

# Exercices de théorie des corps et théorie de Galois

**Exercice 1** Soient  $n_1, n_2, \dots, n_k$  des entiers naturels. Montrer que  $\mathbb{Q}(\sqrt{n_1}, \sqrt{n_2}, \dots, \sqrt{n_k})$  est une extension normale de  $\mathbb{Q}$ .

**Exercice 2** Montrer que  $\mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$  est une extension normale de  $\mathbb{Q}$ .

**Exercice 3** Montrer que :

- $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{2})$  est normale sur  $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ ,
- $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$  est normale sur  $\mathbb{Q}$ ,
- mais  $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{2})$  n'est pas normale sur  $\mathbb{Q}$ .