TELECOM ParisTech

Contrôle continu-ELEC101-CC $1^{\text{ère}}$ année 2015-2016

Contrôle N° 2
Durée : 1 heure - Documents et Calculatrice autorisés

Compléter le cadre ci-dessous et joindre ce sujet à votre copie

Groupe :	
Nom :	Date : 14/06/2016
Prénom :	Heure : 13h30

Exercice 1 - Internet des Objets

Les applications actuelles et futures de l'Internet des Objets dans le cadre du corps humain ou de la domotique sont cadrées par des normes et des standards. Ceux-ci spécifient notamment les performances visées par les récepteurs radio lors des communications.

Précisions sur les données :
- La distance de communication (ne sera pas utilisée par la suite)
- Sensibilité : la puissance minimale reçue à l'entrée du récepteur (ne sera pas utilisée par la suite)
- La puissance max consommée par l'ensemble du récepteur
- Le débit de données max dans chaque application.

	Distance de communication	Sensibilité	Débit de données	Puissance max consommée
Corps humain	1 m	-40 dBm	1 Mbit/s	10 μW
Domotique	10 m	-75 dBm	10 kbit/s	100 μW

Un récepteur radio est composé à son entrée d'une antenne, puis des filtres et des amplificateurs et des mélangeurs (ceux-ci transposent les signaux radio fréquence vers les basses fréquences) et enfin d'un convertisseur analogique-numérique (ADC) qui va nous intéresser pour la suite.

Après l'amplification entre l'antenne et l'ADC on a pu réduire la dynamique des signaux reçus à l'entrée de l'ADC pour les deux applications :
- Niveau max : 0 dBm (niveau de la pleine échelle de l'ADC)
- Niveau min : - 30 dBm

Question 1.1 Résolution de l'ADC
Pour correctement décoder les signaux par la suite on impose pour l'ADC un rapport signal sur bruit minimal de 12 dB (on suppose que le bruit est le bruit de quantification de l'ADC). Calculer le rapport signal sur bruit maximum de l'ADC. En déduire sa résolution n.

Réponse 1.1

$$SNR_q = 30 + 12 = 42\ dB = 6.02\,n + 1,76 \qquad n = 7\ bit$$

Question 1.2 Fréquence d'échantillonnage de l'ADC
A partir de la réponse précédente et du tableau, calculer la fréquence d'échantillonnage F_e de l'ADC dans chaque application.

Réponse 1.2

Question 1.3 Faisabilité de l'ADC
L'état de l'art des ADC actuels donne la valeur du facteur de mérite (FOM) : 1 pJ/palier = 10^{-12} Joule/palier. L'expression du FOM est : $FOM = P/(2^n.F_e)$. Cette valeur est obtenue avec P en Watt et F_e en Hertz.

A partir de ce facteur de mérite et en reprenant les spécifications des deux ADC trouver la puissance consommée par chacun d'eux.

L'ADC consomme 10% de l'énergie totale du récepteur, préciser si actuellement les deux ADC sont réalisables. Justifier votre réponse.

Réponse 1.3

Exercice 2 - Filtre de Bessel

(Indication : les deux dernières questions peuvent être abordées séparément)

On considère la fonction de transfert $T(p)$ suivante où p est la variable de Laplace :

$$T(p) = \frac{1}{1 + \tau_o\, p + \alpha\, \tau_o^2\, p^2} \tag{1}$$

Question 2.1 Quel est le type de filtre (passe-haut, passe-bande, passe-bas, ...) réalisé par cette fonction ?

Réponse 2.1 Passe-bas : $|T| \to 1$ et $|T| \to 0$ pour $f \to 0$ et $f \to \infty$ respectivement

Question 2.2 Calculer le temps de propagation de groupe t_g en fonction de τ_o et de la fréquence réduite $x = \omega\, \tau_o = 2\pi\, f\, \tau_o$ (on pourra poser $u = \frac{x}{1-\alpha\, x^2}$ dans le calcul). Donner sa valeur à l'origine ($f = 0$).

Réponse 2.2

$$\phi = \arg[T(j\,\omega)] = -\arctan(u) \qquad t_g = -\frac{d\phi}{d\omega} = -\,\tau_o \cdot \frac{d\phi}{dx} = \frac{\tau_o}{1+u^2} \cdot \frac{du}{dx}$$

soit finalement :

$$t_g = \tau_o \cdot \frac{1 + \alpha\, x^2}{1 + (1-2\alpha)\, x^2 + \alpha^2\, x^4}$$

Question 2.3 Montrer que $\alpha = 1/3$ permet, à l'ordre 1 en $X = x^2$, de rendre le temps de propagation de groupe indépendant de la fréquence au voisinage de $f = 0$.

Réponse 2.3 On a :

$$t_g = \tau_o \cdot \frac{1 + \alpha\, X}{1 + (1-2\alpha)\, X + \alpha^2\, X^2}$$

et à l'ordre 1 en X à l'origine $f = 0$ ($X = 0$) :

$$t_g = \tau_o \cdot \left[1 + (3\alpha - 1)\; X + \mathcal{O}\left(X^2\right)\right]$$

Pour $\alpha = 1/3$, on annule bien, au premier ordre en $X = (2\pi\tau_o f)^2$, la dépendance avec la fréquence.

Dans la suite de l'exercice, on prend $\alpha = 1/3$, ce qui correspond à un filtre de Bessel.

Question 2.4 Calculer l'affaiblissement du filtre en dB à $f_o = \frac{1}{2\pi\tau_o}$

Réponse 2.4 En f_o, on a $x = 1$

$$|T|^2 = \left.\frac{1}{(1-\alpha x^2)^2 + x^2}\right|_{x=1} = \frac{1}{(1-\alpha)^2 + 1}$$

$$A = -10\log_{10}|T|^2 = 10\log_{10}[(1-\alpha)^2 + 1] \approx 1,6\ dB$$

Question 2.5 Quelle est la pente de l'affaiblissement asymptotique, en dB par décade de la fréquence, pour $f \to \infty$?

Le filtre de Butterworth ayant le même temps de propagation de groupe à $f = 0$ que celui de Bessel est obtenu à partir de l'équation 1 avec $\alpha = 1/2$.

Comparer les affaiblissements asymptotiques quand $f \to \infty$ (donner l'écart en dB entre les asymptotes) des filtres de Butterworth ($\alpha = 1/2$) et de Bessel ($\alpha = 1/3$). Conclure sur les principaux avantages et inconvénients de ces deux types de filtres.

Réponse 2.5 L'affaiblissement asymptotique pour $f \to \infty$ est donné par :

$$A_\infty = -20\log_{10}|T|_{f\to\infty} = 20\log_{10}(\alpha) + 40\log_{10}(x)$$

On a donc une pente de 40 dB par décade de la fréquence pour les deux filtres. L'écart en dB entre les asymptotes est :

$$\Delta = 20\log_{10}(\alpha_2) - 20\log_{10}(\alpha_1) = 20\log_{10}(1/2) - 20\log_{10}(1/3) \approx 3,5\ dB$$

L'affaiblissement est plus faible pour le filtre de Bessel dans la bande atténuée mais celui-ci présente l'avantage d'une variation moindre du temps de propagation de groupe dans la bande passante. Ceci peut être intéressant, par exemple, pour une chaîne de communication numérique (interférence inter-symbole).