# Un point de vue sur l'enseignement de la physique quantique en école d'ingénieur

Alain Sibille
Télécom ParisTech

# Plan

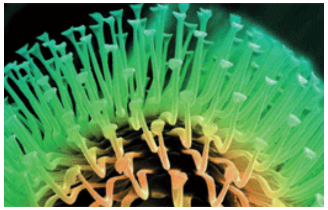
- **Pourquoi - Comment ?**
- **Une approche conceptuelle légère**
- **Une conclusion “inattendue” ?**

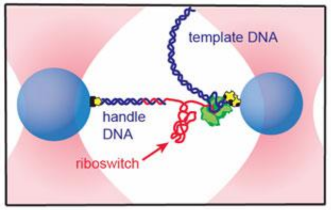
# Pourquoi – comment ?

- **Une nouvelle vision du monde**
  - Tête bien pleine ou tête bien faite ?

- **Une brique majeure de la physique contemporaine**
  - Procède de l'acquisition d'une culture scientifique fondamentale "moderne"

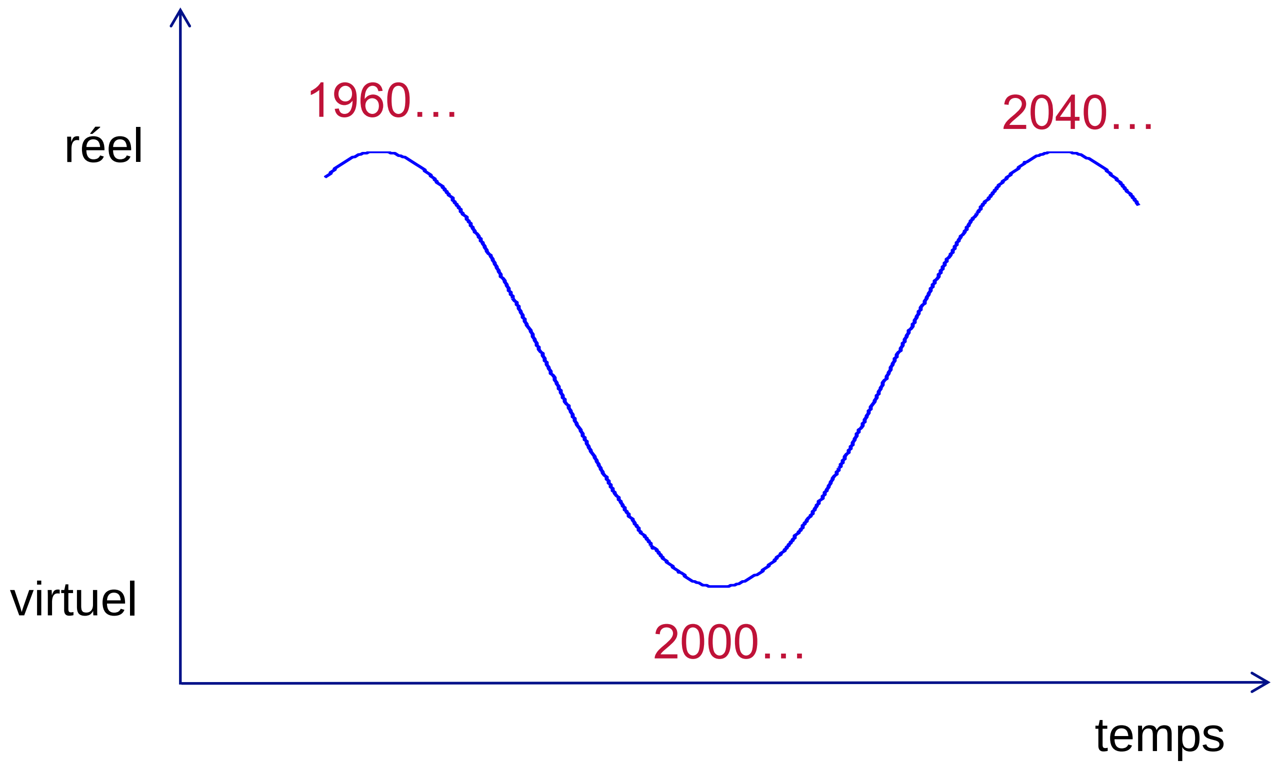
- **L'explication des phénomènes fondamentaux à la base de nombreuses technologies contemporaines**



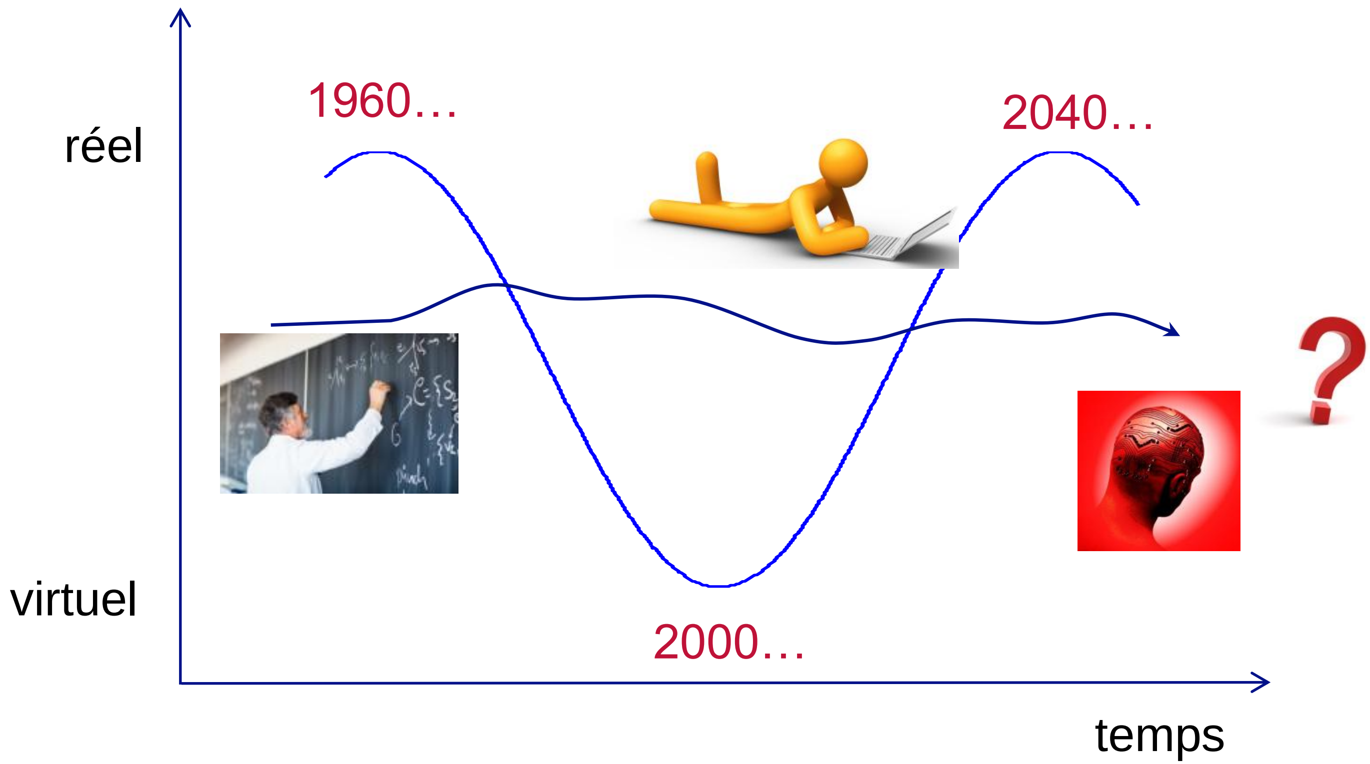
# Pourquoi – comment ?

- **Un cycle dans les besoins de connaissances ?**




# Pourquoi – comment ?

- **L'apprenant d'aujourd'hui n'est pas celui d'hier (ni de demain…)**



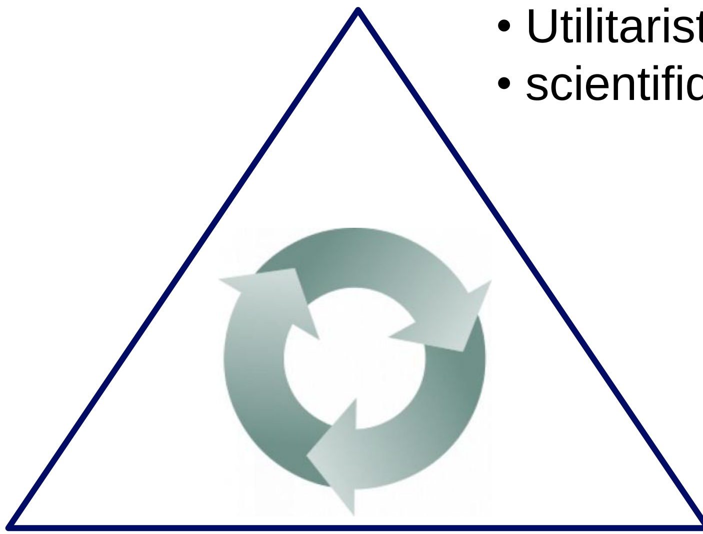
# Pourquoi – comment ?

- **Comment enseigner la physique quantique en école d'ingénieur ?**
  - Les éléments facilitateurs
    - La motivation des élèves : la physique quantique reste un "attracteur étrange" pour les étudiants, susceptible de passion mais aussi de rejet : attention à ne pas les décevoir
    - Une programmation souvent en début de cursus, plus favorable
  - Les éléments de difficulté
    - Le manque de motivation des élèves pour une "matière inutile"
    - La maîtrise de l'outil mathématique, qui n'est plus ce qu'elle était…
    - La baisse du "sens physique"
    - Le caractère contre-intuitif des phénomènes
    - Le temps limité pour une matière qui demande de la réflexion personnelle

# Pourquoi – comment ?

- **Comment enseigner la physique quantique en école d’ingénieur ?**
  - Le triangle des paramètres d’entrée

Objectifs
- Culturel
- Utilitariste
- scientifique



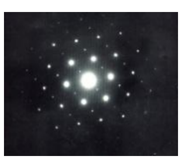
Volume
- 10 H
- 20 H
- 30 H
- …

Audience
- entière
- élective
- homogène
- inhomogène

# Pourquoi – comment ?

- **Comment enseigner la physique quantique en école d’ingénieur ?**
  - Le triangle des méthodes

Historique



$\Rightarrow \ |\psi\rangle$

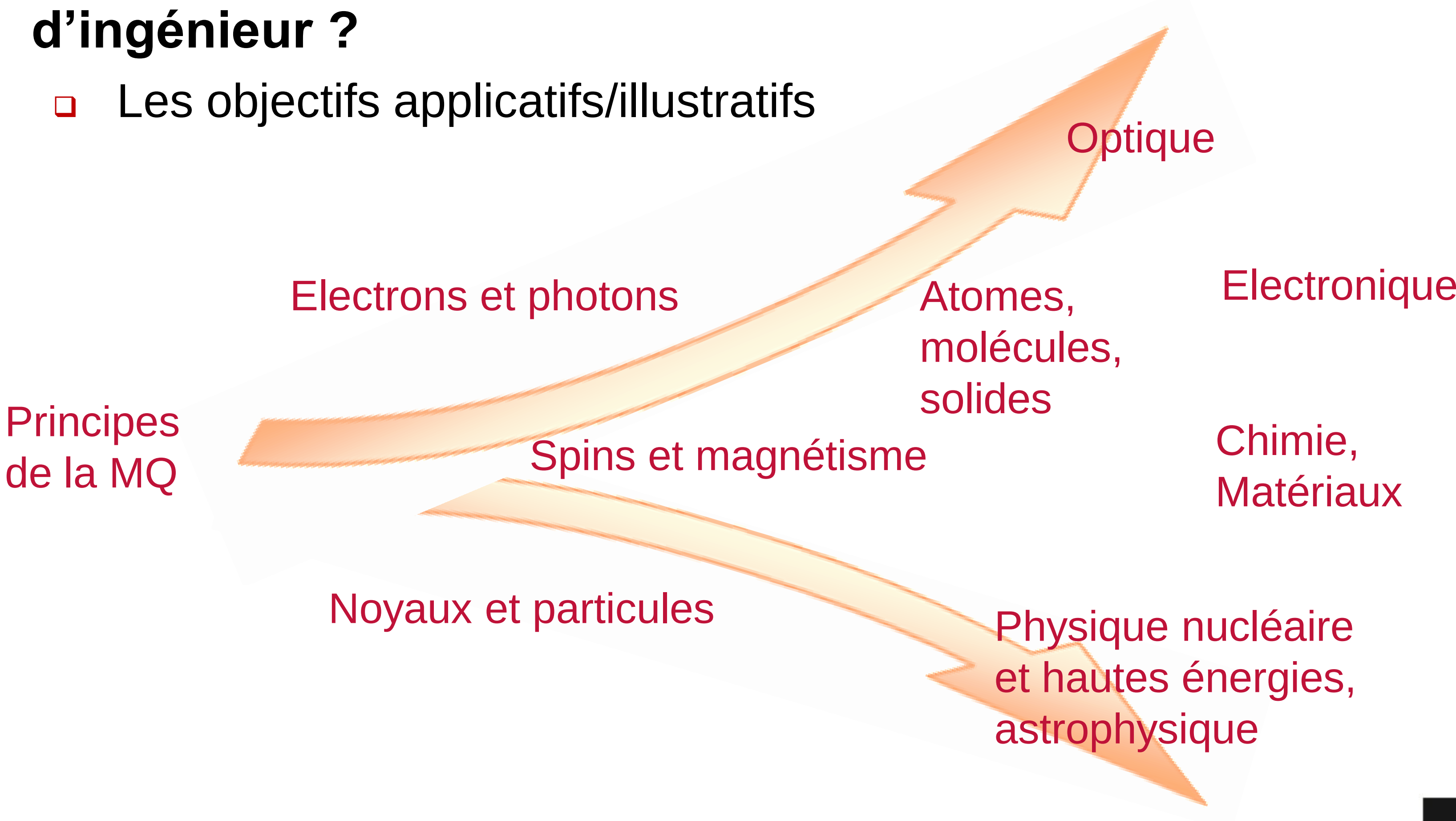
Inductive

$|\psi\rangle \ \Rightarrow$

Déductive

# Pourquoi – comment ?

- **Comment enseigner la physique quantique en école d’ingénieur ?**
  - Les objectifs applicatifs/illustratifs



# Pourquoi – comment ?

- **Comment enseigner la physique quantique en école d'ingénieur ?**
  - Finalement, 3 options possibles

    - **L'option minimaliste** ("vernis"), qui vise à une très faible compréhension du sens fondamental de la théorie, une petite culture des phénomènes et de leur rôle dans le quotidien (50 % du besoin actuel des ingénieurs ?)

    - **L'option applicative**, qui vise à une connaissance utilitariste de l'emploi des principes ("boîte à outils"), qui permet des manipulations élémentaires (10 % du besoin actuel des ingénieurs ?)

    - **L'option approfondie**, qui vise à une appropriation des principes et l'exercice critique de la compréhension des mécanismes fondamentaux (qqs % du besoin actuel des ingénieurs ?)

# Pourquoi – comment ?

- **L'enseignement de Micro et nano physique à Télécom ParisTech (1re année) – 30 H (C. Ware, I. Zaquine… A. Sibille)**

Approche conceptuelle de la MQ (3H)

Approche phénoménologique de la MQ (3H)

Physique statistique (3H)

**+ TD**

Physique des semiconducteurs

Electronique

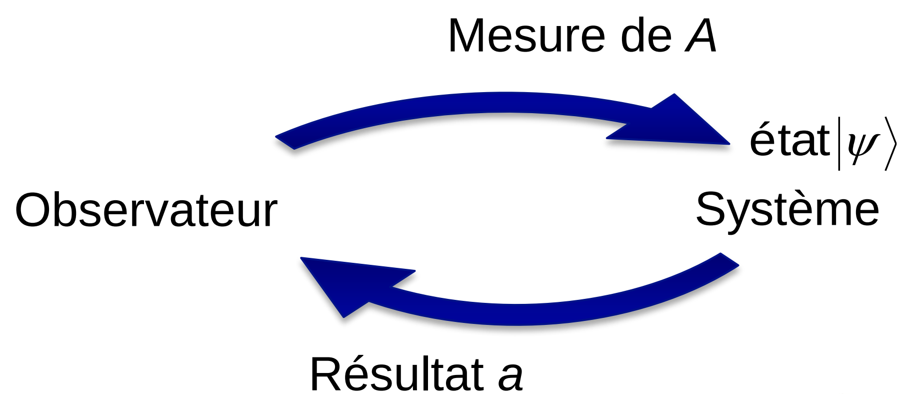
# Une approche conceptuelle légère

- **Objectif**
  - Exposer les principes fondamentaux de la MQ
  - Faire comprendre leur sens et leur logique constructive
  - Un vernis du sens profond plus qu'un vernis utilitariste

- **Démarche**
  - Point de départ : une vision générique de la compréhension des phénomènes naturels par l'observateur
  - Une progression pas à pas s'attachant à faire ressortir les relations de dépendances entre les principes
  - La **recherche systématique de la simplicité** comme guide de réflexion
  - Un aller-retour entre l'observation expérimentale, l'analyse et la synthèse pour l'élaboration des principes

# Une approche conceptuelle légère

- **Conceptualiser l'observation expérimentale**
  - La mécanique quantique exprime toute interaction entre un observateur et le monde physique comme un **processus de mesure**. Quelles en sont les conséquences ?
    - Mesure = opération sur le système
    - Le résultat de la mesure dépend de l'état physique ( = état quantique) du système

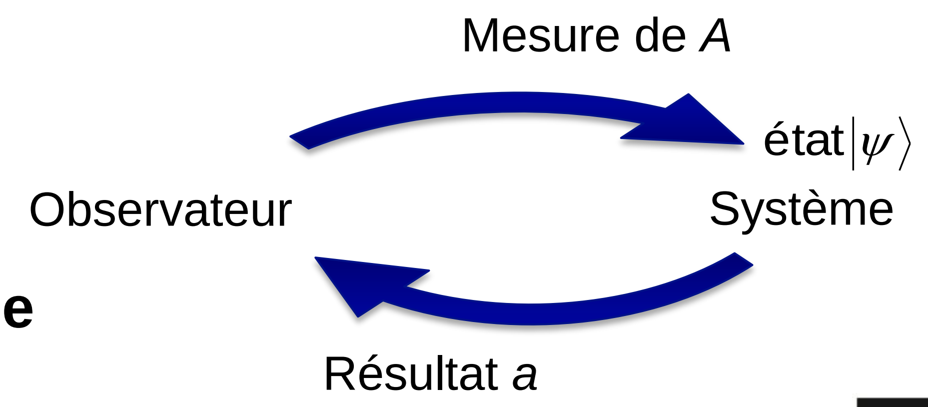


# Une approche conceptuelle légère

- **Conceptualiser l'observation expérimentale**
  - Comment décrire cette opération ?
  - Comment décrire l'état $|\psi\rangle$?
  - Quel peut être le résultat de la mesure ?

➔ Adoptons une approche simplificatrice !

➔ Cherchons à représenter la mesure par un opérateur linéaire

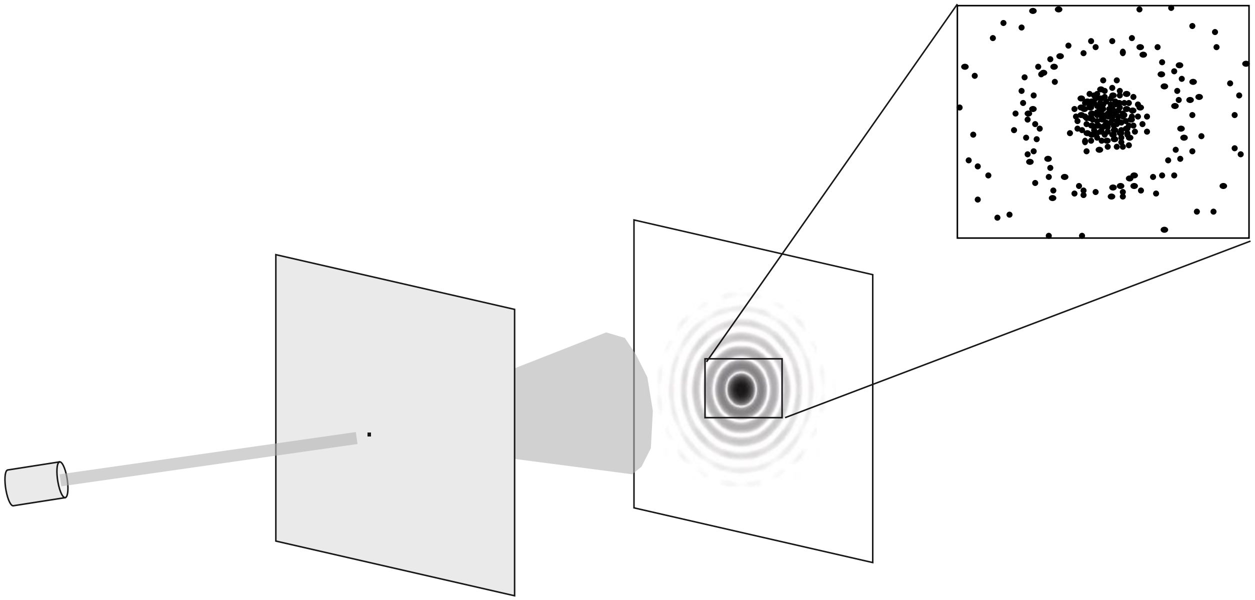



**Admettons provisoirement le principe de superposition**

# Une approche conceptuelle légère

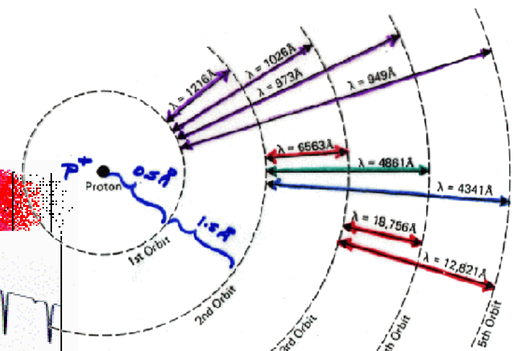
- **Que nous dit l'expérimentation ?**
  - On ne trouve pas toujours le même résultat !
    - Même en reproduisant parfaitement les conditions de mesure
    - Même si le système mesuré est toujours préparé dans le même état !

**Le résultat d'une mesure est (fondamentalement) aléatoire !**



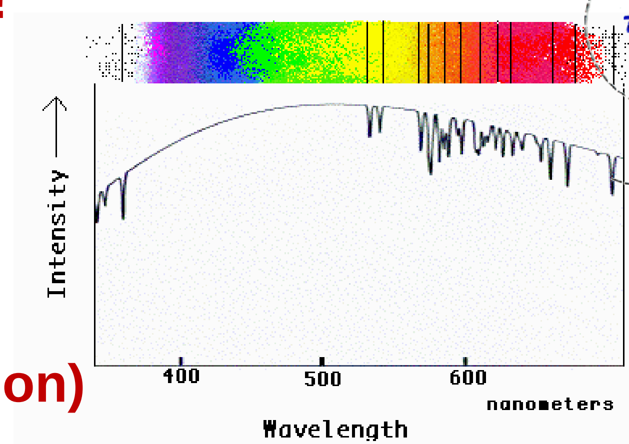
# Une approche conceptuelle légère

- **Que nous dit l'expérimentation ?**
  - Contrairement à la physique classique, certains résultats sont interdits !
  - Peut-on trouver un ensemble de résultats de mesure possibles de la grandeur *A* qui traduisent les caractéristiques de l'opérateur $\hat{A}$ ?




➔ **Les valeurs propres !**

Eureka !

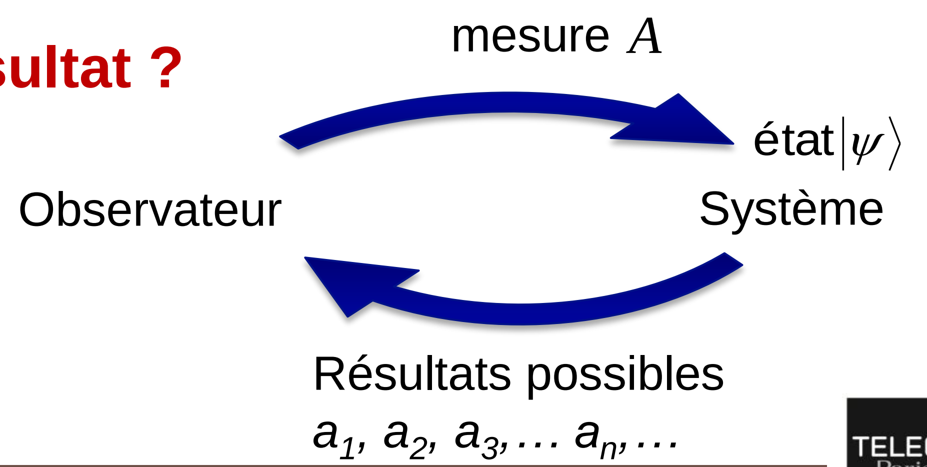



**(Principe de quantification)**

# Une approche conceptuelle légère

- **Que nous dit l'expérimentation ?**
  - Résumons :
    - À une grandeur physique *A* on associe un certain opérateur linéaire $\hat{A}$ dont les valeurs propres sont les résultats possibles de la mesure de *A*
    - Cet opérateur agit sur l'état quantique $|\psi\rangle$, représentant l'état physique du système au moment de la mesure, qui appartient à un certain espace vectoriel

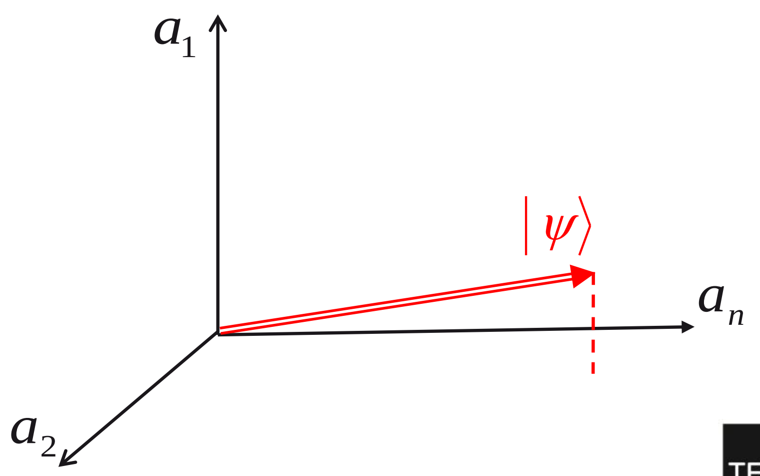
**Comment relier tout cela**
**au caractère aléatoire du résultat ?**



# Une approche conceptuelle légère

- **Question**
  - le système est dans l'état $|\psi\rangle$, on effectue la mesure de *A*, quelle est la probabilité de trouver comme résultat la valeur propre $a_n$ ?

➔ Dans certains cas la probabilité est élevée, c'est sûrement que $|\psi\rangle$ ″contient beaucoup $a_n$″. $|\psi\rangle$ est donc dans ″la même direction que $a_n$″.

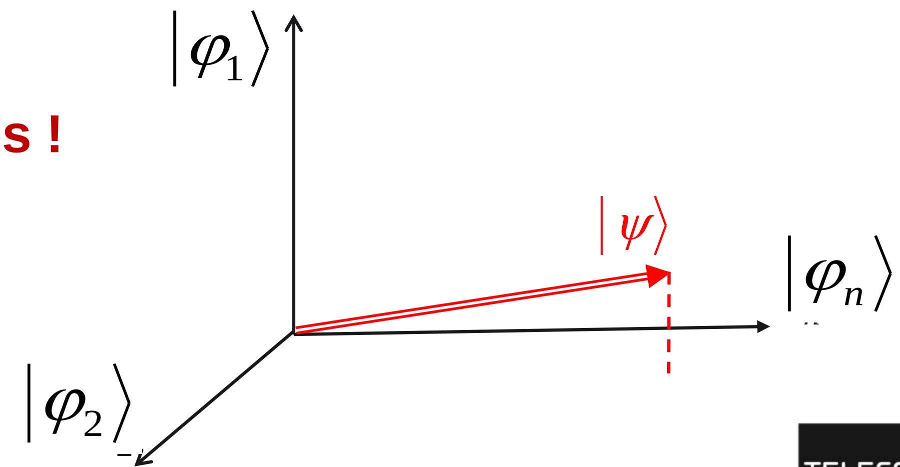


# Une approche conceptuelle légère

- **Question**
  - le système est dans l'état $|\psi\rangle$, on effectue la mesure de $A$, quelle est la probabilité de trouver comme résultat la valeur propre $a_n$ ?

➔ Dans certains cas la probabilité est élevée, c'est sûrement que $|\psi\rangle$ ″contient beaucoup $a_n$″. $|\psi\rangle$ est donc dans ″la même direction que $a_n$″.

**Il s'agit des directions propres !**



# Une approche conceptuelle légère

## Question

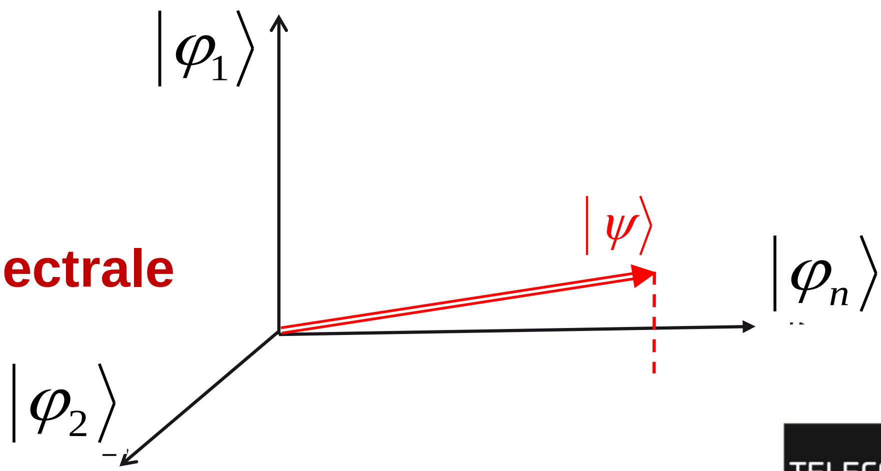
- le système est dans l'état $|\psi\rangle$, on effectue la mesure de *A*, quelle est la probabilité de trouver comme résultat la valeur propre $a_n$ ?

➔ Il faut trouver la ″proportion″ de $|\varphi_n\rangle$ dans $|\psi\rangle$ :

Produit scalaire

$$P(a_n) = \frac{\left|\langle \varphi_n | \psi \rangle\right|^2}{\langle \varphi_n | \varphi_n \rangle \langle \psi | \psi \rangle}$$

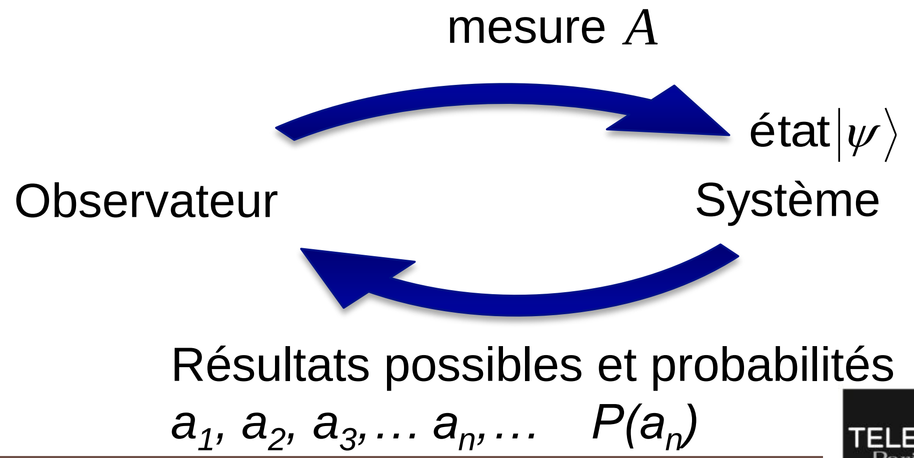
Norme²




**Principe de décomposition spectrale**

# Une approche conceptuelle légère

- **Résumons**
  - À une grandeur physique *A* on associe un certain opérateur linéaire $\hat{\mathrm{A}}$ dont les valeurs propres sont les résultats possibles de la mesure de *A*
  - Cet opérateur agit sur l'état quantique $|\psi\rangle$, qui appartient à un certain espace vectoriel et représente l'état physique du système au moment de la mesure,
  - Le résultat d'une mesure est aléatoire, les probabilités sont complètement déterminées à partir de l'opérateur si on connaît l'état quantique



# Une approche conceptuelle légère

- **Ce n'est pas fini !**
  - Problème ! Si le résultat est aléatoire, à quoi sert la mesure ?
    - Mesure de $A$ ➔ résultats possibles $a_1$, $a_2$, $a_3$,… $a_n$,… avec les probabilités …$P(a_n)$…
    - 2e mesure de $A$ ➔ résultats possibles $a_1$, $a_2$, $a_3$,… $a_n$,… avec les probabilités …$P(a_n)$… ???

➔ **Si on mesure la grandeur *A* une 2e fois immédiatement après la 1re, le résultat doit être identique !**

# Une approche conceptuelle légère

- **Ce n'est pas fini !**
  - Problème ! Si le résultat est aléatoire, à quoi sert la mesure ?
    - ➔ Pour la 2e mesure, $P(a_{n0})=1$ si on a trouvé $a_{n0}$ la 1ère fois !
    - ➔ Donc $P(a_n)=0$ si $n \# n0$
    - ➔ Donc $|\psi'\rangle \propto |\varphi_{n0}\rangle$ si $|\psi'\rangle$ est l'état quantique avant la 2e mesure !
    - ➔ Donc l'état quantique après la 1re mesure n'est pas le même qu'avant !

**La mesure a brutalement modifié l'état quantique du système !**

mesure

$|\psi\rangle$  $|\psi'\rangle$

# Une approche conceptuelle légère

- **Ce n'est pas fini !**
  - Problème ! Si le résultat est aléatoire, à quoi sert la mesure ?

➔ Pour la $2^e$ mesure, $P(a_{n0})=1$ si on a trouvé $a_{n0}$ la $1^{ère}$ fois !

➔ Donc $P(a_n)=0$ si $n \# n0$

➔ Donc $|\psi'\rangle \propto |\varphi_{n0}\rangle$ si $|\psi'\rangle$ est l'état quantique avant la $2^e$ mesure !

➔ Donc l'état quantique après la $1^{re}$ mesure n'est pas le même qu'avant !

**La mesure a brutalement modifié l'état quantique du système !**

après une mesure ayant donné $a_{n0}$ comme résultat, $|\psi'\rangle \propto |\varphi_{n0}\rangle$

$|\psi\rangle$ a donc été projeté sur la direction $|\varphi_{n0}\rangle$ : $|\psi'\rangle = \Pi_{n0}|\psi\rangle$

➔ **Principe de réduction du paquet d'ondes**

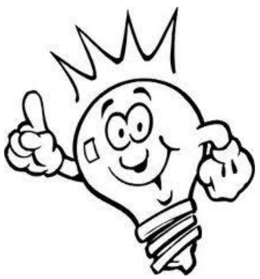
# Une approche conceptuelle légère

- **Cohérence de la construction théorique**
  - On voit se construire progressivement un cadre mathématique support à l'élaboration des principes de la MQ. En assurer la cohérence permet de finaliser les fondations
    - On parle de valeurs propres d'opérateur comme résultat de mesure, mais quid si la mesure de la position me donne *3i* ?

➔ **Il faut assurer que les valeurs propres sont réelles !**

➔ **Opérateur hermitique (= auto-adjoint)**

$$\hat{A} = \hat{A}^{+} \iff \langle \psi | \hat{A} | \varphi \rangle = \langle \varphi | \hat{A} | \psi \rangle^{*} \quad \forall | \psi \rangle, | \varphi \rangle$$



# Une approche conceptuelle légère

- **Comment définir les opérateurs ? Ce sont les règles de quantification**
  - **Pour la position** $\hat{\vec{R}}\left|\vec{r}_0\right\rangle = \vec{r}_0\left|\vec{r}_0\right\rangle$

    où $\left|\vec{r}_0\right\rangle$ est l'état quantique correspondant au résultat de mesure de position $\vec{r}_0$

    La densité de probabilité de présence résulte directement du Principe de décomposition spectrale :

$$dP(\vec{r}) = \frac{\left|\left\langle \vec{r} \middle| \psi \right\rangle\right|^2}{\left\langle \psi \middle| \psi \right\rangle} = \frac{\left|\psi(\vec{r})\right|^2}{\left\langle \psi \middle| \psi \right\rangle}$$

où $\psi(\vec{r}) = \left\langle \vec{r} \middle| \psi \right\rangle$ est **communément appelé la "fonction d'onde"**

# Une approche conceptuelle légère

- **Comment définir les opérateurs ? Ce sont les règles de quantification**
  - **Pour l'impulsion** $\hat{\vec{P}}\left|\vec{p}_0\right\rangle = \vec{p}_0\left|\vec{p}_0\right\rangle$

    où $\left|\vec{p}_0\right\rangle$ est l'état quantique correspondant au résultat de mesure de position $\vec{p}_0$

    La densité de probabilité de présence résulte directement du Principe de décomposition spectrale :

$$dP(\vec{p}) = \frac{\left|\langle \vec{p}|\psi\rangle\right|^2}{\langle\psi|\psi\rangle} = \frac{\left|\overline{\psi}(\vec{p})\right|^2}{\langle\psi|\psi\rangle}$$

où $\overline{\psi}(\vec{p}) = \langle \vec{p}|\psi\rangle$

# Une approche conceptuelle légère

- **Comment définir les opérateurs ? Ce sont les règles de quantification**
  - C'est l'expression de la dualité ondes-corpuscule qui permet de relier position et impulsion. On commence par décomposer $\left|\vec{p}\right\rangle$ de 2 façons différentes : $\left|\vec{p}\right\rangle = \int \left\langle \vec{r} \,\middle|\, \vec{p}\right\rangle \left|\vec{r}\right\rangle d^3r = \int \psi_{\vec{p}}(\vec{r}) \left|\vec{r}\right\rangle d^3r$

    **puis on postule (De Broglie, 1924)** : $\psi_{\vec{p}}(\vec{r}) = \dfrac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \exp\left(\dfrac{i}{\hbar}\vec{p}\cdot\vec{r}\right)$

    Autrement dit, un état propre de l'opérateur impulsion a pour fonction d'onde une onde plane, de longueur d'onde $\lambda = \dfrac{h}{\left|\vec{p}\right|}$

# Une approche conceptuelle légère

- **Comment définir les opérateurs ? Ce sont les règles de quantification**
  - On en déduit facilement

$$|\psi\rangle$$

$$\psi(\vec{r}) \;\overset{\textbf{TF}}{\Longleftrightarrow}\; \overline{\psi}(\vec{p})$$

**représentation R** **représentation P**

# Une approche conceptuelle légère

- **Comment définir les opérateurs ? Ce sont les règles de quantification**
  - Puis on démontre assez facilement

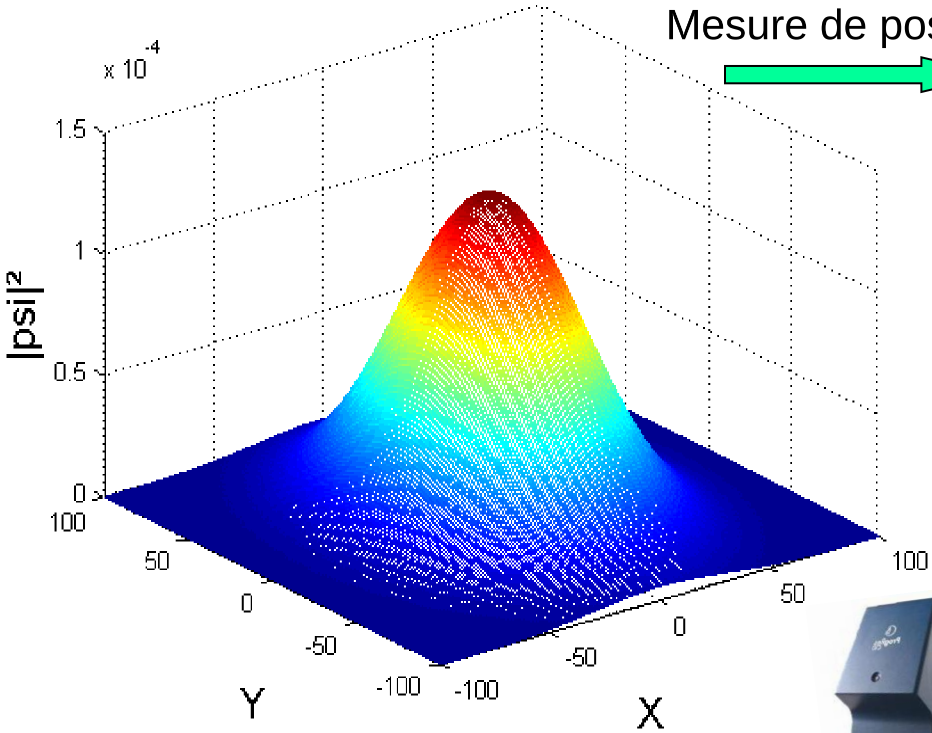
$$\langle \vec{r} \,|\hat{\vec{R}}|\psi\rangle = \vec{r}\,\psi(\vec{r}) \qquad \langle \vec{r}\,|\hat{\vec{P}}|\psi\rangle = -i\hbar\vec{\nabla}\,\psi(\vec{r})$$

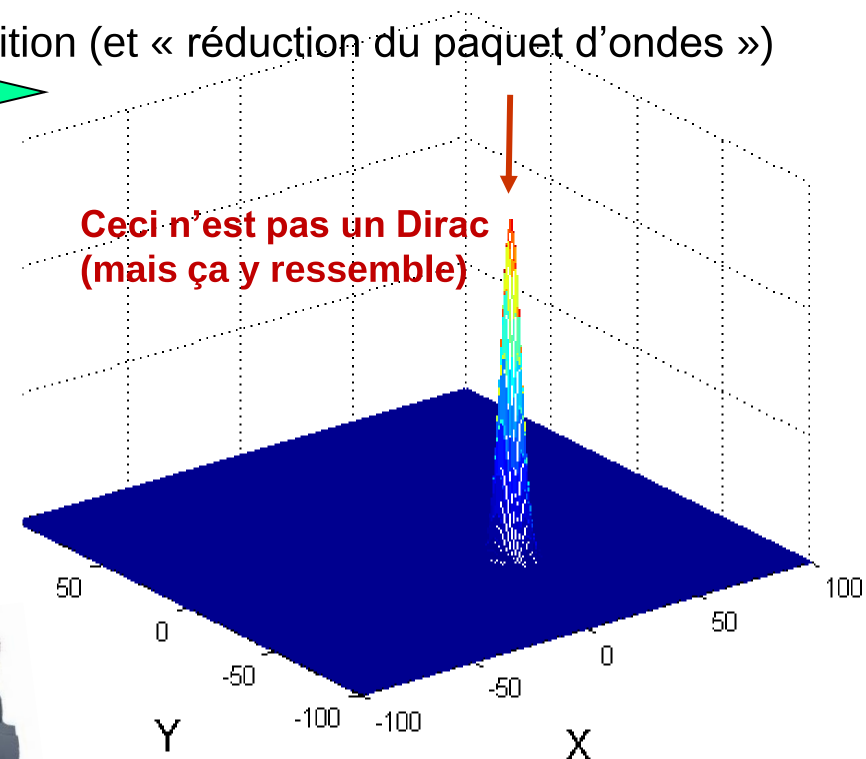
Autrement dit, $\hat{\vec{R}}$ est multiplicatif et $\hat{\vec{P}}$ est dérivatif, en représentation R

# Une approche conceptuelle légère

- **Le caractère continu de la variable position nous interdit une mesure infiniment précise**

Mesure de position (et « réduction du paquet d'ondes »)

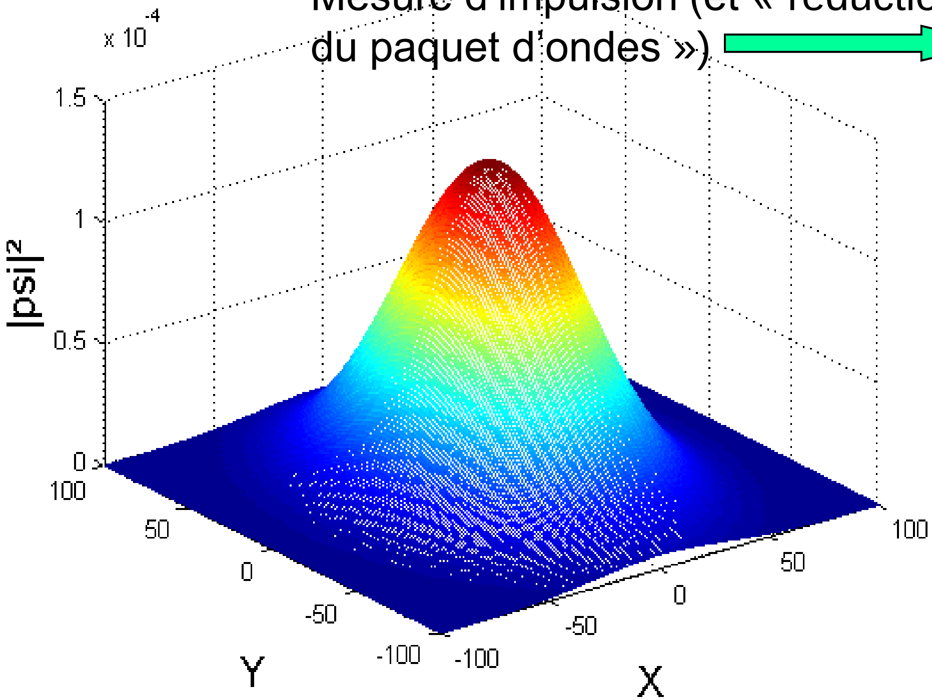


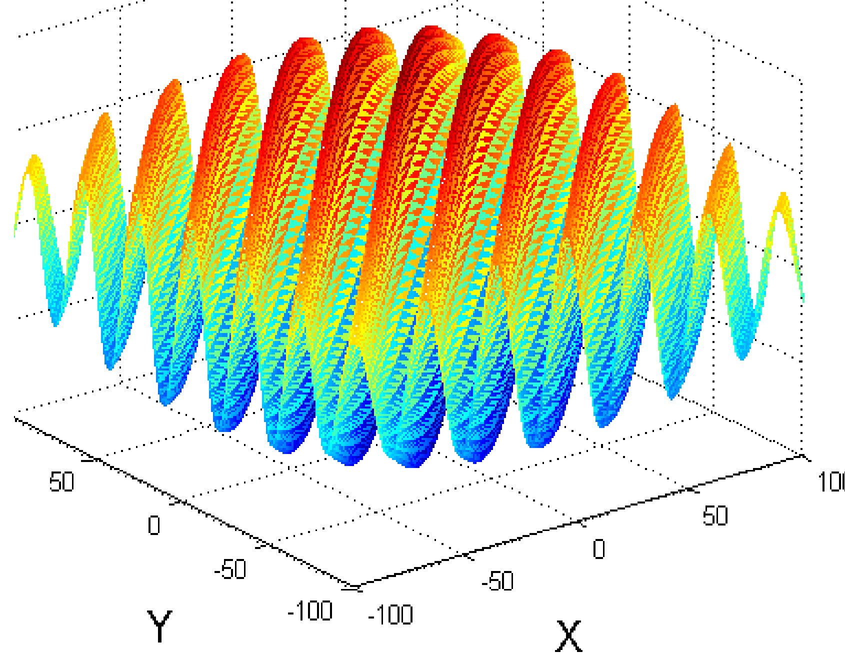
# Une approche conceptuelle légère

- **Le caractère continu de la variable impulsion nous** **interdit une mesure infiniment précise**

Mesure d'impulsion (et « réduction du paquet d'ondes »)

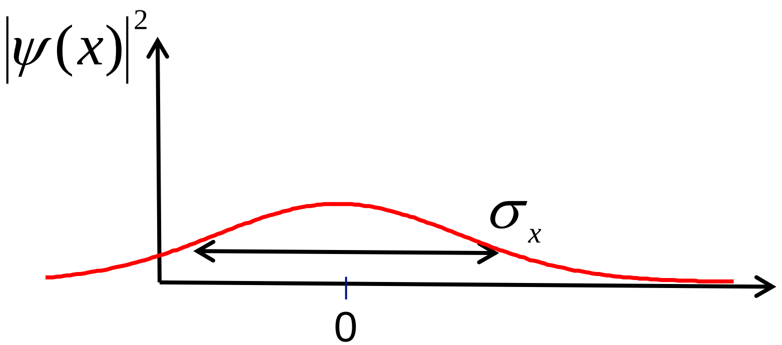


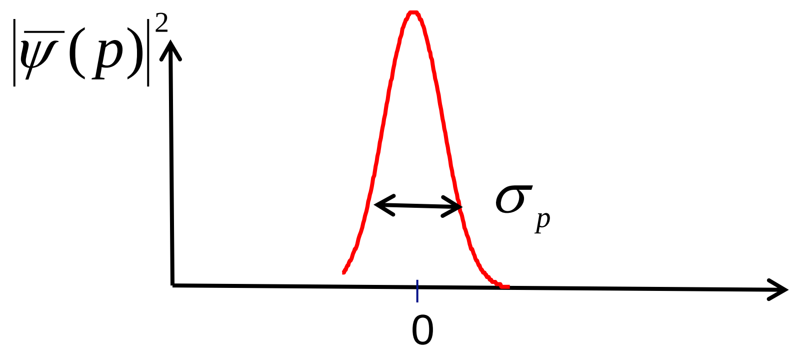

**Ceci n'est pas une onde plane (mais ça y ressemble)**



# Une approche conceptuelle légère

- **La relation d'incertitude de heisenberg se déduit des propriétés immédiates de la transformée de Fourier**
  - On la voit sous forme d'égalité pour des paquets d'onde Gaussiens $\psi(x) = (\pi\alpha)^{-1/4} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{x^2}{\alpha^2}\right)$ $\quad \overline{\psi}(p) = \frac{1}{\sqrt{\hbar}}\left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{-1/4} \exp\left(-\frac{\alpha^2 p^2}{2\hbar^2}\right)$



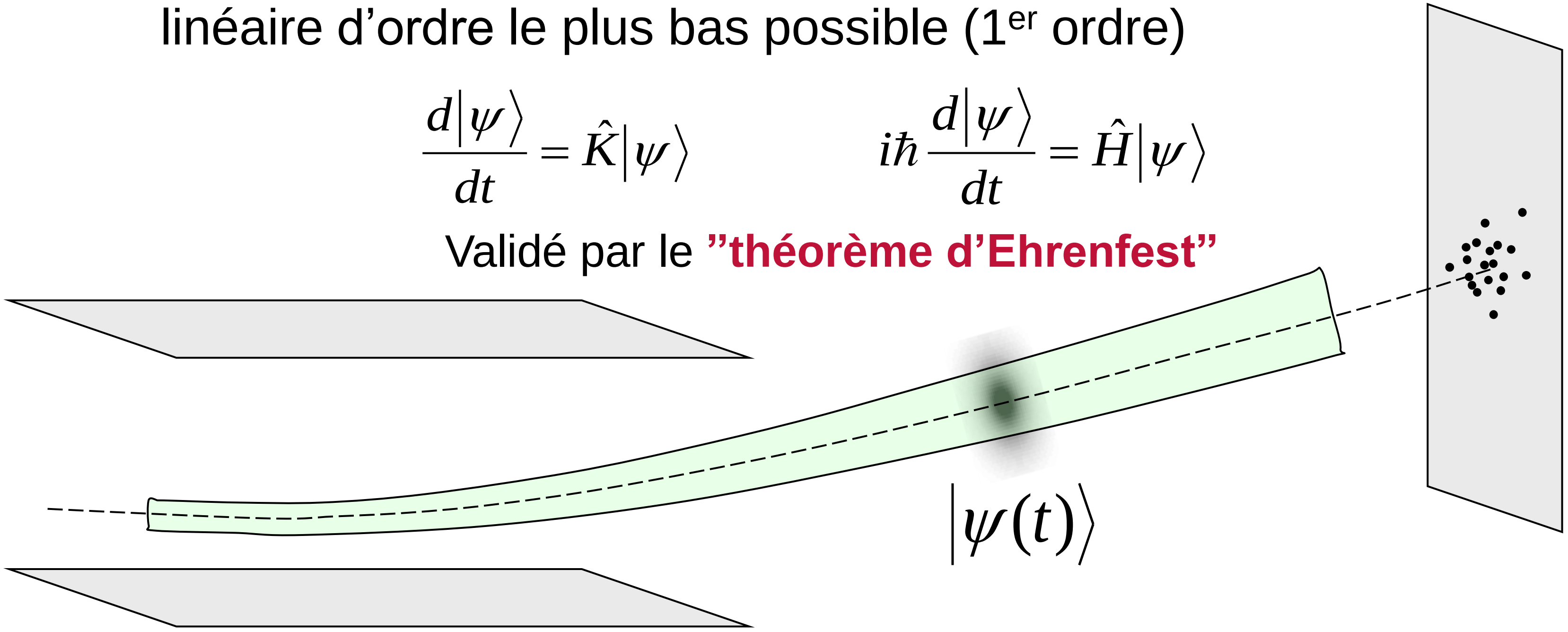

$$\sigma_x = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\psi(x)|^2 dx} = \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \qquad \sigma_p = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} p^2 |\overline{\psi}(p)|^2 dp} = \frac{\hbar}{\alpha\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{\mathrm{x}} \cdot \sigma_{\mathrm{P}} = \frac{\hbar}{2}$$

# Une approche conceptuelle légère

- **Enfin l'équation de Schrödinger pour l'évolution des états en-dehors de toute mesure**
  - Principe de simplicité : recherche d'une équation différentielle linéaire d'ordre le plus bas possible (1er ordre)

$$\frac{d|\psi\rangle}{dt} = \hat{K}|\psi\rangle \qquad i\hbar\frac{d|\psi\rangle}{dt} = \hat{H}|\psi\rangle$$

Validé par le **"théorème d'Ehrenfest"**



# Une approche conceptuelle légère

- **Enfin l'équation de Schrödinger pour l'évolution des états en-dehors de toute mesure**
  - Conséquence immédiate : l'existence d'états stationnaires

$$\hat{H}|\psi_n\rangle = E_n|\psi_n\rangle$$

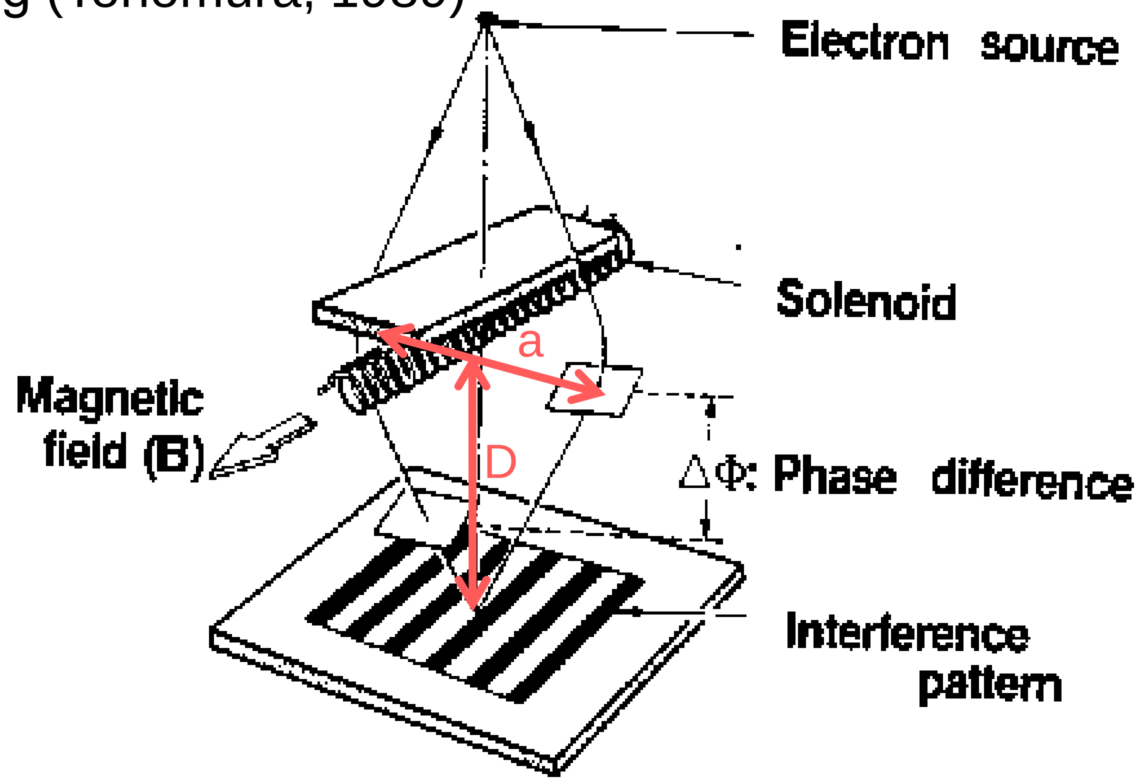
$$i\hbar\frac{d|\psi_n\rangle}{dt} = E_n|\psi_n\rangle \qquad \Rightarrow \qquad |\psi_n(t)\rangle = \exp(-iE_n t/\hbar)|\psi_n(0)\rangle$$

$$P(a_m,t) = \frac{|\langle\varphi_m|\psi_n(t)\rangle|^2}{\langle\varphi_m|\varphi_m\rangle\langle\psi_n(t)|\psi_n(t)\rangle} = \frac{|\langle\varphi_m|\psi_n(0)\rangle|^2}{\langle\varphi_m|\varphi_m\rangle\langle\psi_n(0)|\psi_n(0)\rangle} = P(a_m,0)$$

➔ la probabilité d'un résultat de mesure $a_m$ quelconque d'une grandeur quelconque est constante au cours du temps

# Une approche conceptuelle légère

- **Une incursion vers l'expérience, juge de paix**
  - Les interférences entre électrons, dans une expérience de fentes d'Young (Tonomura, 1989)





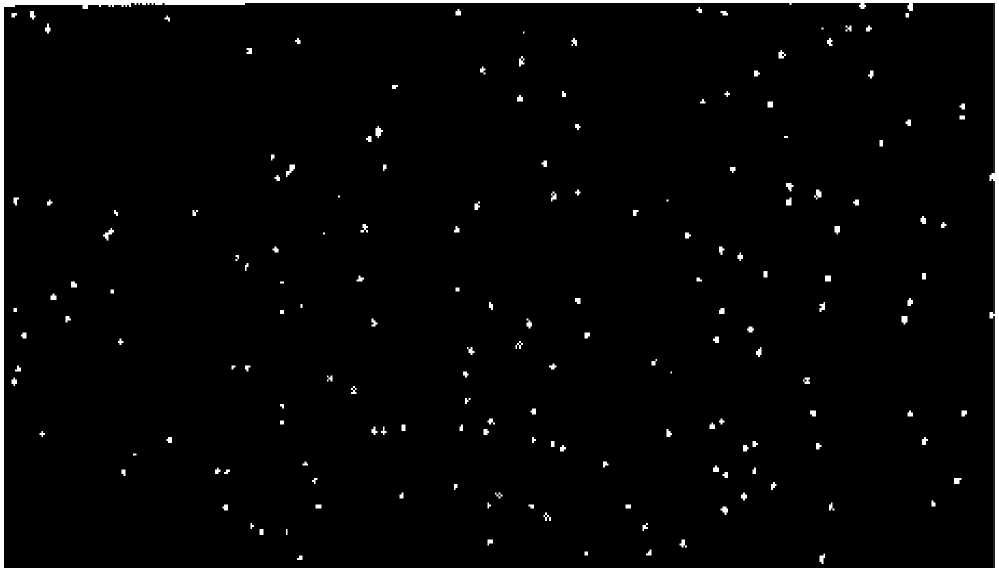

TELECOM ParisTech

# Une approche conceptuelle légère

- **Une incursion vers l'expérience, juge de paix**
  - Les interférences entre électrons, dans une expérience de fentes d'Young

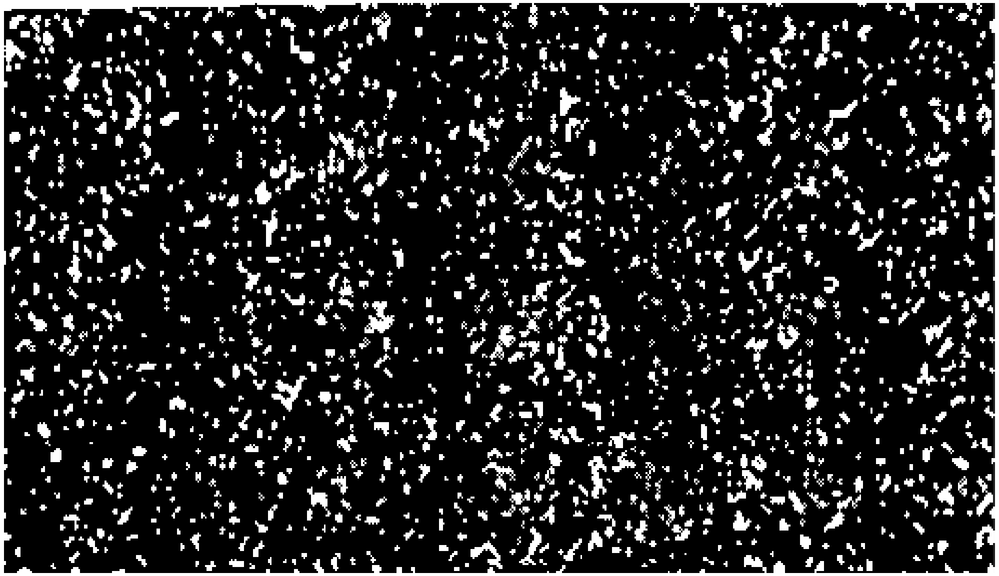
# Une approche conceptuelle légère

- **Une incursion vers l'expérience, juge de paix**
  - Les interférences entre électrons, dans une expérience de fentes d'Young



# Une approche conceptuelle légère

- **Une incursion vers l'expérience, juge de paix**
  - Les interférences entre électrons, dans une expérience de fentes d'Young

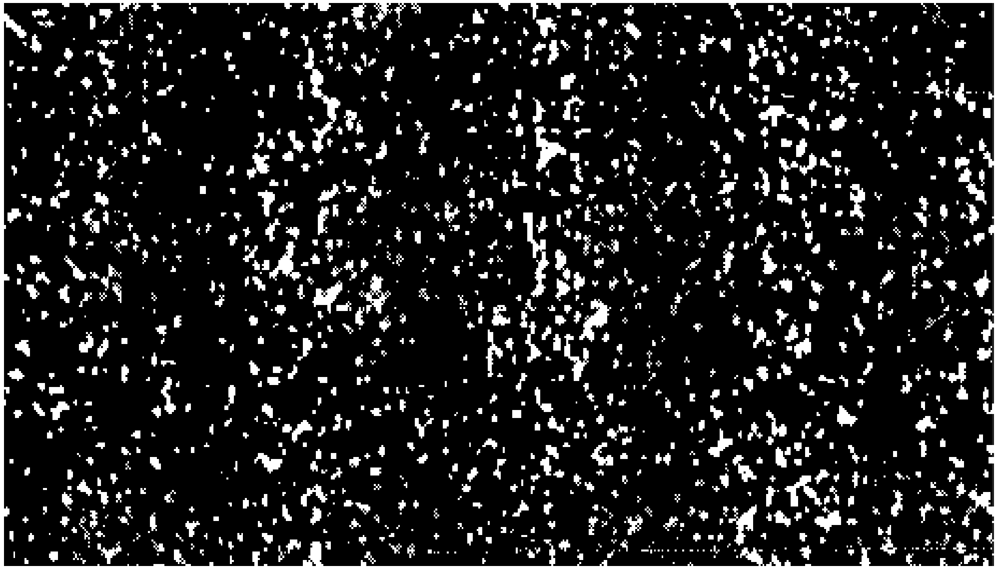




TELECOM ParisTech

# Une approche conceptuelle légère

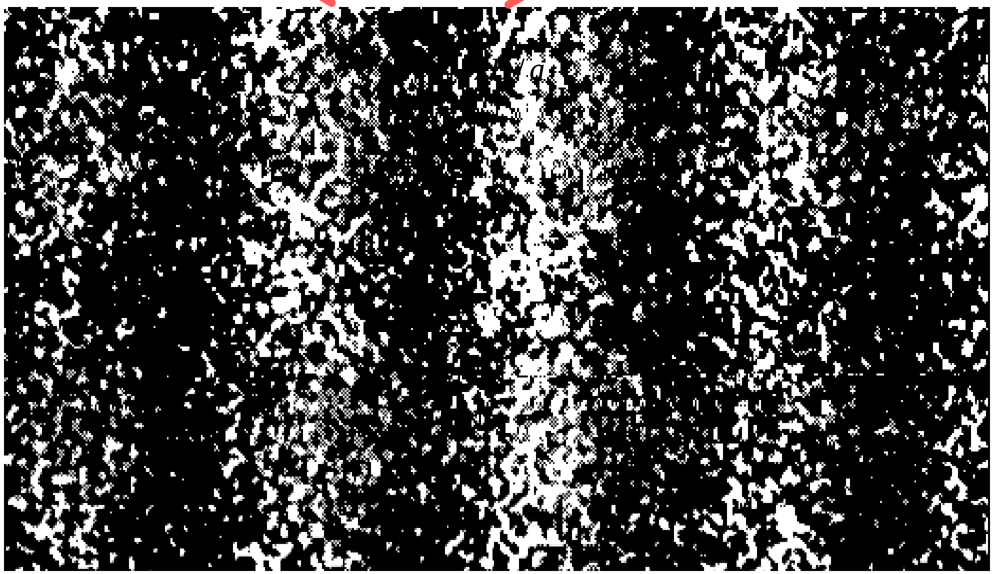
- **Une incursion vers l'expérience, juge de paix**
  - Les interférences entre électrons, dans une expérience de fentes d'Young



# Une approche conceptuelle légère

- **Une incursion vers l'expérience, juge de paix**
  - Les interférences entre électrons, dans une expérience de fentes d'Young

$$\lambda D / a = \frac{hD}{pa} = \frac{hD}{a\sqrt{2mE}}$$

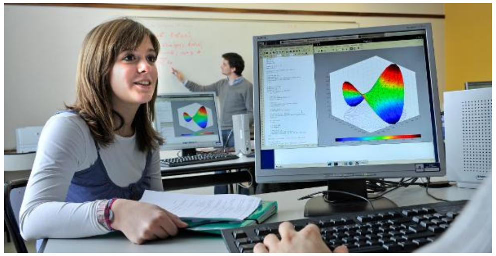


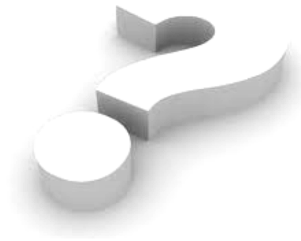
http://www.youtube.com/watch?v=_oWRI-LwyC4

# Une conclusion “inattendue”

- **Qu’apprend-on dans un cours de mécanique quantique ?**
  - De la physique des phénomènes microscopiques
  - À manipuler l’algèbre linéaire sur les complexes (opérateurs, produits scalaires, diagonalisation…)
  - À utiliser la transformation de Fourier
  - À faire appel aux probabilités

**Finalement, c’est un excellent cours de sciences de l’ingénieur !**





**"Je crois pouvoir affirmer sans me tromper que personne ne comprend la mécanique quantique"**

*Richard Feynmann*