le noyau caudé constitue le **néostriatum** avec le putamen.

CHU Pitié - Salpêtrière

UNIVERSITÉ PIERRE & MARIE CURIE

accueil - morphologie - fonctionnel - anatomique - vidéo - atlas - 3D - liens - préface - bibliographie - aide
© Neur@nat - 1996 - 2003 * Les illustrations et articles sont la propriété de leurs auteurs respectifs *

<http://www.chups.jussieu.fr/ext/neuranat> (Dominique Hasboun, CHU La Pitié-Salpêtrière)

Représentation de connaissances spatiales structurelles

- Relations spatiales
- Descriptions linguistiques
 - direction : *le thalamus est en-dessous du ventricule latéral*
 - distance : *les ventricules latéraux sont loin de la surface du cerveau*
 - adjacence : *le thalamus est adjacent au troisième ventricule*
 - symétrie : *les structures homologues dans les deux hémisphères sont approximativement symétriques par rapport au plan inter-hémisphérique*
- Graphes hiérarchiques attribués
- Ontologies
- Représentations floues (modèles mathématiques de relations spatiales par morphologie mathématique floue)

Ontologie de relations spatiales et FMA

The screenshot displays the Protégé 3.2 beta interface for editing the 'FMAWithNeuranat' ontology. The main workspace shows a hierarchical ontology diagram with two primary sections:

- Brain anatomy concepts:** A hierarchy of anatomical classes. At the top is 'Organ_component_of_neuraxis', which includes 'Gray_matter_component_of_neuraxis' and 'Ganglion_of_neuraxis'. 'Gray_matter_component_of_neuraxis' further branches into 'Nucleus_of_neuraxis' and 'Basal_ganglion_of_telencephalon'. 'Nucleus_of_neuraxis' includes 'Caudate_nucleus', which is further divided into 'Left_caudate_nucleus' and 'Right_caudate_nucleus'. The 'Right_caudate_nucleus' class is highlighted with a blue border.
- Spatial relation ontology concepts:** A hierarchy of spatial relations. At the top are 'p1:BinaryDirectionalRelation', 'p1:BinarySpatialRelationWith', and 'p1:Distance_Relation'. 'p1:BinaryDirectionalRelation' includes 'p1:Right'. 'p1:BinarySpatialRelationWith' includes 'p1:DirectionalBinarySpatialRelationWith' and 'p1:DistanceRelationWith'. 'p1:DistanceRelationWith' includes 'p1:Close'. 'p1:DirectionalBinarySpatialRelationWith' includes 'p1:Right_Of'. 'p1:Close' includes 'p1:Close_To'. Below these are specific instances: 'Right_Of_Right_Lateral_ventricle' (under 'p1:Right_Of') and 'Close_To_Right_Lateral_ventricle' (under 'p1:Close_To').

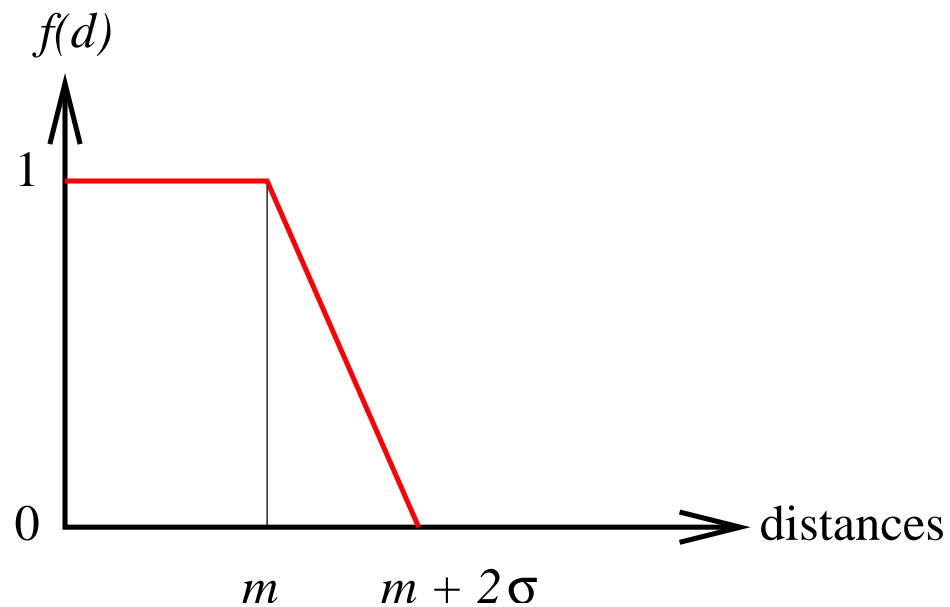
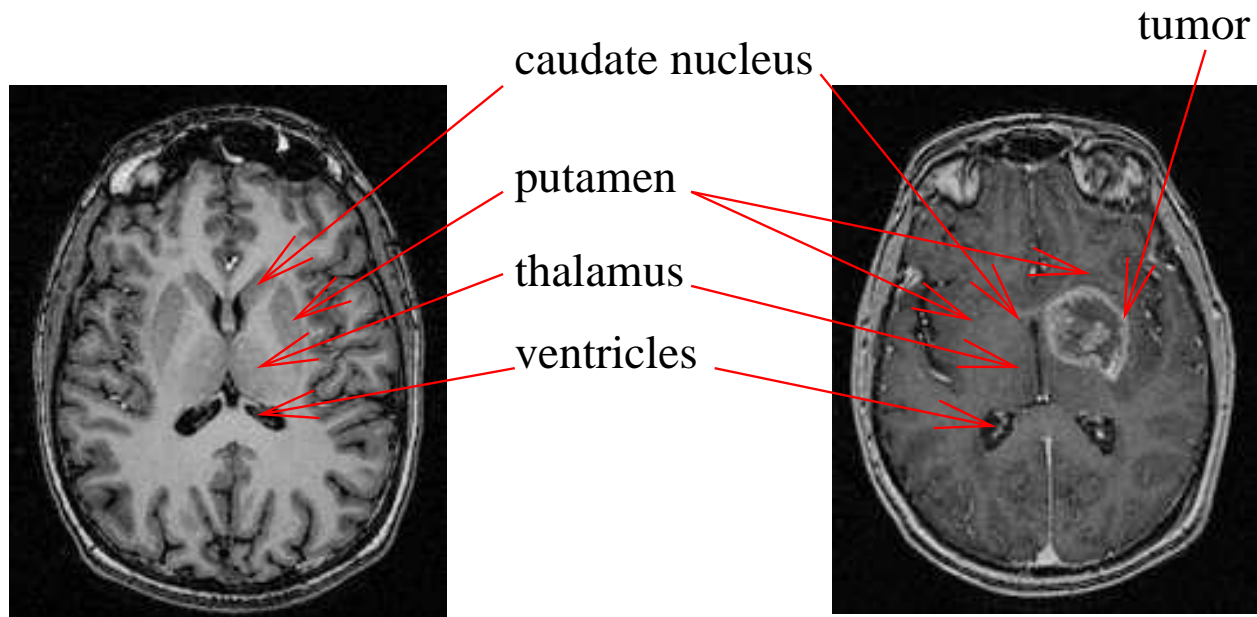
The 'CLASS BROWSER' on the left shows the 'Asserted Hierarchy' for the project, listing various anatomical classes like 'Basal_ganglion_of_telencephalon', 'Amygdala', 'Caudate_nucleus', etc. The 'PROPERTY BROWSER' at the bottom right shows the properties for the selected 'Right_caudate_nucleus' class, including 'Caudate_nucleus' and several spatial relations: 'p1:hasSpatialRelation Right_Of_Right_Lateral_ventricle', 'p1:hasSpatialRelation Close_To_Right_Lateral_ventricle', and 'p1:hasSpatialRelation Above_Of_Right_Thalamus'.

Spatial relation ontology concepts

Spatial relations between anatomical concepts

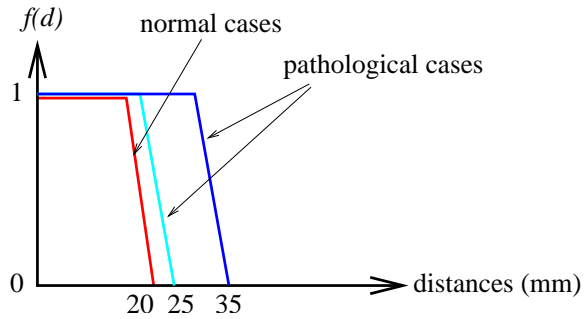
Brain anatomy concepts

Apprentissage des relations spatiales

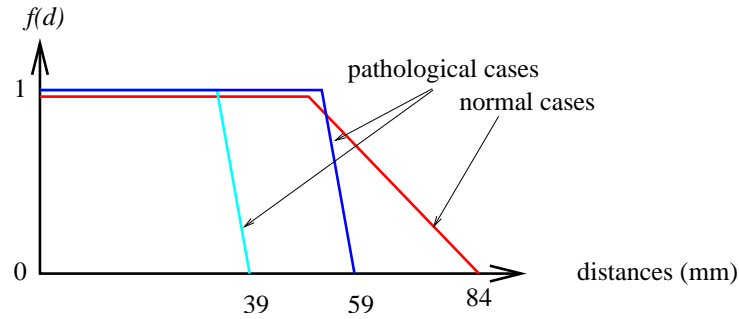


Apprentissage des relations spatiales

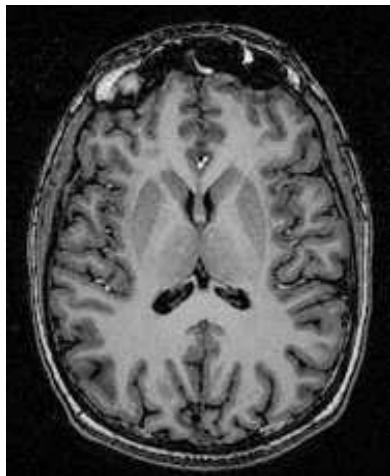
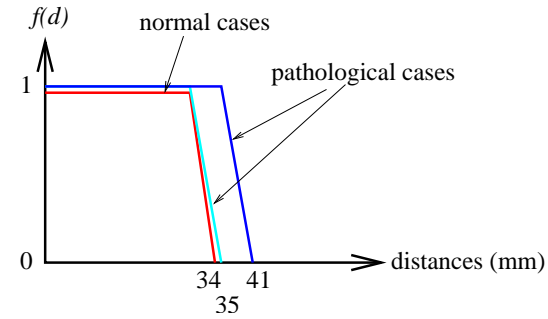
noyau caudé



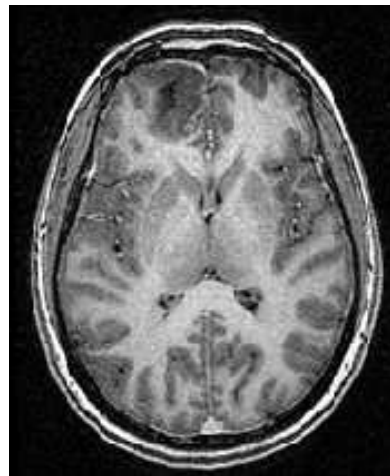
ventricule latéral



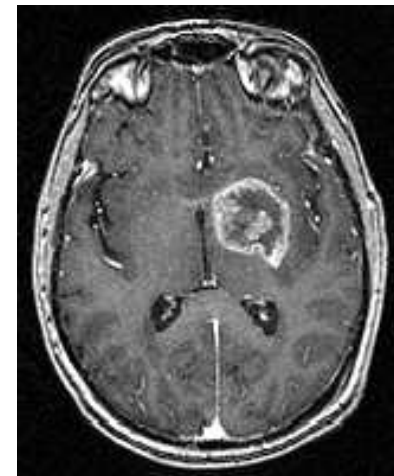
thalamus



● cas normal



● cas avec peu d'impact sur les structures internes

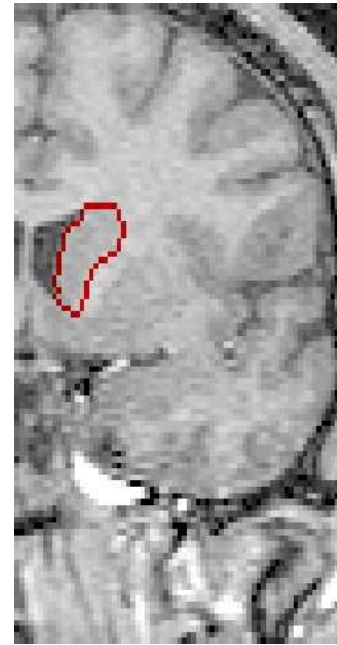
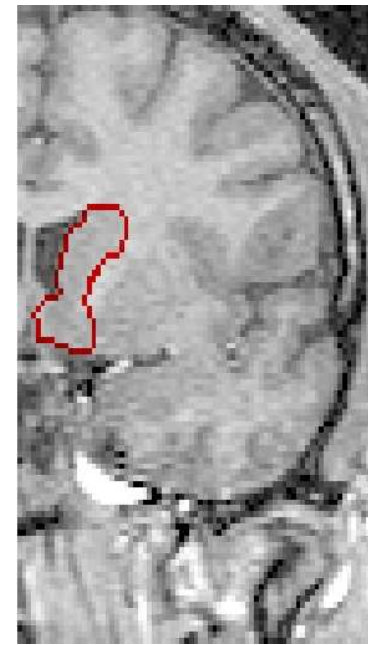
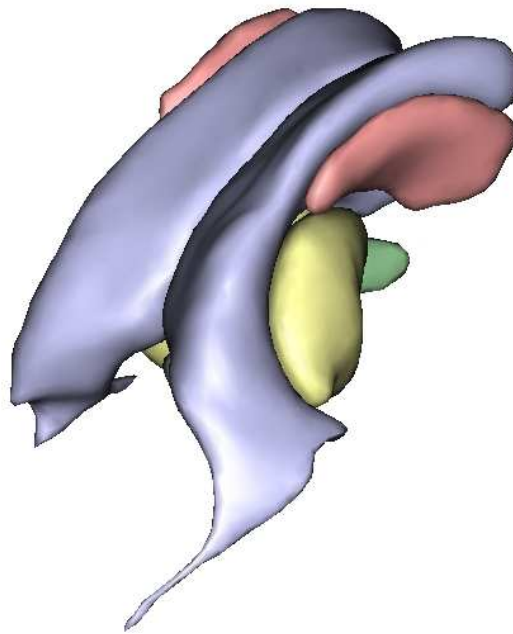
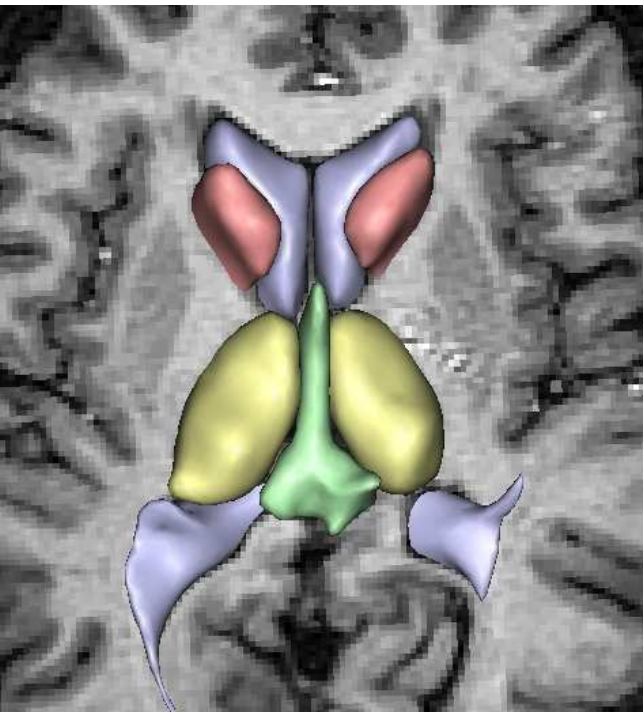


● cas avec un fort impact

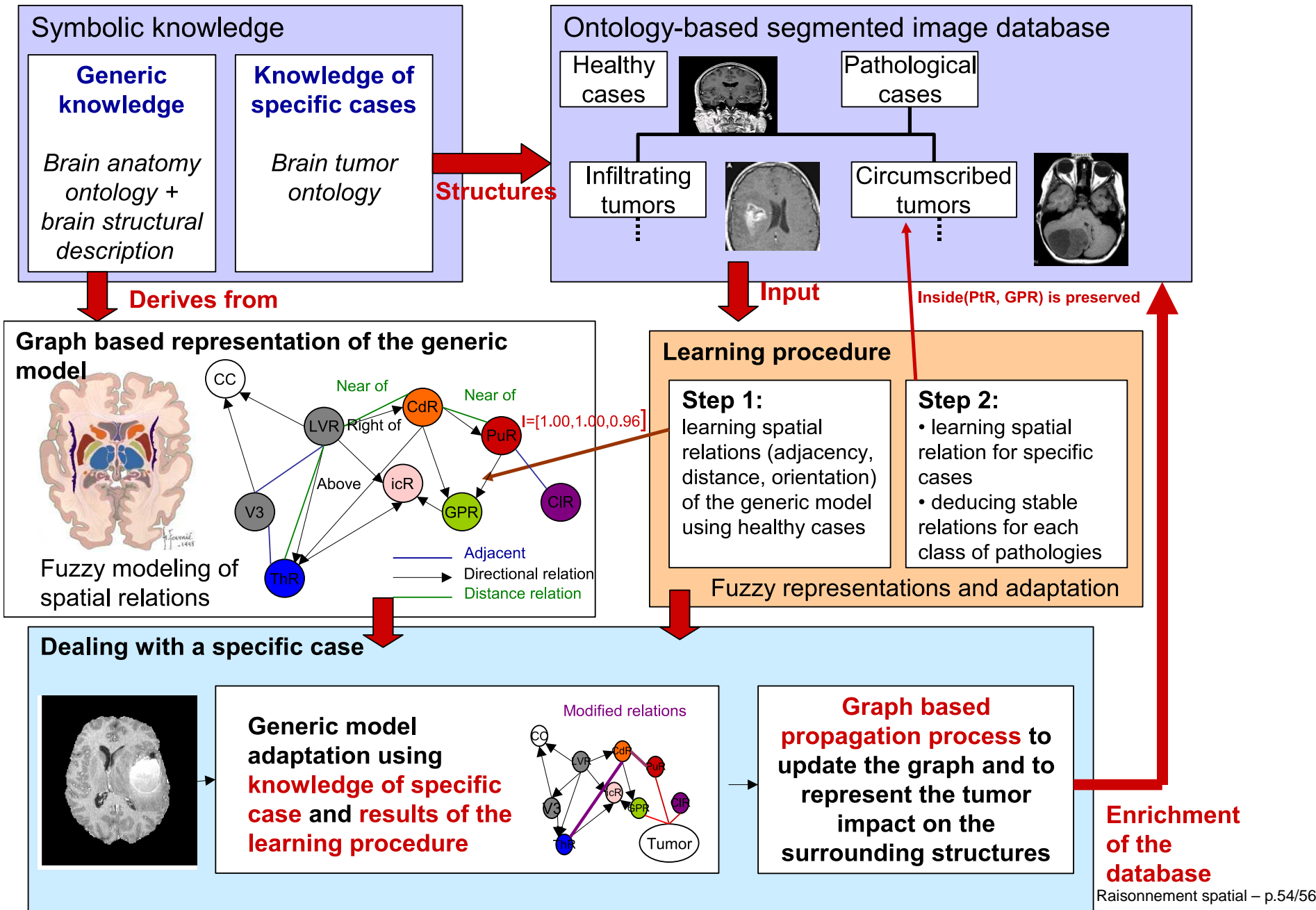
Raisonnement spatial pour la reconnaissance à partir d'un modèle

Segmentation et reconnaissance de structures internes sur un cas normal (Colliot et al.):

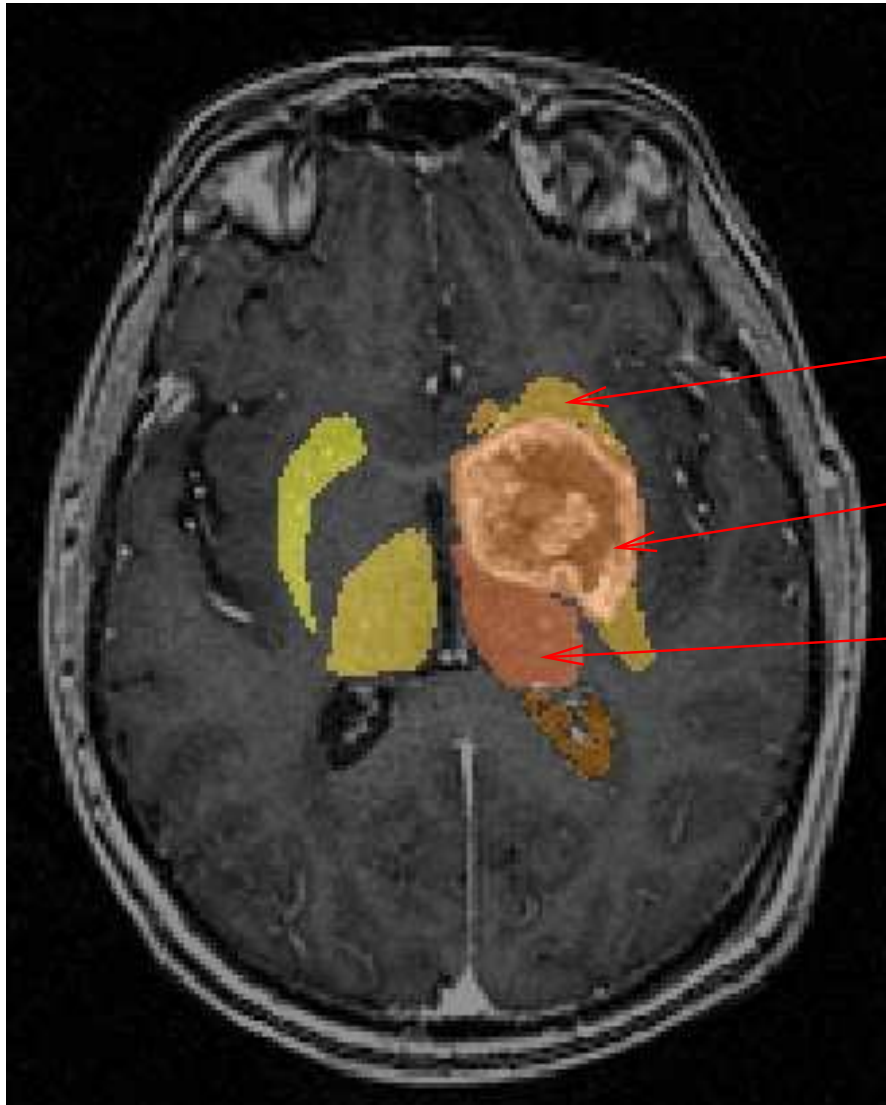
- fusion de relations spatiales (données par le modèle) par rapport à des objets déjà reconnus
- modèle déformable contraint par les relations spatiales



Intégration d'ontologies, de relations spatiales et de modèles flous



Exemples

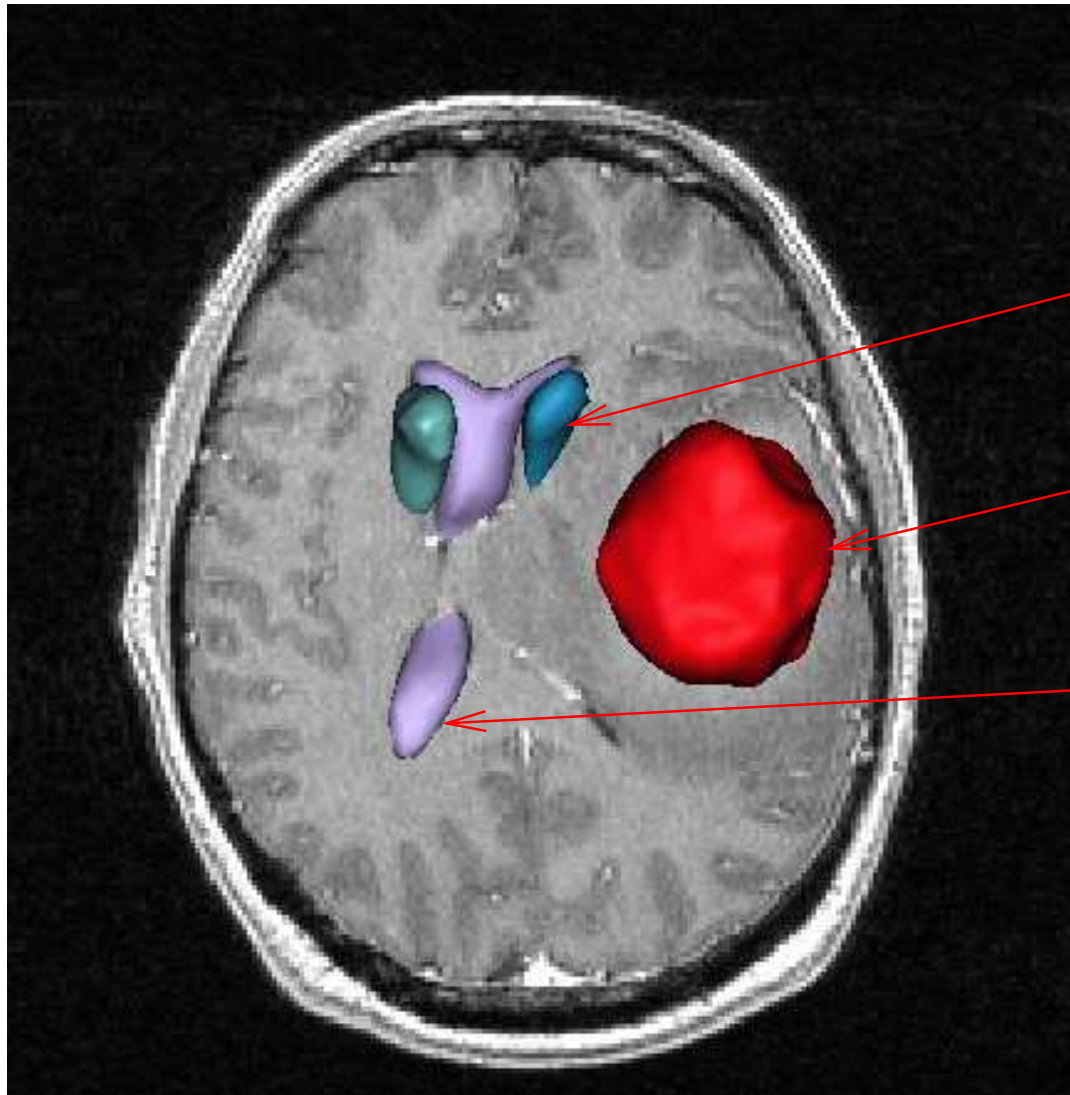


putamen (3)

tumor (1)

thalamus (2)

Exemples



caudate nucleus (3)

tumor (1)

lateral ventricles (2)

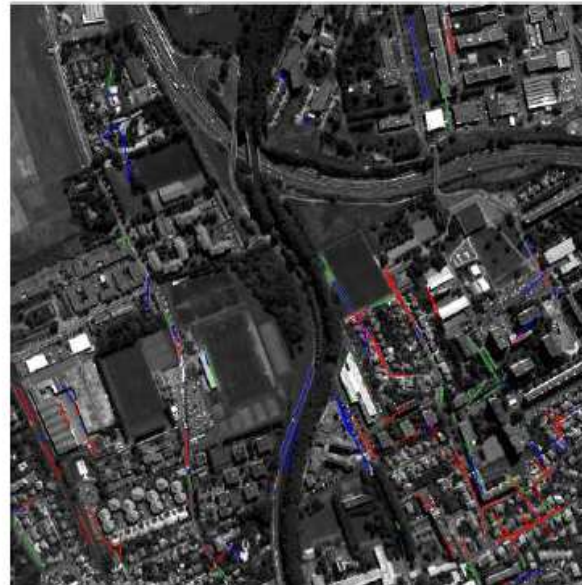
Exemples en imagerie satellitaire



(a)



(b)

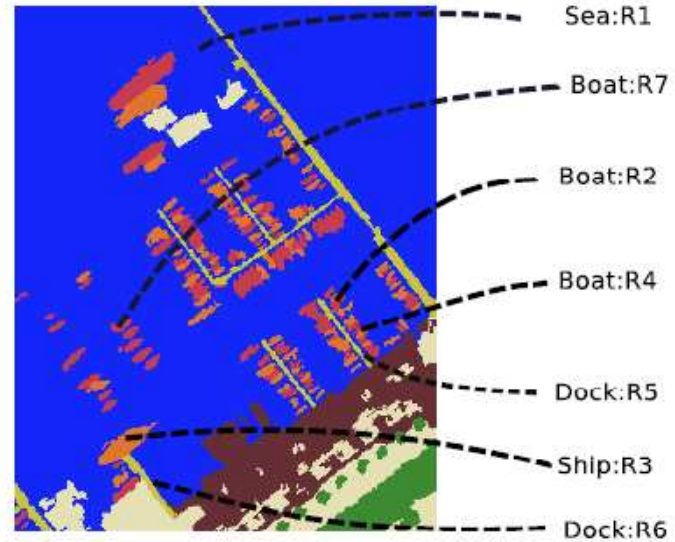


(c)

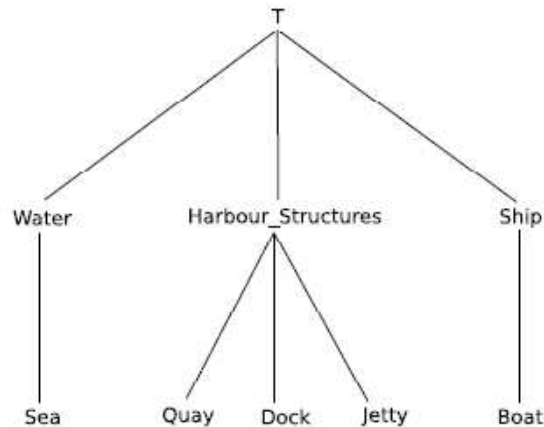
Exemples en imagerie satellitaire



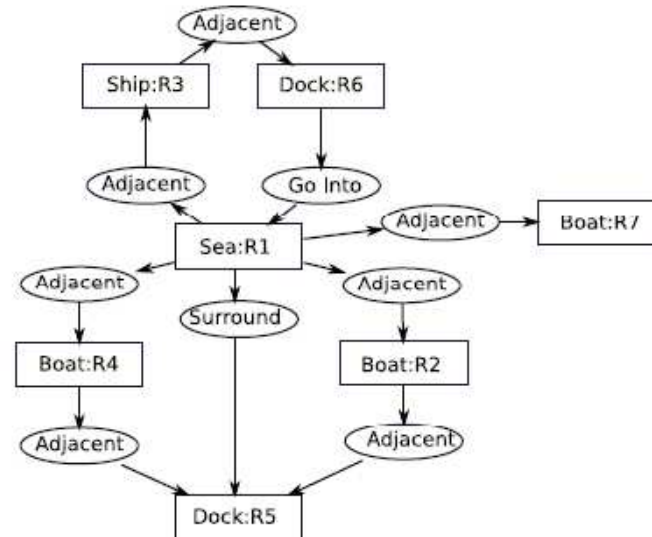
(a) Example image.



(b) Labeled image: The blue regions represent the sea, the red and orange represent ships or boats and the yellow regions represent the docks.



(c) Concept hierarchy T_C in the context of harbors.



(d) Conceptual graph representing the spatial organization of some elements of Figure 5.8(b).