



LABORATOIRE  
**JEAN KUNTZMANN**  
MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES - INFORMATIQUE

Site Campus - Tour IRMA  
51 rue des Mathématiques  
38400 Saint Martin d'Hères

BP 53 - 38041 Grenoble Cedex 9  
France

Tél : +33 4 76 51 43 42  
Fax : +33 4 76 63 12 63  
ljk@imag.fr - ljk.imag.fr

## Rapport sur le mémoire de Gersende FORT pour l'obtention de l'habilitation a diriger les recherches

Gersende Fort est actuellement chargée de recherche CNRS au LTCI à l'ENST. Elle a soutenu sa thèse de doctorat à Paris VI il y a 9 ans. Ses activités de recherche se rattachent aux probabilités théoriques et numériques : ces travaux portent plus particulièrement sur l'analyse théorique des chaînes de Markov, ainsi que leurs applications pour la simulation, l'estimation ou la classification.

Dans le mémoire intitulé « Méthodes de Monte Carlo et Chaînes de Markov pour la simulation » Gersende Fort a choisi de présenter ses travaux depuis sa thèse autour de l'analyse de chaînes issues des méthodes de simulation Monte Carlo. Le mémoire comporte 3 parties. La première partie (chapitre 2 suivant une introduction au chapitre 1) est le cœur des travaux de Fort, et concerne l'analyse d'ergodicité des processus de Markov. En termes de publication, cela représente 6 articles dans des revues internationales, 1 chapitre de livre collectif et 2 rapports de recherche. Dans ces travaux, dans la directe lignée de sa thèse, Gersende Fort vise à donner des conditions fines et explicites de *V-ergodicité* - de la convergence de la loi de processus vers la mesure invariante en « *V-norme* ». Pour déterminer ces conditions elle utilise « l'approche probabiliste » (à l'opposée de celle des opérateurs) en deux étapes : on vérifie d'abord la propriété de récurrence de la chaîne vers des « petits » ensembles compacts, on démontre ensuite l'ergodicité par la technique de couplage. C'est la première étape qui attire l'attention de Fort : une analyse très minutieuse lui permet de donner des bornes explicites des vitesses de convergence vers la mesure invariante dans le cas d'ergodicité géométrique et sous-géométrique. Ici deux techniques sont utilisées : la première, basée sur la « condition de dérive dépendant de l'état » est une généralisation des « Foster drift conditions », utilisées depuis les années 1950 et devenues très populaires après l'ouvrage de Meyn et Tweedie. Cette technique permet de

Site Campus - BSHM | Site Montbonnot - INRIA  
1251 avenue centrale | 655 avenue de l'Europe

BP 47 - 38040 Grenoble Cedex 9 - France | 38334 Saint Ismier Cedex - France

Tél : +33 4 76 51 43 42 - Fax : +33 4 76 63 12 63

Tél : +33 4 76 61 52 00 - Fax : +33 4 76 61 52 52

le contrôle explicite des moments exponentiels et sous-exponentiels du temps de retour de la chaîne vers les « petits ensembles ». La seconde technique, celle de « limites fluides » vient de la théorie des files d'attente. Il s'agit là d'approcher la chaîne, dont la dérive vérifie certaines conditions, par une solution d'une équation différentielle ordinaire (EDO) à l'aide d'une renormalisation. Gersende Fort parvient à caractériser les vitesses de convergence sous-géométriques d'une chaîne à l'aide des paramètres de stabilité de sa limite fluide.

Pour mener à bien ces travaux, Fort et ses collaborateurs utilisent avec une efficacité remarquable l'arsenal des outils des chaînes de Markov. Les travaux présentés apportent indéniablement des contributions majeures à l'analyse ergodique des processus de Markov.

La seconde partie du mémoire (chapitre 3) concerne l'analyse des techniques de simulation Monte Carlo à l'aide des outils techniques, développées dans le chapitre 2. Dans le premier temps Fort et ses co-auteurs donnent des conditions d'ergodicité sous-géométrique pour deux méthodes de simulation – l'algorithme de Hastings-Metropolis et le "Metropolis-Adjusted Langevin Algorithm". Ensuite, ils appliquent la technique de limites fluides dans l'étude de la phase transitoire des algorithmes de type Metropolis, notamment, pour déterminer l'influence sur cette phase des différents paramètres d'implémentation de l'algorithme. A mon avis, les résultats les plus intéressants de cette partie concernent les algorithmes de simulation « adaptatifs », dans lesquels les paramètres de la loi de proposition sont ajustés en cours du temps. Fort et ses collaborateurs établissent une sorte de « principe de moyennisation », qui permet de montrer la loi forte des grands nombres dans le cas d'algorithmes de simulation à dynamique markovienne, dont les paramètres varient lentement. Ce résultat est ensuite appliqué pour obtenir la loi forte des grands nombres pour les algorithmes "Adaptive Metropolis" et "Equi-Energy" dans le cas où la loi cible est sous-exponentielle. La consistance de ces algorithmes adaptatifs constitue la première approche, une « première justification de leur droit d'exister ». J'espère qu'une étude

de l'efficacité de ces méthodes complétera ces résultats.

Une étude d'un autre algorithme adaptatif de simulation, celui de « stratification adaptative » est présentée dans le même chapitre. A partir d'un critère d'efficacité Fort et co-auteurs construisent un algorithme récursif qui met à jour la direction de stratification selon la dynamique de descente de gradient. Une modeste étude numérique de cet algorithme permet de justifier l'intérêt de ce type de procédures adaptatives. Cette partie du travail de Gersende Fort est représentée par 6 articles dans des revues internationales et 2 rapports de recherche.

La dernière partie (chapitre 4) traite deux applications de techniques de simulation à la classification et l'estimation des paramètres d'image. Le premier travail consiste à combiner les méthodes de type Monte Carlo et les techniques du champ moyen pour la segmentation de l'image, modélisée par un champ de Markov caché. Ici l'idée est d'utiliser l'algorithme EM, mais l'estimation des paramètres du champ nécessite le calcul de la constante de normalisation. Cette constante est calculée par la méthode de Monte Carlo. Le résultat théorique ici consiste à montrer que les trajectoires de cette algorithme ont le même ensemble limite que celles de l'algorithme EM.

Enfin, une autre technique de simulation adaptative, celle de "Mixture-Population Monte Carlo" est appliquée au problème d'estimation des paramètres cosmologiques. Des résultats numériques montrent que cette technique a un comportement équivalent à celui d'autres échantillonneurs à complexité numérique plus élevée. En contrepartie, cette technique paraît plus sensible à l'initialisation.

De manière générale, j'ai beaucoup apprécié la présentation extrêmement claire et soignée dans le mémoire d'habilitation de Gersende Fort. Elle sait bien expliquer des résultats assez techniques, en isolant bien les points difficiles. Par contre, elle indique assez timidement les possibles améliorations et les nouvelles pistes de recherche.

Les travaux de Fort sont menés en collaboration avec des chercheurs de ses laboratoires d'accueil, mais aussi avec un grand nombre de chercheurs

étrangers. La diversité des thèmes abordés à travers ces trois parties montre assurément des bases solides de chercheur et une grande ouverture d'esprit.

En conclusion, j'ai eu à évaluer un ensemble de travaux très solides en probabilités appliquées, au tout meilleur niveau mondial. Tout cela mérite à l'évidence le diplôme d'habilitation à diriger les recherches.

le 26 janvier 2010

Anatoli Iouditski

Professeur à l'Université J. Fourier de Grenoble

email : anatoli.iouditski@imag.fr

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'A. Iouditski', written in a cursive style.