

# Exercices sur les représentations discrètes

Isabelle Bloch

Septembre 2015

## 1 Pavages

Pourquoi est-il impossible de paver l'espace  $\mathbb{R}^2$  avec des polygones convexes réguliers à 10 côtés ?

## 2 Topologie discrète

### 2.1 Connexité

Donner le nombre de composantes connexes et de trous pour l'objet de la figure 1, considéré en 4- et 8-connexité. On rappelle qu'un trou est une composante connexe du complémentaire des objets qui ne touche pas les bords de l'image.

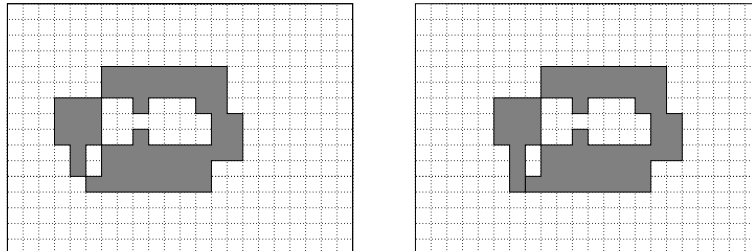


FIGURE 1 – Calcul du nombre de composantes connexes et de trous.

### 2.2 Nombre d'Euler

Calculer le nombre d'Euler (en 4- et 8-connexité pour l'objet) pour la figure 2 en utilisant la méthode globale et la méthode par dénombrement des configurations locales.

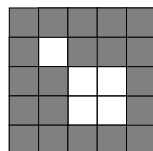


FIGURE 2 – Calcul du nombre d'Euler.

## 2.3 Adjacence

Soit  $C$  une composante 4-connexe des objets d'une image binaire. Soit  $D$  une composante 8-connexe du fond (complémentaire des objets) de cette image. Montrer que si  $C$  et  $D$  sont adjacentes en 8-connexité alors elles sont aussi adjacentes en 4-connexité.

## 3 Distances discrètes

### 3.1 Distances entre deux points

Soient, sur une trame carrée, les points  $P = (0, 0)$  et  $Q = (4, 5)$  (figure 3). Quelle est la distance discrète entre  $P$  et  $Q$  si on utilise :

- le masque élémentaire correspondant à la 4-connexité (avec des coefficients 1) ?
- le masque élémentaire correspondant à la 8-connexité (avec des coefficients 1) ?
- le masque de chanfrein  $3 \times 3$  avec les coefficients 3 et 4 ?
- le masque de chanfrein  $5 \times 5$  avec les coefficients 5, 7 et 11 ?

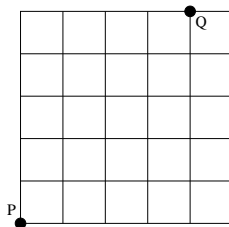


FIGURE 3 – Définition des points  $P$  et  $Q$ .

### 3.2 Distance d'un point à un objet

Soient, sur une trame carrée, l'objet  $X$  et le point  $M$  définis sur la figure 4. Quelle est la distance discrète entre  $M$  et le point le plus proche de  $X$  (et indiquer quel est ce point) avec les 4 masques de l'exercice précédent ?

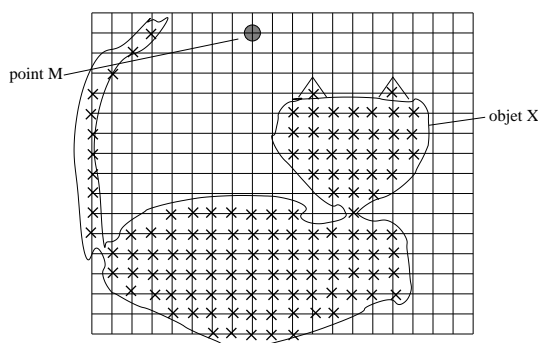


FIGURE 4 – Définition de l'objet  $X$  et du point  $M$ .