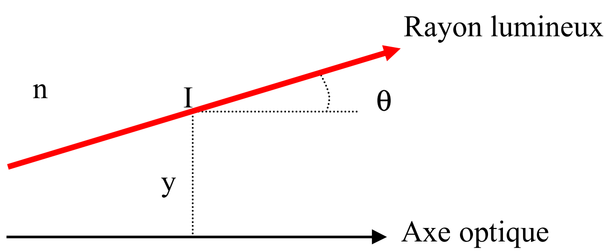
OPTIQUE MATRICIELLE

L'approximation de Gauss conduit à l'approximation linéaire de l'optique géométrique car dans ces conditions de stigmatisme approché où les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique, les angles sont très petits ($\tan\alpha \cong \sin\alpha \cong \alpha$) et la loi de la réfraction de Snell-Descartes se réduit à : $n_1 i_1 = n_2 i_2$. Dans ce cas, l'usage du calcul matriciel est bien adapté à la résolution des systèmes optiques complexes.

1. Formulation matricielle

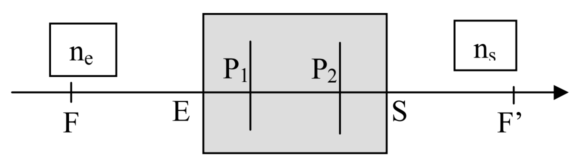
- Un rayon lumineux arrivant en un point I est identifié à une matrice colonne dont les éléments sont sa **coordonnée y** par rapport à l'axe optique et **l'angle optique nθ**, produit de l'indice n dans lequel il se trouve par l'angle (orienté) θ d'inclinaison du rayon par rapport à l'axe optique.



$\begin{pmatrix} y \\ n\theta \end{pmatrix}$ = Matrice identifiant le rayon au point I

- Les matrices colonnes d'entrée (indice e) et de sortie (indice s) de tout rayon lumineux traversant un système optique centré sont alors reliées par des matrices du type $T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}$ telles que

$$\begin{pmatrix} y_s \\ n_s\theta_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_e \\ n_e\theta_e \end{pmatrix}$$



avec la propriété que les éléments de cette matrice T définie pour la traversée du système (entre les points E et S) donnent accès aux grandeurs caractéristiques du système optique, à savoir :

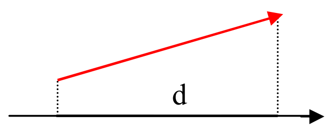
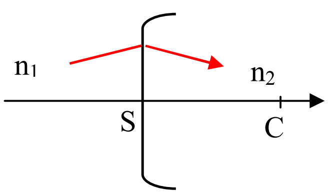
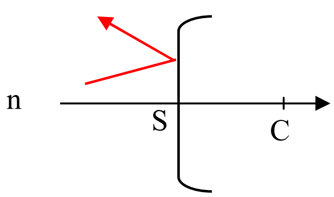
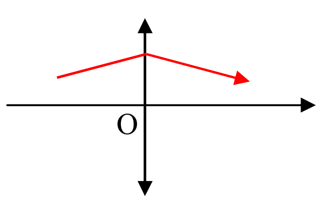
- la vergence du système centré $V = -T_{21} = \frac{n_s}{f'} = -\frac{n_e}{f}$ $\Rightarrow$ distances focales objet $\overline{P_1F} = f = -\frac{n_e}{V}$ et image $\overline{P_2F'} = f' = \frac{n_s}{V}$
- la position des foyers principaux objet F tel que $\overline{EF} = f\,T_{22}$ et image F' tel que $\overline{SF'} = f'\,T_{11}$
- la position des plans principaux objet P_1 tel que $\overline{EP_1} = f\,(T_{22}-1)$ et image P_2 tel que $\overline{SP_2} = f'\,(T_{11}-1)$
- la position des plans nodaux N_1 et N_2 tels que $\overline{P_1N_1} = \overline{P_2N_2} = f + f'$

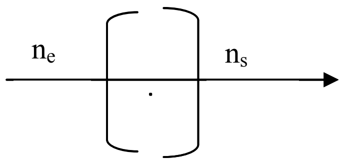
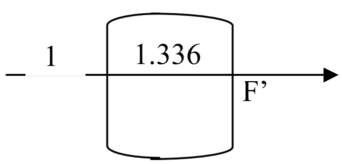
Dans le cas d'un système centré, l'élément B = 0.

NB : certains auteurs utilisent la matrice colonne définie par y et θ mais ce choix est moins intéressant car :

- *les déterminants des matrices ne sont plus égaux à l'unité, mais au rapport des indices,*
- *la vergence ne s'obtient plus par simple changement de signe de l'élément de matrice C,*
- *les matrices de réfraction d'un dioptre plan ne s'identifie pas à la matrice unité.*

2. Matrices fondamentales

Opération	Matrice de transfert	Cas particuliers
Translation de la distance d dans un milieu homogène d'indice n 	$\begin{pmatrix} 1 & \frac{d}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	
Réfraction à travers un **dioptre sphérique** (de sommet S et de centre C) d'un milieu n_1 à un milieu n_2 	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{pmatrix}$ où la vergence $V = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$	**Dioptre plan** : $SC \to \infty$ et donc V=0 (matrice unité)
Réflexion sur un **miroir sphérique** (de sommet S et de centre C) dans un milieu d'indice n 	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{pmatrix}$ où la vergence $V = -2\frac{n}{\overline{SC}}$ (cas particulier du dioptre avec $n_2 = - n_1 = - n$)	**Miroir plan :** $SC \to \infty$ et donc V=0 (matrice unité)
Réfraction à travers une **lentille mince** de centre O et de distance focale f' 	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -V & 1 \end{pmatrix}$ où la vergence $V = \frac{1}{f'}$	

Opération	Matrice de transfert	Cas particuliers
Réfraction à travers un **système centré** d'indices d'entrée n_e et de sortie n_s 	Entre deux plans conjugués : $$\begin{pmatrix} \gamma & 0 \\ -V & \frac{n_s}{n_e}G \end{pmatrix}$$ où γ = grandissement transversal, G = grandissement angulaire avec $\frac{n_s}{n_e}\gamma G = 1$ (relation de Lagrange-Helmholtz approximation linéaire de celle d'Abbe)	
Œil : réfraction entre la cornée et la rétine 	$$\begin{pmatrix} 0 & 0.0167 \\ -60 & 0.9 \end{pmatrix}$$ $\Rightarrow$ V=60 δ et les focales sont f'=22,3 mm et f=-16,7 mm	