

Fusion d'informations en image et vision

Isabelle Bloch

<http://www.tsi.enst.fr/~bloch>

Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications - CNRS UMR 5141 LTCI

Paris - France



Nécessité de la fusion d'images

- techniques d'acquisition et sources de données multiples
 - un capteur, plusieurs images
 - plusieurs capteurs
 - une image, plusieurs types d'informations
 - images multi-dates, séquences
- phénomènes complexes
- problèmes complexes (détection, reconnaissance, interprétation)
- applications variées

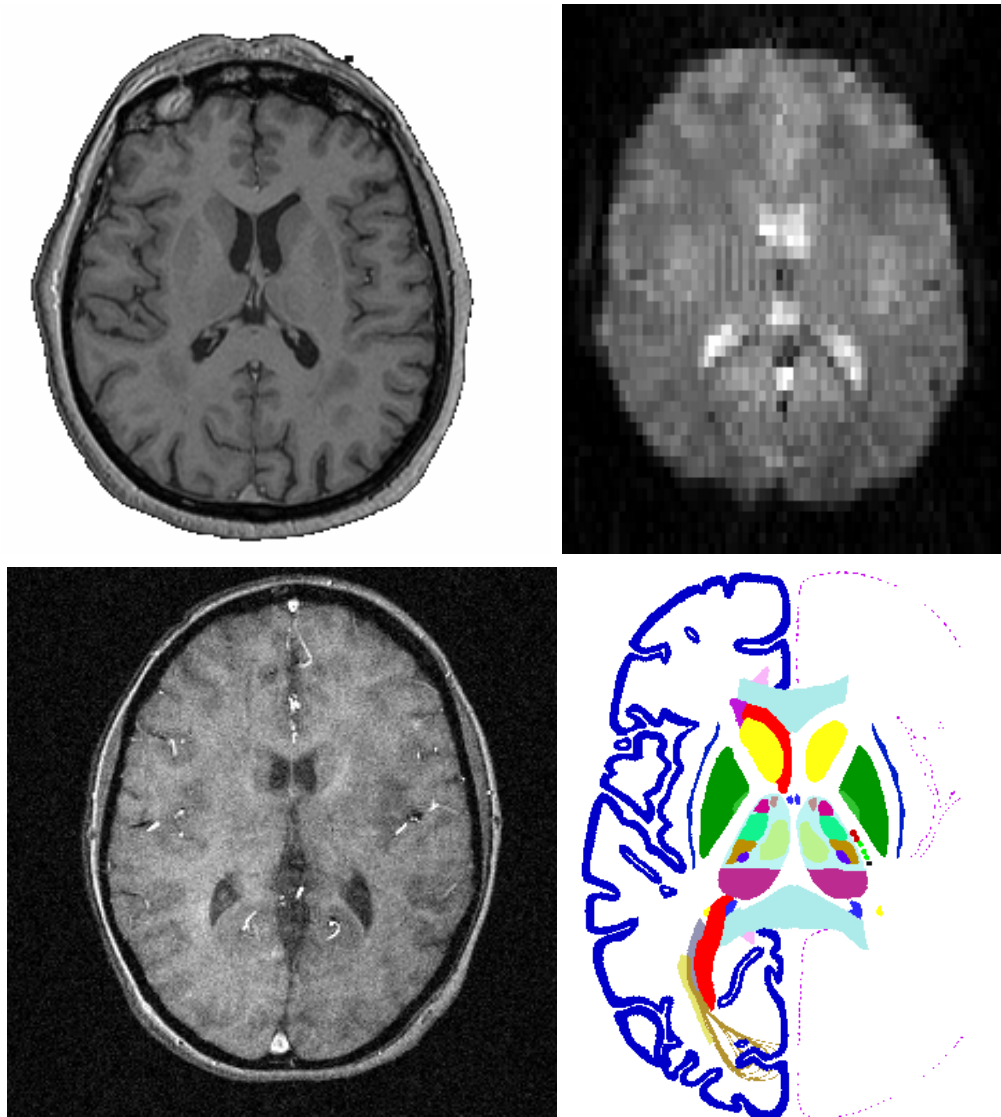
Une définition

Combinaison d'informations issues de sources différentes
dans le but d'améliorer la décision

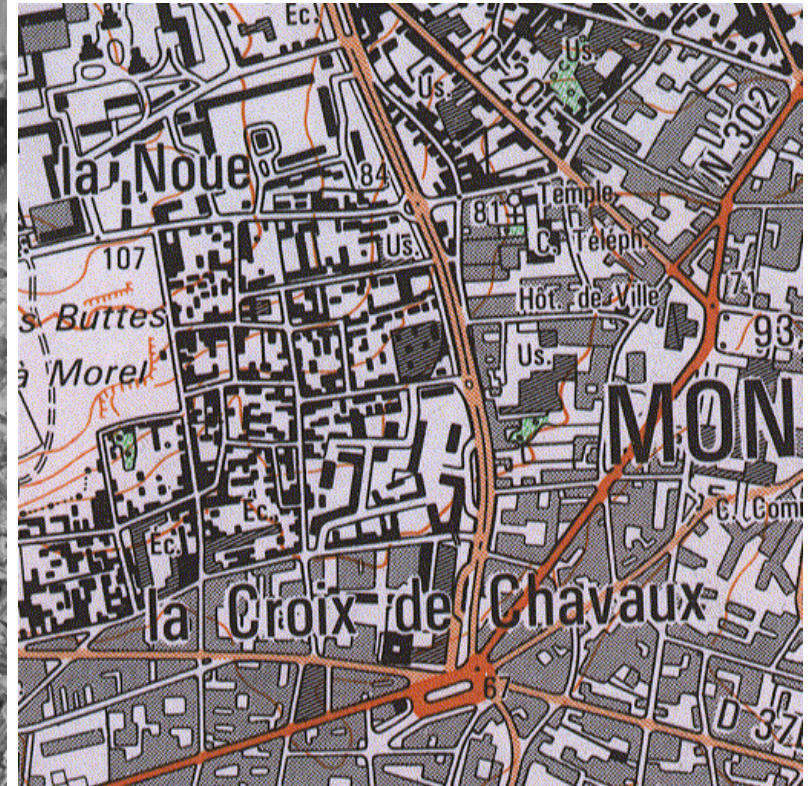
Spécificités de la fusion d'images

- Informations hétérogènes
 - images de sources variées
 - information extérieure, connaissance experte
 - numérique / symbolique
- Information imparfaite
 - incertitude / imprécision
 - ambiguïté, incomplétude
- Complexité
 - nombreuses techniques d'acquisition
 - gros volumes de données
 - redondance / complémentarité
- Information spatiale
- Vérité
 - existe (plus ou moins)
 - difficile d'accès
- Objectivité / subjectivité

Variété et complexité des informations



Variété et complexité des informations



Classification et typologie

selon plusieurs points de vue :

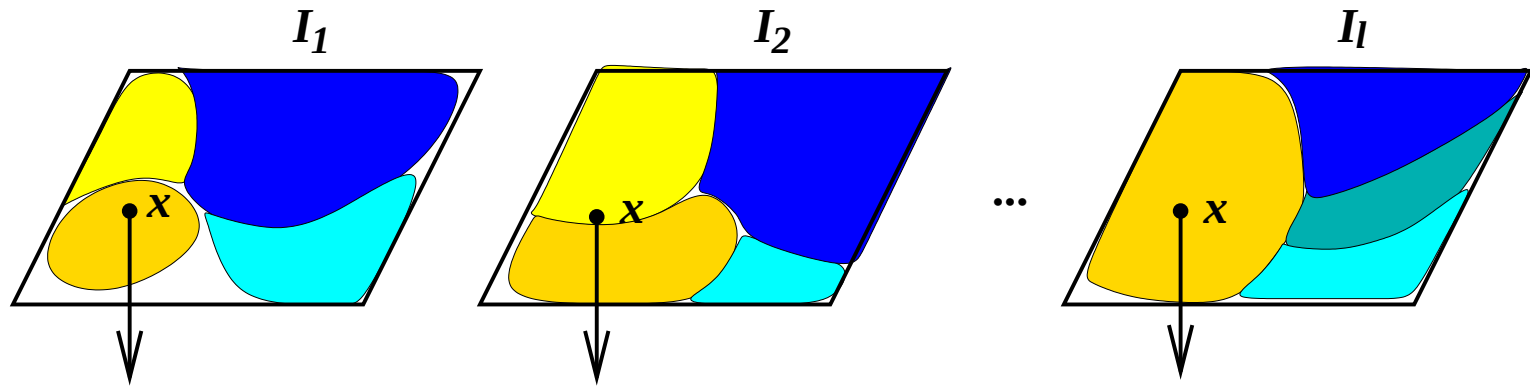
- architecture, schémas de fusion
- données et leurs spécificités
- niveau d'information
- niveau de fusion
- méthodes

Niveaux de fusion

- Bas (pixels)
- Intermédiaire (primitives extraites des images)
- haut (objets)

⇒ pas les mêmes contraintes sur le recalage, sur la modélisation, etc.

Schéma général



C_1	M_1^1	M_1^2	M_1^l	$\xrightarrow{F}$	M_1
C_2	M_2^1	M_2^2	M_2^l	$\xrightarrow{F}$	M_2
C_3	M_3^1	M_3^2	M_3^l	$\xrightarrow{F}$	M_3
...	...	...	...	...	...
C_n	M_n^1	M_n^2	M_n^l	$\xrightarrow{F}$	M_n

D_1	D_2	...	D_3	$\xrightarrow{F}$	D
-------	-------	-----	-------	-------------------	-----

Conflit ?

Systeme distribué ou centralisé ?

Distribué (fusion de décisions) :

- décision locale
- adéquation source / traitement, ajout de nouvelles sources
- faible coût de communication
- faible coopération entre les sources, problème de conflit

Centralisé :

- toute l'information
- pas de décision intermédiaire
- bande large de communication

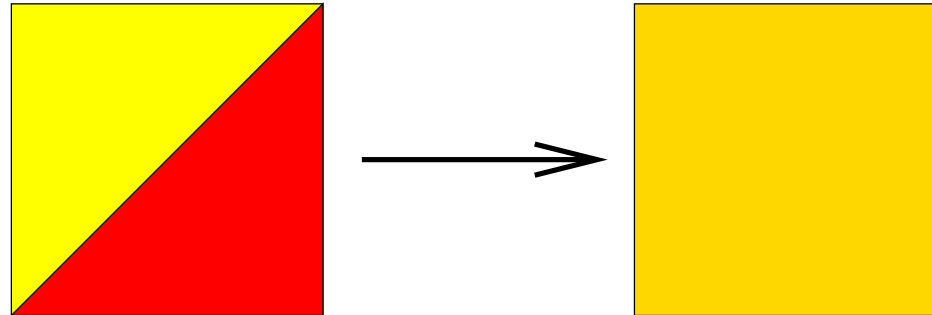
Principales étapes

1. modélisation du problème et de l'information
2. estimation
3. combinaison
4. décision

Méthodes numériques

	Probabilités	Flou / Possibilités	Croyances
M_i^j	$P(C_i I_j)$	$\mu_i^j / \pi^j(C_i)$	$m_j(A), Cr_j(A), Pls_j(A),$ $A \subseteq \{C_1, \dots, C_n\}$
Fusion	Bayes	$F : [0, 1]^l \rightarrow [0, 1]$	règle orthogonale $\oplus$
Décision	MAP, etc.	max + contraintes	max-Cr, max-Pls, etc.
	hypothèses apprentissage statistiques	classification des opérateurs (comportement, propriétés, conflit)	modélisation (éléments focaux, hypothèses composées)

Exemple : volume partiel



- Probabilités :

$$p(C_1|x) = a \quad p(C_2|x) = 1 - a$$

- Flou : C_1 avec le degré μ_1 et C_2 avec le degré μ_2
- Fonctions de croyance : $C_1 \cup C_2$

Mesures d'information probabilistes

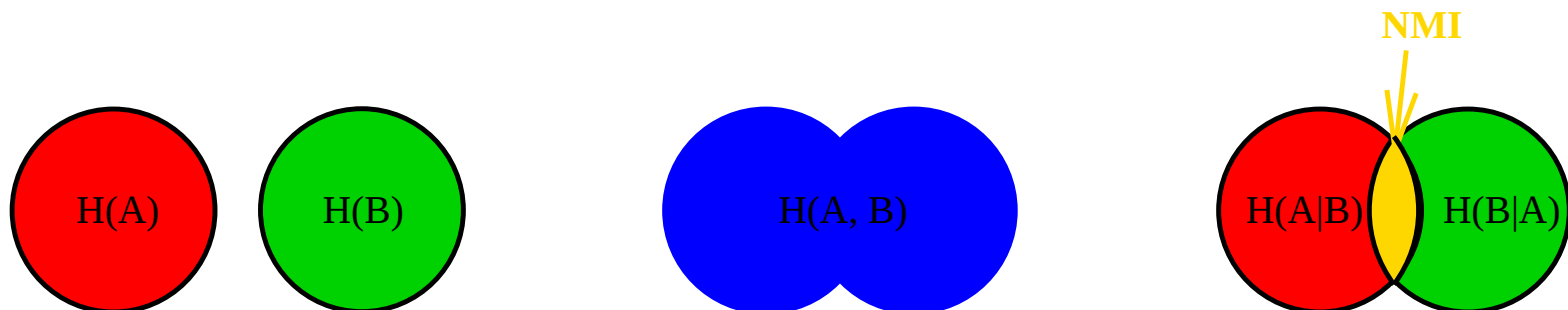
Apport d'information dû à l'ajout d'une nouvelle source d'information I_{l+1} à un ensemble déjà connu $\{I_1, \dots, I_l\}$: **entropie conditionnelle**

$$\begin{aligned} H(I_{l+1} \mid I_1, \dots, I_l) &= H(I_1, \dots, I_{l+1}) - H(I_1, \dots, I_l) \\ &= - \sum p(I_1, \dots, I_{l+1}) \log p(I_{l+1} \mid I_1, \dots, I_l) \end{aligned}$$

Pour deux sources : **redondance et complémentarité**

$$R(I_1, I_2) = H(I_1) + H(I_2) - H(I_1, I_2) \quad C(I_1 \mid I_2) = H(I_1 \mid I_2)$$

$$H(I_1) = R(I_1, I_2) + C(I_1 \mid I_2)$$



Mesures d'information probabilistes

Exemple : redondance entre images SPOT et image radar de la même zone :

	SPOT XS1	SPOT XS2	SPOT XS3	radar	radar filtré
SPOT XS1 (vert)	5.251	2.591	0.296	0.068	0.107
SPOT XS2 (rouge)		5.595	0.342	0.082	0.128
SPOT XS3 (infra-rouge)			5.996	0.123	0.169
radar				6.548	0.660
radar filtré					6.094

Fusion probabiliste et bayésienne : modélisation et estimation

$$M_i^j(x) = p(x \in C_i \mid I_j)$$

caractéristiques $f_j(x)$ de l'information extraites des sources :

$$M_i^j(x) = p(x \in C_i \mid f_j(x))$$

Apprentissage statistique :

- supervisé / non supervisé
- paramétrique / non paramétrique

Combinaison et décision bayésiennes

- au niveau de la modélisation :

$$p(x \in C_i \mid I_1, \dots, I_l) = \frac{p(I_1, \dots, I_l \mid x \in C_i) p(x \in C_i)}{p(I_1, \dots, I_l)}$$

où les différents termes sont estimés par apprentissage

- par la règle de Bayes elle-même :

$$p(x \in C_i \mid I_1, \dots, I_l) = \frac{p(I_1 \mid x \in C_i) p(I_2 \mid x \in C_i, I_1) \dots p(I_l \mid x \in C_i, I_1, \dots, I_{l-1}) p(x \in C_i)}{p(I_1) p(I_2 \mid I_1) \dots p(I_l \mid I_1, \dots, I_{l-1})}$$

hypothèse d'indépendance $\Rightarrow$

$$p(x \in C_i \mid I_1, \dots, I_l) = \frac{\prod_{j=1}^l p(I_j \mid x \in C_i) p(x \in C_i)}{p(I_1, \dots, I_l)}$$

Décision : MAP le plus souvent

$$x \in C_i \text{ si } p(x \in C_i \mid I_1, \dots, I_l) = \max\{p(x \in C_k \mid I_1, \dots, I_l), 1 \leq k \leq n\}$$

Quelques autres approches

- **Vote** : décision en faveur de C_k si

$$\sum_{j=1}^l M_k^j = \max_i \sum_{j=1}^l M_i^j$$

= vote majoritaire si deux hypothèses

- **Fusion comme un problème d'estimation**
 - ◇ Chaque capteur donne une estimation de la probabilité de C_i .
 - ◇ Fusion = combinaison de ces estimations
 - moyenne, moyenne pondérée
 - médiane
 - consensus
 - estimateurs robustes
 - krigeage, krigeage universel

Quelques autres approches

- Fusion en détection

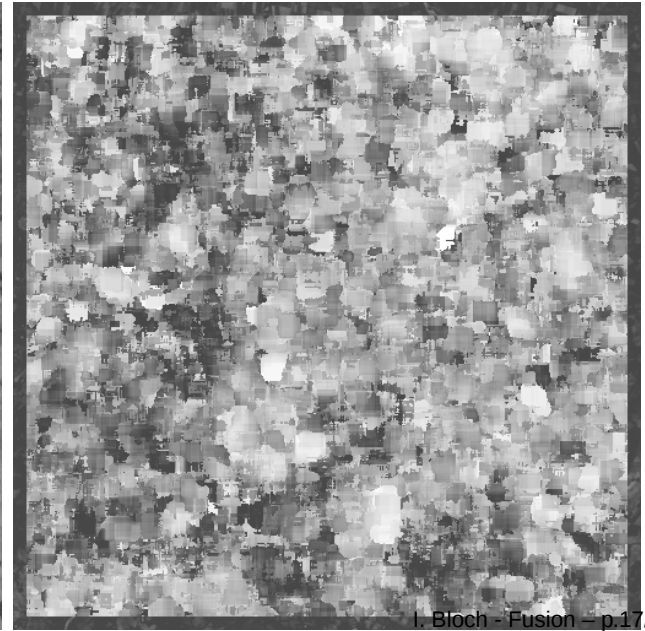
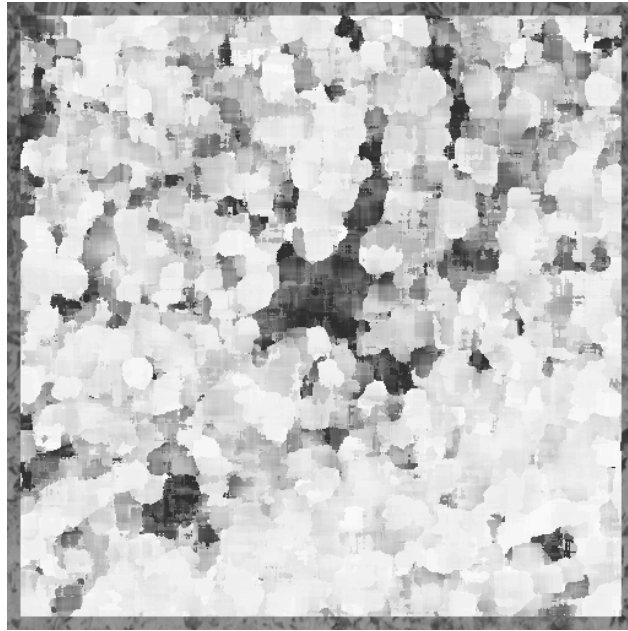
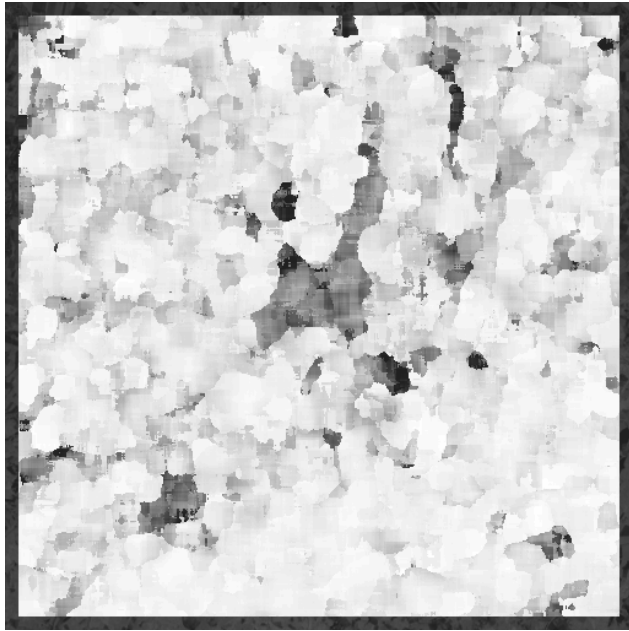
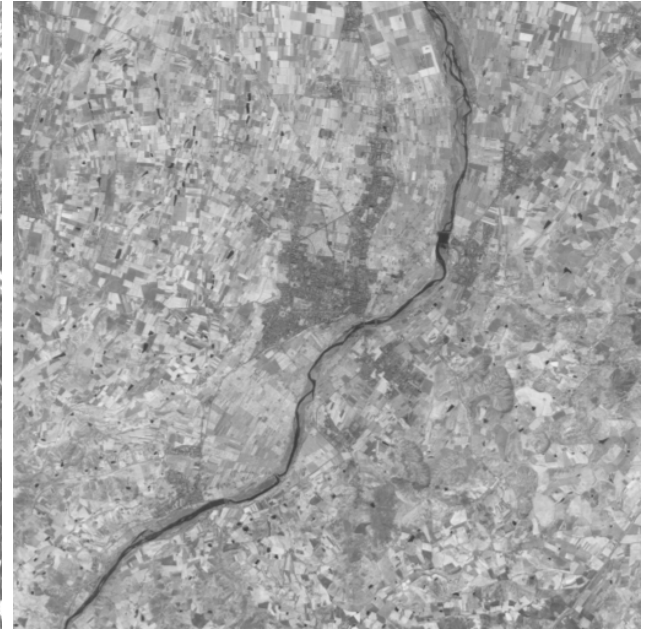
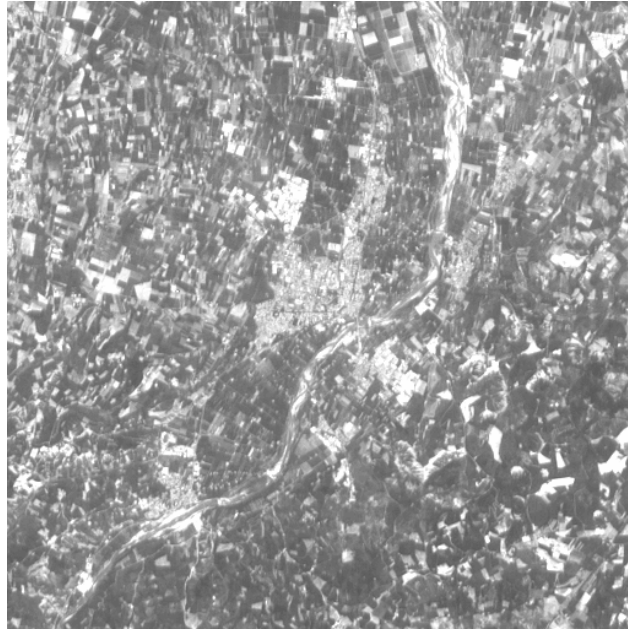
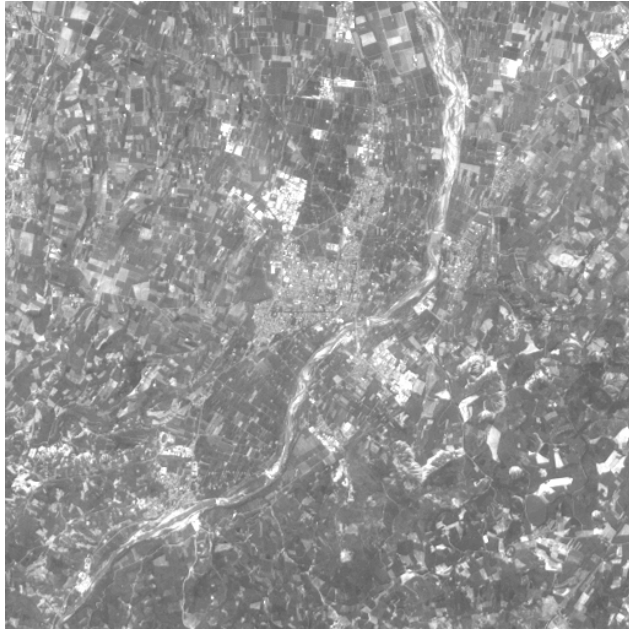
- ◇ centralisée : fusion en considérant les mesures comme un vecteur

- minimisation de divers risques
 - Neyman-Pearson : maximisation de la probabilité de détection à probabilité de fausse alarme constante (supposée être l'erreur la plus grave)

- ◇ décentralisée : combinaison des décisions (binaires ou non) issues de chaque capteur

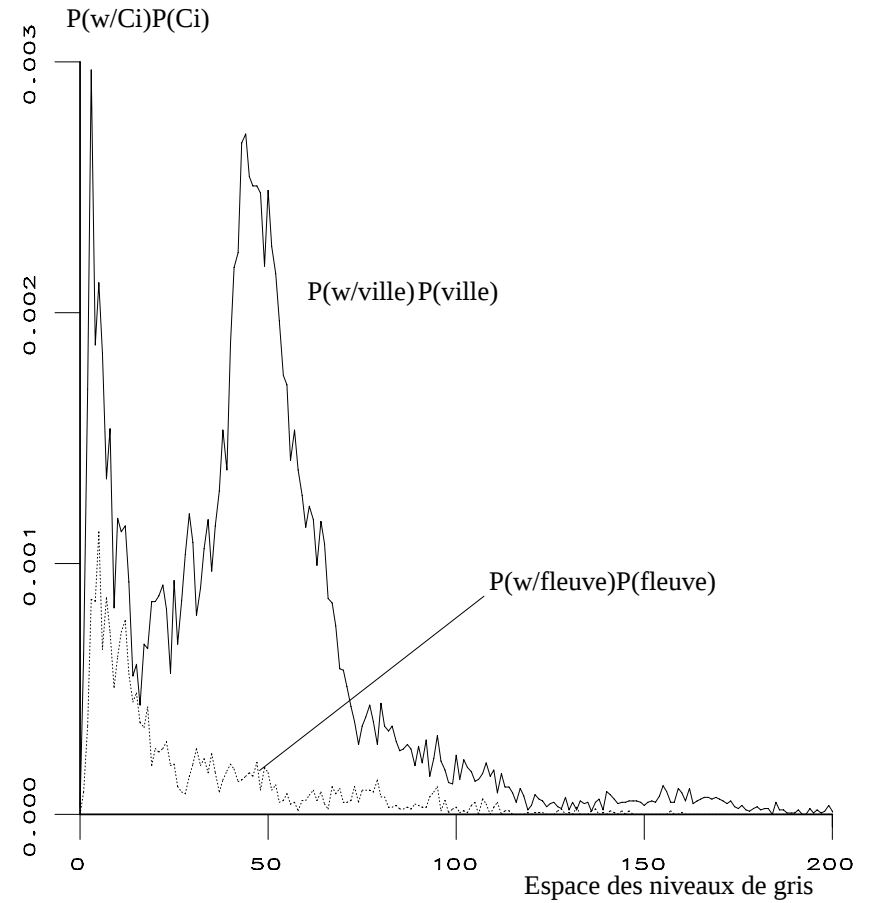
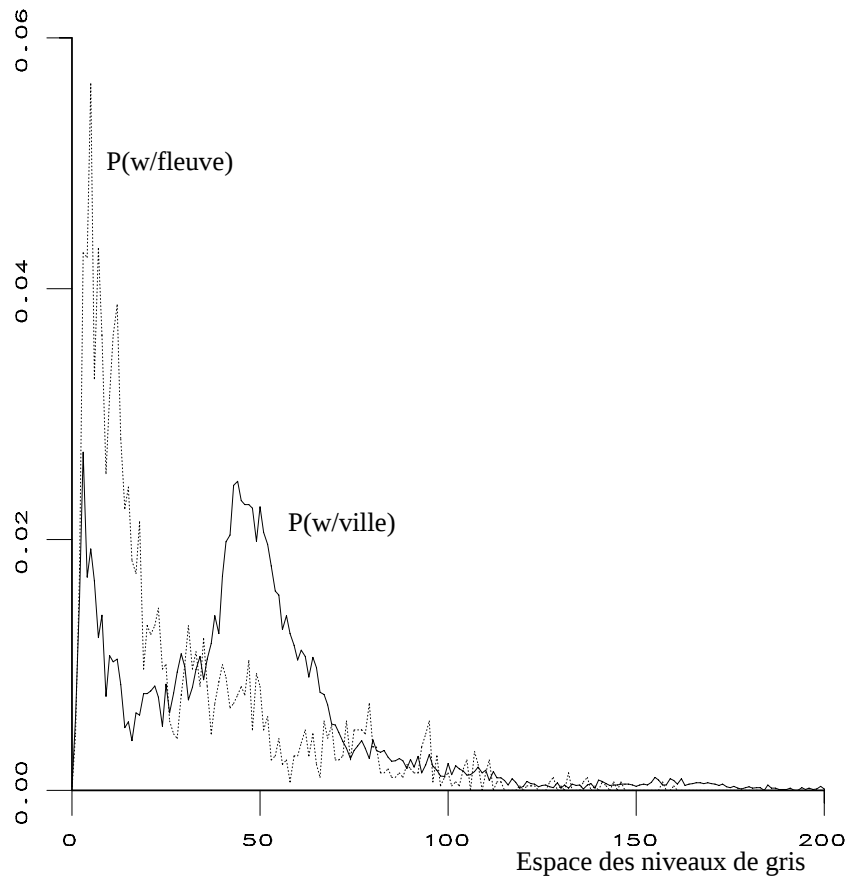
- méthodes entropiques
 - opérateur optimal : somme pondérée des décisions locales
 - comparaison à un seuil fonction des PFA et PD de chaque détecteur local, des probabilités a priori, de coûts

Exemple : fusion bayésienne en imagerie satellitaire

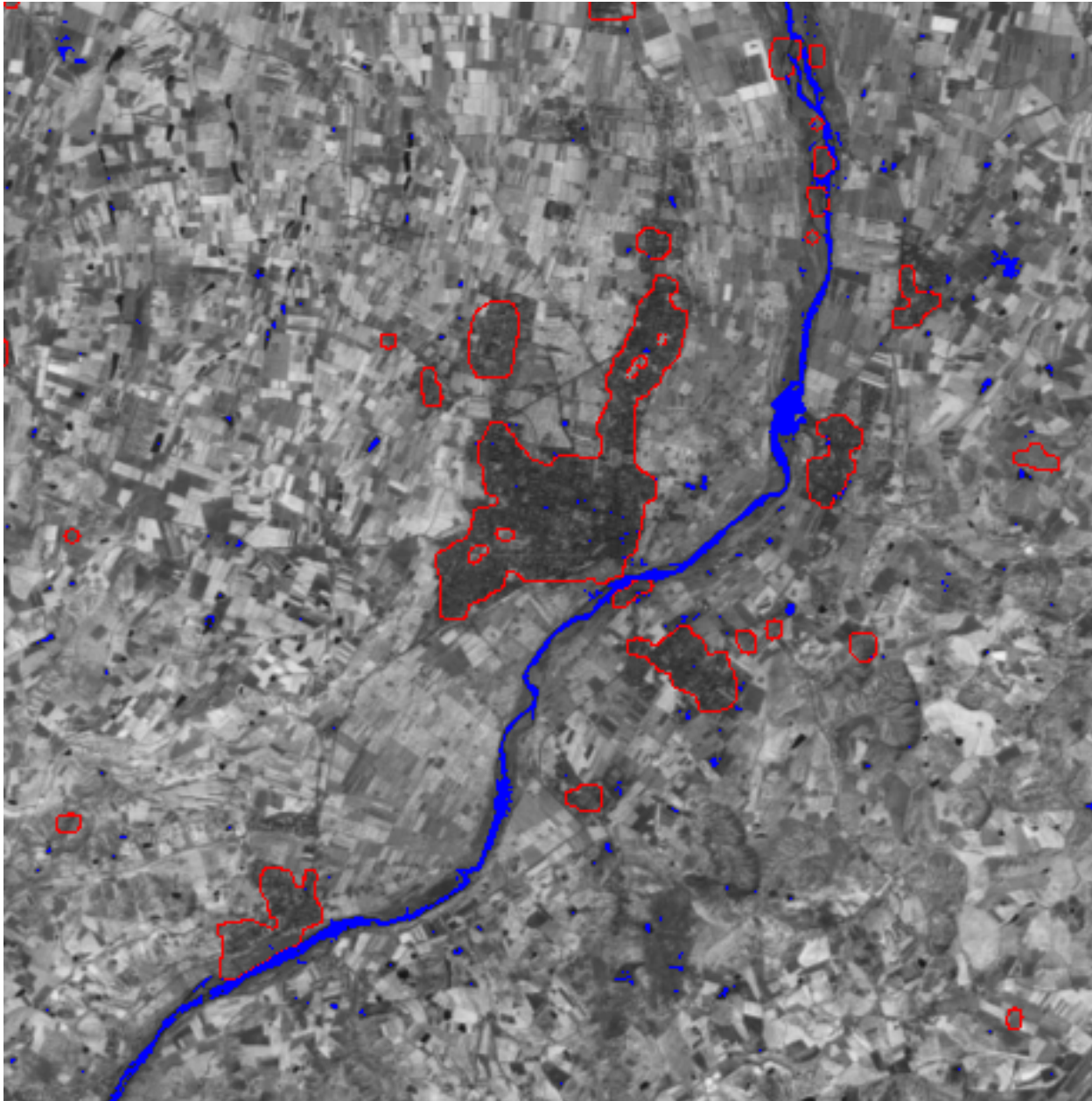


Exemple : fusion bayésienne en imagerie satellitaire

Probabilités conditionnelles $P(w/C_i)$



Exemple : fusion bayésienne en imagerie satellitaire



Avantages des approches probabilistes

- Justification axiomatique (Cox, 1946)
- Cadre mathématique cohérent et puissant
- Solutions optimales au sens de certains critères
- Grande expérience
- Règles d'usage théoriques et heuristiques
- Richesse des outils statistiques

Limites des approches probabilistes

- Représente l'incertitude, pas l'imprécision
- Pas de modélisation de l'ignorance
- Difficulté d'introduire des informations qui ne se modélisent pas aisément sous forme de probabilités
- Contraintes strictes de modélisation (additivité)
- Contraintes strictes pour l'apprentissage
- Hypothèses pas toujours vérifiées
- Nécessitent beaucoup de connaissances
- Combinaison essentiellement conjonctive

Théorie des fonctions de croyance

- Shafer, 1976
- imprécision + incertitude
- interprétation non probabiliste
- représentation de l'ignorance
- sous-ensembles plutôt que singletons
- mesure du conflit

Fonctions de croyance : modélisation

- Espace de discernement D (par exemple $D = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$)
- Fonction de masse : $m : 2^D \rightarrow [0, 1]$, $m(\emptyset) = 0$ (en monde fermé) et $\sum_{A \subseteq D} m(A) = 1$
- Élément focal : $A \subseteq D$ tel que $m(A) > 0$
- Fonction de croyance Bel : fonction totalement croissante de 2^D dans $[0, 1]$

$$\forall A_1 \in 2^D, \dots, A_k \in 2^D, Bel(\cup_{i=1 \dots k} A_i) \geq \sum_{I \subseteq \{1 \dots k\}, I \neq \emptyset} (-1)^{|I|+1} Bel(\cap_{i \in I} A_i),$$

$$Bel(\emptyset) = 0, Bel(D) = 1$$

- m fonction de masse $\Rightarrow Bel$ définie par $\forall A \in 2^D, Bel(A) = \sum_{B \subseteq A, B \neq \emptyset} m(B)$ est une fonction de croyance
- Inversement : $\forall A \in 2^D, m(A) = \sum_{B \subseteq A} (-1)^{|A-B|} Bel(B)$
- Fonction de plausibilité :

$$\forall A \in 2^D, Pls(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B) = 1 - Bel(A^C)$$

Propriétés des fonctions de croyance

- $\forall A \in 2^D, Pls(A) \geq Bel(A)$
- $\forall A \in 2^D, Bel(A) + Bel(A^C) \leq 1$
- $\forall A \in 2^D, Pls(A) + Pls(A^C) \geq 1$
- $\forall A \in 2^D, Bel(A) + Bel(A^C) = 1 \Leftrightarrow Bel(A) = Pls(A)$
- $[Bel(A), Pls(A)]$ = intervalle de confiance
- sa longueur = mesure de l'ignorance sur A et son complémentaire
- ignorance totale : $m(D) = 1$
- si $|A| > 1 \Rightarrow m(A) = 0$ alors $m = Bel = Pls$
- grande souplesse de modélisation en considérant des disjonctions (hypothèses composées)

Estimation des fonctions de masse

- Modèle probabiliste :

$$m_j(\{C_i\})(x) = M_i^j(x)$$

où $M_i^j(x)$ est estimée comme une probabilité

Estimation des fonctions de masse

- Modification de modèles probabilistes
 - par affaiblissement :

$$m'(\{C_i\}) = \alpha m(\{C_i\}) \text{ et } m'(D) = 1 - \alpha + \alpha m(D)$$

α : fiabilité de la source par exemple

- par affaiblissement et pondération :

$$m^i(\{C_i\})(x) = \frac{\alpha_i R p(x|C_i)}{1 + R p(x|C_i)}$$

$$m^i(D \setminus \{C_i\})(x) = \frac{\alpha_i}{1 + R p(x|C_i)} \quad m^i(D)(x) = 1 - \alpha_i$$

- par classement des probabilités significatives, par exemple si $p(x|C_i) > p(x|C_j) > p(x|C_k)$:

$$m(\{C_i\})(x) = p(x|C_i) - p(x|C_j)$$

$$m(\{C_i \cup C_j\})(x) = p(x|C_j) - p(x|C_k)$$

$$m(\{C_i \cup C_j \cup C_k\})(x) = p(x|C_k)$$

puis normalisation

Estimation des fonctions de masse

- Modification de modèles de distances

$$m^i(\{C_i\})(x) = \alpha e^{-\gamma d^2(x, x_i)}$$

$$m^i(D)(x) = 1 - \alpha e^{-\gamma d^2(x, x_i)}$$

- A priori sur les éléments focaux composés (disjonctions)
- Apprentissage des éléments focaux composés
 - matrices de confusion (mode supervisé)
 - intersection de classes (mode non supervisé)
 - seuillage hiérarchique
- Dilatation / érosion

Combinaison conjonctive

$$m(A) = (m_1 \oplus m_2 \oplus \dots \oplus m_l)(A) = \sum_{B_1 \cap \dots \cap B_l = A} m_1(B_1)m_2(B_2)\dots m_l(B_l)$$

$m(\emptyset)$ = conflit

- sources non fiables
- sources qui n'observent pas la même chose

Normalisation par $1 - m(\emptyset)$: monde fermé (masque le conflit)

Propriétés :

- fusion commutative et associative
- élément neutre : $m_0(D) = 1$ et $\forall A \subseteq D, A \neq D, m_0(A) = 0$
- attention : combinaison non idempotente
- comportement conjonctif
- imprécision réduite (éléments focaux plus petit)
- intervalles $[Bel, Pls]$ réduits
- le conflit augmente
- complexité exponentielle (en pratique plus faible)
- justification axiomatique (Smets, 1990)

Fonctions de croyance : décision

- Maximum de plausibilité : $x \in C_i$ si $Pls(C_i)(x) = \max\{Pls(C_k)(x), 1 \leq k \leq n\}$
- Maximum de crédibilité : $x \in C_i$ si $Bel(C_i)(x) = \max\{Bel(C_k)(x), 1 \leq k \leq n\}$
- Maximum de crédibilité sans recouvrement des intervalles de confiance (très stricte) :

$$x \in C_i \text{ si } Bel(C_i)(x) \geq \max\{Pls(C_k)(x), 1 \leq k \leq n, k \neq i\}$$

- Maximum de crédibilité avec rejet :

$$x \in C_i \text{ si } Bel(C_i)(x) = \max\{Bel(C_k)(x), 1 \leq k \leq n\} \text{ et } Bel(C_i)(x) \geq Bel(C_i^C)(x)$$

- Maximum de probabilité pignistique

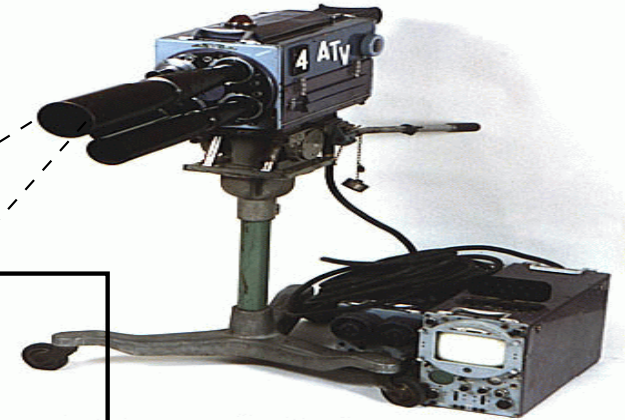
$$\forall C_j \in D, BetP(C_j) = \sum_{C_j \in A} \frac{m(A)}{|A|(1 - m(\emptyset))}$$

- Règles mixtes (plausibilité pour certaines classes, croyance pour d'autres)
- Décision en faveur d'une disjonction
- Règles de décision avec coût

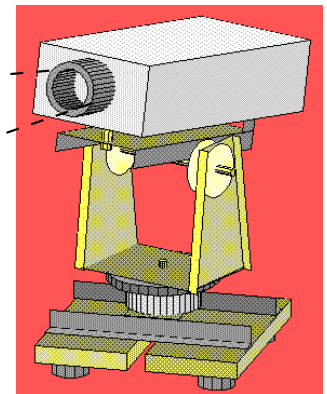
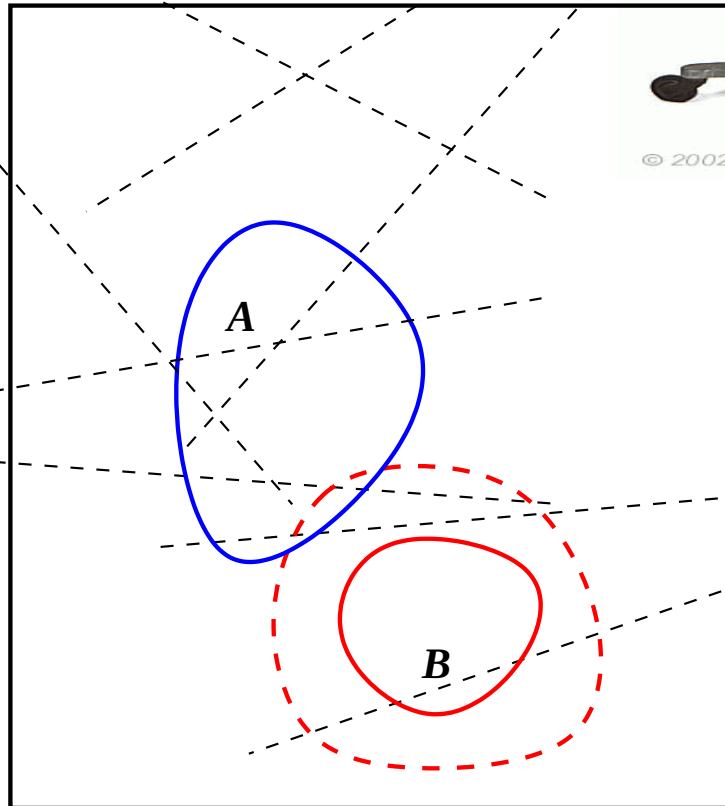
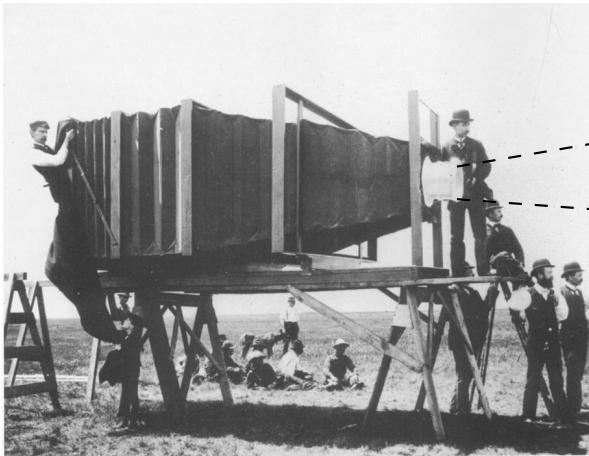
Exemple en vision



1952 Pye Mark-III (UK)
Image Orthicon 405-line TV Camera



© 2002 TVhistory.TV (TVIK)



Exemple en vision

Modélisation :

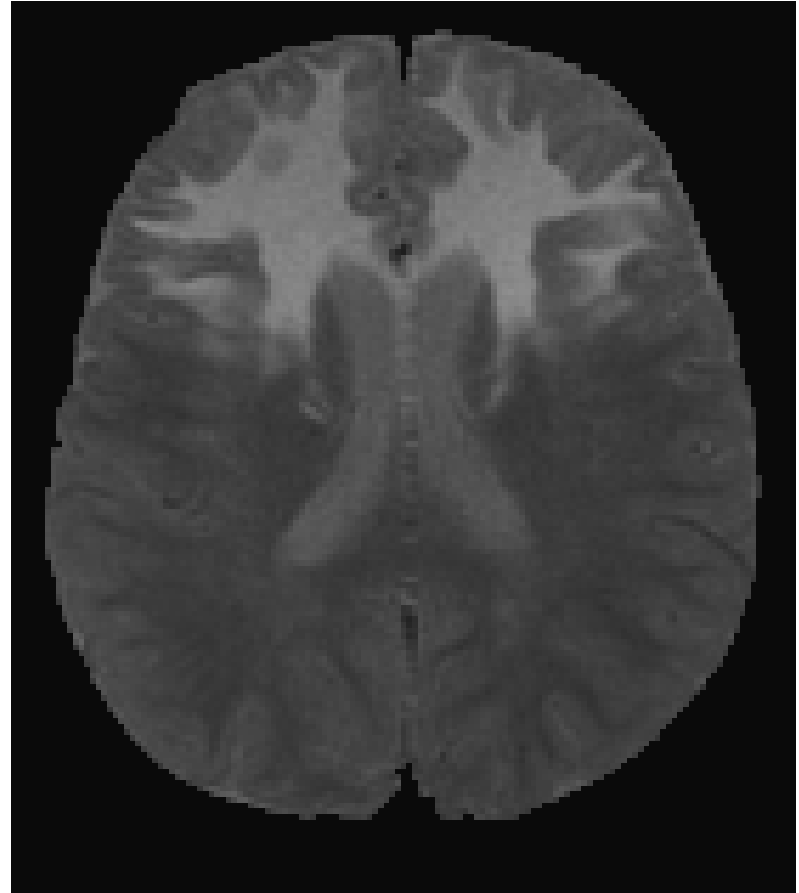
- 3 capteurs voient un objet en A
- 1 capteur voit un objet en B
- fiabilités des capteurs $\Rightarrow$ ignorance partielle (masse non nulle sur l'espace de discernement)
- Exemple : $m_1(A) = 0,8$, $m_1(D) = 0,2$, $m_4(B) = 0,6$, $m_4(D) = 0,4$

Fusion : conflit élevé

$$m_{14}(A) = 0,32, \quad m_{14}(B) = 0,12, \quad m_{14}(A \cap B) = 0,48, \quad m_{14}(D) = 0,08$$

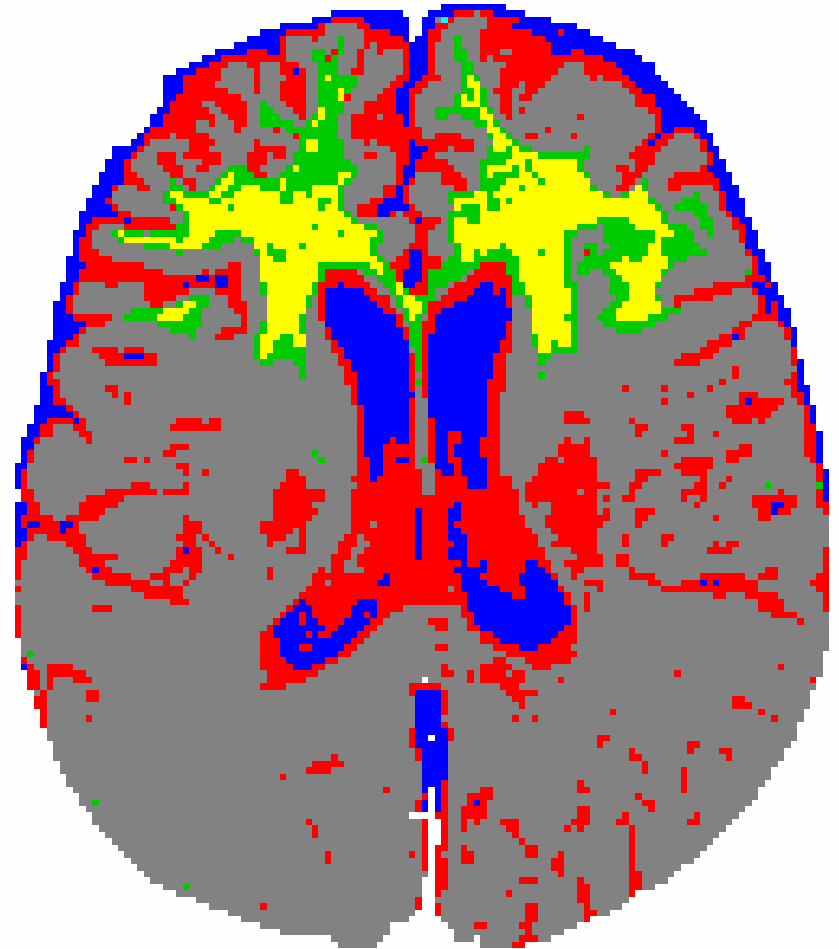
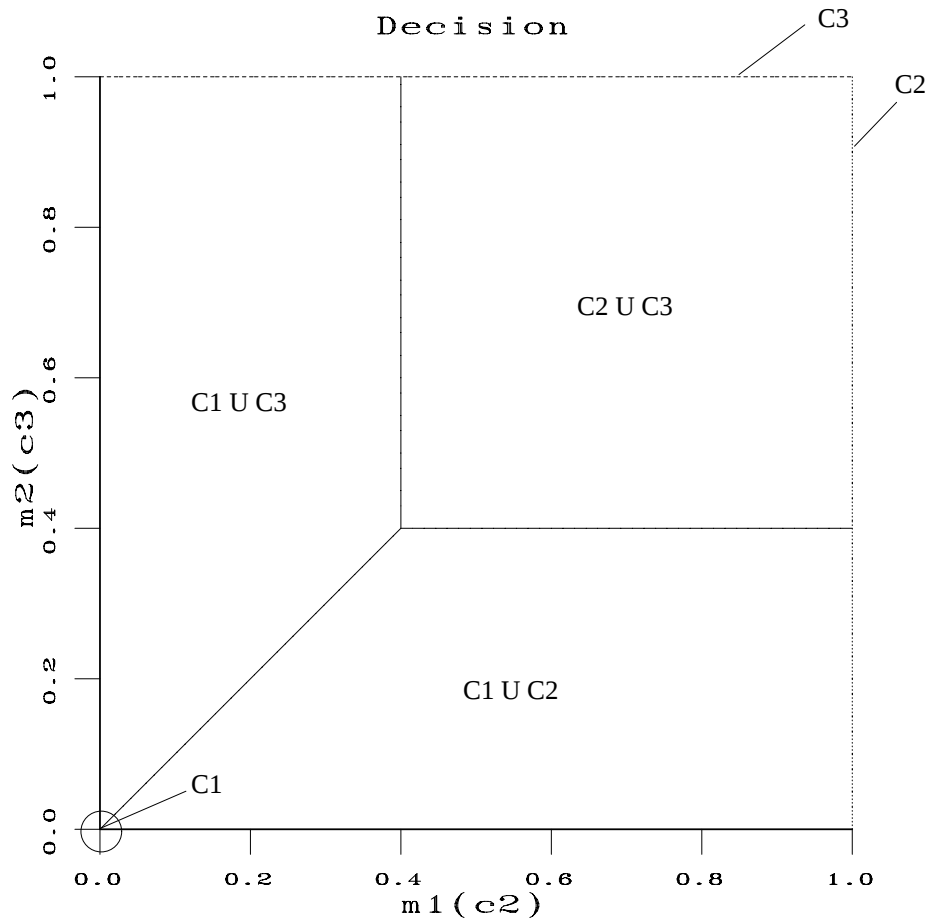
- si $A \cap B = \emptyset$: deux objets (2 groupes de capteurs, séparés en calculant le conflit)
- objet dans $A \cap B$ (imprécision spatiale des capteurs, diminue après fusion)

Exemple en imagerie médicale

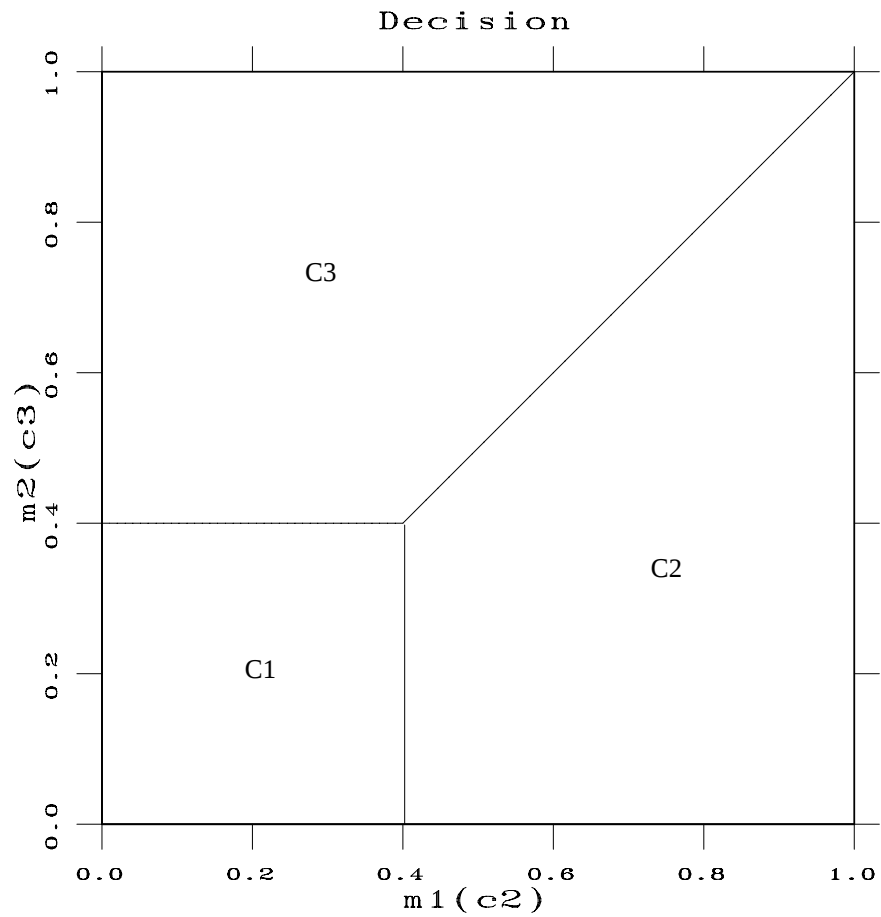


C_1 = cerveau sain, C_2 = ventricles et LCR, C_3 = pathologie

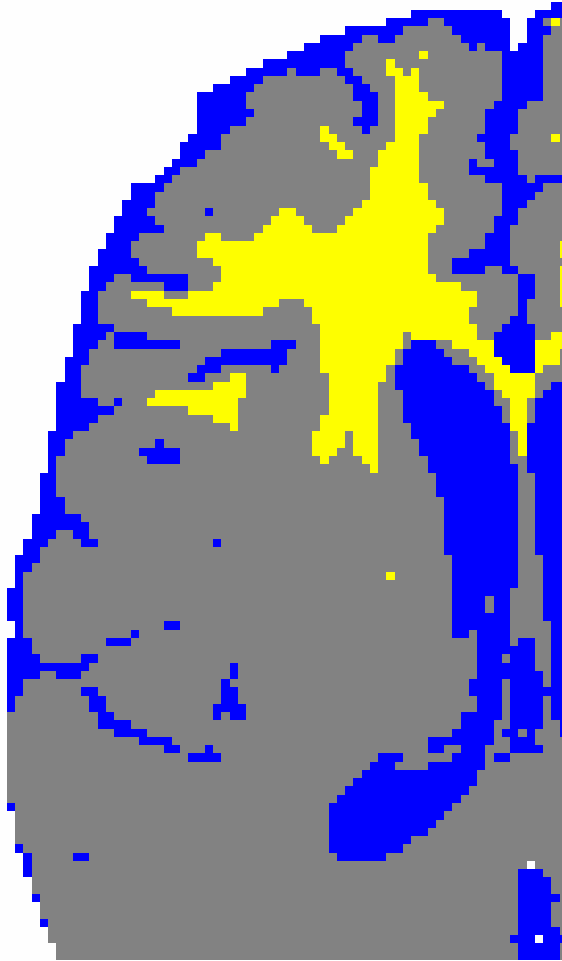
Exemple en imagerie médicale



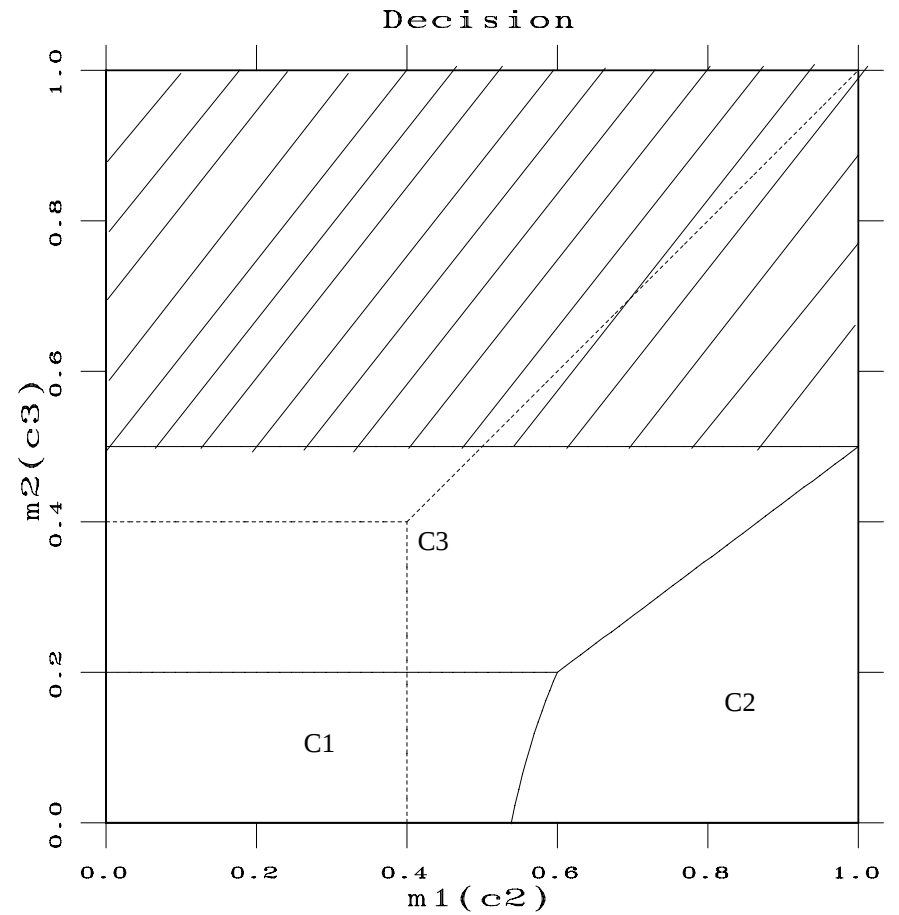
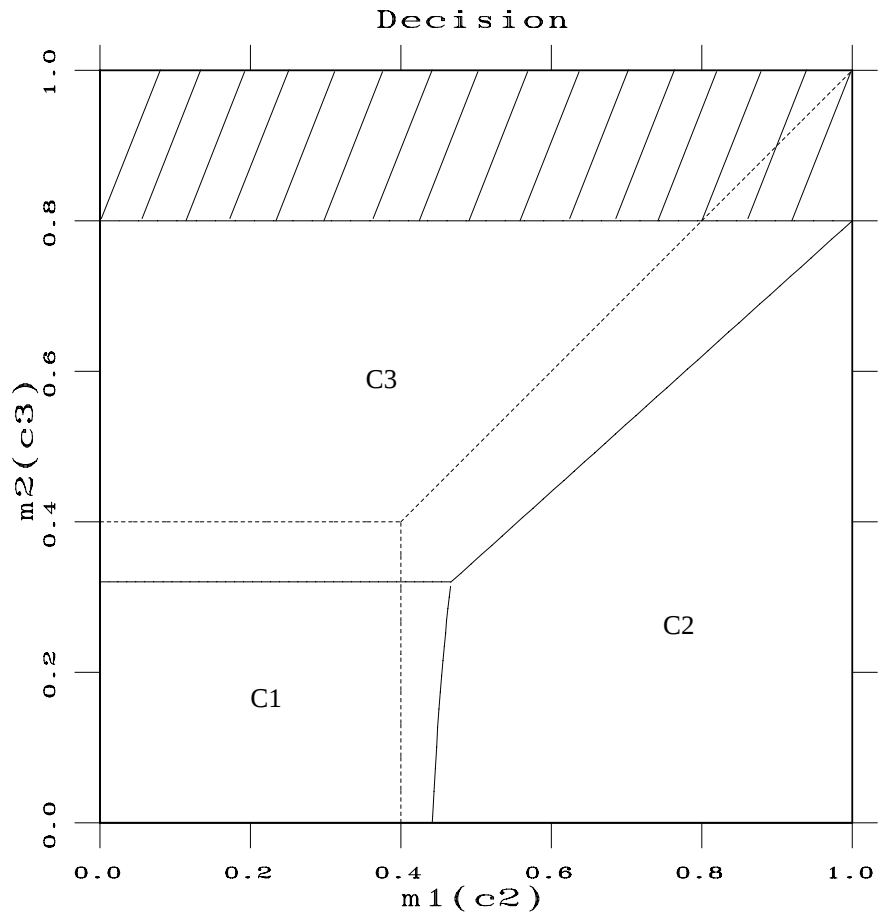
Exemple en imagerie médicale



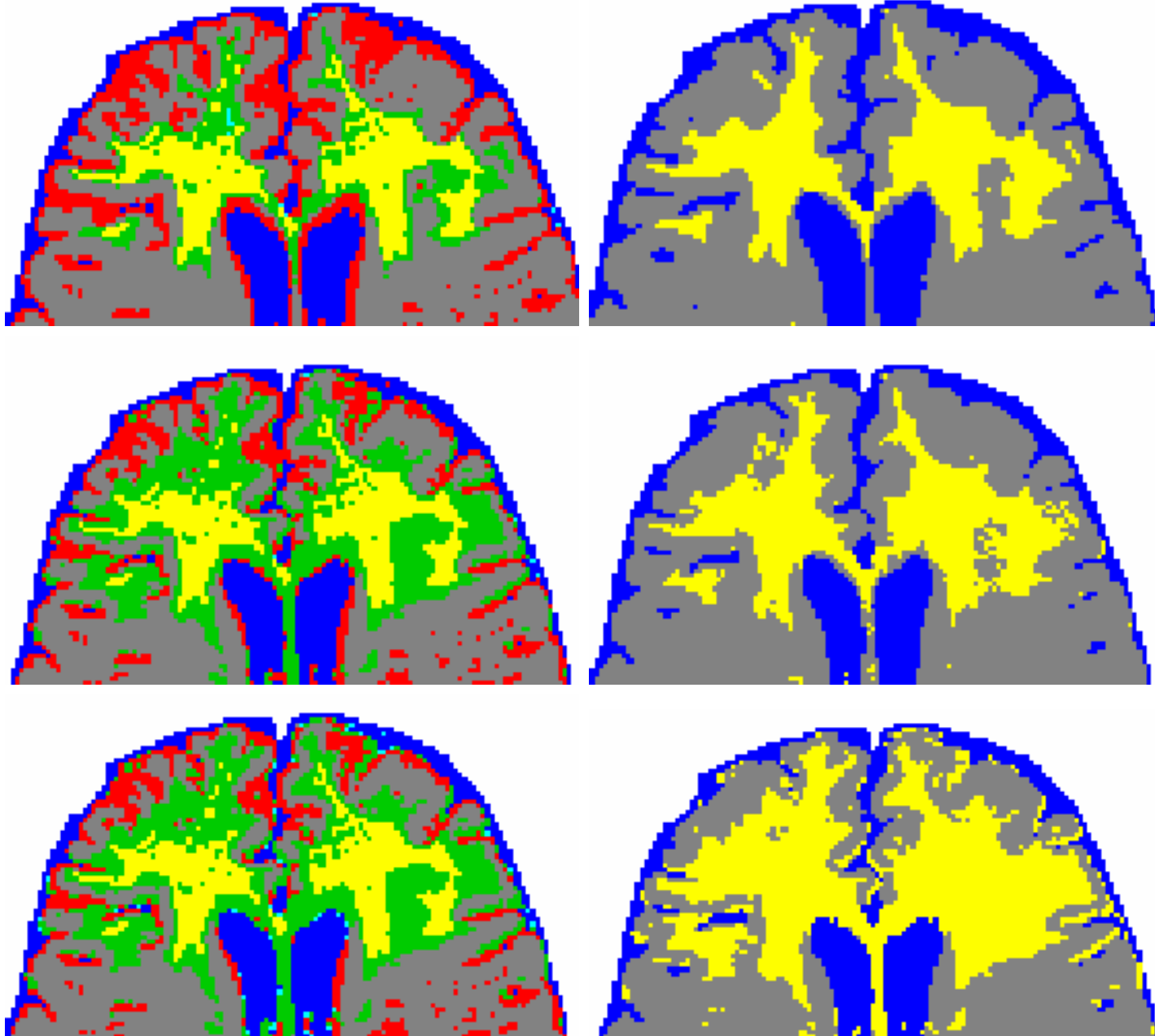
Exemple en imagerie médicale



Exemple en imagerie médicale



Exemple en imagerie médicale



Fusion floue et possibiliste

- imprécision ou imprécision et incertitude
- beaucoup d'opérateurs de combinaison
- grande souplesse dans les modes de combinaison

Fusion floue et possibiliste : modélisation

- Modèle flou :

$$M_i^j(x) = \mu_i^j(x)$$

sans contrainte particulière imposée

- Modèle possibiliste :

$$M_i^j(x) = \pi_j^x(C_i)$$

$$\Pi_j(\{C_i\}) = \pi_j(C_i), \quad N_j(\{C_i\}) = \inf\{(1 - \pi_j(C_k)), C_k \neq C_i\}$$

- Interprétations :
 - plausibilités (appartenance à une classe, définition d'un objet spatial flou, aux limites imprécises)
 - similarités (appartenance à une classe fonction de la distance à un prototype par exemple, degrés de satisfaction d'une relation, d'une contrainte)
 - préférences (expression de critères de choix)
- Définitions : voir cours sur les ensembles flous

Opérateurs de fusion floue et possibiliste

- t-normes
- t-conormes
- moyennes
- sommes symétriques
- opérateurs dépendant du conflit - exemple :

$$\max\left[\frac{\min(\pi_1, \pi_2)}{1 - \text{conf}(\pi_1, \pi_2)}, \min[\max(\pi_1, \pi_2), \text{conf}(\pi_1, \pi_2)]\right]$$

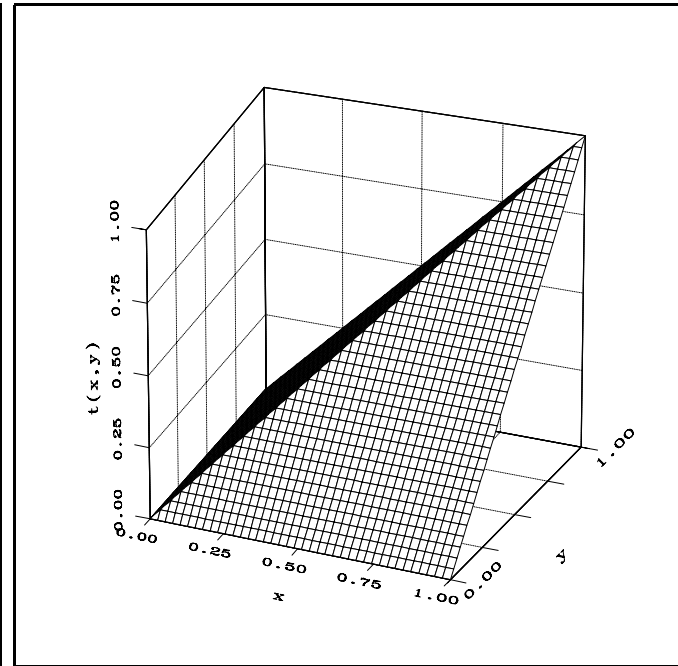
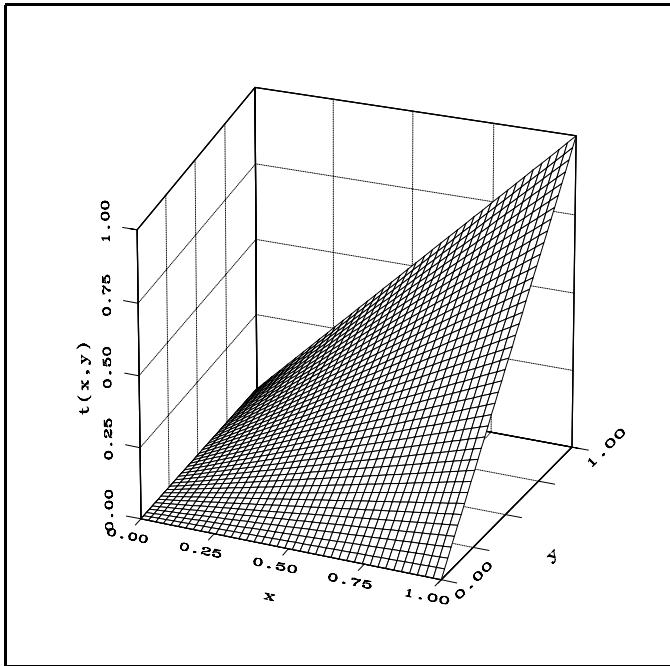
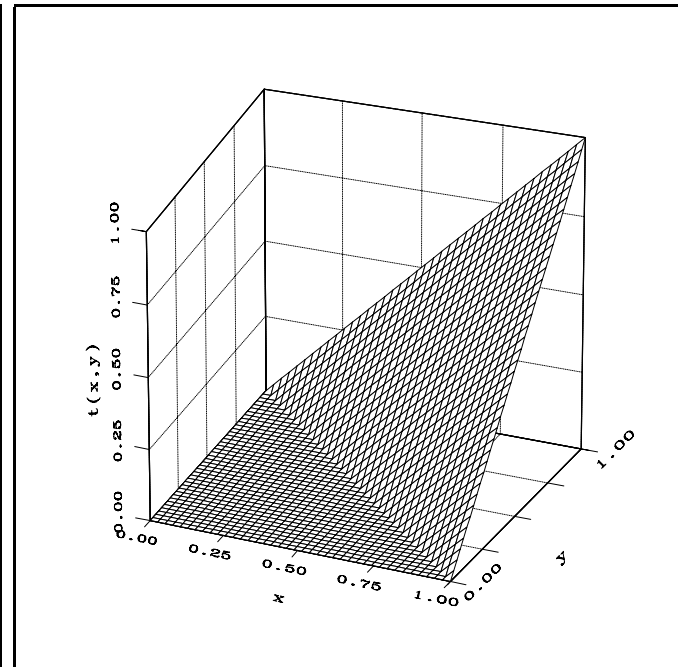
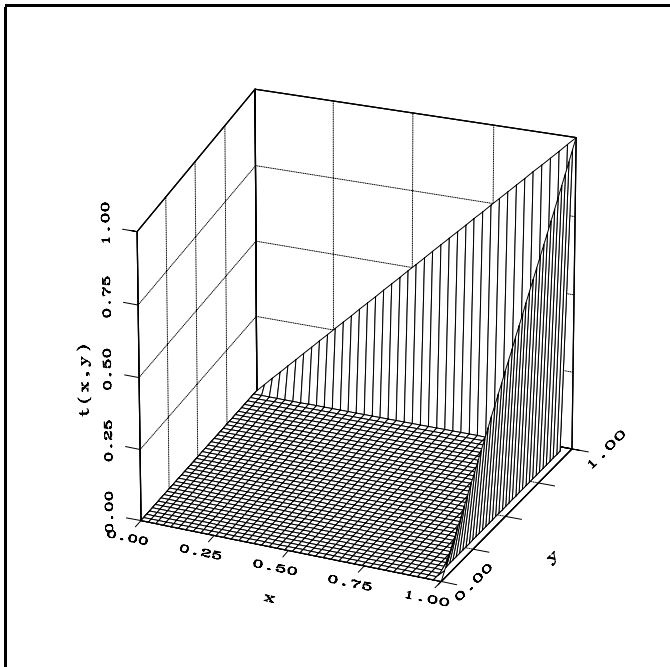
- opérateurs dépendant de la fiabilité des sources - exemples :

$$\min[\pi_1, \max[\pi_2, \text{conf}(\pi_1, \pi_2)]] \quad \text{si } \pi_1 \text{ est plus fiable que } \pi_2$$

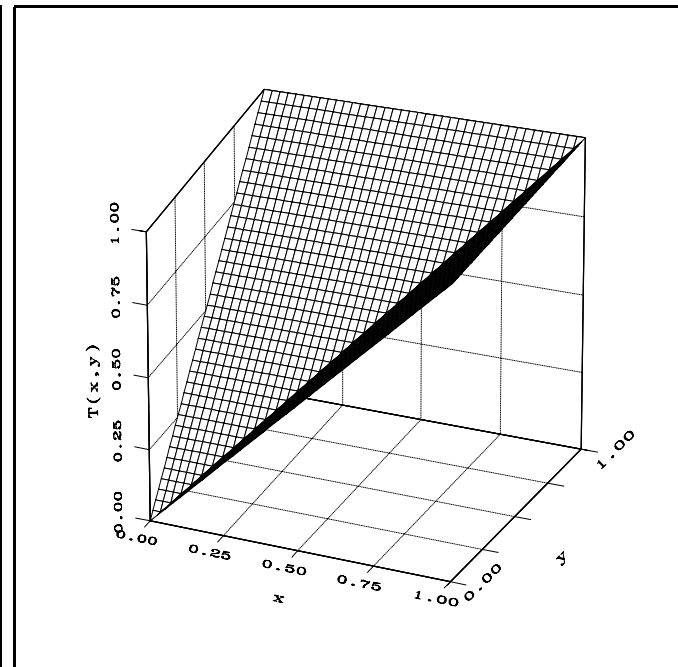
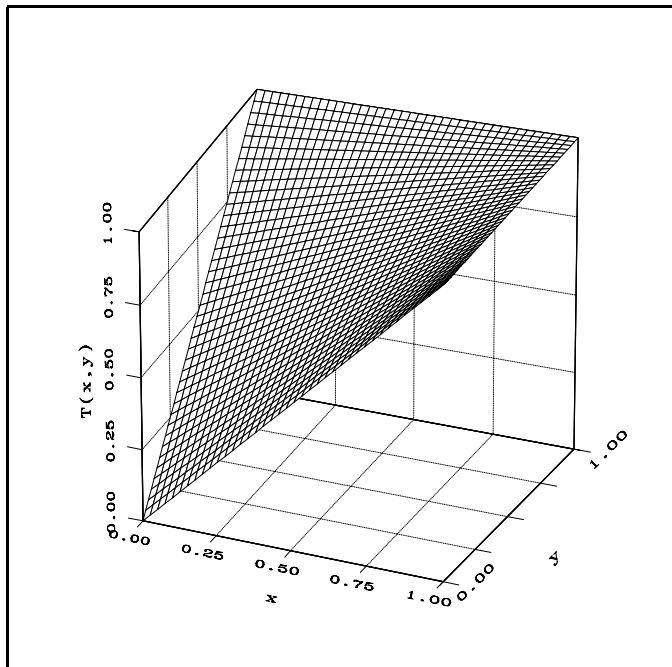
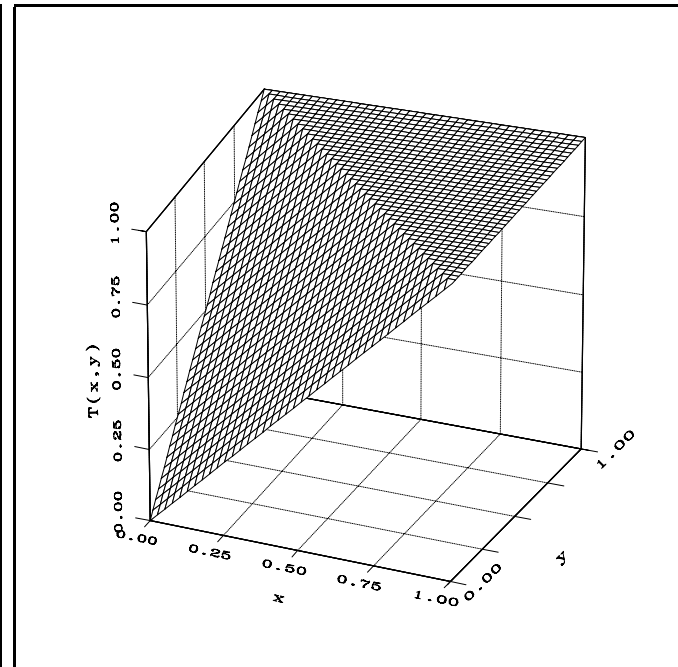
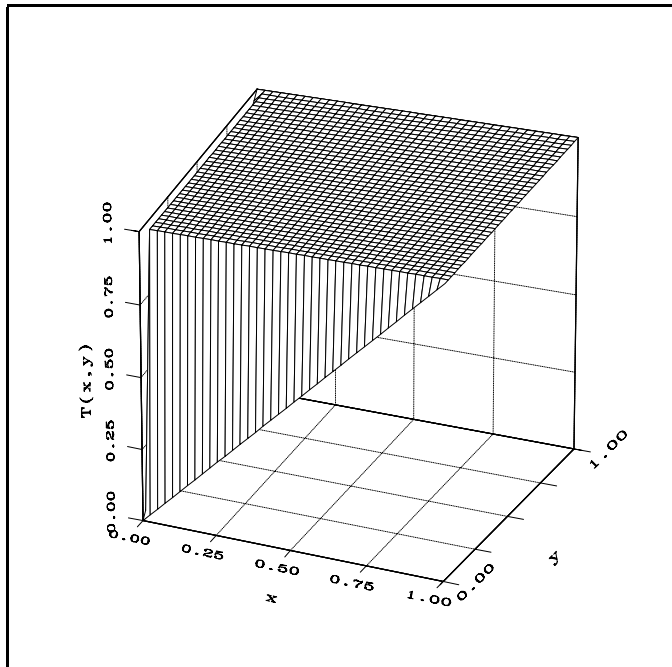
$$\max(\pi_j, 1 - w_j) \quad \text{puis fusion conjonctive}$$

- opérateurs dépendant de la fiabilité de chaque source pour chaque classe
- ...

Exemples de t -normes



Exemples de t -conormes

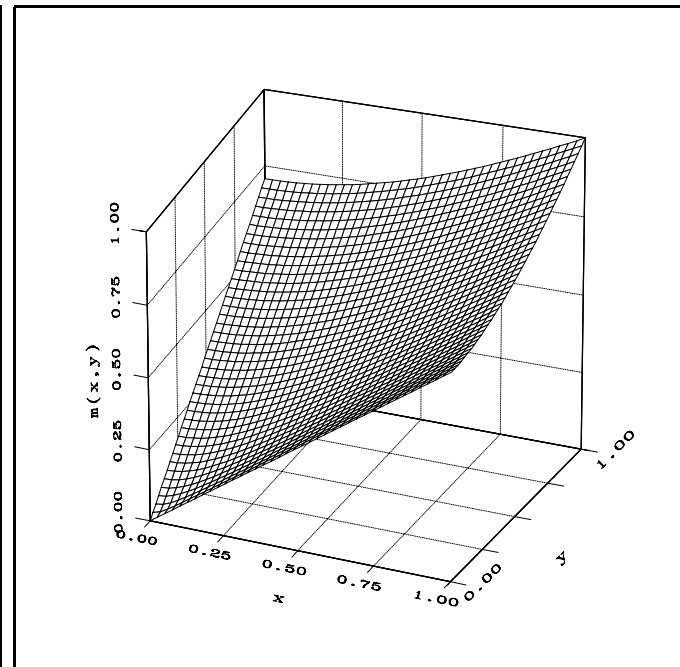
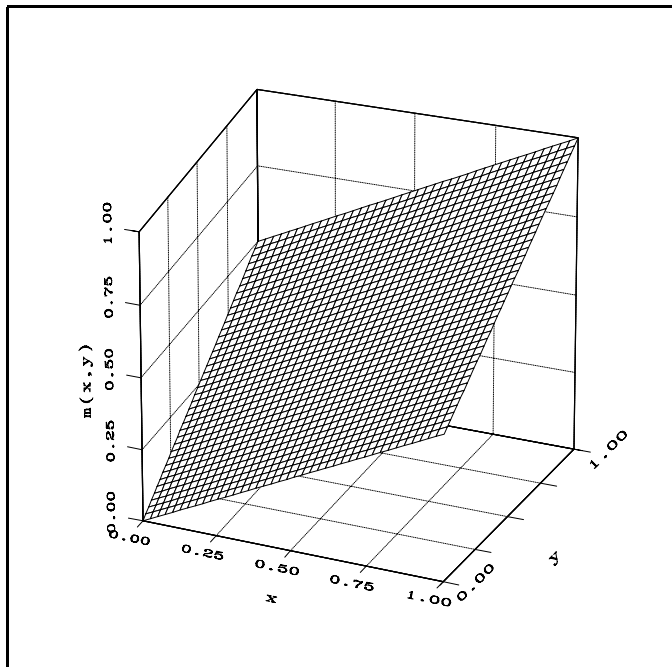
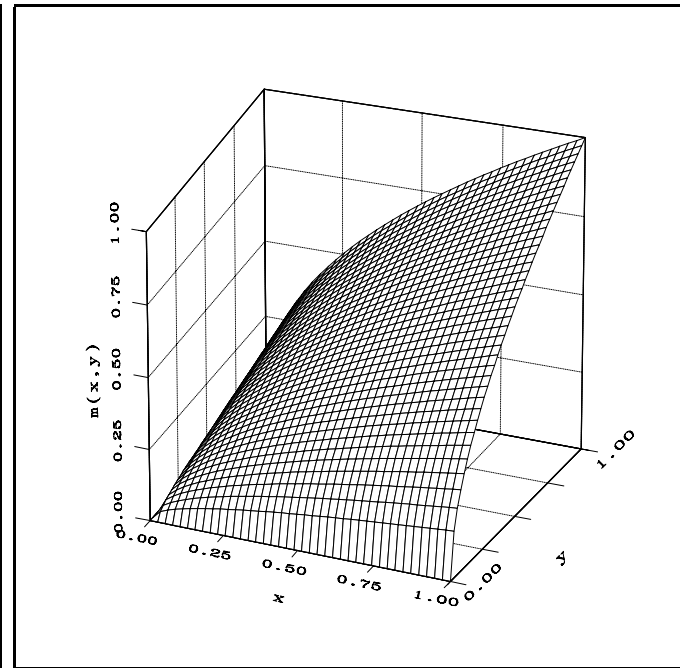
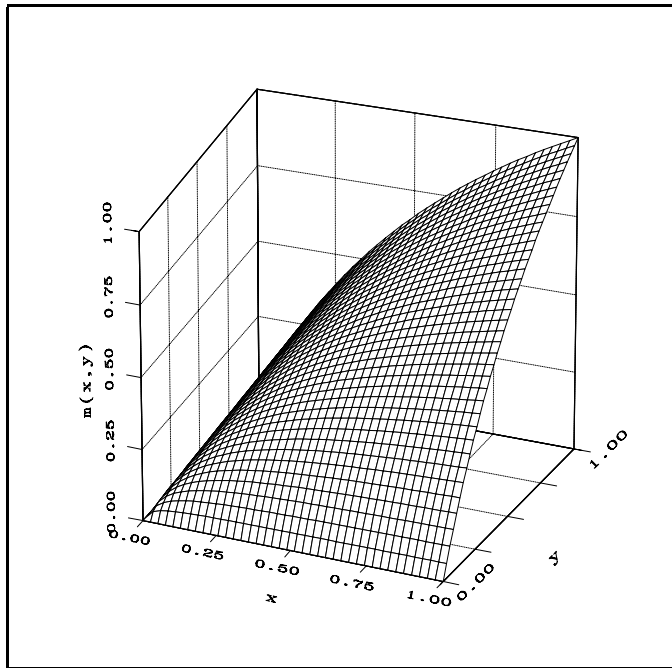


Exemples de moyennes

$$m(x, y) = k^{-1} \left[\frac{k(x) + k(y)}{2} \right] \text{ avec } k(x) = x^\alpha$$

α	$m(x, y)$	
$-\infty$	$\min(x, y)$	valeur limite
-1	$\frac{2xy}{x+y}$	moyenne harmonique
0	$(xy)^{-1/2}$	moyenne géométrique
$+1$	$\frac{x+y}{2}$	moyenne arithmétique
$+2$	$\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}$	moyenne quadratique
$+\infty$	$\max(x, y)$	valeur limite

Exemples de moyennes



Exemples de sommes symétriques

$$\sigma(x, y) = \frac{g(x, y)}{g(x, y) + g(1 - x, 1 - y)}$$

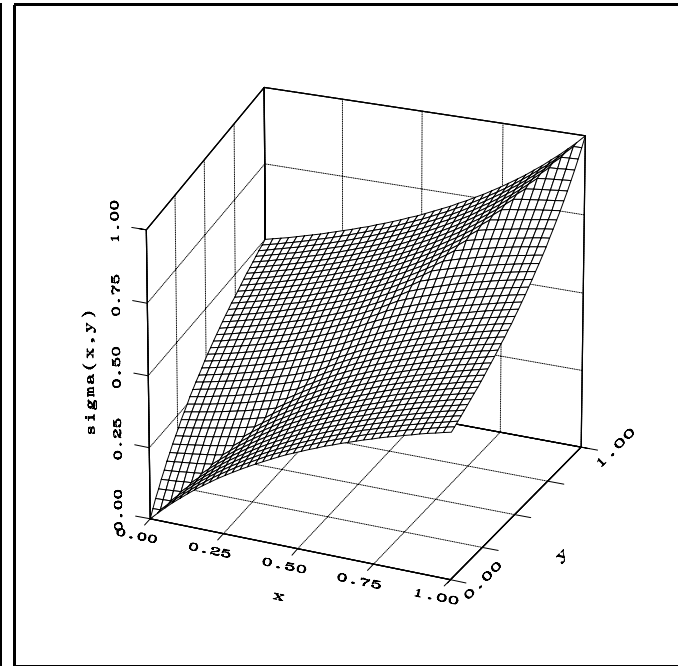
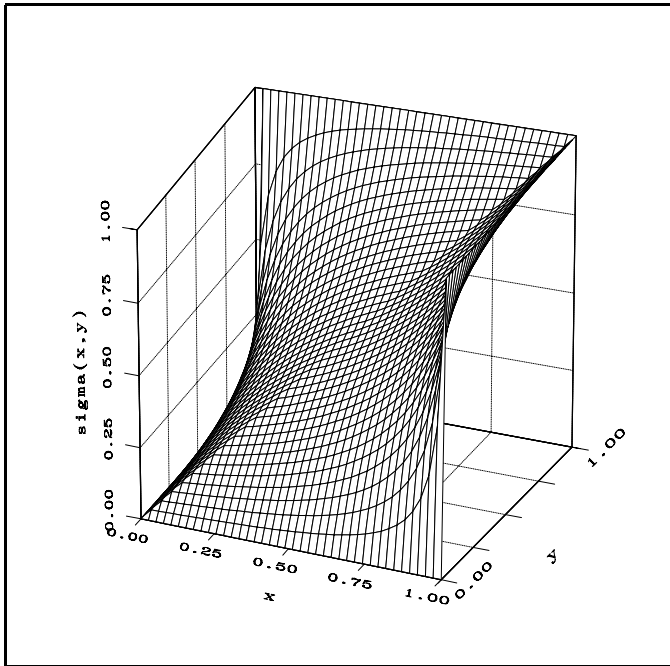
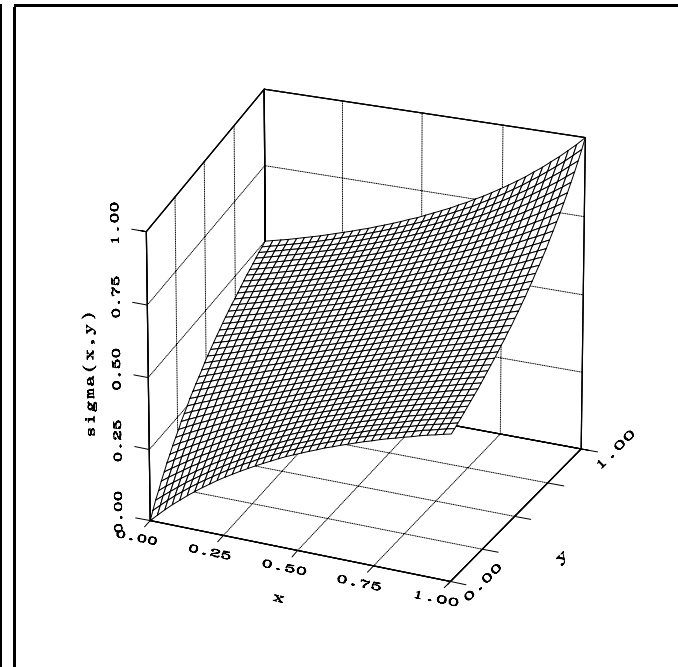
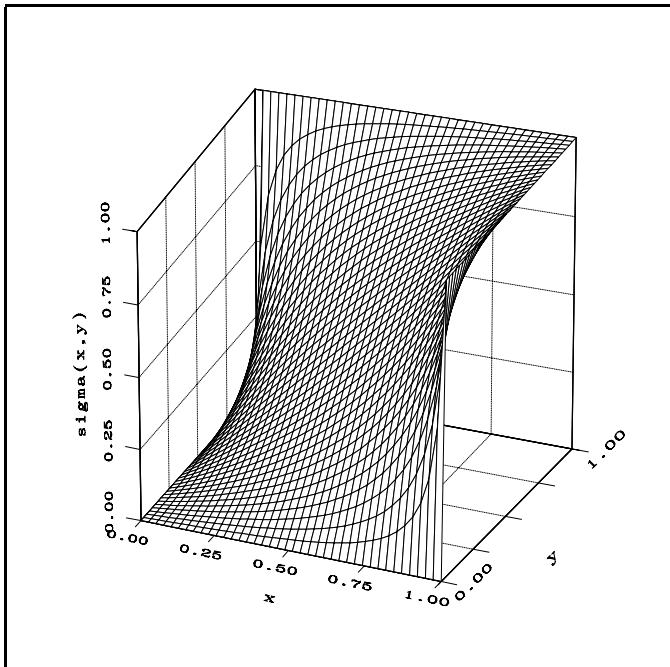
où g est une fonction de $[0, 1] \times [0, 1]$ dans $[0, 1]$, croissante, positive, continue telle que $g(0, 0) = 0$

$g(x, y)$	$\sigma(x, y)$	propriété
xy	$\sigma_0(x, y) = \frac{xy}{1-x-y+2xy}$	associative
$x + y - xy$	$\sigma_+(x, y) = \frac{x+y-xy}{1+x+y-2xy}$	non associative
$\min(x, y)$	$\sigma_{\min}(x, y) = \frac{\min(x, y)}{1- x-y }$	moyenne
$\max(x, y)$	$\sigma_{\max}(x, y) = \frac{\max(x, y)}{1+ x-y }$	moyenne

$$\forall (x, y) \in [0, 1]^2, x + y \leq 1 \Rightarrow \sigma_0(x, y) \leq \sigma_{\min}(x, y) \leq \sigma_{\max}(x, y) \leq \sigma_+(x, y)$$

$$\forall (x, y) \in [0, 1]^2, x + y \geq 1 \Rightarrow \sigma_0(x, y) \geq \sigma_{\min}(x, y) \geq \sigma_{\max}(x, y) \geq \sigma_+(x, y)$$

Exemples de sommes symétriques



Choix des opérateurs

- Comportement :
 - conjonctif $F(x, y) \leq \min(x, y)$
 - disjonctif $F(x, y) \geq \max(x, y)$
 - compromis $x \leq F(x, y) \leq y$ si $x \leq y$, et $y \leq F(x, y) \leq x$ sinon
- Comportement constant ou adaptatif (en fonction des valeurs à combiner) - exemple : sommes symétriques associatives (sauf médianes) :
 - conjonctif si $\max(x, y) < 1/2 : \sigma(x, y) \leq \min(x, y)$
 - disjonctif si $\min(x, y) > 1/2 : \sigma(x, y) \geq \max(x, y)$
 - compromis si $x \leq 1/2 \leq y : x \leq \sigma(x, y) \leq y$ (et l'inégalité contraire si $y \leq 1/2 \leq x$)
- Dépendance d'une information supplémentaire, du contexte
- Propriétés
- Caractère plus ou moins discriminant pour la décision

Exemple : fusion de données issues de sources parallèles

1. sources / données fiables

- conjonction
- avec ou sans normalisation
- sources indépendantes : renforcement
- sources dépendantes : idempotence

2. sources / données conflictuelles

- pré-traitements : éliminer les données erronées, améliorer les données en utilisant des informations complémentaires
- conjonction : discontinue
- moyenne : pas réaliste
- disjonction : toute l'information est conservée
- pas de combinaison (les sources parlent de choses différentes)
- priorités sur les sources (fiabilités différentes, spécificités différentes)
- retarder la fusion

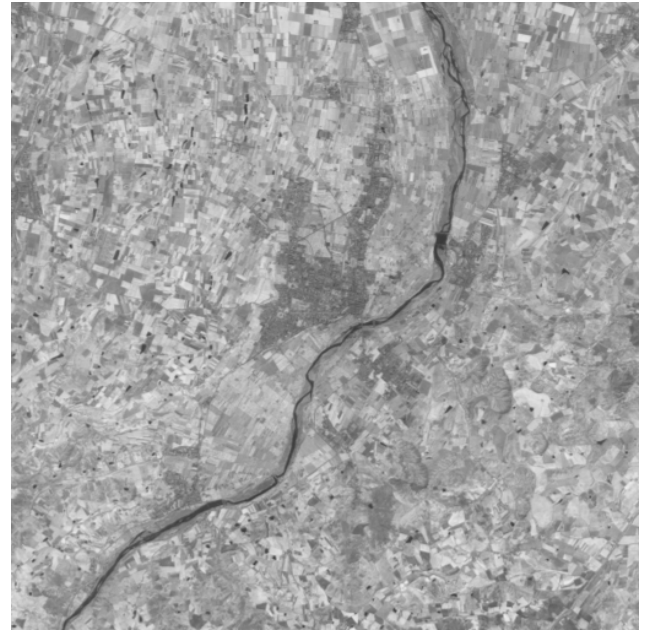
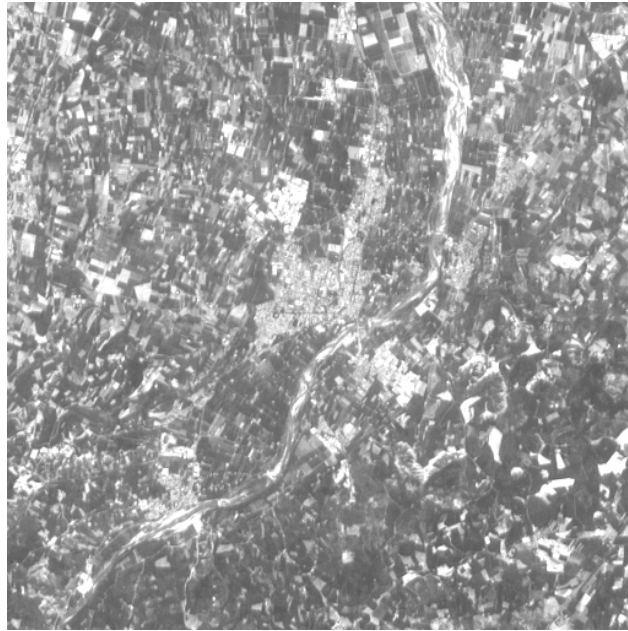
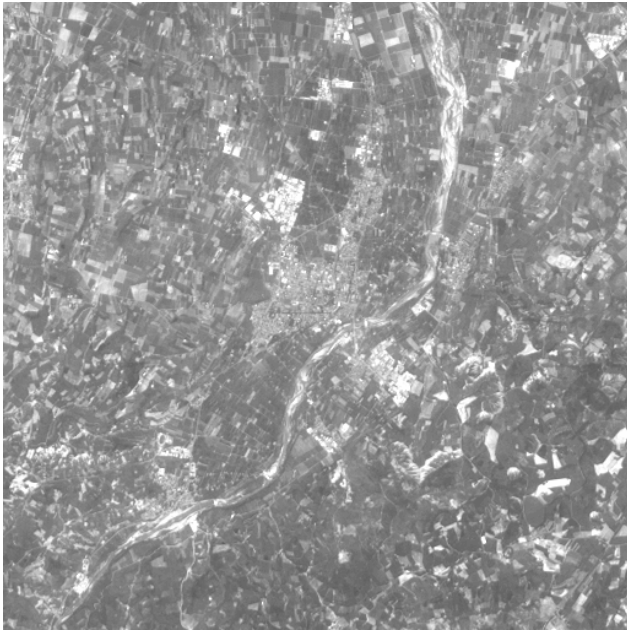
Fusion floue et possibiliste : décision

- Règle principale :

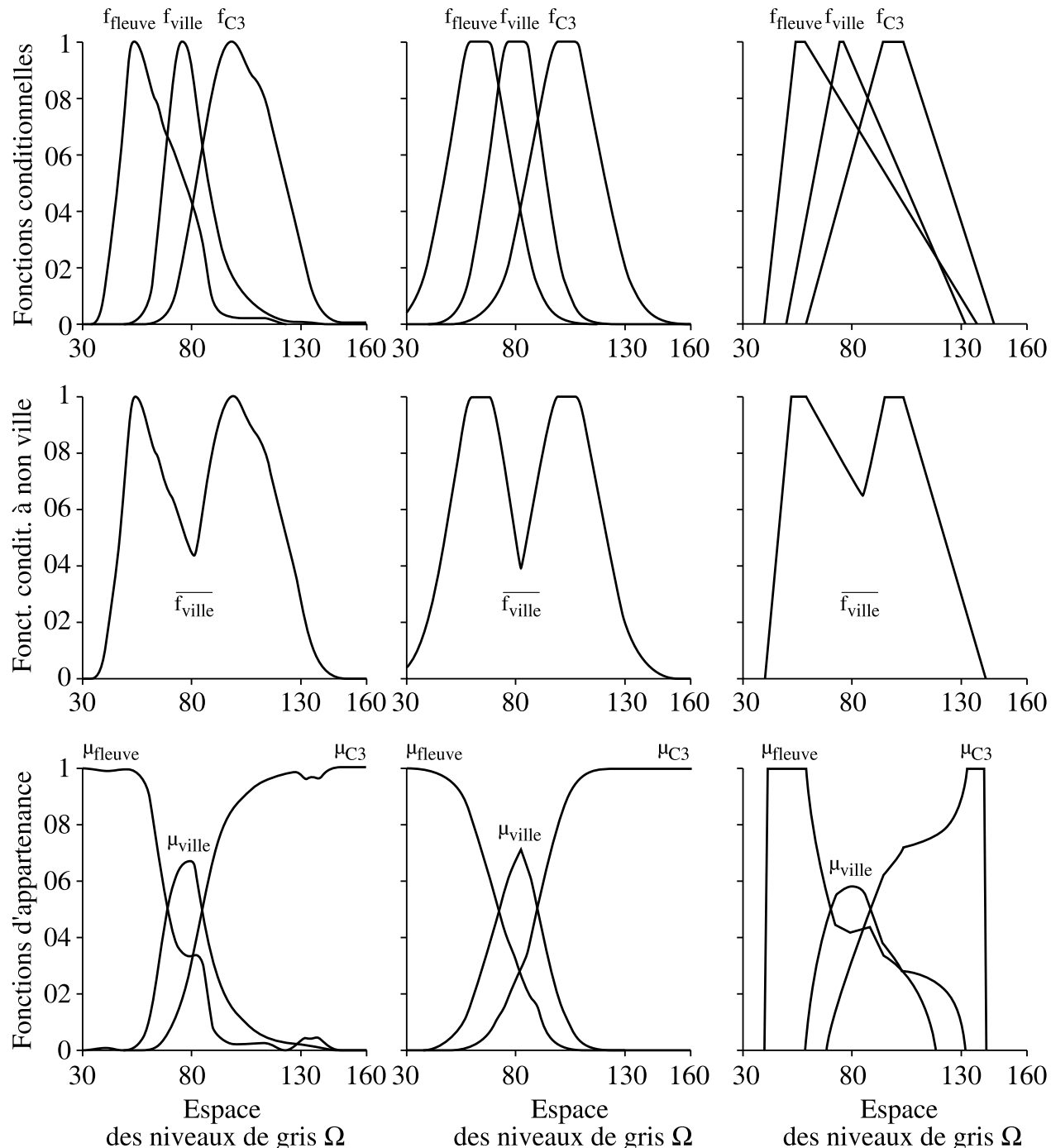
$$x \in C_i \text{ si } \mu_i(x) = \max\{\mu_k(x), 1 \leq k \leq n\}$$

- Qualité de la décision :
 - netteté de la décision : $\mu_i(x) \geq s$
 - caractère discriminant de la décision : $\mu_i(x) - \max\{\mu_k(x), k \neq i\} \geq \varepsilon$
- Classe de rejet
- Reclassification en fonction de contraintes spatiales

Exemple en imagerie satellitaire



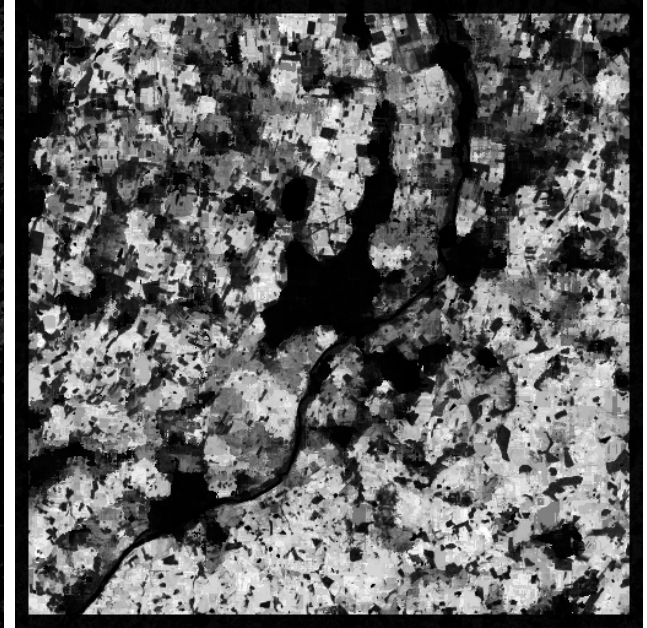
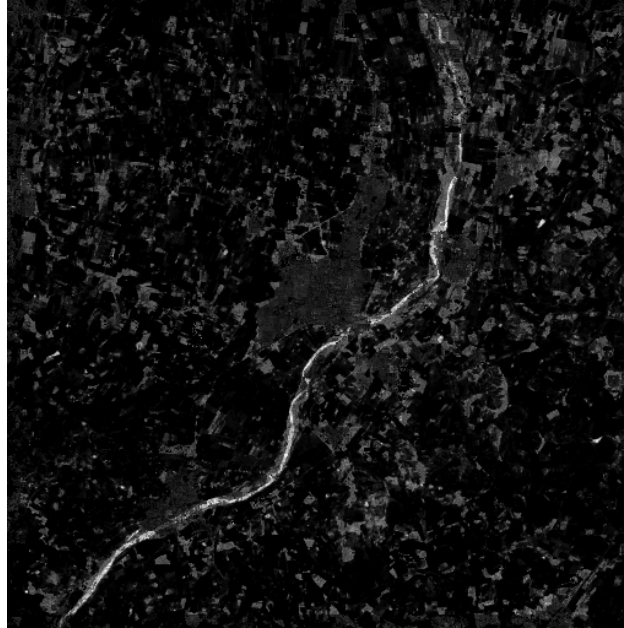
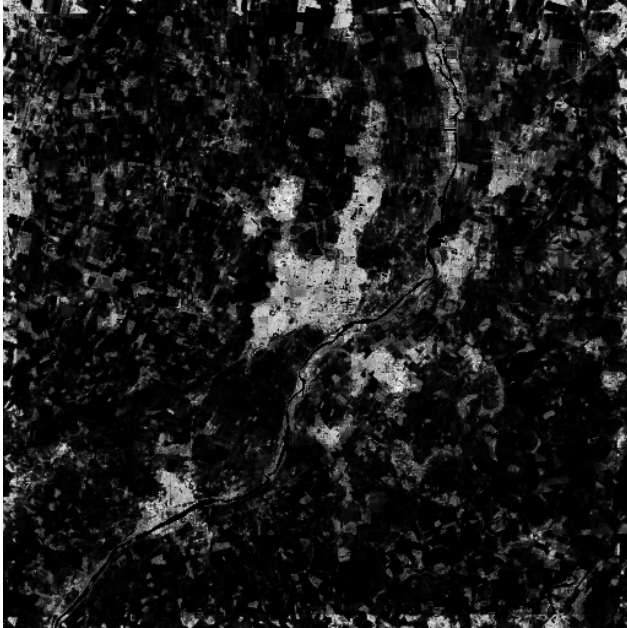
Exemple en imagerie satellitaire



Exemple en imagerie satellitaire

Opérateur adaptatif : $t^{1-\gamma}T^\gamma$ avec $t = \min$ et $T = \max$

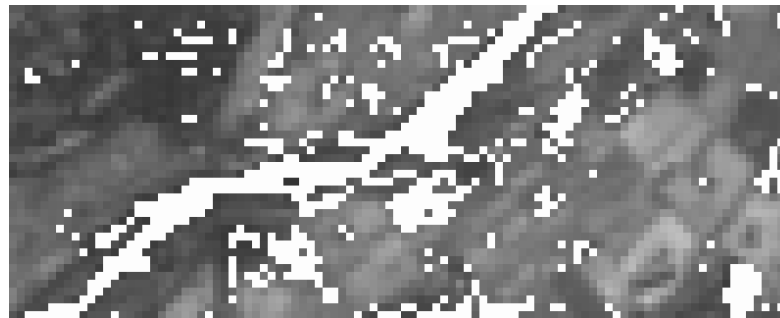
$\gamma = H^i(x)$ (conjonction normalisée des degrés d'appartenance en x) :



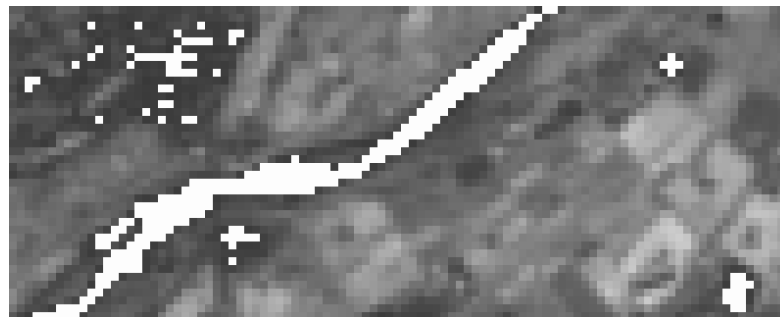
Exemple en imagerie satellitaire



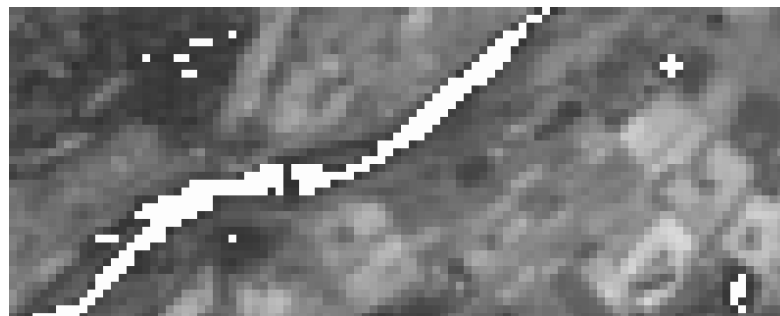
Canal 3



$H^i(x)$



Fusion par t-norme

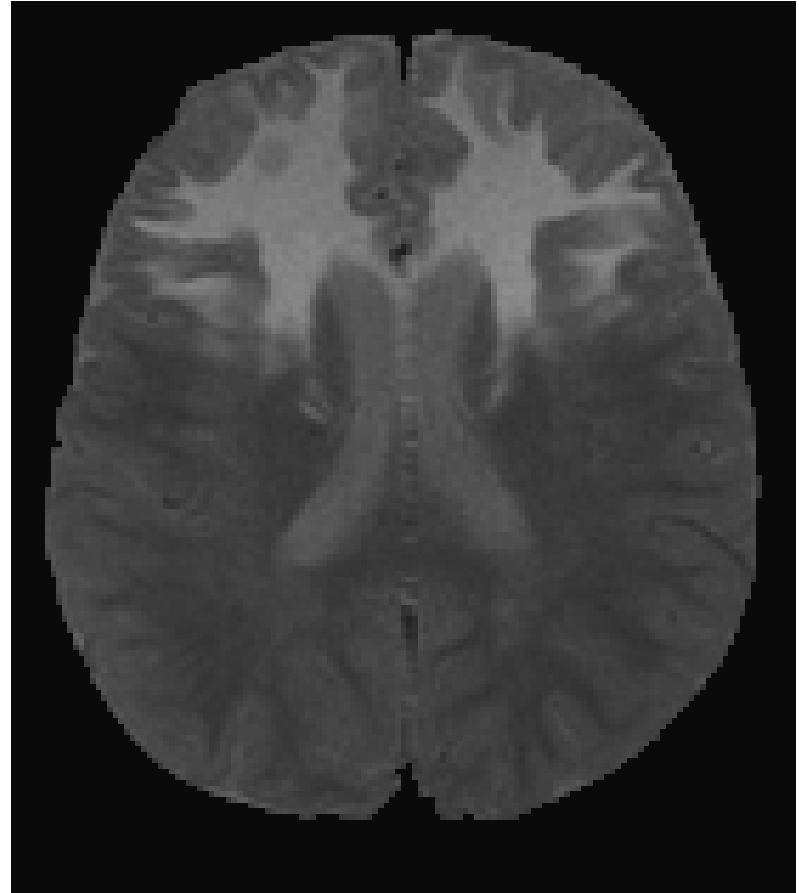


Fusion adaptative

Exemple en imagerie satellitaire



Exemple en imagerie médicale

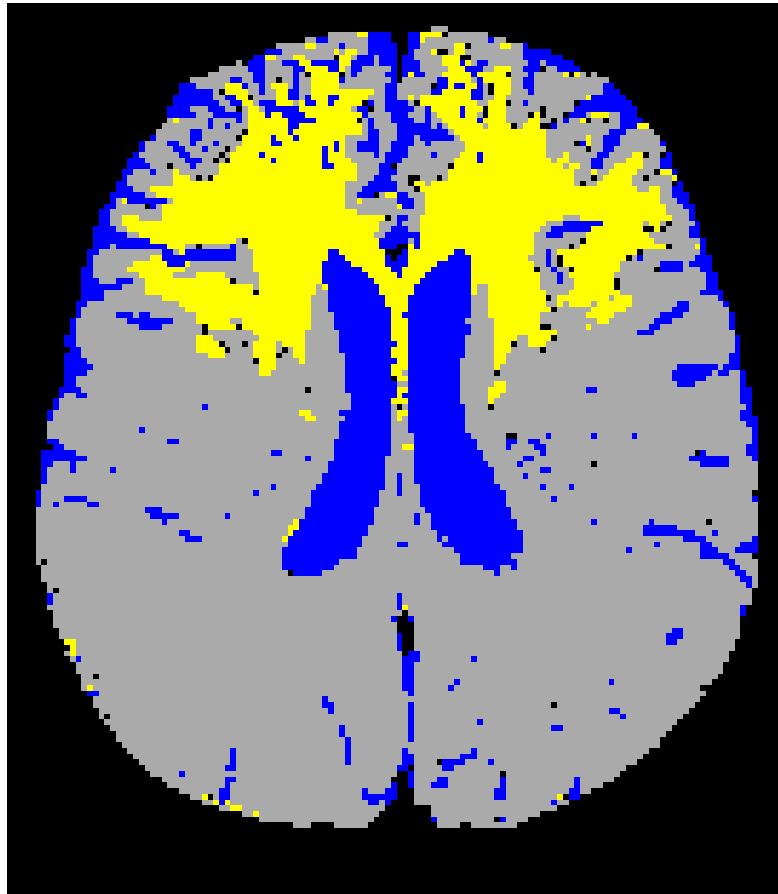


Exemple en imagerie médicale

μ_v^1 et μ_v^2 : moyenne arithmétique

μ_c^1 et μ_c^2 : moyenne arithmétique

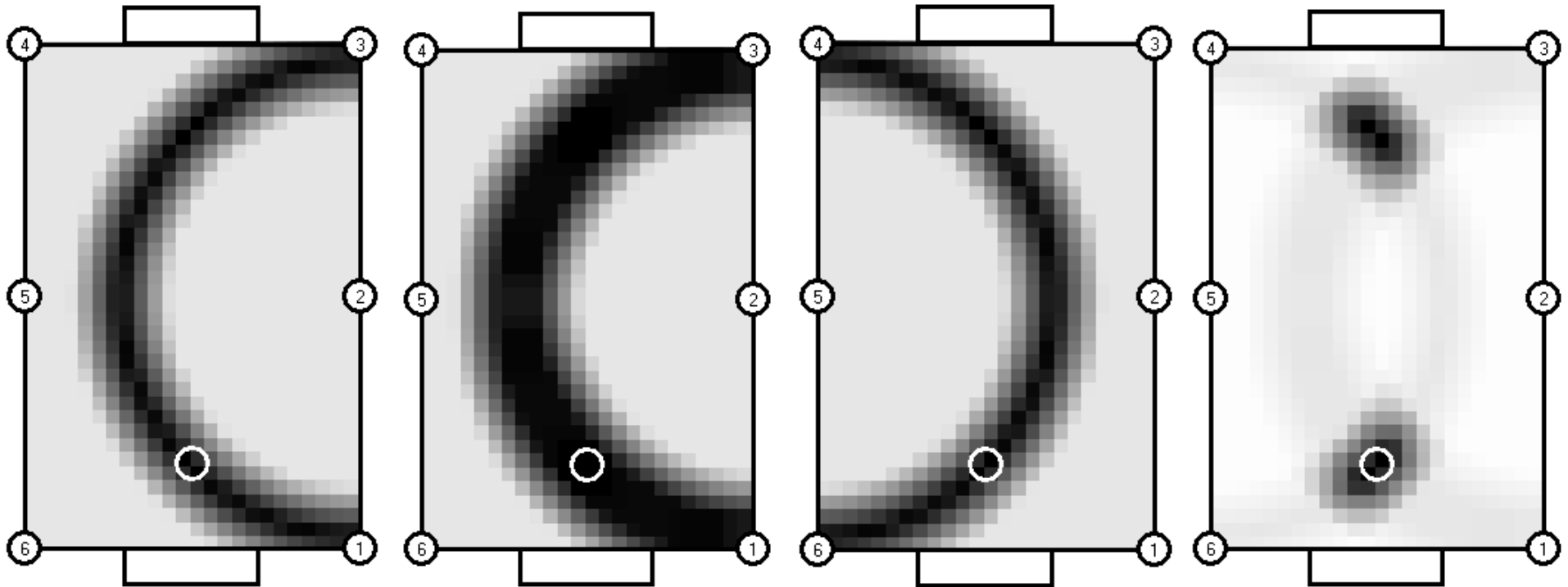
μ_c^1 et μ_{path}^2 : somme symétrique $\frac{ab}{1-a-b+2ab}$



Exemple de fusion floue en robotique mobile

(Alessandro Saffiotti, Univ. Örebro)

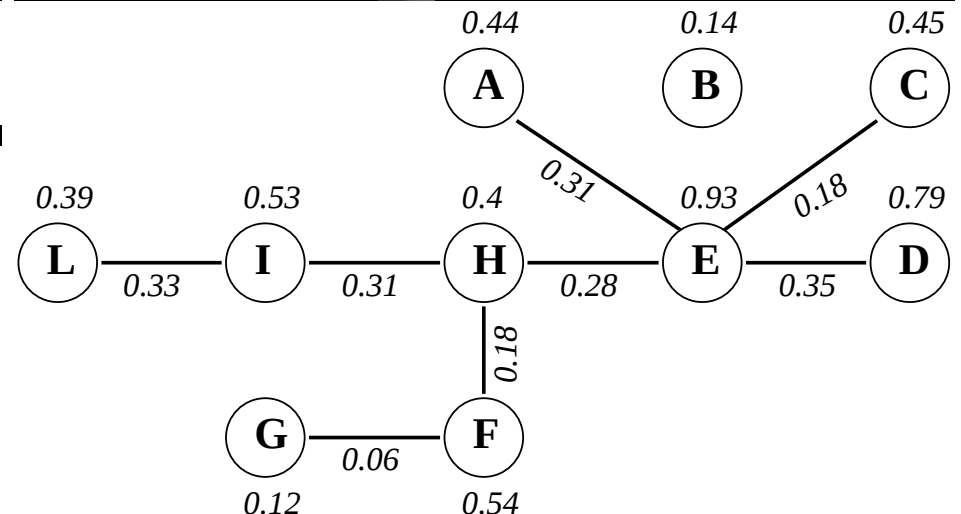
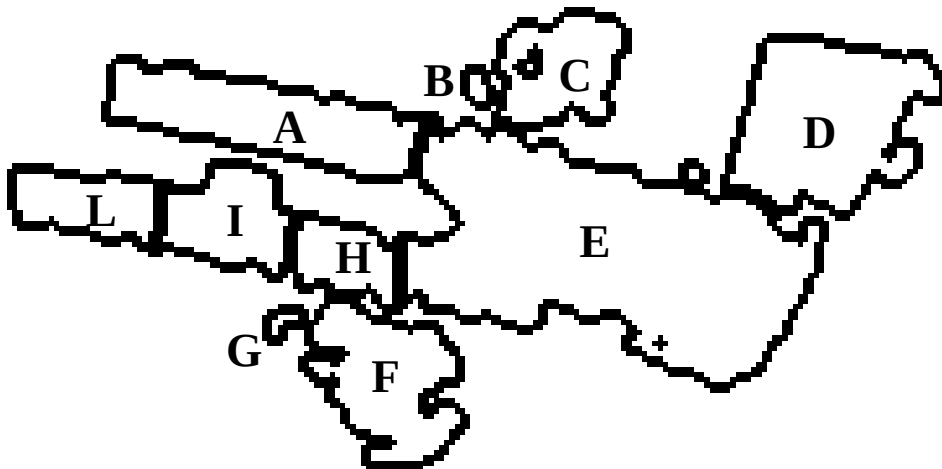
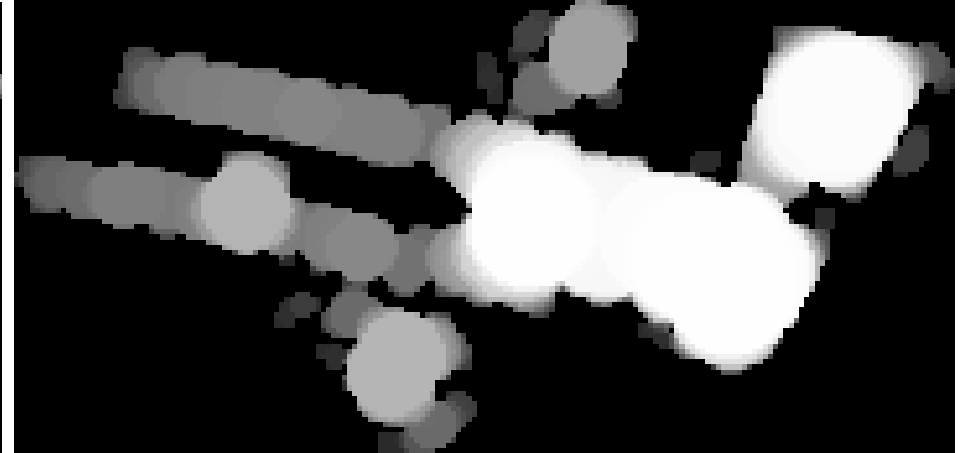
Localisation



Exemple de fusion floue en robotique mobile

(Alessandro Saffiotti, Univ. Örebro)

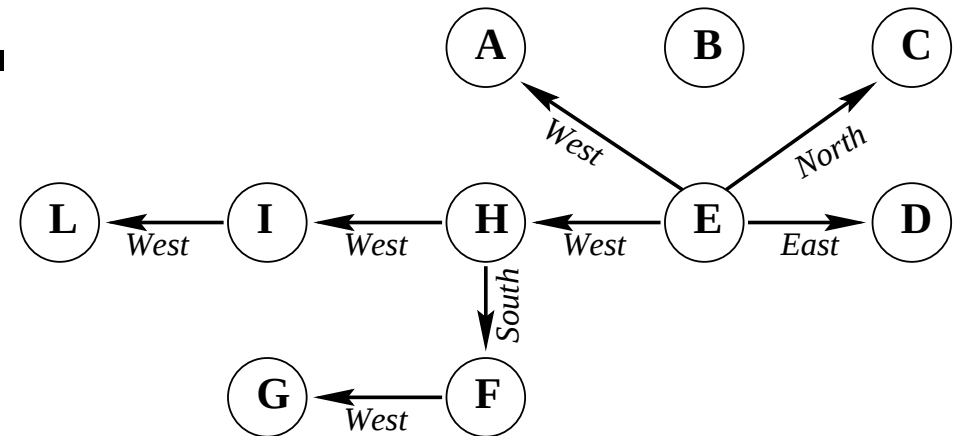
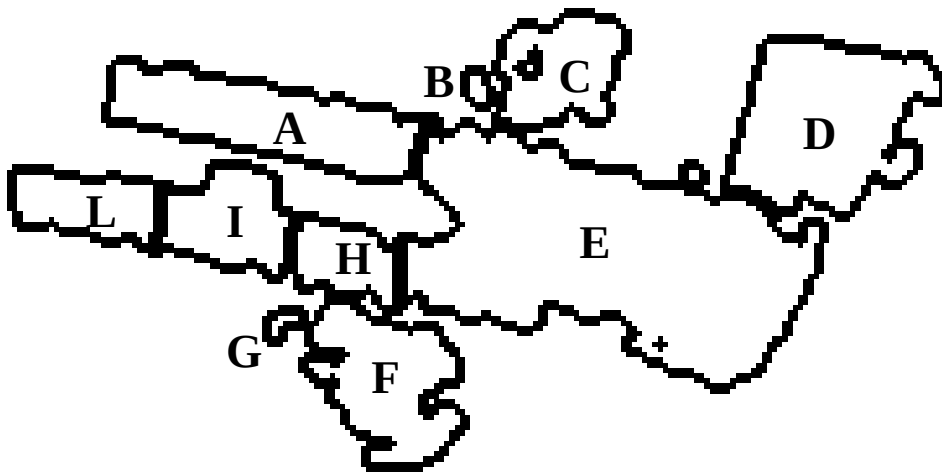
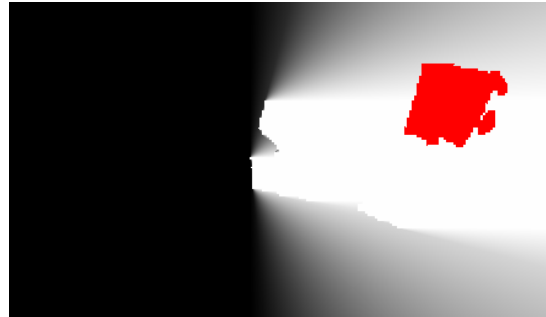
Description structurée de l'environnement



Exemple de fusion floue en robotique mobile

(Alessandro Saffiotti, Univ. Örebro)

Description structurée de l'environnement



Introduction de l'information spatiale

- Au niveau de la modélisation

- localement :

$$M_i^j(x) = F_i[f_j(y), y \in \mathcal{V}(x)]$$

- primitives (segments, contours, régions) $\Rightarrow$ information spatiale locale est implicitement prise en compte dans la représentation
 - globalement : relations spatiales

- Au niveau de la décision

- reclassification par majorité absolue

$$x \in C_i \text{ si } |\{y \in \mathcal{V}(x), y \in C_i\}| \geq \frac{|\mathcal{V}|}{2}$$

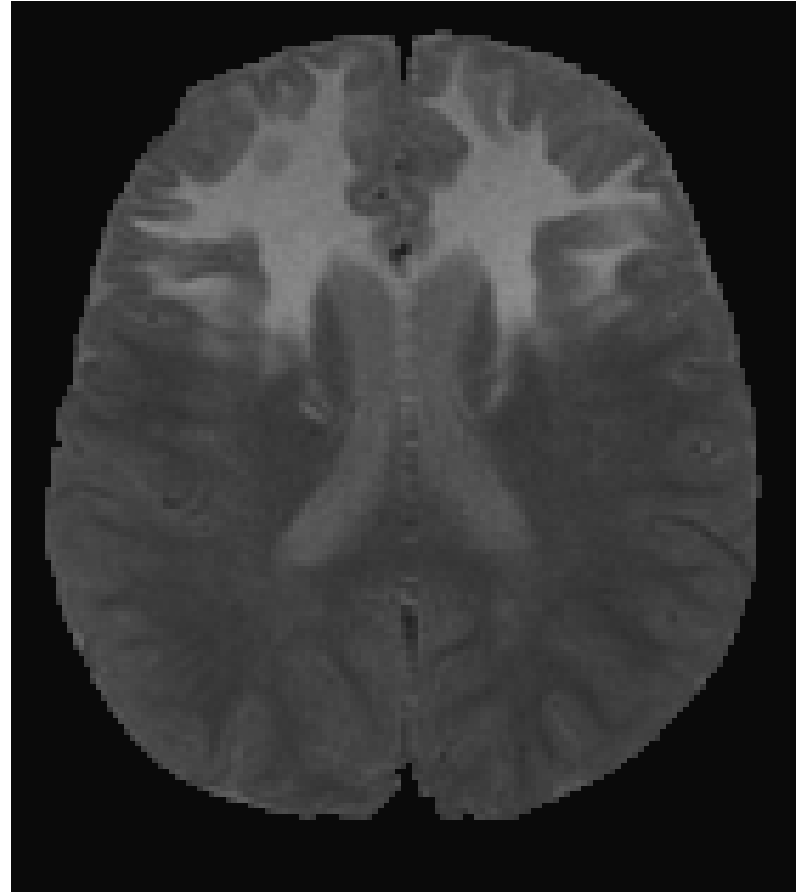
- reclassification par règle majoritaire

$$x \in C_i \text{ si } |\{y \in \mathcal{V}(x), y \in C_i\}| = \max_k |\{y \in \mathcal{V}(x), y \in C_k\}|$$

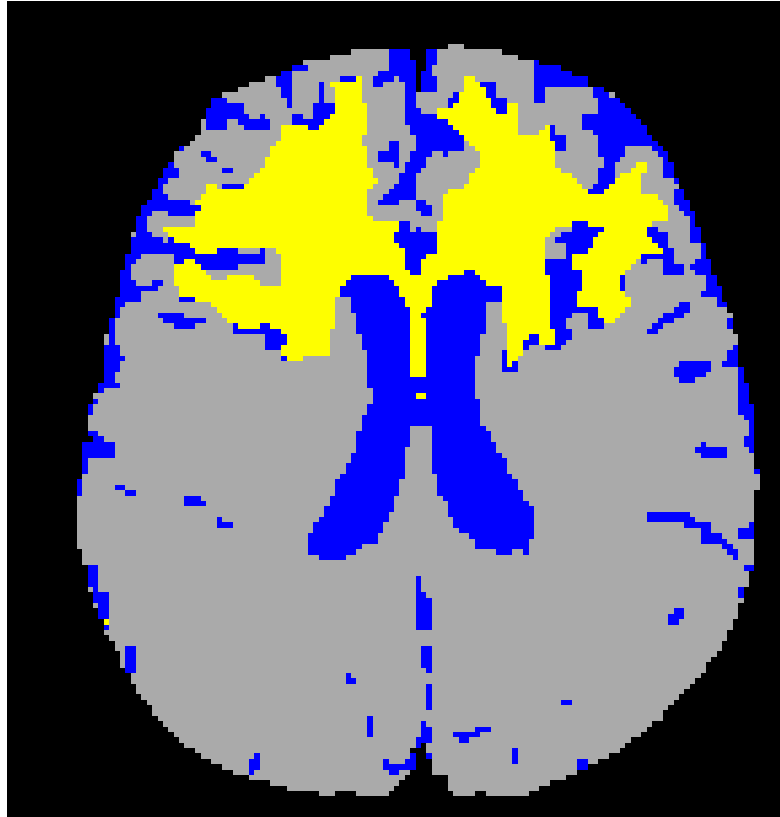
- Au niveau de la combinaison

- plus rare et plus délicate
 - cadre bayésien : approche markovienne
 - information supplémentaire comme source supplémentaire

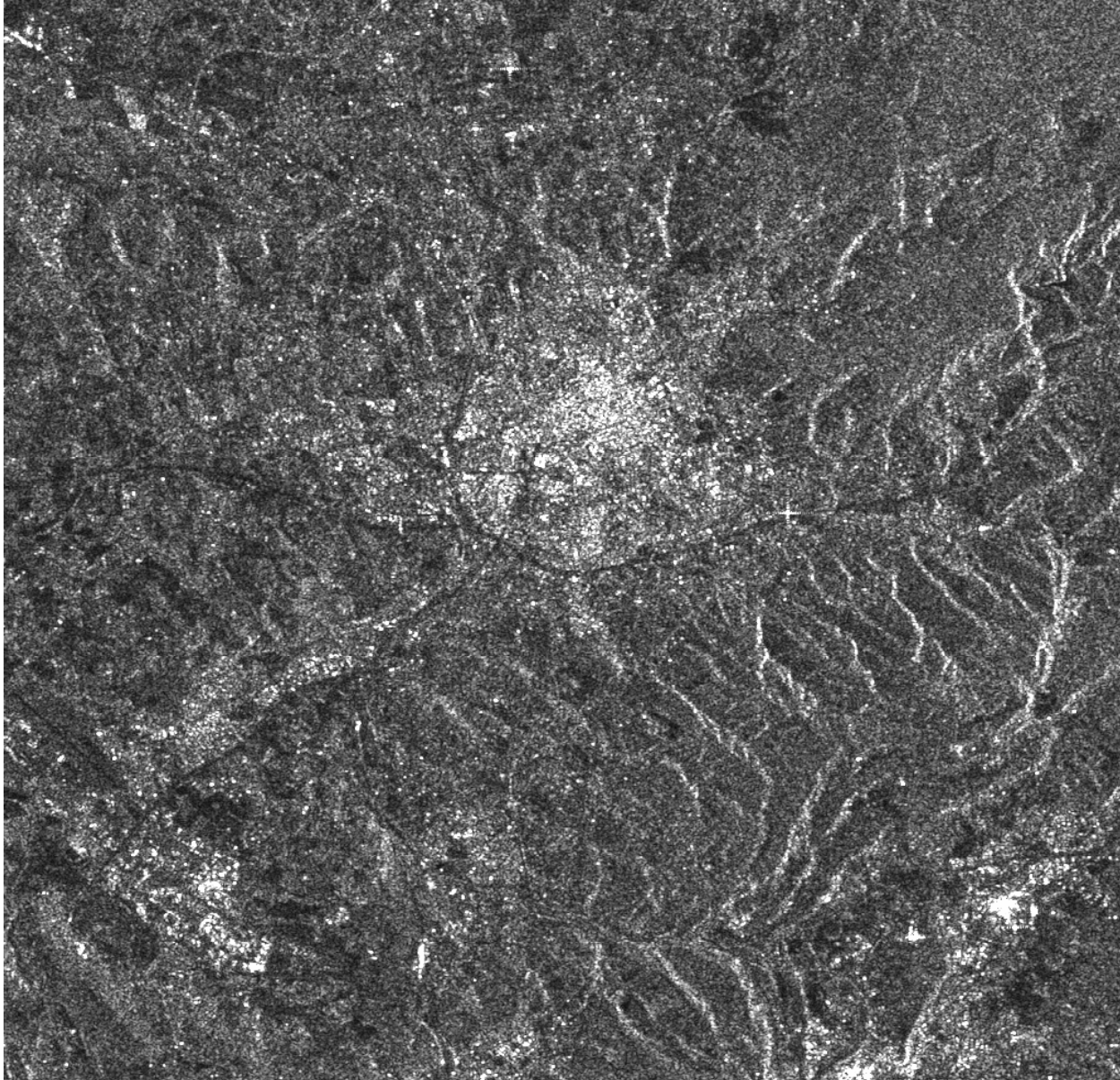
Information spatiale : exemples



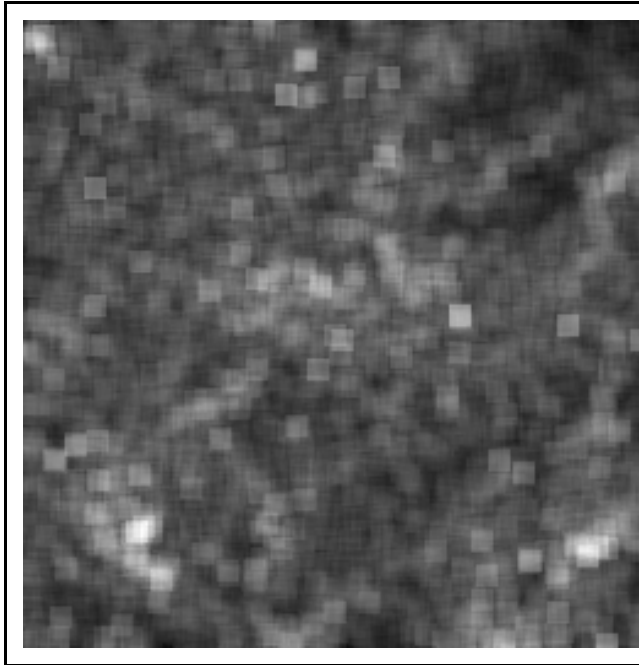
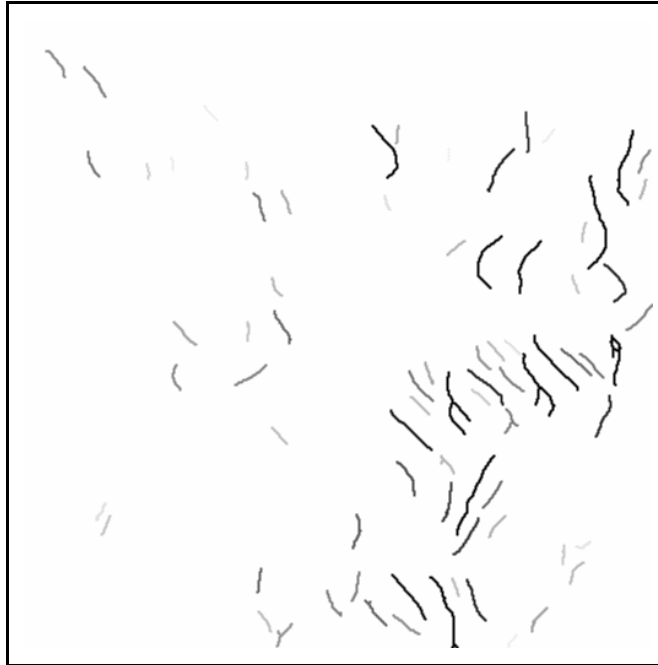
Information spatiale : exemples



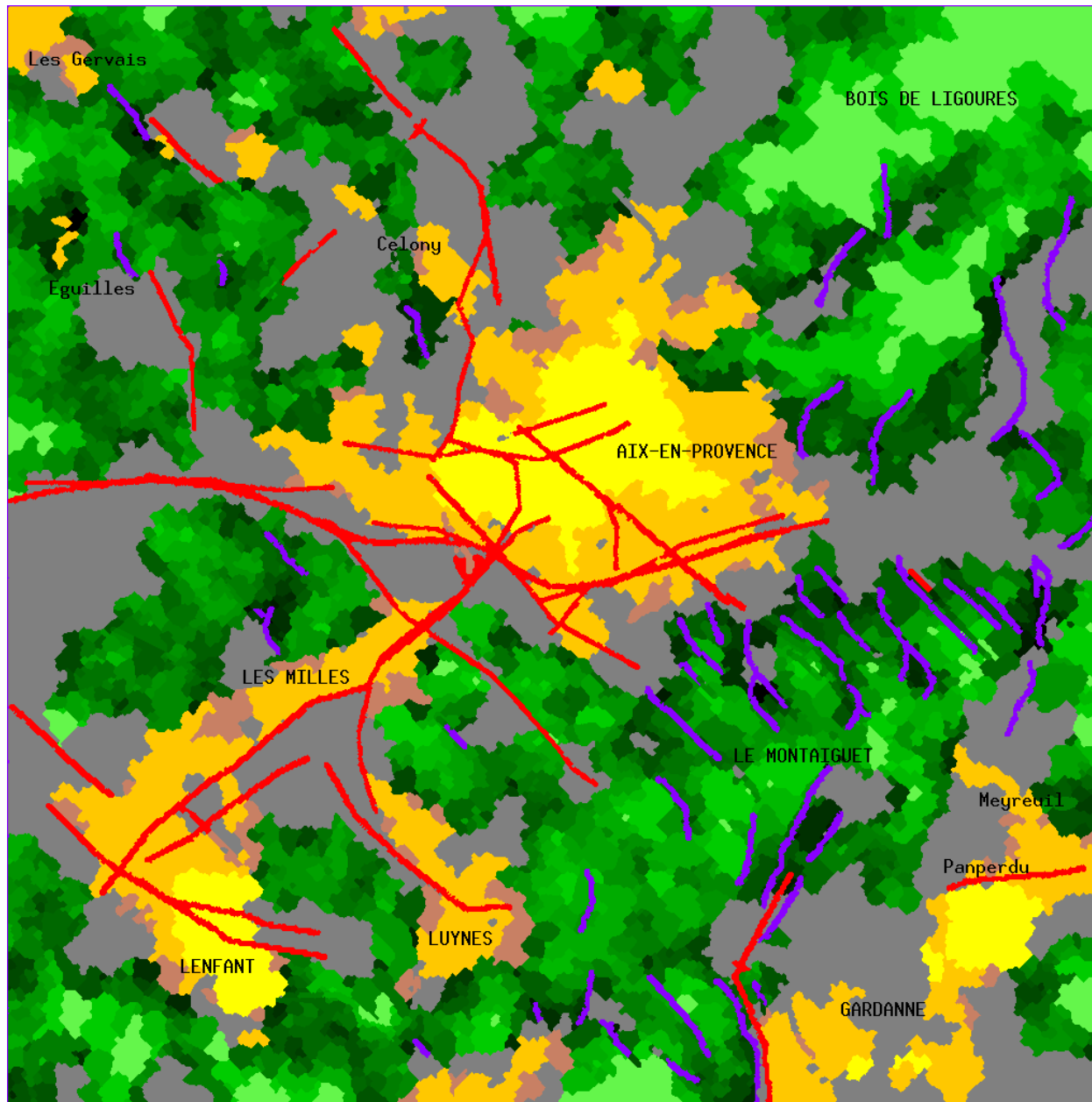
Information spatiale : exemples



Information spatiale : exemples



Information spatiale : exemples



Conclusion : questions ouvertes

- données et connaissance : quelle est leur origine ?
- relations entre les sources, indépendance
- conflit : juste une forme de complémentarité ou réelle incohérence ? doit-il toujours être résolu ?
- algorithmes, choix d'une méthode de combinaison
- évaluation, accès à la vérité

Conclusion : que sait-on faire ?

Exemple de la fusion numérique

- bonne maîtrise des différentes classes d'approche
- données numériques et/ou symboliques
- représentation numérique de l'information
- fusion numérique
- combinaison avec des représentations structurelles
- application typique : classification d'images multi-sources

Ouverture vers des approches symboliques...