DEA IARFA - Techniques du traitement d'images

Description de contours et de formes

Florence Tupin

Description de contours et de formes

◦ **Analyse des objets présents dans une image**

- description de formes
- description de contours
- transformées de Hough

Préliminaire : étiquetage

◦ **Principe**

associer une étiquette à chaque composante connexe

(dénombrer et isoler les objets)

◦ **Algorithme**

- 2 passes sur l'image

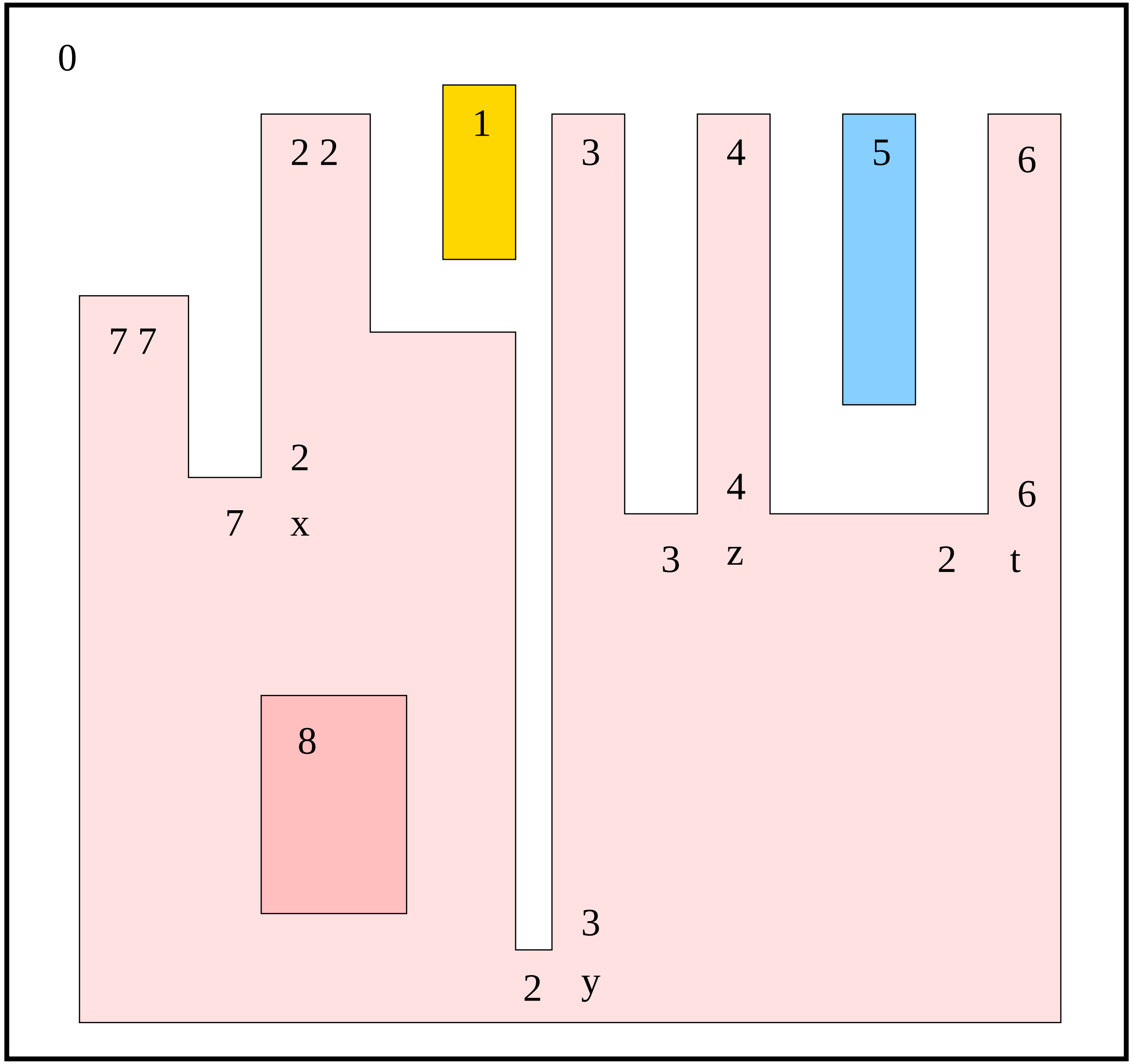
- liste d'étiquettes mise à jour

- étiquetage des points

- remplacement des étiquettes par les étiquettes terminales le cas échéant

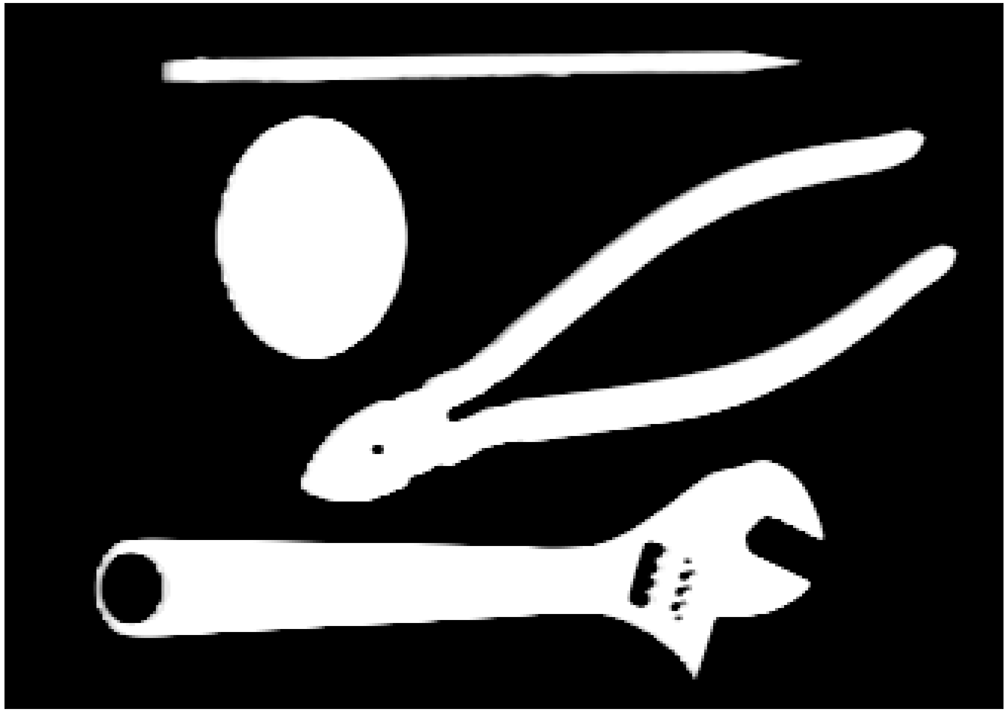
(! choix de la connexité important)

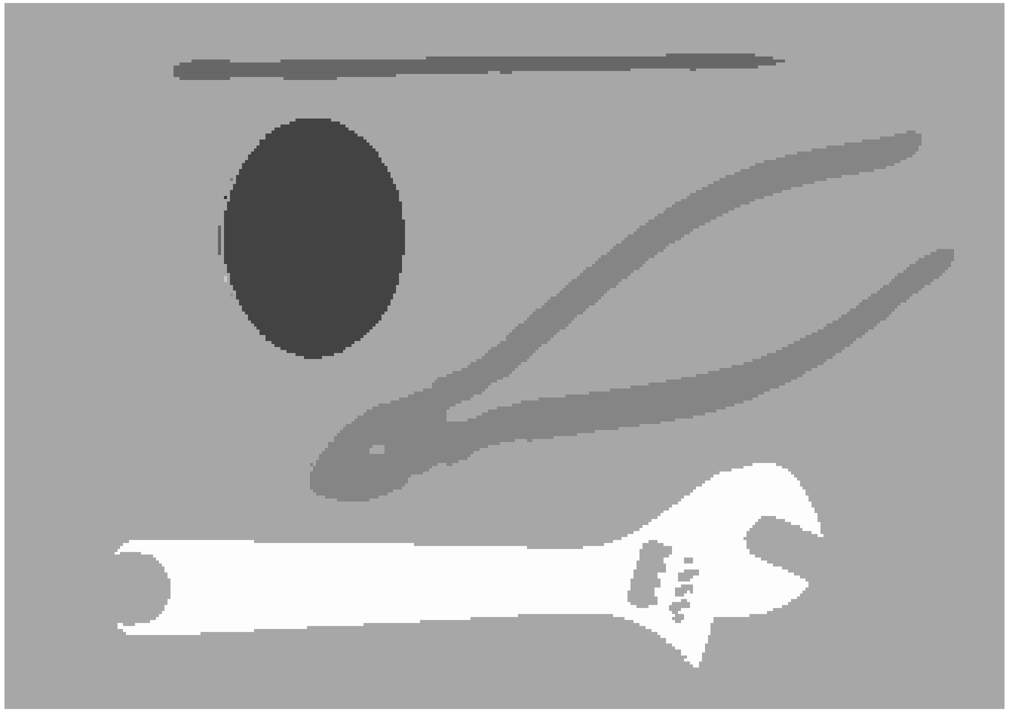
Préliminaire : étiquetage



étiquette initiale	pointeur	étiquette finale
0		0
1		1
2		2
3	2	2
4	3	2
5		3
6	2	2
7	2	2
8		4

Préliminaire : étiquetage



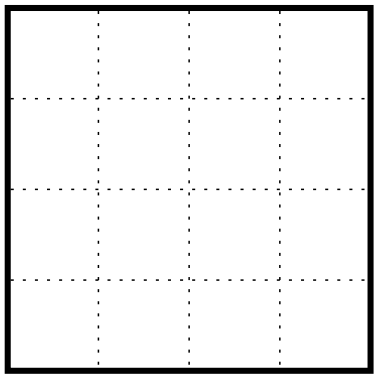


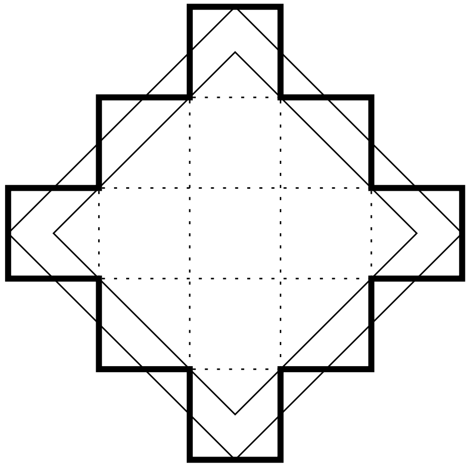
Description de formes Caractérisation des objets binaires

◦ Grandeurs géométriques

aire : nombre de pixels de S

périmètre : nombre de pixels de S voisins d'un pixel de $\overline{S}$





$A = 16$

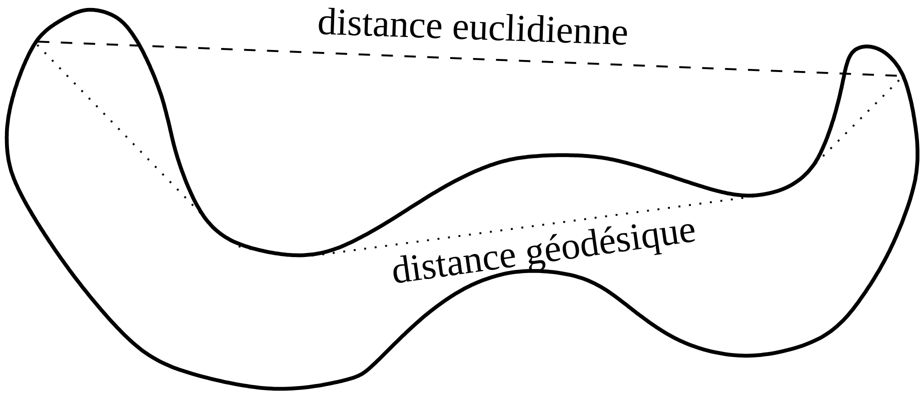
$P = 16$

$A = 13$

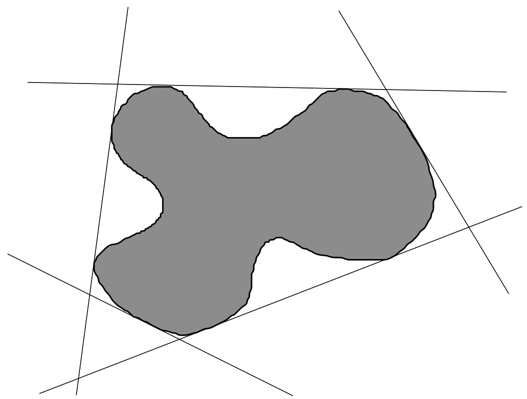
$$P = \begin{cases} 4 \times 5 & = & 20 \\ 4 \times 2,5\sqrt{2} & = & 14,1 \\ 4 \times 2\sqrt{2} & = & 11,3 \end{cases}$$

diamètre : plus grande distance entre deux points de l'objet

(choix de la distance : euclidienne ou géodésique)



enveloppe convexe : intersection de tous les demi-plans contenant l'objet



Description de formes

◦ Indices de forme

– *rapport isopérimétrique* :

$$p = \frac{carré \;\; du \;\; périmètre}{4\pi \;\; surface}$$

$>= 1$, $=1$ pour un disque

– *allongement* :

$$p = \frac{rayon \;\; du \;\; plus \;\; grand \;\; cercle \;\; inscrit}{rayon \;\; du \;\; plus \;\; petit \;\; cercle \;\; circonscrit}$$

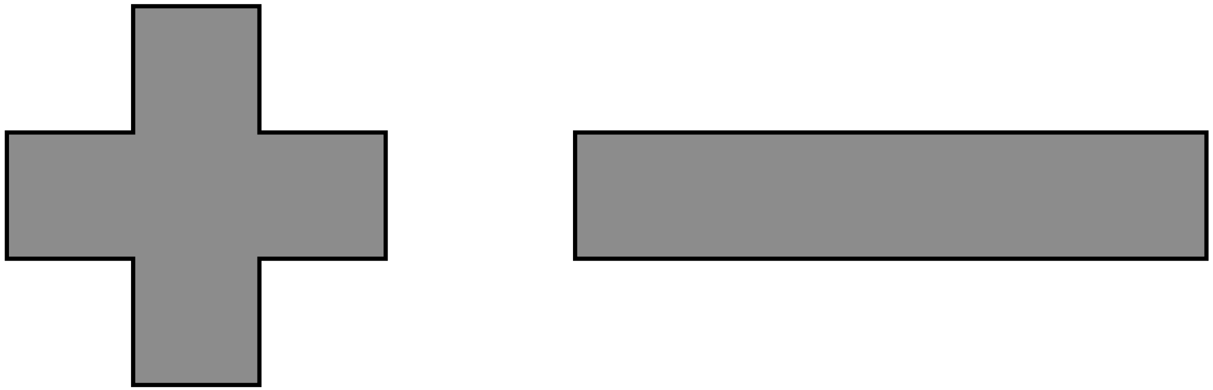
$=0$ pour une courbe, $=1$ pour un cercle

– *concavité*

$$p = \frac{périmètre \;\; de \;\; l'enveloppe \;\; convexe}{périmètre \;\; de \;\; l'objet}$$

Description de formes

◦ **Pas toujours discriminant**



même aire et même périmètre $\Rightarrow$ même circularité

◦ **Utilisation**

– classification par nuées dynamiques dans l'espace de formes

– adaptés pour de grands objets
  problème de discrétisation pour de petits objets

Description de formes

◦ Représentation par les moments

$$M_{m,n} = \iint x^m y^n f(x,y)dxdy \qquad M_{m,n} = \sum_{(x,y)\in S} x^m y^n$$

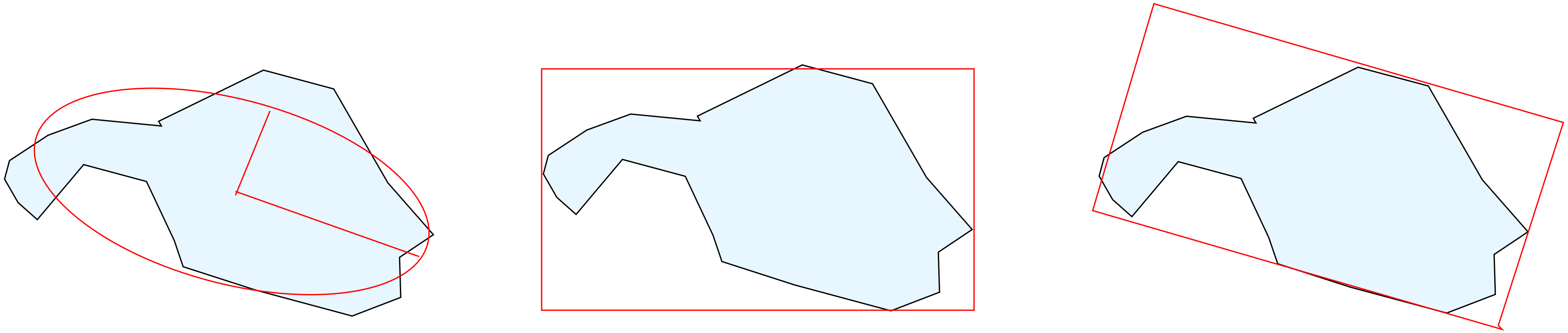
ordre 0 : $M_{0,0}$ = surface de l'objet

ordre 1 : centre de gravité de l'objet $\quad \overline{x} = \frac{M_{1,0}}{M_{0,0}} \quad \overline{y} = \frac{M_{0,1}}{M_{0,0}}$

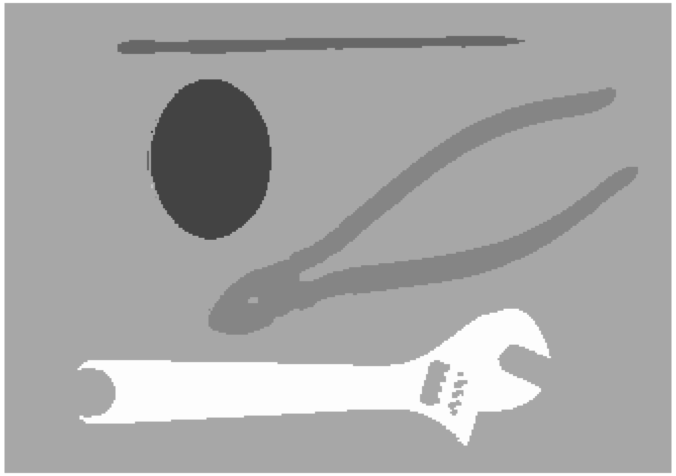
ordre 2 : paramètres de l'ellipsoïde d'inertie

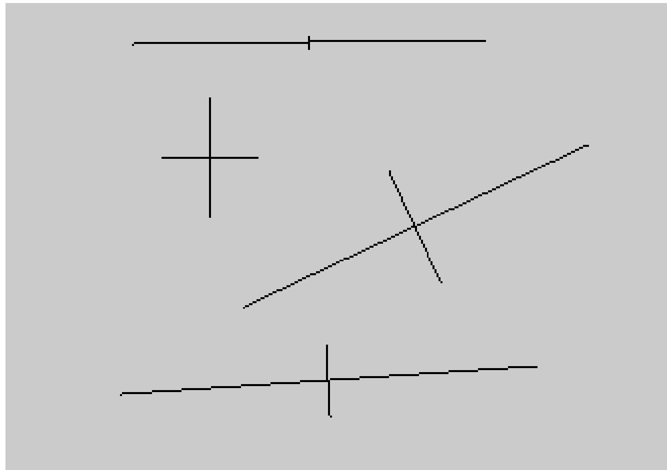
(moments centrés, invariants par translation) :

$$\theta = \frac{1}{2} arctg \frac{2M'_{1,1}}{M'_{2,0} - M'_{0,2}} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{lcl} M'_{2,0} & = & \frac{M_{2,0}}{M_{0,0}} - \overline{x}^2 \\ M'_{0,2} & = & \frac{M_{0,2}}{M_{0,0}} - \overline{y}^2 \\ M'_{1,1} & = & \frac{M_{1,1}}{M_{0,0}} - \overline{xy} \end{array} \right.$$

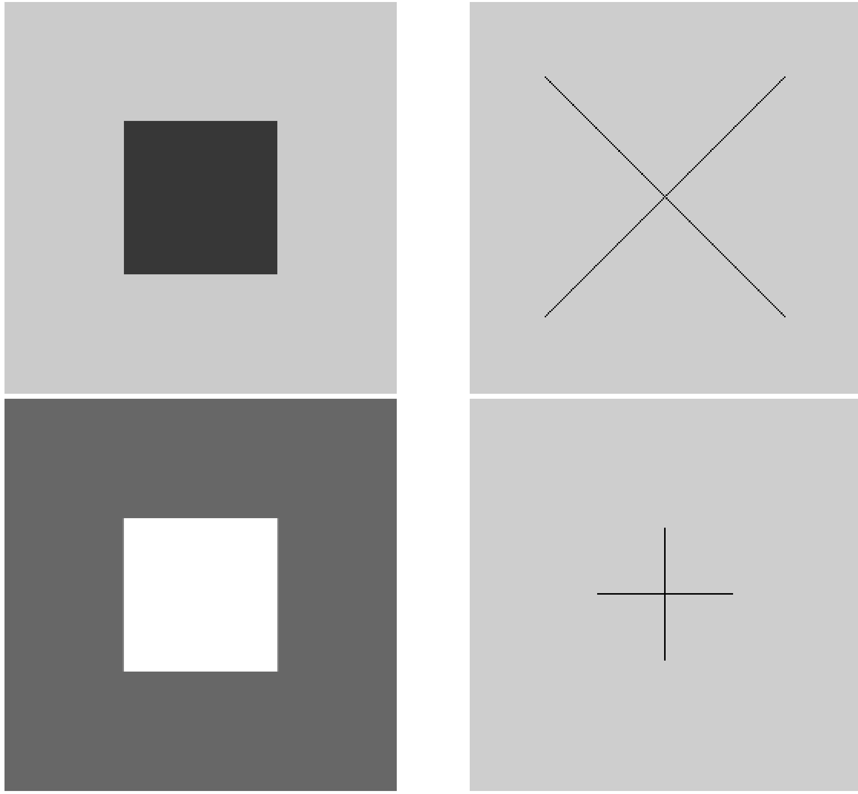


a b c





9-1



Description des contours

Caractérisation de la forme par ses contours

◦ **Représentation des contours**

- codage de Freeman

- signature

- descripteur de Fourier

◦ **Approximation polygonale des contours**

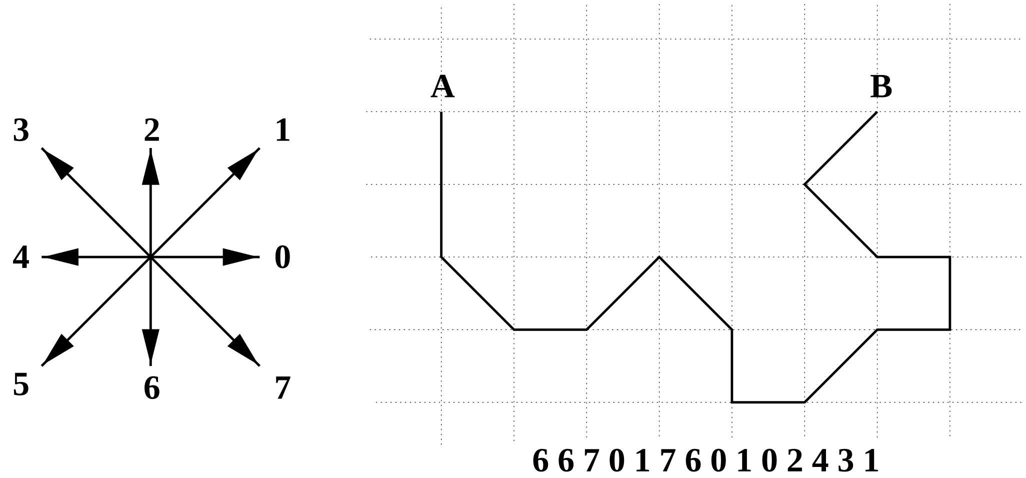
Codage de Freeman

Méthode la plus ancienne de description des contours (MPEG-4)

◦ **Principe** codage des directions du contour dans un repère absolu à partir d'une origine donnée

- coordonnées cartésiennes du premier point

- liste des déplacements (4-connexité sur 2 bits, 8 connexité sur 3 bits)



◦ **Propriétés**

- invariant par translation

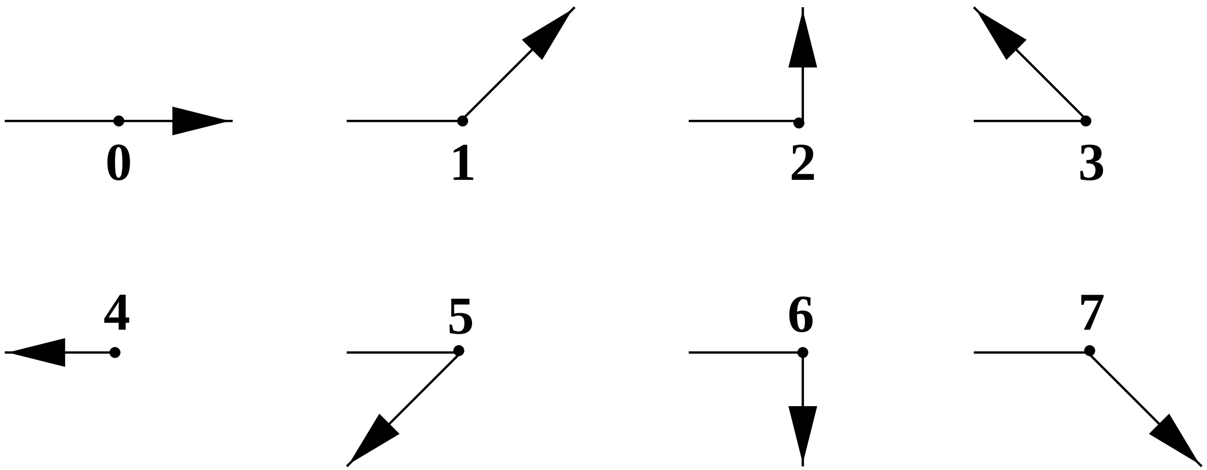
- rotation (multiple de 45^o) = addition modulo 8

Codage de Freeman relatif

codage de façon différentielle

- coordonnées cartésiennes du premier point + 1er déplacement

- liste des changements de direction



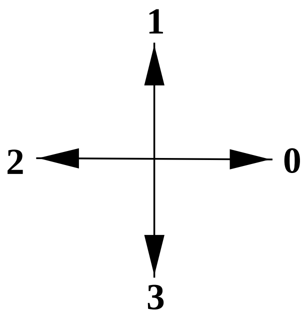
0 1 1 1 6 7 2 1 7 2 2 7 6

◦ Propriétés

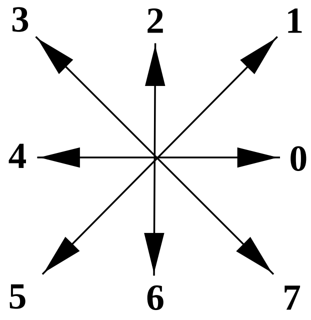
- invariant par translation

- invariant par rotation d'un multiple de 45^o

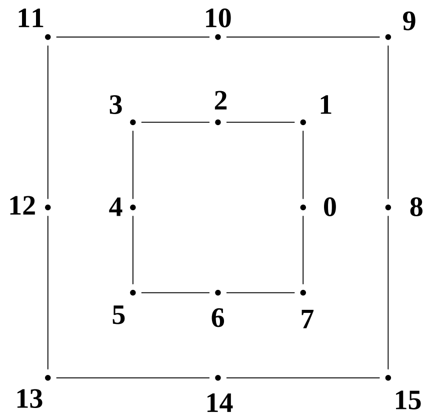
Codage de Freeman



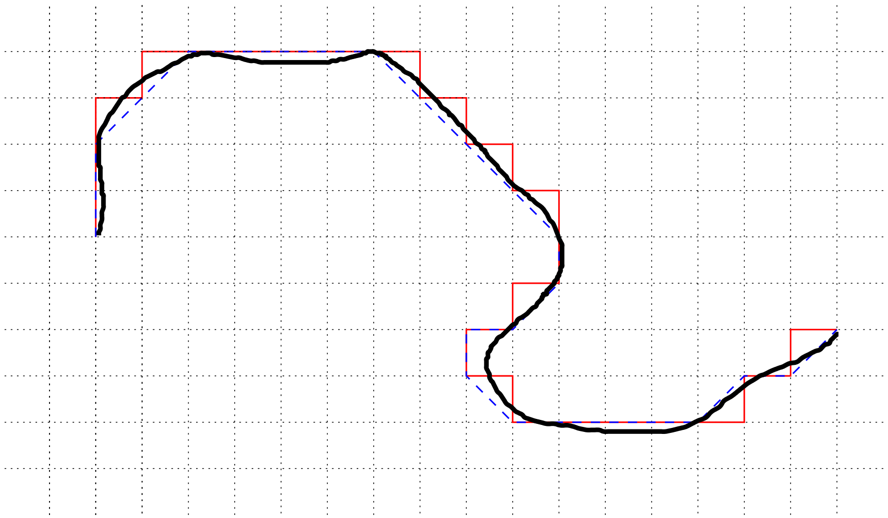
4 directions : 2 bits



8 directions : 3 bits



16 directions : 4 bits

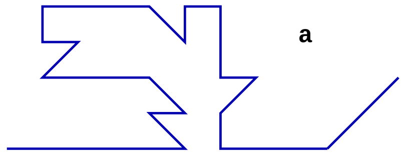


1 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 3 0 3 0 3 0 3 3 2 3 2 3 0 3 0 0 0 0 0 1 0 1 0	34 x 2 = 68 bits
2 2 1 1 0 0 0 0 7 7 7 7 6 5 4 6 7 0 0 0 0 1 0 1	24 x 3 = 72 bits
10 9 8 8 15 15 6 5 4 6 7 8 8 1 0 1	16 x 4 = 64 bits

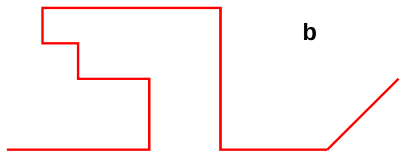
Propriétés des chaînes de Freeman

- dilatation, rotation, longueur, inversion d'un chemin, simplification d'un chemin

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
0			1	2		6	7	
1					2		0	
2	1				3	4		0
3	2						4	
4		2	3				5	6
5	6		4					
6	7	0		4	5			
7			0		6			

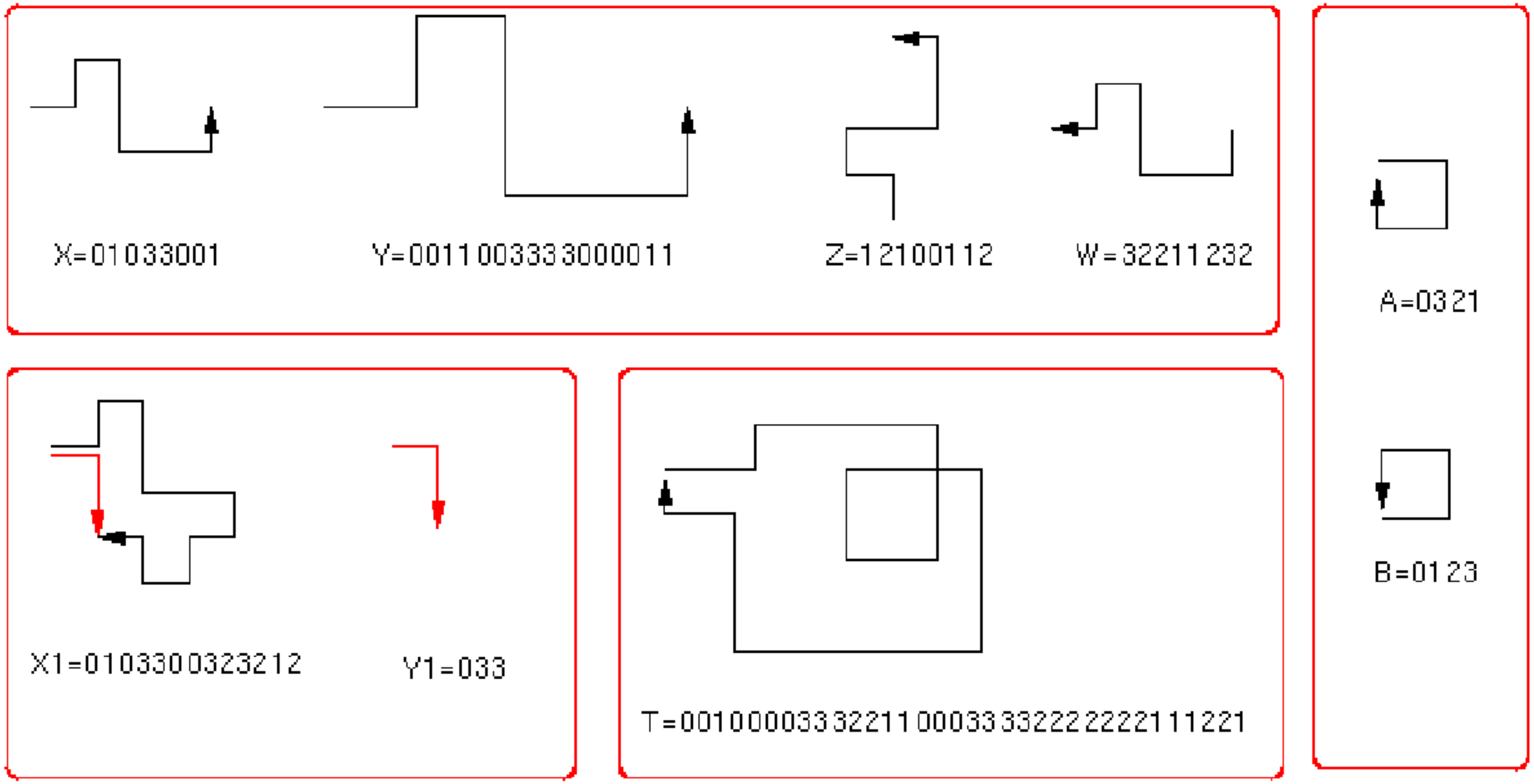


000003034441420007206605000011



0000224424200000066600011

Propriétés des chaînes de Freeman



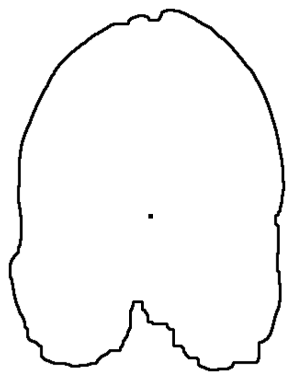
- comparaison des chaînes par l'algorithme de Wagner et Fisher

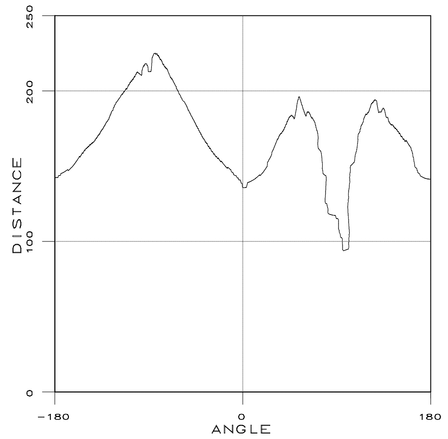
Signature d'un contour

◦ Principe

- centre de gravité = origine d'un système de coordonnées polaires
- liste des distances à l'origine en fonction de l'angle :

$$\Rightarrow \text{fonction } \rho(\theta)$$

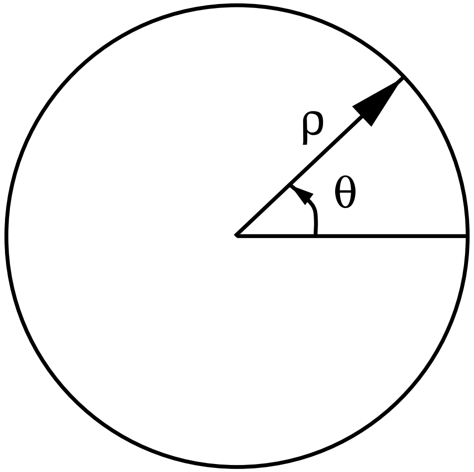


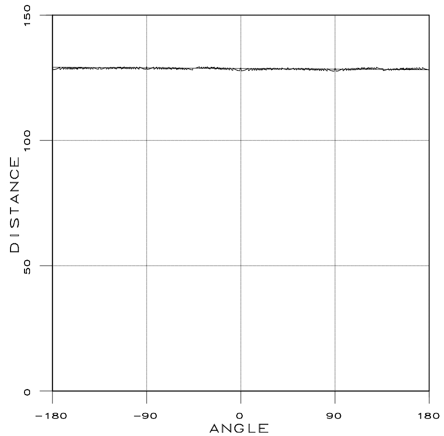


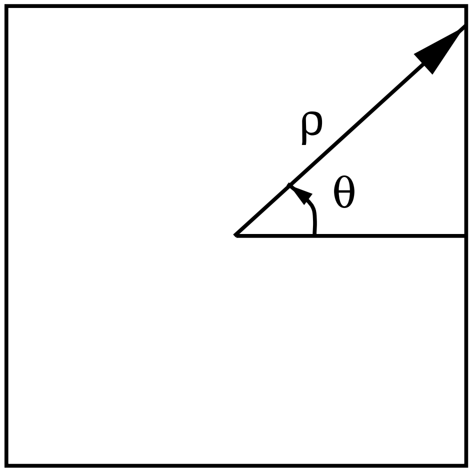
◦ Propriétés

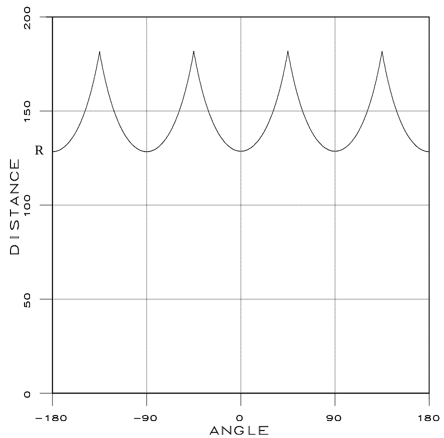
- invariant par translation
- détection de petits défauts
- rotation = translation selon θ

Signature d'un contour - exemples









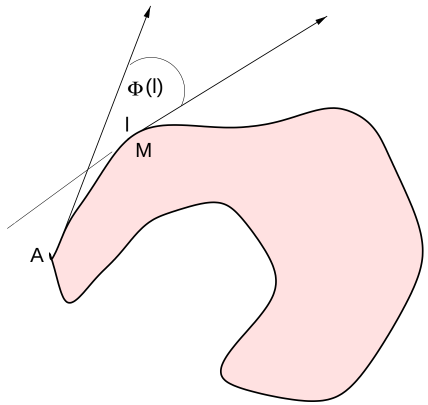
Descripteurs de Fourier

◦ Descripteurs par tangente

- description du contour par son abscisse curviligne s (origine A)

- $\phi(s)$: angle fait par le vecteur tangent en s avec celui en A

$$\Phi(t) = \phi\left[\frac{2\pi.s}{L}\right] - \frac{2\pi s}{L}$$



$\Phi(t)$ fonction périodique sur $[0, 2\pi[$, série de Fourier :
$\Phi(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \exp(-\mathrm{i}kt)$.

descripteurs de Fourier = ensemble des $\{|a_k|\}$.

Descripteurs de Fourier

◦ Propriétés

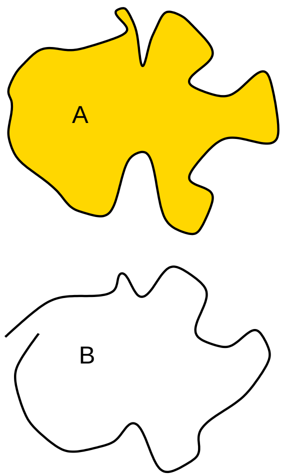
- invariants par translation de la forme

- invariants par rotation

- invariants par changement d'origine

- comparaison de formes = comparaison des descripteurs par ordre croissant

- simplification de contours = suppression des ordres élevés (contour pouvant devenir non fermé)



Descripteurs de Fourier

◦ Représentation complexe

- forme décrite par un ensemble M_j de points de contours ($M_j = x_j + iy_j$)

- descripteurs de Fourier = coefficients de la transformée en Z des z_j :

$$Z_k = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} z_j \exp(-2\pi \mathrm{i} \frac{jk}{N})$$

coefficients Z_k, pour $k \in [-N/2+1, N/2]$

◦ Propriétés

- $k = 0$, Z_0 = centre de gravité de la forme

- $Z_k = 0$ sauf pour $k = 1$, forme = cercle de rayon Z_1

(Z_1 = facteur d'échelle ; si normalisation, forme invariante par homothétie)

- coefficients $Z_{|k|}$ et $Z_{|1-k|}$ = rôles opposés mais symétriques sur la courbe

Descripteurs de Fourier

◦ **ordre k** = nombre d'actions sur le cercle unité (entre 0 et 2π) :

- 1 action pour $k = 2$ et $k = -1$,

- 2 actions pour $k = 3$ et $k = -2$,

- 3 actions pour $k = 4$ et $k = -3$, etc.

- valeurs de $k > 0$: actions de traction sur la courbe (pour la déformer vers l'extérieur du cercle unité),

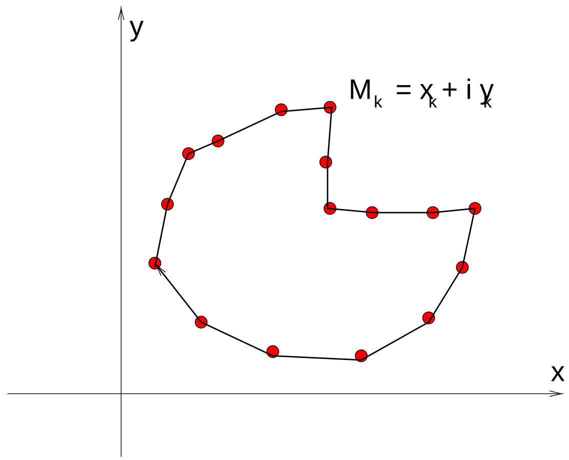
- valeurs de $k < 0$: actions de pression sur la courbe (pour creuser la courbe vers son centre)

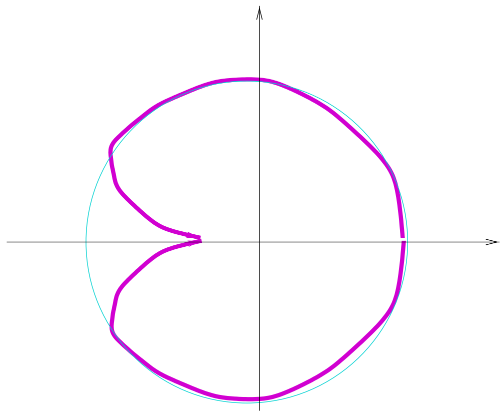
- phase du nombre complexe Z_k : ϕ_k : lieu sur le cercle unité où s'exerce l'action

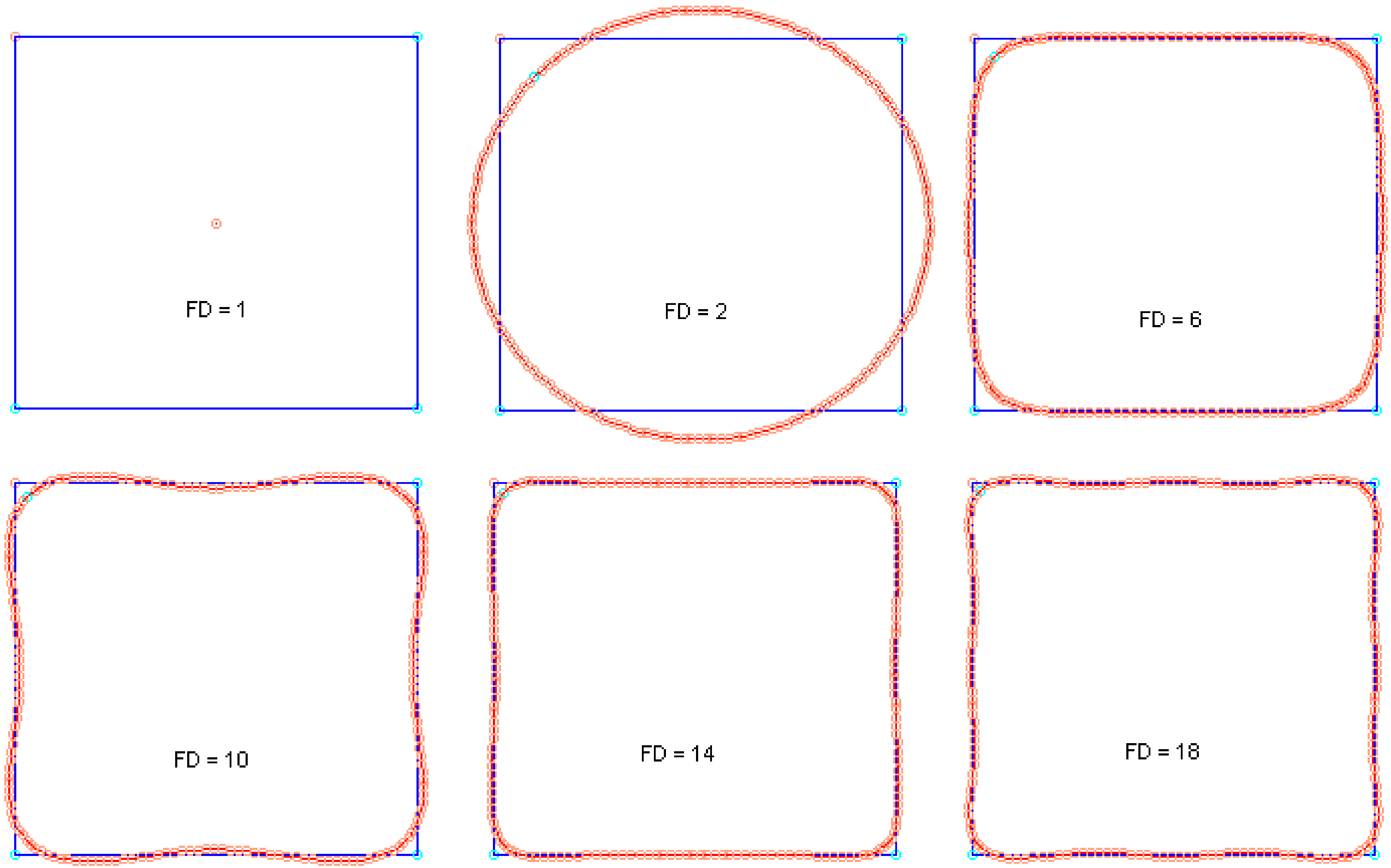
◦ **nombre de coefficients**

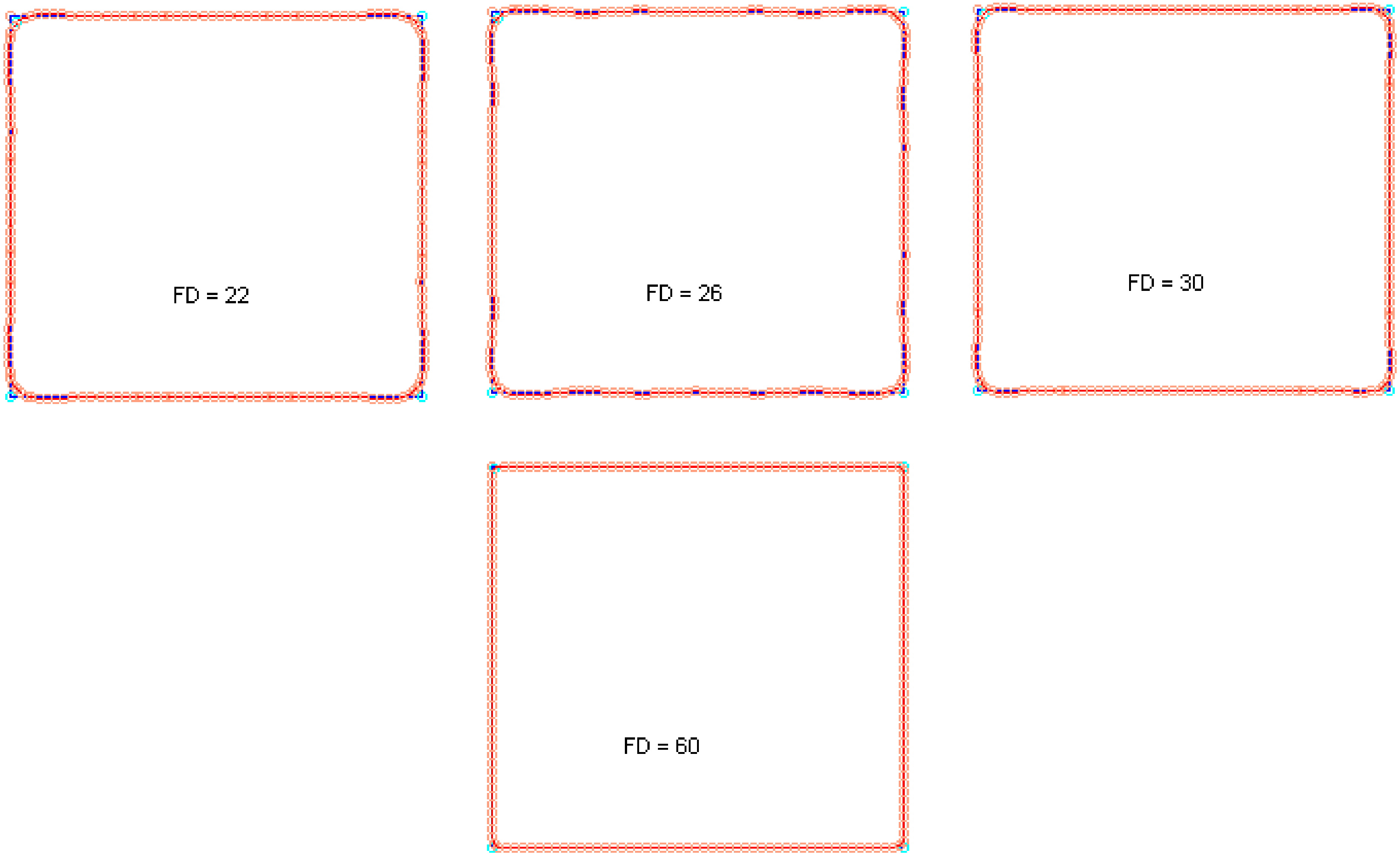
- coefficients nombreux $\Rightarrow$ forme complexe

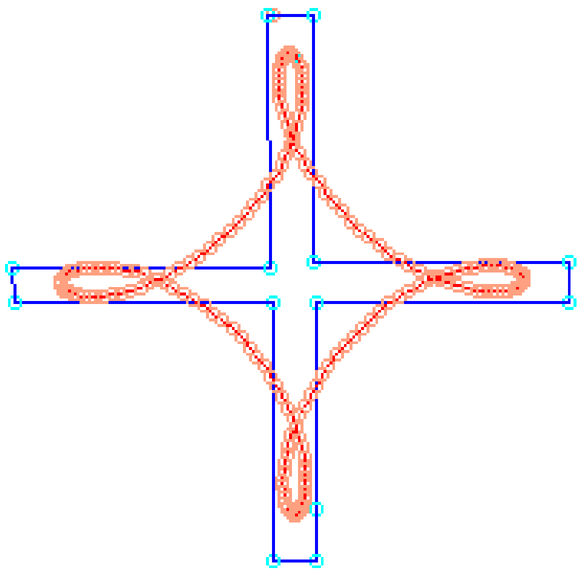
- coefficients d'ordre élevés $\Rightarrow$ détails fins sur la courbe.


y
$M_k = x_k + i\,y_k$
x

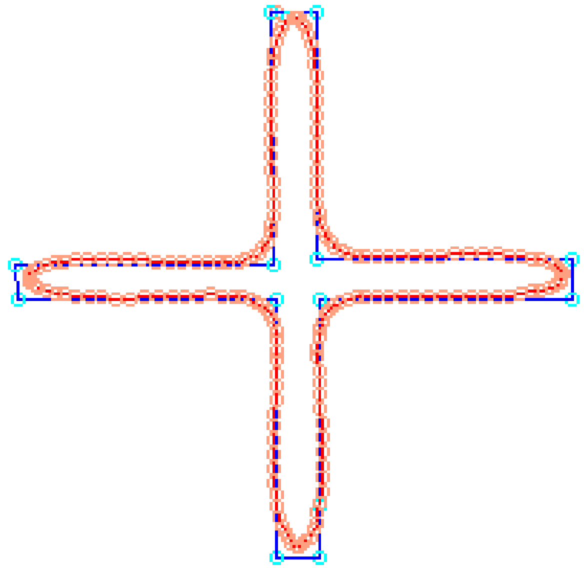



FD = 1
FD = 2
FD = 6
FD = 10
FD = 14
FD = 18

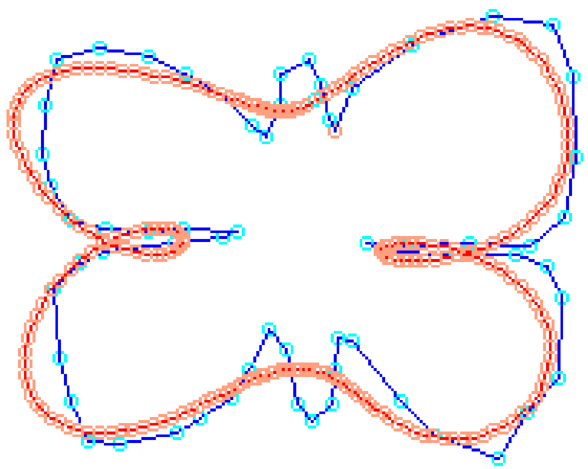

FD = 22
FD = 26
FD = 30
FD = 60



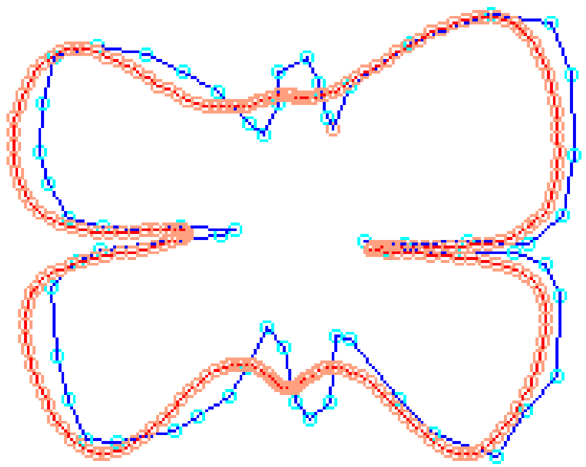
Number of FD: 9



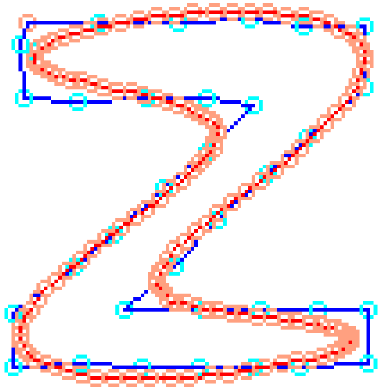
Number of FD: 10



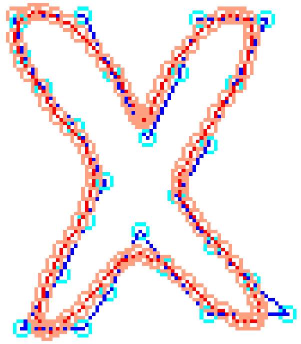
Number of FD: 17



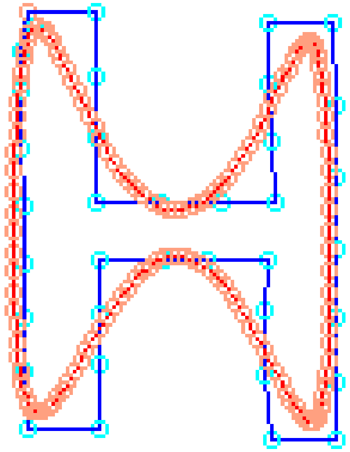
Number of FD: 20



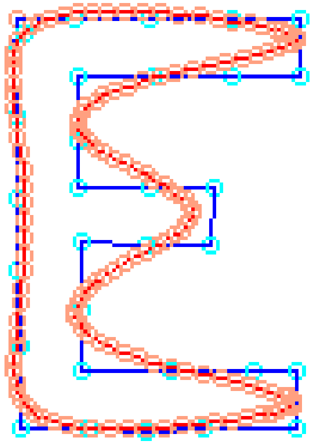
Number of FD: 6



Number of FD: 10



Number of FD: 8



Number of FD: 8

Approximations polynomiales

Préliminaire : approximation d'un nuage de points par une droite unique

◦ Approximation par régression linéaire

$M_i = (x_i, y_i)$, N points

approche par moindres carrés

droite Δ : $y = ax + b$ minimisant l'équation :

$$d_1^2 = \sum_i^N [y_i - (ax_i + b)]^2$$

solution :

$$A = X^{\#}Y = (X^tX)^{-1}X^tY$$

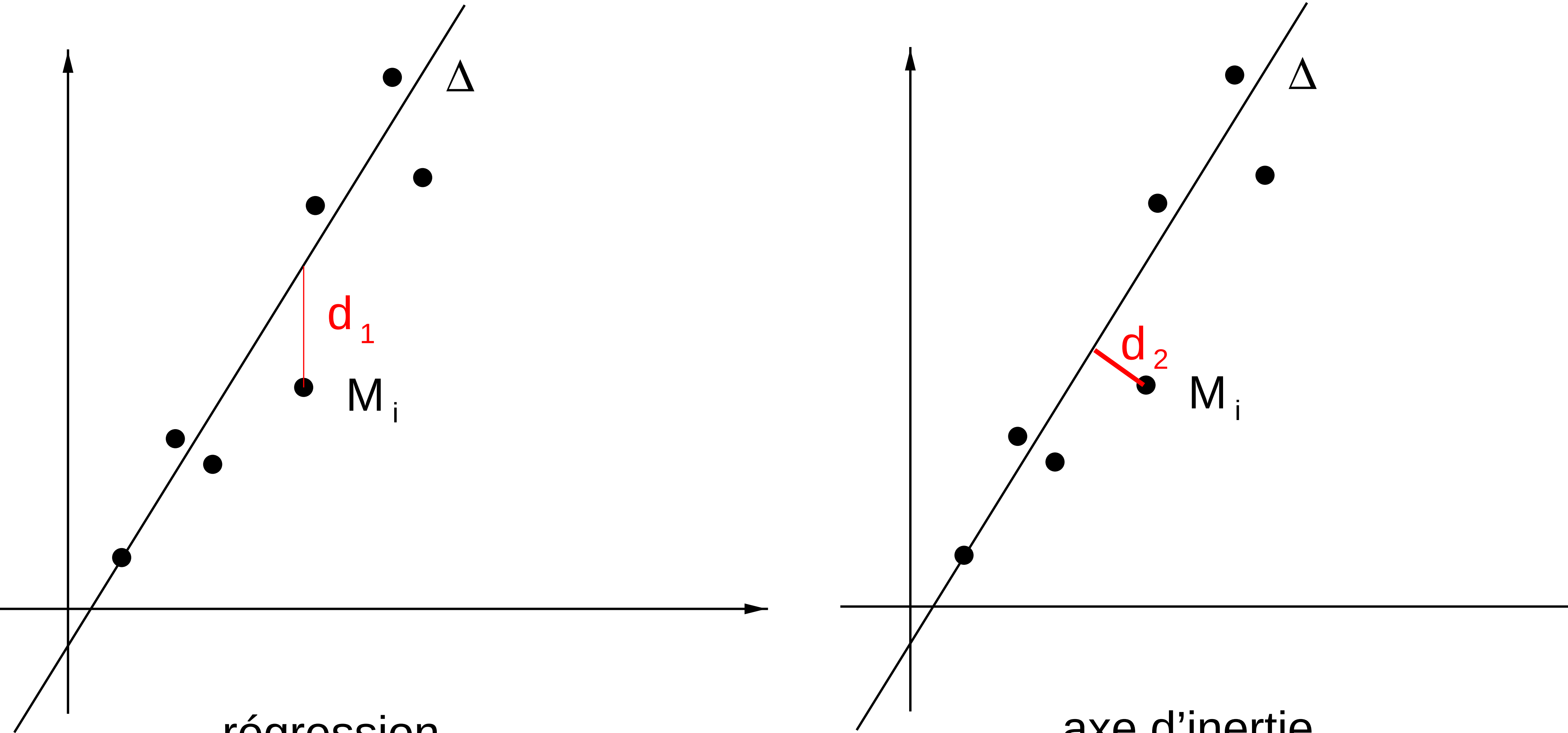
$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ .. & .. \\ 1 & x_N \end{bmatrix}$$

$$Y = [y_1,\ y_2,\ ..,\ y_N]^t \qquad \text{et} \quad A = [ab]^t$$

ce qui s'écrit :

$$a = \frac{cov(X,Y)}{varX} \qquad \text{et} \quad b = E(Y) - aE(X)$$

Approximations polynomiales



régression

axe d'inertie

Approximations polynomiales

◦ Approximation par axe principal d'inertie

droite Δ : minimisant l'équation $ax + by + c = 0$

(avec la contrainte $a^2 + b^2 = 1$) :

$$d_2^2 = \sum_i^N [ax_i + by_i + c]^2 + \lambda(1 - (a^2 + b^2))$$

- (a, b) le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre de la matrice de covariance

- c tel que $aE(x) + bE(y) + c = 0$

Approximations polynomiales

Approximations robustes :

problème du bruit dans les observations (*outliers*)

◦ **Moindres carrés tronqués**

- première approximation aux moindres carrés
- suppression des points les plus éloignés (test statistique)
- itération...

◦ **Moindres médians**

- tirage aléatoire d'ensembles de points
- calcul des paramètres
- sélection des valeurs médianes
- au maximum 20% d'outliers

Approximations polynomiales

Approximations robustes :

◦ **Moindres médians bis**

- tirage aléatoire d'ensembles de points
- calcul des paramètres
- calcul des erreurs pour tous les points et sélection de l'erreur médiane
- sélection des paramètres correspondant à la plus petite valeur médiane
- au maximum 50% d'outliers

◦ **Méthode RanSac (Random Sample Consensus)**

- tirage aléatoire d'ensembles de points
- calcul des paramètres
- calcul du nombre de points dont l'erreur est inférieure à un seuil ϵ
- sélection des paramètres maximisant ce nombre

Approximations polynomiales

Approximations robustes :

◦ **Les M-estimateurs**

- initialisation (par exemple aux moindres carrés)

- calcul des erreurs (distances) pour chaque point

- pondération des points en fonction de leur distance (quadratique tronquée)

- nouveau calcul des paramètres

- itération du procédé

Approximations polygonales des contours

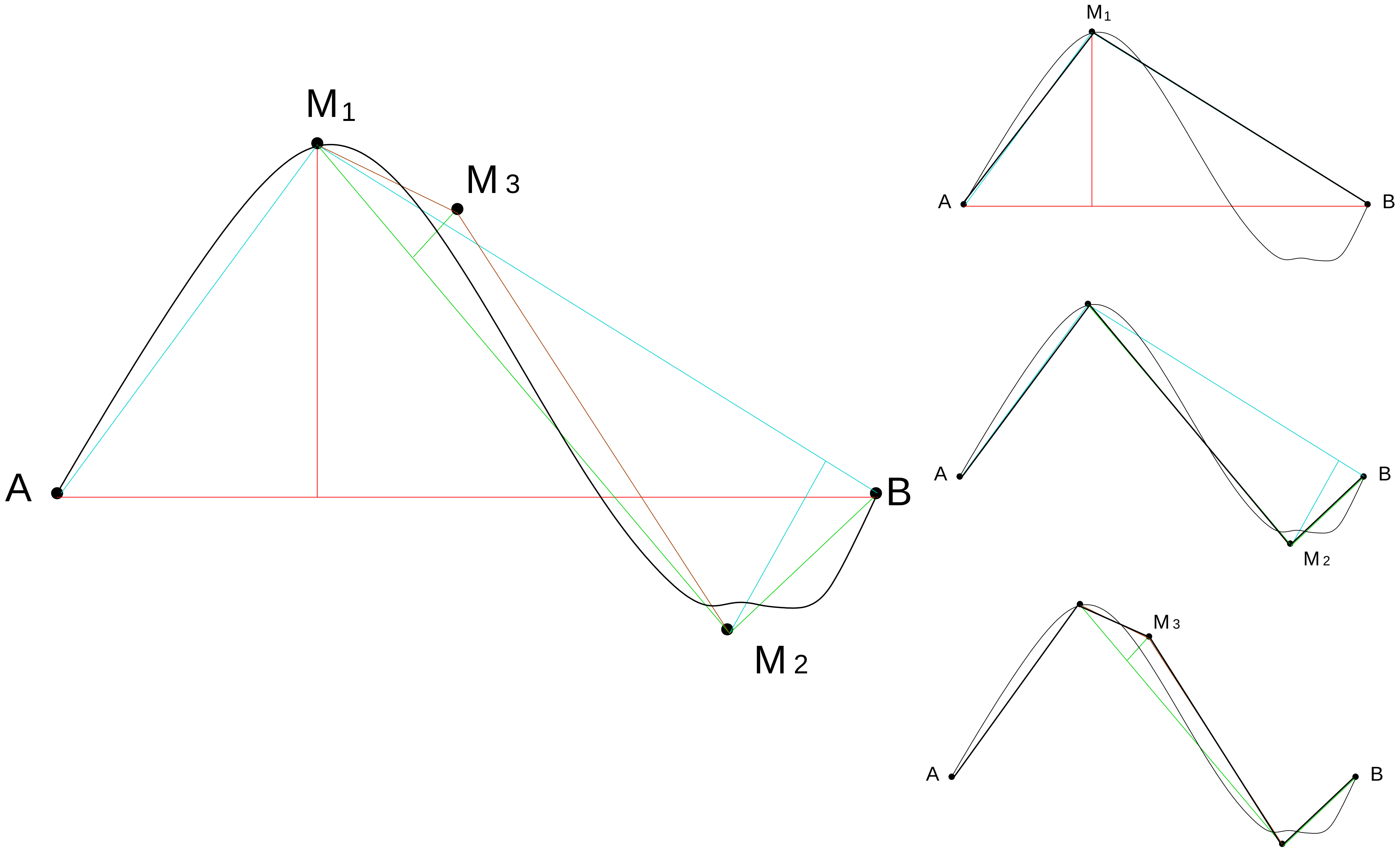
réduction d'une courbe Γ continue ou finement échantillonnée à une ligne polygonale

◦ **Algorithme de la corde**

- subdivision récursive ou itérative à chaque étape

- sommets du polygone = points de Γ les plus éloignés des cordes précédemment tirées

- arrêt du processus : nouvelle distance candidate inférieure à un seuil ϵ fixé.


M1
M3
A
B
M2
M1
A
B
A
B
M2
M3
A
B

Transformation de Hough

Reconnaissance de courbes *paramétrées*

◦ Principe

associer au plan image un espace d'accumulateurs lié aux paramètres de la courbe recherchée

Détection de courbes dans le plan image (espace $\mathcal{I}$)

$$\Updownarrow$$

Recherche de maxima dans l'espace des accumulateurs (espace $\mathcal{H}$)

Transformation de Hough

Recherche de droites

- **TH de 1 à m**

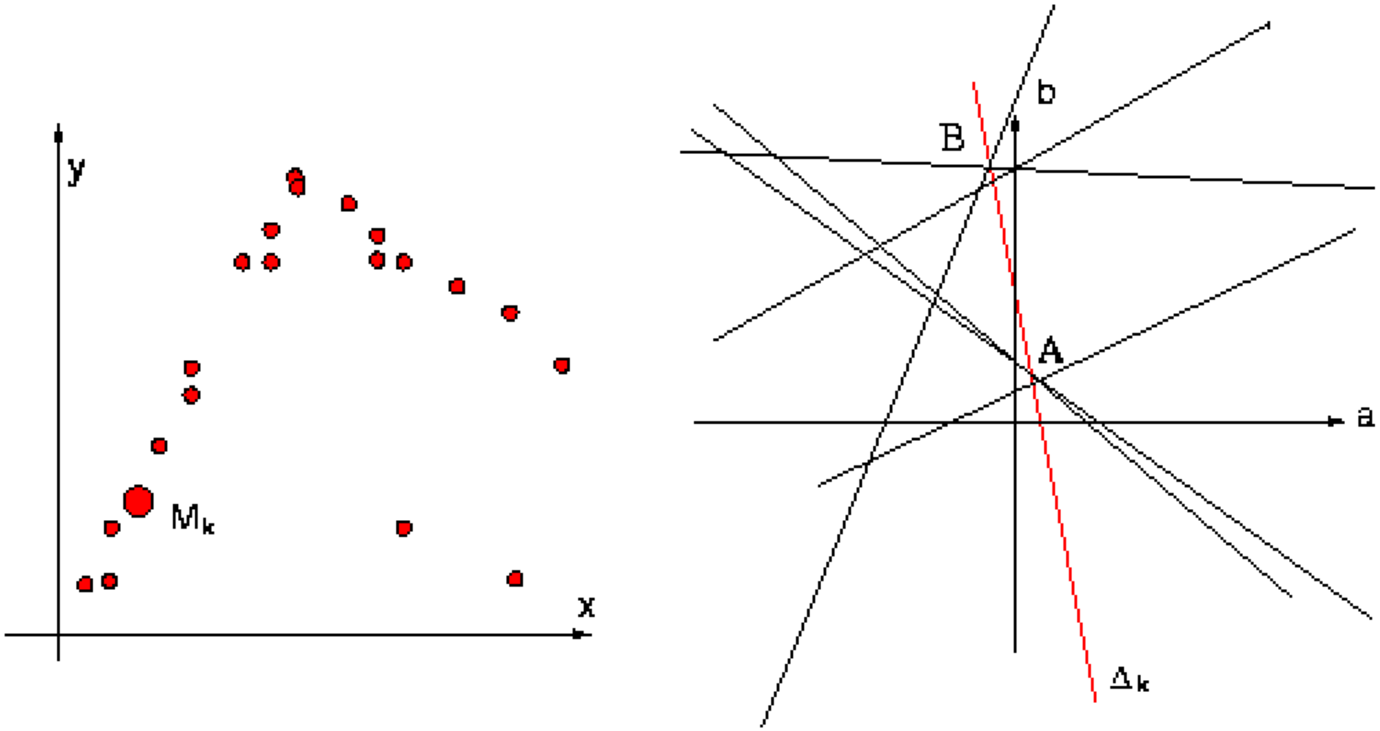
un point de l'espace image $\Rightarrow$ une courbe dans l'espace des paramètres

soit $M_i = (x_i, y_i)$

si $M_i \in D_i$ alors $y_i = ax_i + b$ soit $b = -x_i a + y_i$

$\Rightarrow$ équation d'une droite dans l'espace (a, b)

(à un point de $\mathcal{I}$ est associé m points de $\mathcal{H}$)



recherche des intersections des droites dans $\mathcal{H}$

Transformation de Hough

Recherche de droites

◦ **TH de m à 1**

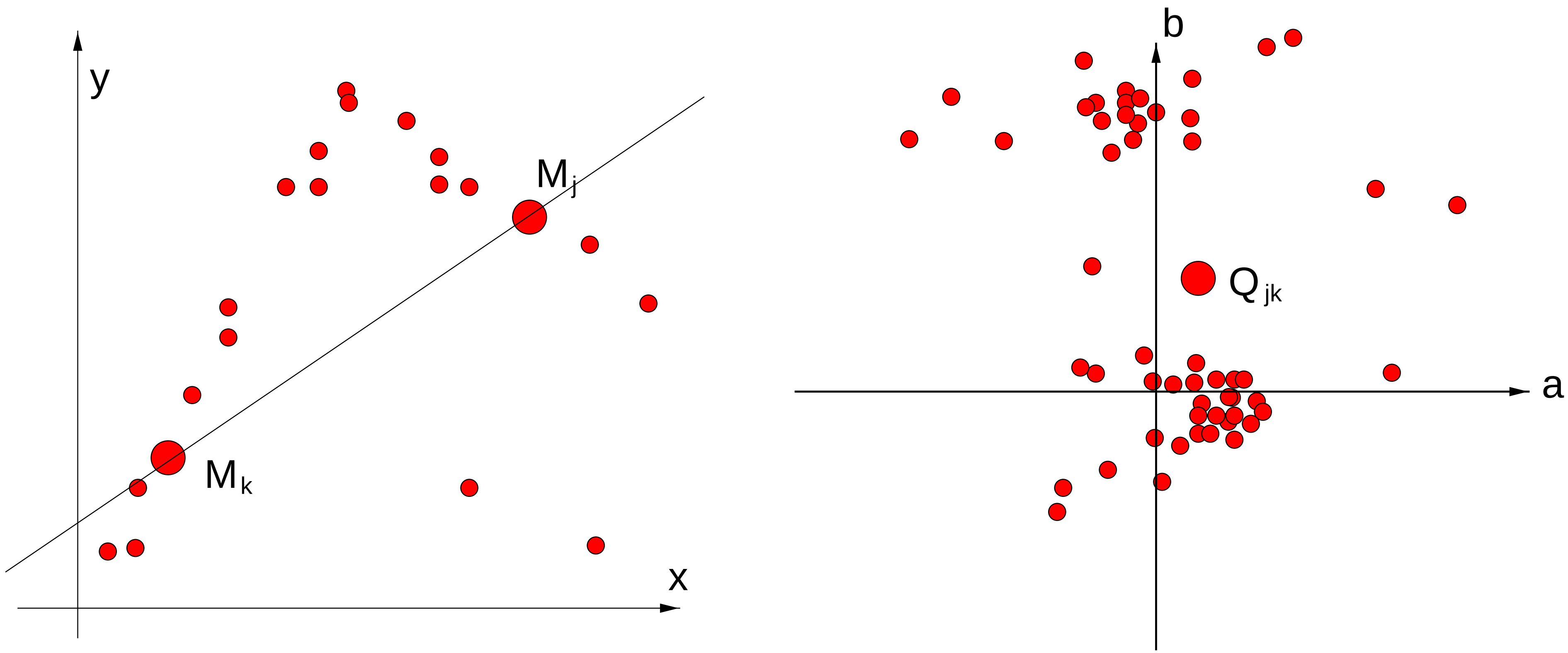
un bipoint de l'espace image $\Rightarrow$ un point dans l'espace des paramètres

soit M_i, M_j de $\mathcal{I} \rightarrow$ une seule droite $\Delta_{ij} \rightarrow$ un point Q_{ij} de $\mathcal{H}$

$$a_{ij} = \frac{y_i - y_j}{x_i - x_j}$$

$$b_{ij} = \frac{x_i y_j - x_j y_i}{x_i - x_j}$$

(à m points de $\mathcal{I}$ est associé 1 point de $\mathcal{H}$)



recherche des points les plus représentés dans $\mathcal{H}$

(m=2 !...)

(TH de 1 à m $\Leftrightarrow$ TH de m à 1)

Transformation de Hough

◦ **Discrétisation de $\mathcal{H}$**

- accumulateur = case de $\mathcal{H}$

- hypothèse = vote dans $\mathcal{H}$ = incrémentation de l'accumulateur

Choix de la taille des cases délicat :

- accumulateurs trop grands = mauvaise précision dans la détection

- accumulateurs trop petits = peu de votes si courbe “bruitée”

- problème de la taille de l'espace mémoire

(surtout si de nombreux paramètres pour la forme)

Transformation de Hough

◦ Paramétrisation de la courbe

Nécessité d'une bonne paramétrisation des courbes

- Ex : pour les droites $y = ax + b$, $a, b \quad \in]-\infty; +\infty[$

$a \in [0, 1[\Rightarrow$ 25% des droites du plan

$a \in [1, +\infty[\Rightarrow$ 25 % des droites

$\Rightarrow$ taille des cellules très inégale

Autre paramétrisation : $\rho = x_i \cos\theta + y_i \sin\theta$

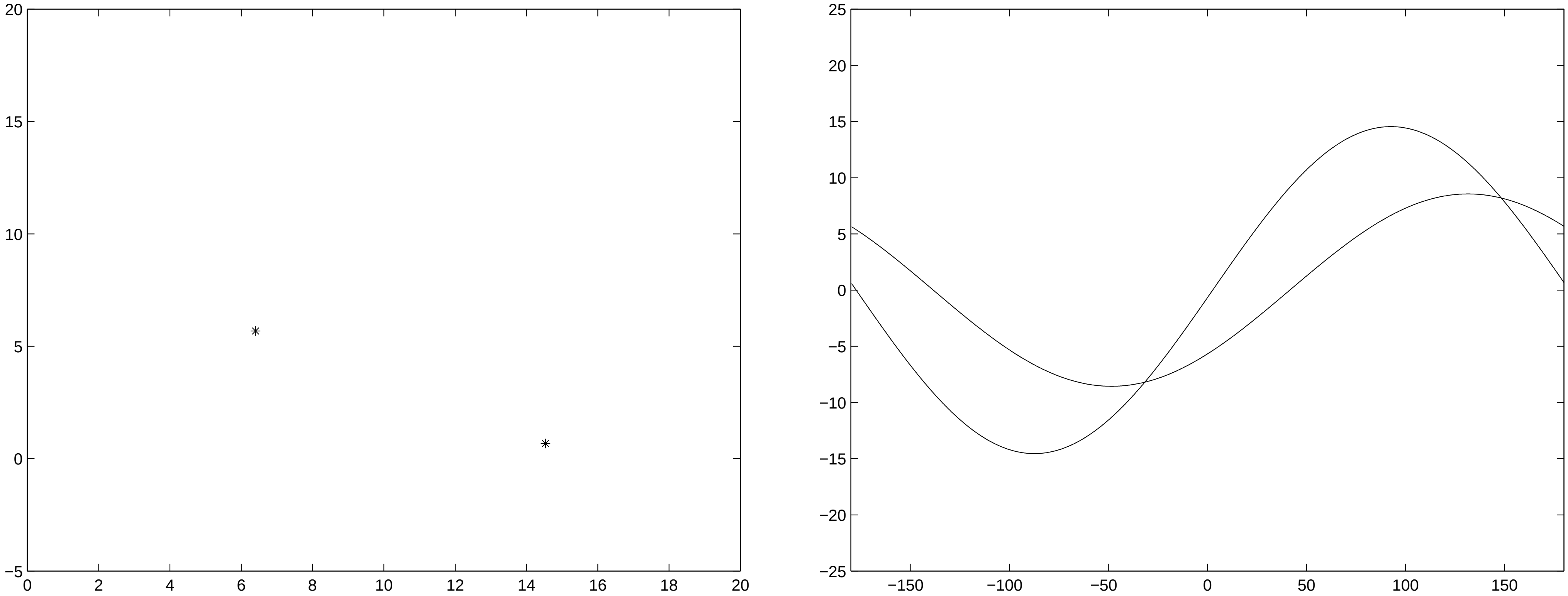
Transformée de Hough 1 à m :

$\Rightarrow \rho = f(\theta)$ sinusoïde

$$\rho = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \cos(\theta + \phi)$$

$\cos(\phi) = x_i / \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$

$\Delta\theta = [-\pi, +\pi[$ et $\Delta\rho = [0, \sqrt{2}L]$ (L côté de l'image)



20
15
10
5
0
−5
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
25
20
15
10
5
0
−5
−10
−15
−20
−25
−150
−100
−50
0
50
100
150

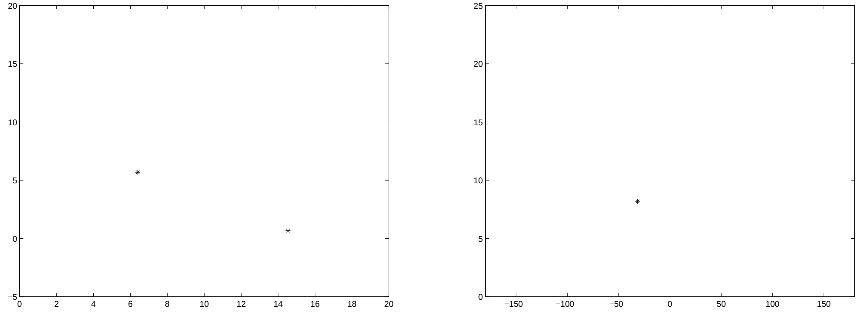
Transformation de Hough

◦ Paramétrisation de la courbe

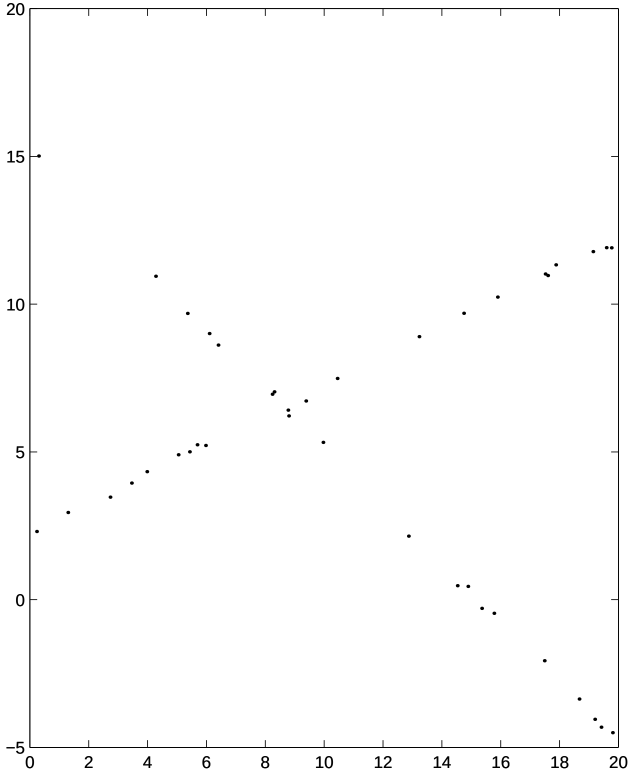
Transformée de Hough m à 1 :

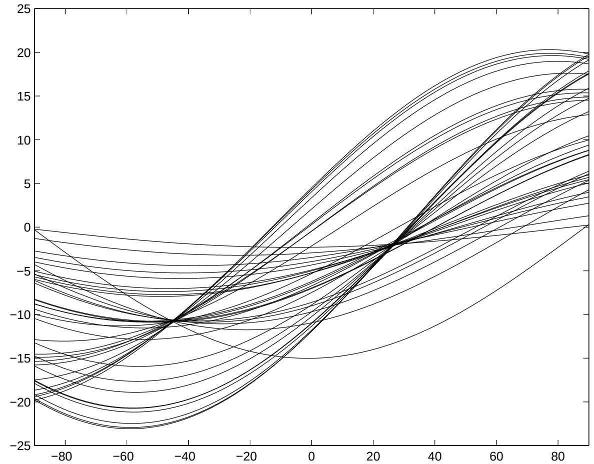
doublet M_i, M_j de $\mathcal{I} \Rightarrow$ point Q_{ij} de $\mathcal{H}$

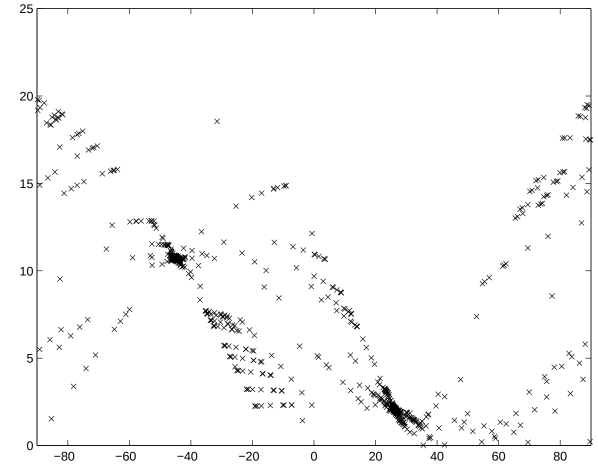
$$\rho_{ij} = \frac{|x_i y_j - x_j y_i|}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}} \quad \text{et} \quad \theta_{ij} = -\text{Arctg}\left[\frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}\right]$$



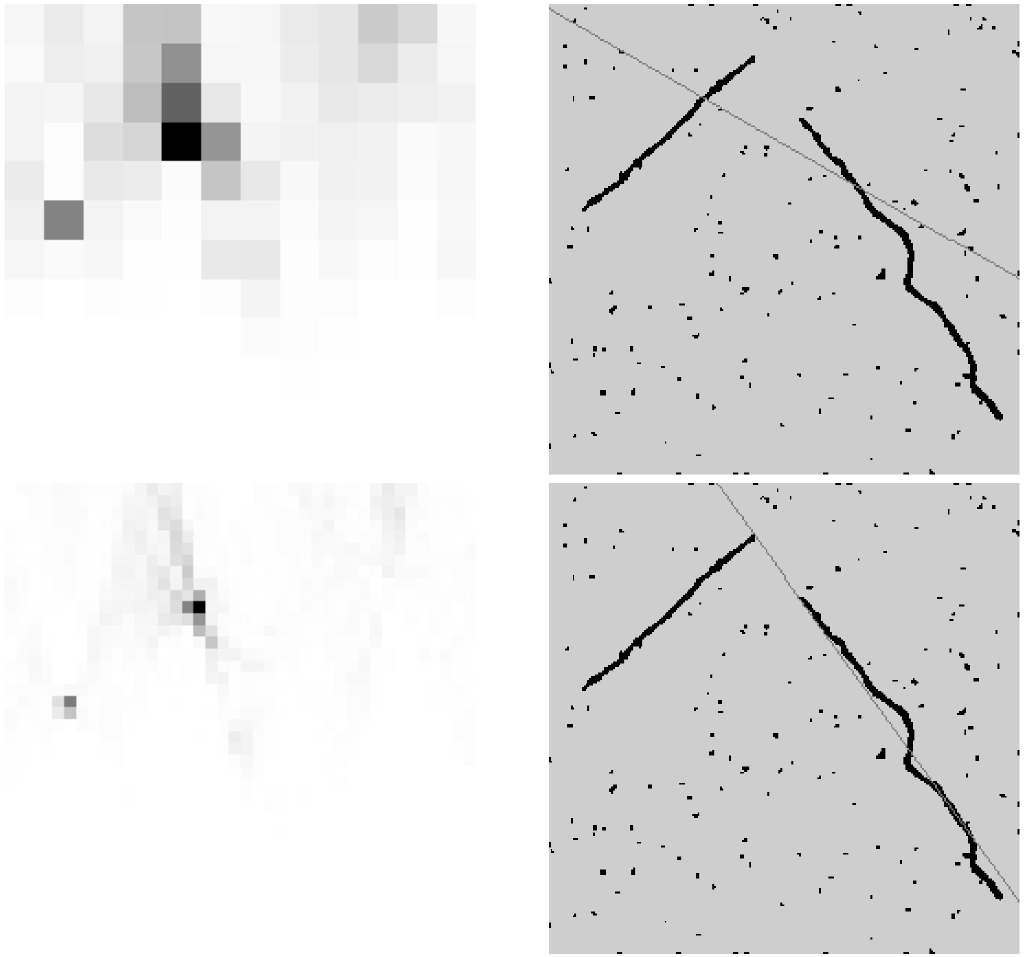
Transformation de Hough - exemple



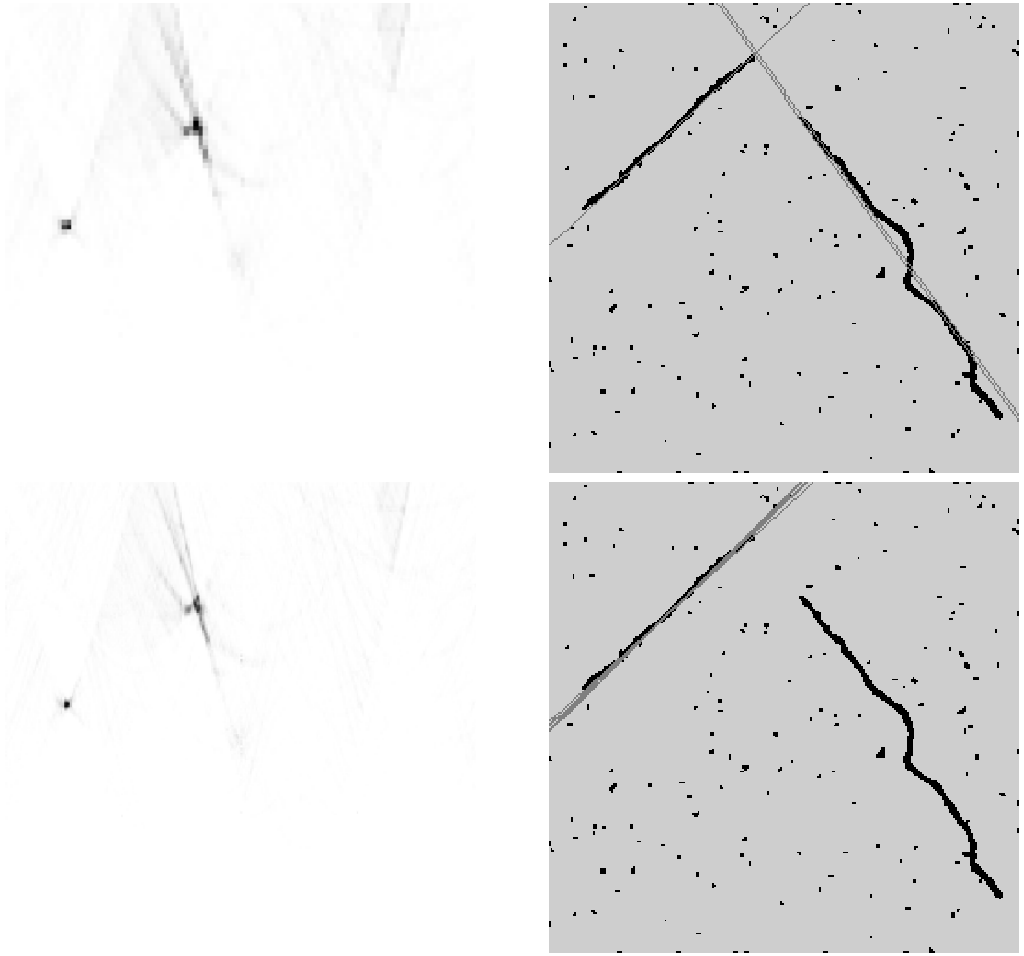




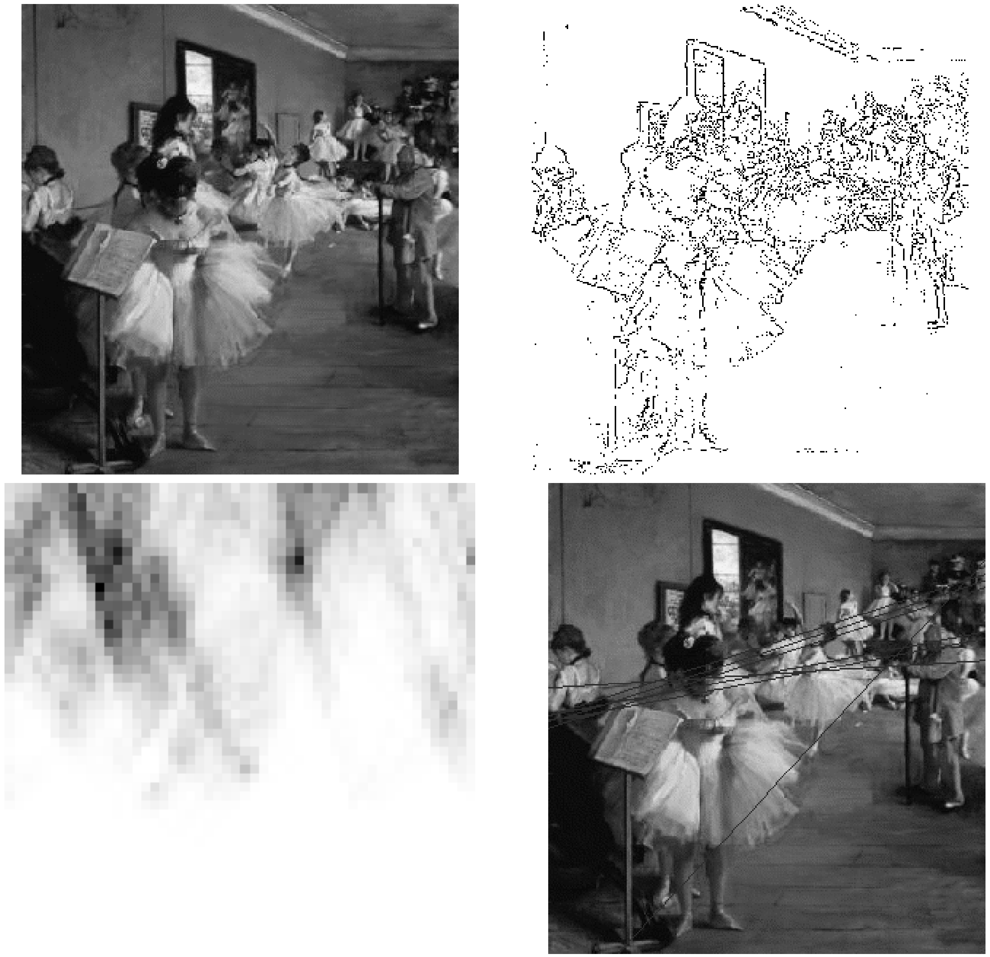
Transformation de Hough - exemple



Transformation de Hough - exemple



Transformation de Hough - exemple



Transformation de Hough

◦ Détection d'objets par TH

- cercles (3 paramètres : centre + rayon)

- ellipses (5 paramètres centre + rayon+ direction de l'axe + ellipticité)

- paraboles (3 paramètres si on connait la direction de l'axe, 5 sinon)

Transformation de Hough - exemple