Approches symboliques

Isabelle Bloch
Isabelle.Bloch@enst.fr

http://www.tsi.enst.fr/~bloch

Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications - CNRS UMR 5141 LTCI

Paris - France

Représentations symboliques

- ensemble de conventions syntaxiques et sémantiques pour décrire un élément de connaissance
- représentations logiques (expressivité dépend de la logique)
- compactes (seulement les propriétés et caractéristiques pertinentes)
- ce qui est important est explicite

Exigences :

- niveau ontologique : tous les concepts importants doivent être pris en compte
- niveau épistémique : on ne doit pas être obligé d’exprimer ce qui n’est pas connu
- niveau computationnel : doit permettre un calcul efficace des propriétés exprimées

Exemple :

- Concept : *à droite de*
- Propriété : *l’objet A est à droite de l’objet B*

Systèmes à base de connaissances

Extension des systèmes experts en permettant des modes différents de représentation des connaissances et de raisonnement

3 rôles distincts :

- utilisateur : remplit la base de faits avec les données à traiter
- expert : construit la base de connaissances
- développeur : construit le moteur d'inférence et la stratégie de raisonnement

Connaissances

- déclaratives (comment sont les choses)
- procédurales (comment on fait)
- épisodiques (expérience précédente)
- méta (connaissances sur la connaissance)

Systèmes à base de connaissances

Inférence

- déduction : conséquences à partir de faits

$$\frac{A \rightarrow B,\ A}{B}$$

- contraposition : non-observations

$$\frac{A \rightarrow B,\ \neg B}{\neg A}$$

- abduction : causes expliquant les observations

$$A \rightarrow B,\ B \quad \text{on infère } A$$

- induction : règles à partir d'observations régulières

$$\frac{B \text{ à chaque fois que } A}{A \rightarrow B}$$

- projection : conséquences à partir d'actions

$$\frac{A \rightarrow B,\ \text{ faire } A}{\text{on attend } B}$$

- planification : actions à partir des buts

$$\frac{A \rightarrow B,\ \text{ on veut } B}{\text{faire } A}$$

Systèmes à base de connaissances

Contrôle

- recherche de chemins entre les connaissances initiales et les buts
- chaînage avant
- chaînage arrière

Exemples de KBS :

- règles de production,
- frames,
- réseaux sémantiques,
- avec incertitude : Mycin, etc.

Exemples d’utilisation en vision :

- supervision de programmes
- interprétation d’images

Modes de raisonnement

Monotone : plus d'informations $\Rightarrow$ plus de conclusions (exemples : logique standard, propositionnelle, du premier ordre)

Non-monotone : une nouvelle information peut invalider des conclusions précédentes

Sources de non-monotonie : hypothèses

- propriétés typiques
- exceptions
- monde fermé

Logiques modales (nécessaire/possible)

Imprécision et incertitude : logiques floues et possibilistes

Raisonnement imprécis

- Différence entre données et connaissances
- Logique classique :
  - langage
  - sémantique (interprétations, valeurs de vérité)
  - syntaxe (axiomes et règles d'inférence)
- Raisonnement humain : plus souple (tolère l'imprécision)
- Existence de prédicats graduels :
  - référentiels continus
  - typicalité

Incertitude

$\boxed{\text{= incapacité à dire si une proposition est vraie ou fausse}}$

- parce que l'information est incomplète, vague, imprécise
  $\Rightarrow$ possibilité
- parce que l'information est contradictoire ou fluctuante
  $\Rightarrow$ probabilité

Degré de certitude $\neq$ degré de vérité

"Il est probable qu'il soit loin du but"

"Il est très loin du but"

- Logique floue : propositions affectées de degrés de vérité
- Logique possibiliste : propositions affectées de degrés d'incertitude

Relations floues

- Relation floue sur $X \times Y$ = ensemble flou sur $X \times Y$

$$\mu_R : X \times Y \longrightarrow [0, 1]$$

- Relation réciproque : R^{-1} sur $Y \times X$

$$\mu_{R^{-1}}(y, x) = \mu_R(x, y)$$

- Réflexivité (relation sur $X \times X$) :

$$\forall x \in X,\ \mu_R(x, x) = 1$$

- Symétrie (relation sur $X \times X$) :

$$\forall (x, y) \in X^2,\ \mu_R(x, y) = \mu_R(y, x)$$

Relations floues

- Composition : R sur $X \times Y$ et S sur $Y \times Z$

$$\mu_{R \circ S}(x, z) = \sup_{y \in Y} \min[\mu_R(x, y), \mu_S(y, z)]$$

  = composition max-min

- Transitivité max-min :

$$\mu_{R \circ R} \leq \mu_R$$

$$\Updownarrow$$

$$\mu_R(x, z) \geq \min[\mu_R(x, y), \mu_R(y, z)]$$

- Antisymétrie parfaite :

$$x \neq y \ et \ \mu_R(x, y) > 0 \ \Rightarrow \ \mu_R(y, x) = 0$$

- Similarité : relation réflexive, symétrique, max-min transitive
- Proximité (tolérance) : relation réflexive, symétrique
- Pré-ordre : relation réflexive, max-min transitive
- Ordre partiel : relation réflexive, parfaitement anti-symétrique, max-min transitive

Interprétation d'une relation floue comme une distribution de possibilité

- Relation floue : $\mu_R : U \times V \to [0, 1]$
- Distribution de possibilité conditionnelle qui à tout $u \in U$ associe l'ensemble des images possibles de u
  $R(u)$ = sous-ensemble flou de V
  $R(u)(v) = \mu_R(u, v)$
- Comparateurs :
  - x est bien plus petit que y : $\mu_R(x, y) = \mu_{grand}(y - x)$
  - x est environ égal à y : $\mu_R(x, y) = \mu_1(\frac{x}{y})$

Logique floue

- Propositions floues élémentaires : $X\ est\ P$
  X = variable prenant ses valeurs dans $\mathcal{U}$
  P = sous-ensemble flou de $\mathcal{U}$
  Degrés de vérités dans $[0,1]$ définis à partir de μ_P
- Conjonction

$$X\ est\ A\ \ et\ \ Y\ est\ B$$

$$\mu_{A \wedge B}(x,y) = t[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

- Disjonction

$$X\ est\ A\ \ ou\ \ Y\ est\ B$$

$$\mu_{A \vee B}(x,y) = T[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

- Négation

$$\mu_{\neg A}(x) = c[\mu_A(x)]$$

- Variables à valeurs dans un espace produit : X à valeurs dans $\mathcal{U}$, Y à valeurs dans $\mathcal{V} \Rightarrow$ conjonction = produit cartésien

$$X\ est\ A\ \ et\ \ Y\ est\ B$$

$$\mu_{A \times B}(x,y) = t[\mu_A(x), \mu_B(y)]$$

Implications floues

- Logique classique :

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow \quad (B \; ou \; non A)$$

- Logique floue :
  - A et B non flous :

$$Imp(A, B) = T[c(A), B]$$

  - A et B flous :

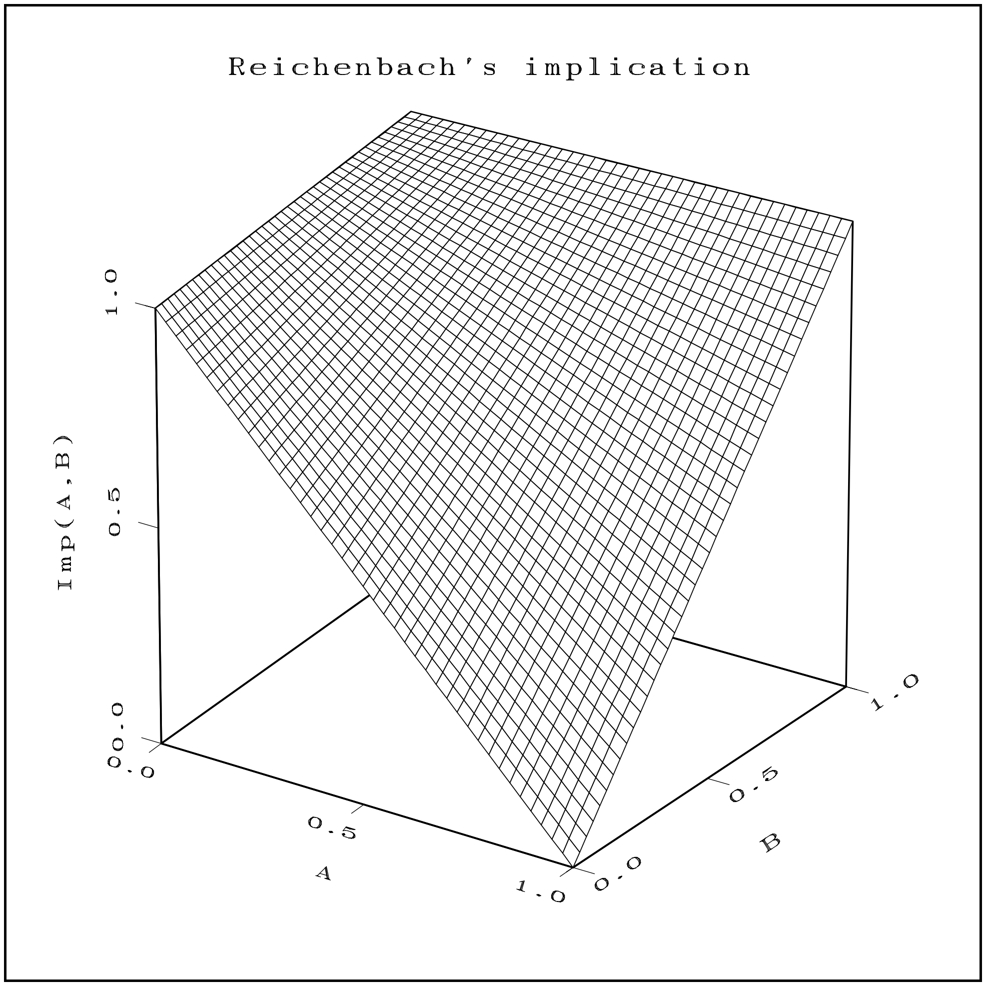
$$Imp(A, B) = \inf_x T[c(\mu_A(x)), \mu_B(x)]$$

  - Exemples ($c(x) = 1 - x$) :

$u(x, y) = \max(x, y)$	$\max(1 - a, b)$	Kleene-Diene
$u(x, y) = \min(1, x + y)$	$\min(1, 1 - a + b)$	Lukasiewicz
$u(x, y) = x + y - xy$	$1 - a + ab$	Reichenbach

Implications floues

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1



Raisonnement flou

- Logique classique
  - Modus ponens :

$$(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$$

  - Modus tollens :

$$((A \Rightarrow B) \wedge \neg B) \Rightarrow \neg A$$

  - Syllogisme :

$$((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

  - Contraposition :

$$(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

- Modus ponens flou
  - Règle :

$$si \;\; X \; est \; A \;\; alors \;\; Y \; est \; B$$

  - Connaissance :

$$X \; est \; A'$$

  - Conclusion :

$$Y \; est \; B'$$

$$\mu_{B'}(y) = \sup_x t[\mu_{A \Rightarrow B}(x, y), \mu_{A'}(x)]$$

Règles floues

$$\text{SI } \ (x\ est\ A \ \text{ ET } \ y\ est\ B) \ \text{ ALORS } \ z\ est\ C$$

$$\text{SI } \ (x\ est\ A \ \text{ OU } \ y\ est\ B) \ \text{ ALORS } \ z\ est\ C$$

...

α : degré de vérité de $x\ est\ A$
β : degré de vérité de $y\ est\ B$
γ : degré de vérité de $z\ est\ C$

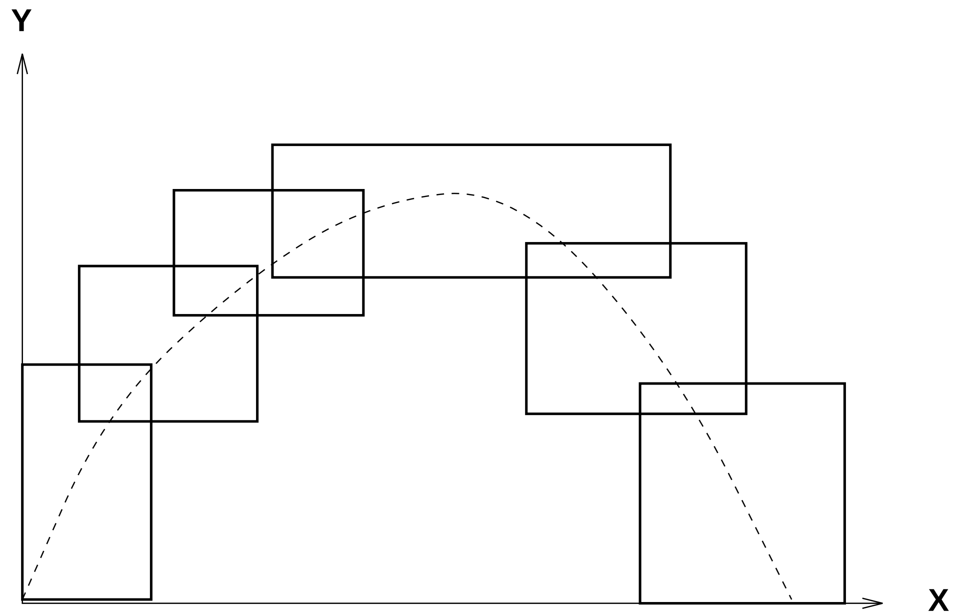
Degré de satisfaction de la règle :

$$Imp(t(\alpha, \beta), \gamma) = T[c(t(\alpha, \beta)), \gamma)]$$

$$Imp(T(\alpha, \beta), \gamma) = T[c(T(\alpha, \beta)), \gamma)]$$

...

Graphe flou



SI X *est petit* ALORS Y *est petit*

SI X *est moyen* ALORS Y *est grand*

SI X *est grand* ALORS Y *est petit*

Logique possibiliste

- Mesure de possibilité sur une algèbre de Boole de formules : $\Pi : B \longrightarrow [0,1]$ telle que :
  - $\Pi(\bot) = 0$
  - $\Pi(\top) = 1$
  - $\forall \varphi, \phi, \ \Pi(\varphi \vee \psi) = \max(\Pi(\varphi), \Pi(\psi))$
  - $\forall \varphi, \ \Pi(\exists x \varphi) = \sup\{\Pi(\varphi[a|x]), a \in D(x)\}$ (avec $D(x)$ = domaine de la variable x, et $\varphi[a|x]$ obtenue en remplaçant les occurrences de x dans φ par a)
- Distribution de possibilité normalisée : $\pi : \Omega \longrightarrow [0,1]$ telle que $\exists \omega \in \Omega, \ \pi(\omega) = 1$ (Ω = ensemble des interprétations)

$$\Pi(\varphi) = \sup\{\pi(\omega), \ \omega \models \varphi\}$$

- Mesure de nécessité :

$$N(\varphi) = 1 - \Pi(\neg\varphi)$$

$$\forall \varphi, \phi, \ N(\varphi \wedge \psi) = \min(N(\varphi), N(\psi))$$

- Exemple : règle par défaut "si A alors B"

$$\Pi(A \wedge B) \geq \Pi(A \wedge \neg B)$$

Modus ponens possibiliste

- Règle :

$$N(A \Rightarrow B) = \alpha$$

- Connaissance :

$$N(A) = \beta$$

- Conclusion :

$$\min(\alpha, \beta) \leq N(B) \leq \alpha$$

Bases de connaissances ordonnées

$$KB = \{(\varphi_i, \alpha_i), i = 1...n\}$$

α_i : degré de certitude ou de priorité

- Représentation par une distribution de possibilité :
  - si une seule formule (φ, α) :

$$\pi_{(\varphi,\alpha)}(\omega) = \begin{cases} 1 & si\ \omega \models \varphi \\ 1 - \alpha & sinon \end{cases}$$

  - plus généralement :

$$\pi_{KB}(\omega) = \min_{i=1...n} \{1 - \alpha_i, \omega \models \neg\varphi_i\} = \min_{i=1...n} \max(1 - \alpha_i, \varphi_i(\omega)\}$$

- Degré d'inconsistance de KB : $1 - \max_\omega \pi_{KB}(\omega)$
- Base complète : soit $KB \vdash \varphi$, soit $KB \vdash \neg\varphi$
- Ignorance sur φ : $KB \not\vdash \varphi$ et $KB \not\vdash \neg\varphi$
  $\Rightarrow$ modèle possibiliste le plus simple :

$$\Pi(\varphi) = \Pi(\neg\varphi) = 1$$

Raisonnement spatial qualitatif

- Raisonner sur l'espace
- Cadre de la logique formelle :
  - abstraction
  - uniquement les distinctions nécessaires
  - différentes granularités
  - cohérence (existe-t-il un modèle ?)
- Point clé : équilibre entre
  - puissance d'expression
  - complétude par rapport à une classe de phénomènes
  - complexité
- Représentation de l'espace :
  - cadre de référence
  - type d'objets (propriétés, objets étendus)
  - types de relations (alignement, topologie, orientation, forme, distance)
- Exemples de formalismes :
  - directions cardinales : 9 positions
  - intervalles d'Allen (temporel) : 13 relations
  - calcul des rectangles : 169 relations
  - calcul des cubes
  - RCC8, méréotopologie (prédicats de connexion et de partie)