TD TERI

Master Informatique - IAD et IMA

Octobre 2006

1 Reconnaissance des formes

1.1 Classification bayésienne

On s'intéresse à la détection des cultures avec le satellite SPOT et le satellite Landsat.

Deux cultures nous intéressent : le blé d'une part (classe C_1) qui couvre 60 % des terres de la région d'intérêt, les légumes (classe C_2) qui couvrent 10% (le reste est occupé par des cultures non identifiées et des aménagements du sol).

1. On a détecté une zone $\mathcal{Z}$ très grande et très homogène dont le niveau moyen dans l'image SPOT est $m = 80$.
   Après apprentissage des probabilités conditionnelles des niveaux de gris en fonction de la classe ($P(n|C_1)$ et $P(n|C_2)$), on a déterminé que, pour le satellite SPOT, les probabilités du niveau de gris pour le blé et les légumes suivent des lois gaussiennes de paramètres :
   blé : moyenne $= m_1 = 100$ écart type $= \sigma_1 = 20$
   légumes : moyenne $= m_2 = 85$ écart type $= \sigma_2 = 5$
   Si l'on prend une décision selon le critère du maximum a posteriori (MAP), à quelle classe doit-on attribuer la zone ?
2. En fait on n'est pas très sûr de la probabilité a priori des légumes qui selon les années varie de 8% à 20% des terres. Est- ce que cela peut changer notre décision ?
3. Quelle classification obtient-on si on utilise un critère de Maximum de Vraisemblance (MV) ?

1.2 Classification Automatique

On dispose d'une image radar du port d'Osaka et l'on souhaite la classifier à partir de la valeur des pixels. A cause de la nature de l'image (bruit de speckle), on va choisir deux paramètres pour chaque pixel : le premier est calculé à partir de la valeur moyenne et de la valeur maximale à l'intérieur d'un voisinage, le second dépend de la variance.

Afin de restreindre le problème, on va se focaliser sur 6 "prototypes" : les points A, B, C, D, E, F qui ont pour coordonnées dans le plan des paramètres :

$$A = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} 3 \\ 7,0001 \end{pmatrix}$$

Sur chacun de ces 6 points, on place 1 échantillon, sauf en C où on en place 2 et en A où on en place 4. On a donc au total 10 ? ?chantillons.

On cherche à construire un classifieur de ces 10 échantillons.

Question 1 : En utilisant l'algorithme des k-moyennes, et en supposant que l'on cherche un classifieur en 2 classes, montrer que l'algorithme peut converger vers (au moins) deux solutions. Pour cela, on suggère de traiter les deux cas suivants :
- initialiser la classe 1 par A et la classe 2 par F
- initialiser la classe 1 par E et la classe 2 par F

Pour simplifier les calculs, on peut choisir la norme L^1 ($d(x, y) = |x - y|$).

Question 2 : Quel classifieur choisirez vous en pratique ? Sur quel principe fondamental vous justifierez vous ?

2 Modèle statistique

La figure 1 représente une image en niveaux de gris. Le visage de Mickey est symétrique et les valeurs de niveaux de gris sont indiqués par des flèches. Les dimensions totales de l'image sont de 32×32 pixels carrés.

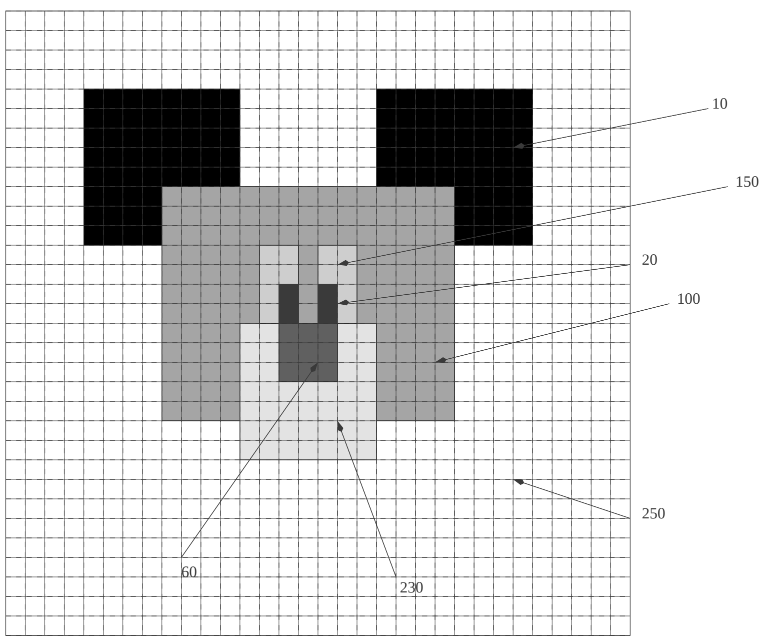

FIG. 1 – Mickey Mouse.

Tracer l'histogramme de l'image. Combien y a-t-il de niveaux de gris ? Quelle est l'entropie de l'image ?

Calculer une normalisation d'histogramme sur cette image. Calculer une égalisation d'histogramme sur cette image. Que devient l'entropie dans les nouvelles images ?

3 Filtre de moyenne et filtre médian

Décrivez le filtre médian sur une fenêtre 3×3. Quel est son avantage sur le filtre par moyenne ?

Donnez le résultat du filtrage médian 3×3 et du filtrage de moyenne 3×3 sur l'image ci-dessous :

10	10	10	10	10
10	10	10	10	10
10	10	0	0	0
10	10	0	0	0
10	10	0	0	0

(on ne s'intéressera qu'au carré 3×3 du centre). Conclusion ?

4 Filtrage exponentiel

Le filtre exponentiel 2D a pour réponse impulsionnelle $H(x, y) = \frac{\beta^2}{4} e^{-\beta(|x|+|y|)}$. La convolution de l'image (continue) f par H vaut :

$$g(x, y) = (f * H)(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t_1, t_2) H(x - t_1, y - t_2) dt_1 dt_2$$

L'objectif de l'exercice est de calculer numériquement la convolution d'une image discrète bidimensionnelle par le filtre exponentiel.

4.1 Calcul par noyau tronqué

Donner un exemple de noyau de convolution 3×3 qui approxime H pour une valeur de β de votre choix. Quelle précaution doit-être prise pour les valeurs du noyau ? Quel est le lien entre la valeur de β et la taille de support du noyau ? Quelle est la complexité de l'algorithme ?

4.2 Séparabilité du filtre

Remarquer que $H(x, y) = h(x).h(y)$, avec $h(x) = \frac{\beta}{2} e^{-\beta|x|}$. En déduire que la convolution par H peut être calculée par la composition de deux convolutions 1d, une horizontale, une verticale. Que devient la complexité de l'implantation numérique si on conserve un calcul par noyau tronqué ?

4.3 Filtres causal et anticausal

Montrer que $h(x) = \frac{\beta}{2} e^{-\beta|x|}$ peut être décomposé en convolution de 2 filtres h_1 et h_2, tels que :

$$h_1(x) = \begin{cases} \beta e^{-\beta x} & si \quad x \geq 0 \\ 0 & si \quad x < 0 \end{cases}$$

$$h_2(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x > 0 \\ \beta e^{\beta x} & si \quad x \leq 0 \end{cases}$$

(2 méthodes : (1) Calcul direct de $h_1 * h_2$, en différenciant les cas $x \leq 0$ et $x \geq 0$, (2) En montrant que la transformée de Fourier de h est égale au produit de celles de h_1 et de h_2)

Remarquer que h_1 est un filtre causal, tandis que h_2 est un filtre anticausal.

4.4 Filtre causal discret

On souhaite implanter numériquement le filtrage causal $h_1(x) = \beta e^{-\beta x}(x \geq 0)$.

Noter que le filtre discret $d_1(n) = \gamma e^{-\beta n}$ est différent d'une constante multiplicative, car $\int_0^{+\infty} \beta e^{-\beta x} dx = 1$, mais $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \beta e^{-\beta n} > 1$.

γ est donc défini par $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \gamma e^{-\beta n} = 1$ Montrer que $\gamma = 1 - e^{-\beta}$.

4.5 Implantation récursive

Soit $I[n], 0 \leq n \leq W - 1$ une image 1d discrète.

Développer $J[n] = (I * d_1)[n] = \displaystyle\sum_{i=-n}^{0} I[n+i]\gamma e^{\beta i}$, et montrer que $J[n+1] = (1-\gamma)J[n] + \gamma I[n+1]$.

Quelle relation obtient-on pour la séquence anticausale discrète d_2 ?

Déduire de tout ce qui précède l'algorithme de filtrage exponentiel discret 2d récursif. Quelle est la complexité en fonction de β ? Quelle influence sur le calcul numérique peut avoir la valeur de β ?

5 Segmentation par régions

Décrire un algorithme de segmentation qui procéderait par fusion de régions.