
TD2

Arthur Leclaire - Antoine Houdard - Lucile Laulin

Dans ce TD, on utilisera implicitement l'isomorphisme canonique entre l'espace $\mathbb{C}^{\mathbb{Z}^N}$ des suites N -périodiques et \mathbb{C}^N , avec des indices commençant par convention à zéro.

Exercice 1.

Considérons le signal $u = (3, -1, 1, 1)^T$ dans $\mathbb{C}^{\mathbb{Z}_4}$.

1. Écrire la matrice W_4 de la DFT sur $\mathbb{C}^{\mathbb{Z}_4}$.
2. Calculer \hat{u} .
3. Comment se traduit sur \hat{u} le fait que u est à valeurs réelles ?
4. Tracer le spectre de u sur $[0 : 3]$, puis son spectre centré sur $[-2 : 1]$.

Exercice 2.

Soit $u \in \mathbb{C}^{\mathbb{Z}^N}$. Pour $a \in \mathbb{Z}$, on définit le signal a -translaté par

$$\forall x \in \mathbb{Z}, \quad \tau_a u(x) = u(x - a).$$

1. Calculer la TFD de $\tau_a u$.
2. En déduire que le spectre de Fourier est invariant par translation du signal u .

Exercice 3.

L'unité de temps étant la seconde, on considère le signal audio continu 1-périodique défini par

$$\forall t \in \mathbb{R}, \quad f(t) = \sin(7 \cdot 2\pi t) - 4 \cos(440 \cdot 2\pi t).$$

On échantillonne ce signal f pendant une seconde à une fréquence de 1024 Hz.

On note $N = 1024$.

1. Écrire la formule qui définit le signal échantillonné $u : \mathbb{Z}_N \rightarrow \mathbb{C}$.
2. En utilisant la formule d'Euler, calculer \hat{u} .
3. Tracer le spectre de u . Tracer son spectre centré (sur $[-\frac{N}{2}, \frac{N}{2}]$).
4. Analyser le spectre de u et interpréter son contenu fréquentiel.