

# Transducteurs

Notes pour le cours MITRO 204

*Jacques Sakarovitch*

CNRS / Telecom-ParisTech, Paris



# Avant-propos

Si on cherche le mot « transducteur » dans une encyclopédie<sup>1</sup>, on trouve : « un transducteur est un dispositif convertissant un signal physique en un autre ; par exemple un signal lumineux en signal nerveux (vision animale) ou signal électrique (photorécepteur) ». C'est évidemment un sujet fort intéressant, à la base de quasiment tous les instruments de mesure, de même que le cœur de tous les appareils de reproduction sonore. Mais ce n'est pas le sujet de ce cours.

Si on va au bout de la page, on voit quand même que les « transducteurs finis » sont un sujet qui relève de l'informatique, qu'ils sont des « automates finis avec sorties », et c'est bien cela que nous allons étudier.

Les automates finis sont le modèle le plus simple de machines qui calculent, le premier dans toute hiérarchie des machines de Turing plus ou moins contraintes. Cette simplicité en fait un objet robuste, susceptible de nombreuses définitions équivalentes, relevant de la théorie de la complexité, de l'algèbre non-commutative et de la logique.

Les automates finis enrichis par les notions de sortie constituent alors un modèle assez puissant pour exprimer des propriétés non triviales et, indépendamment de leur rôle dans l'étude théorique des langages formels, sont utilisés comme outil aussi bien pour l'analyse syntaxique des langages de programmation que pour le traitement des langues naturelles, analyse morphologique ou analyse phonologique, pour la modélisation de l'arithmétique des ordinateurs, voire même en théorie des nombres.

Les problèmes rencontrés dans chacun de ces domaines, relèvent souvent de la théorie des automates et ne se heurtent pas immédiatement au mur de l'indécidabilité : il y a de l'espace pour des résultats profonds. Ainsi, cette théorie est-elle un chapitre de base de l'informatique théorique. L'objectif de ce cours est l'étude des transducteurs finis et des différentes sous-classes qu'on peut définir ainsi que des relations entre mots qu'ils réalisent.

---

<sup>1</sup>Une encyclopédie en ligne puisqu'il n'y a quasiment plus d'encyclopédie papier à la bibliothèque de l'Ecole.

## Présentation du cours

On commence par décrire le modèle et donner une série d'exemples qui permettent de cerner la puissance du modèle puis on établit la fermeture par composition des relations réalisées par les transducteurs finis qui montre que ce modèle est robuste et raisonnable (Leçon 1).

On fait ensuite le lien avec la notion de rationalité et on constate l'indécidabilité de l'équivalence qui laisse penser que le modèle des transducteurs finis est d'une certaine façon peut-être trop général (Leçon 2). Puis on définit la notion de morphisme pour ces automates généraux que sont les transducteurs et celle, plus précise, de revêtement qui assure une bijection entre les calculs (Leçon 3).

Dans la leçon suivante, on étudie la famille des transducteurs synchrones qui déterminent la famille de relations rationnelles la plus large sur laquelle les propriétés classiques des automates finis sur un monoïde libre (complémentation, décidabilité de l'équivalence, etc.) sont encore valides (Leçon 4).

Dans la Leçon 5, on prend un point de vue qui rompt la symétrie entre l'entrée et la sortie qui prévalait mais qui permet de retrouver la notion de reconnaissabilité via celle de représentation. Les deux dernières leçons traitent de familles particulières de transducteurs définies le plus naturellement par les propriétés des représentations qui leur correspondent. Les transducteurs fonctionnels (Leçon 6) et les transducteurs séquentiels (Leçon 7) sont sans doute les modèles le plus souvent utilisés dans la pratique et pour lesquels les propriétés d'appartenance à la famille et d'équivalence sont décidables.

\*

Ce cours se place entre un cours élémentaire de théorie des langages et des grammaires, tel qu'il est dispensé en INF 105, et le cours que j'enseigne dans le cadre du MPRI dans l'option « Modèles de calcul et automates finis » et dans lequel j'étudie de façon plus systématique, et dans toute sa généralité, le modèle des automates avec multiplicité et avec sortie .

\*

Ces notes de cours sont rédigées avec l'objectif d'être autosuffisantes, mais ne visent certainement pas à être complètes. De nombreux compléments pourront être trouvés dans mon livre *Éléments de théorie des automates* ou, de préférence, dans sa version anglaise *Elements of Automata Theory* où bien des erreurs de la version originale ont été corrigées. Des références à cet ouvrage sont indiquées en notes marginales. Le lecteur prendra garde toutefois qu'en plusieurs occasions et pour simplifier, j'ai modifié quelque peu la présentation, voire certaines notations.

Chaque leçon se termine par une section d'exercices qu'on ne saurait trop recommander d'essayer de résoudre.

# Table des matières

1	Le modèle « transducteur fini »	1
2	Rationalité	17
3	Morphismes et revêtements	27
4	Transducteurs et relations synchrones	39
5	Transducteurs « temps-réel »	49
6	Transducteurs fonctionnels	50
7	Transducteurs séquentiels	51

